

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 23.09.2022 13:48:29  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

1

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра механики, мехатроники и робототехники



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

02

2022 г.

## ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Методические указания к выполнению практических работ  
для студентов направления  
12.03.04 «Биотехнические системы и технологии»

Курск 2022

УДК 621

Составители: Е.Н. Политов

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *А.Н. Рукавицын*

**Прикладная механика:** методические указания к выполнению практических работ для студентов направления 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии»/ Юго-Зап. гос. ун-т; сост. Е.Н. Политов. Курск, 2022. 28 с.

Изложен план проведения практических занятий по дисциплине «Прикладная механика», рассмотрены примеры решения типовых задач механики. Приведены варианты расчётных схем, ход работы, а также задания для самоконтроля.

Методические указания соответствуют требованиям федеральных государственных образовательных стандартов.

Предназначены для студентов направления 12.03.04 «Биотехнические системы и технологии» всех форм обучения, а также других специальностей, изучающих прикладную (техническую) механику.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 10.02.2022 . Формат 60x84 1/16  
Усл.печ.л. 1,7 . Уч.-изд.л. 1,6 . Тираж 30 экз. Заказ 727. Бесплатно.  
Юго-Западный государственный университет.  
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

## Содержание

1. Основные понятия и определения механики	4
2. Решение задач кинематики твердого тела	8
3. Статика. Уравнения равновесия для произвольной системы сил	11
4. Решение задач динамики точки и механической системы	13
5. Приводы. Силовые и кинематические характеристики	16
6. Расчет типовых элементов оборудования на растяжение-сжатие	21
7. Расчет типовых элементов оборудования на изгиб	24
Рекомендуемый список литературы	28

# 1. Основные понятия и определения механики

## *Общие теоретические сведения*

**Статика** - это раздел механики, в котором изучаются условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил, и операции преобразования одних систем в другие.

**Материальной точкой** называют простейшую модель материального тела любой формы, размеры которой достаточно малы и которую можно принять за геометрическую точку, имеющую определенную массу.

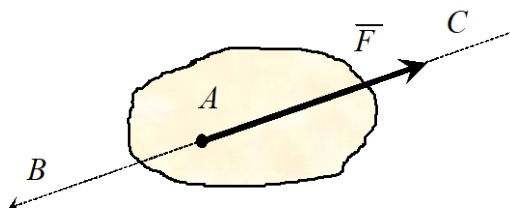
**Механической системой**, называется такая совокупность материальных точек, положение или движение каждой из которых определяется положением или движением других точек этой системы.

В теоретической механике вводится понятие **абсолютно твердого тела**. Это такое материальное тело, в котором расстояние между двумя любыми точками всегда остается постоянным, т.е. геометрическая форма которого не изменяется ни при каких механических воздействиях со стороны других тел. (В дальнейшем абсолютно твердое тело будем для краткости называть просто твердым телом).

Тело, которое может совершать любые перемещения в пространстве, называется **свободным**. В противном случае тело считается **несвободным**. Все, что ограничивает перемещение тела в пространстве, называется **связью**.

Сила, с которой связь действует на тело, называется **реакцией связи**.

Состояние покоя или движения твердого тела (или его механическое состояние) зависит от характера его механического взаимодействия с другими телами. Под *механическим* понимают такое взаимодействие материальных тел, при котором происходит изменение движения или формы. Количественную меру механического действия одного материального тела на другое, характеризующую интенсивность и направление этого действия, называют *силой*. Сила является векторной величиной. Действие силы  $\vec{F}$  на твердое тело определяется (рис.1.1): 1) модулем  $F = |\vec{F}|$ ; 2) направлением  $BC$  (или линией действия силы); 3) точкой приложения  $A$ . В Международной системе единиц СИ единицей силы является ньютон:  $1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2$ .



Р и с. 1.1. Характеристика силы

Сопротивление материалов – наука, изучающая прочность и надежность элементов конструкций и решающая следующие основные задачи:

- расчет элементов на прочность – способность элементов сопротивляться разрушению под действием приложенных сил;
- расчет на жесткость – способность элементов сопротивляться деформации;
- расчет на устойчивость – способность элементов и конструкций сохранять определенную форму равновесия.

### ***1.1. Тестовые задания для самоконтроля***

1. Раздел механики, в котором изучаются условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил, называется.....

- а). статика
- б). кинематика
- в). динамика
- г). кинетика

2. Раздел механики, в котором изучаются геометрические свойства движения материальных тел без учета действующих на них сил, называется.....

- а). кинематика
- б). статика
- в). динамика
- г). кинетика

3. Раздел механики, в котором изучаются законы движения материальных тел под действием сил, называется.....

- а). динамика
- б). кинематика

- в). статика
- г). кинетика

4. В курсе «сопротивление материалов» не решаются задачи на .... элементов конструкций:

- а). прочность
- б). жесткость
- в). устойчивость
- г). экономическую эффективность

5. Способность элементов конструкций сопротивляться разрушению под действием приложенных сил называется:

- а). прочность
- б). жесткость
- в). устойчивость
- г). надежность

6. способность элементов конструкций сопротивляться деформации называется:

- а). жесткость
- б). устойчивость
- в). надежность
- г). прочность

7. Способность элементов и конструкций сохранять определенную форму равновесия называется:

- а). жесткость
- б). устойчивость
- в). надежность
- г). прочность

8. Совокупность материальных точек или абсолютно твердых тел, связанных между собой общими законами движения или взаимодействия, называется:

- а). механической системой
- б). механизмом
- в). машиной
- г). физической моделью

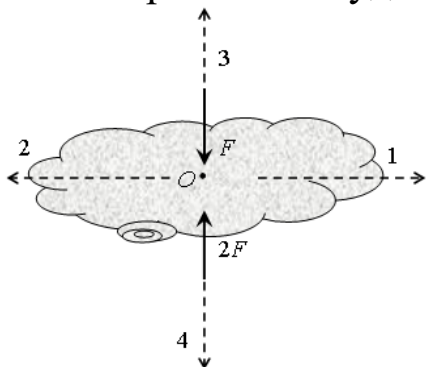
9. Количественная мера механического действия одного материального тела на другое, характеризующая интенсивность и направление этого действия, называется:

- а). сила
- б). масса
- в). мощность
- г). давление
- д). энергия

10. Кинематическим состоянием тела называется:

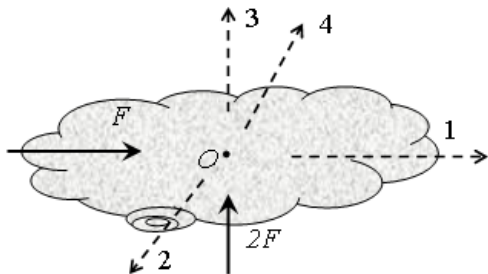
- а). состояние покоя или движения с неизменными параметрами
- б). ускоренное движение
- в). состояние невесомости
- г). деформированное состояние

12. К телу приложены две силы, как показано на рисунке. В каком направлении будет двигаться тело?



- а). 1
- б). 2
- в). 3
- г). 4
- д). тело будет покоиться

14. К телу приложены две силы, как показано на рисунке. В каком направлении будет двигаться тело?



- а). 1
- б). 2
- в). 3
- г). 4
- д). тело будет покоиться

## 2. Решение задач кинематики твердого тела

К простейшим видам движения твердого тела относятся поступательное и вращательное.

*Поступательным* называется такое движение твердого тела, при котором любая прямая, проведенная в этом теле, остается параллельной самой себе при перемещении. При поступательном движении все точки тела описывают одинаковые траектории и в каждый момент времени имеют одинаковые по модулю и направлению скорости и ускорения.

*Вращательным* называется такое движение твердого тела, при котором какие-нибудь две точки, принадлежащие телу, остаются все время неподвижными. Прямая, проходящая через эти точки, называется *осью вращения*.

### ***Определение кинематических параметров тел, совершающих вращательное и поступательное движение***

Пример решения задачи.

Механизм состоит из ступенчатых колес 1—3, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки 4 и груза 5, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес. Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса 1 —  $r_1 = 2$  см,  $R_1 = 4$  см, у колеса 2 —  $r_2 = 6$  см,  $R_2 = 8$  см, у колеса 3 —  $r_3 = 12$  см,  $R_3 = 16$  см. На ободьях колес расположены точки *A*, *B* и *C*.

Дано	Найти	
	скорости	ускорения
$v_5 = 2(t^2 - 3)$	$v_A, v_C$	$\varepsilon_3, a_B, a_4$

Определить в момент времени  $t_1 = 2$  с указанные в таблице в столбцах «Найти» скорости ( $v$  — линейные,  $\omega$  — угловые) и ускорения ( $a$  — линейные,  $\varepsilon$  — угловые) соответствующих точек или тел ( $v_5$  — скорость груза 5 и т.д.).

Решение

- 1) Определим скорость и ускорение груза 5 в момент времени  $t_1 = 2$  с  
 $v_5 = 2(t^2 - 3) = 2(2^2 - 3) = 2$  см/с — скорость груза 5 направлена вниз.  
 $a_5 = \dot{v}_5 = 4t = 4 \cdot 2 = 8$  см/с<sup>2</sup>  
 Ускорение груза 5 также направлено вниз.



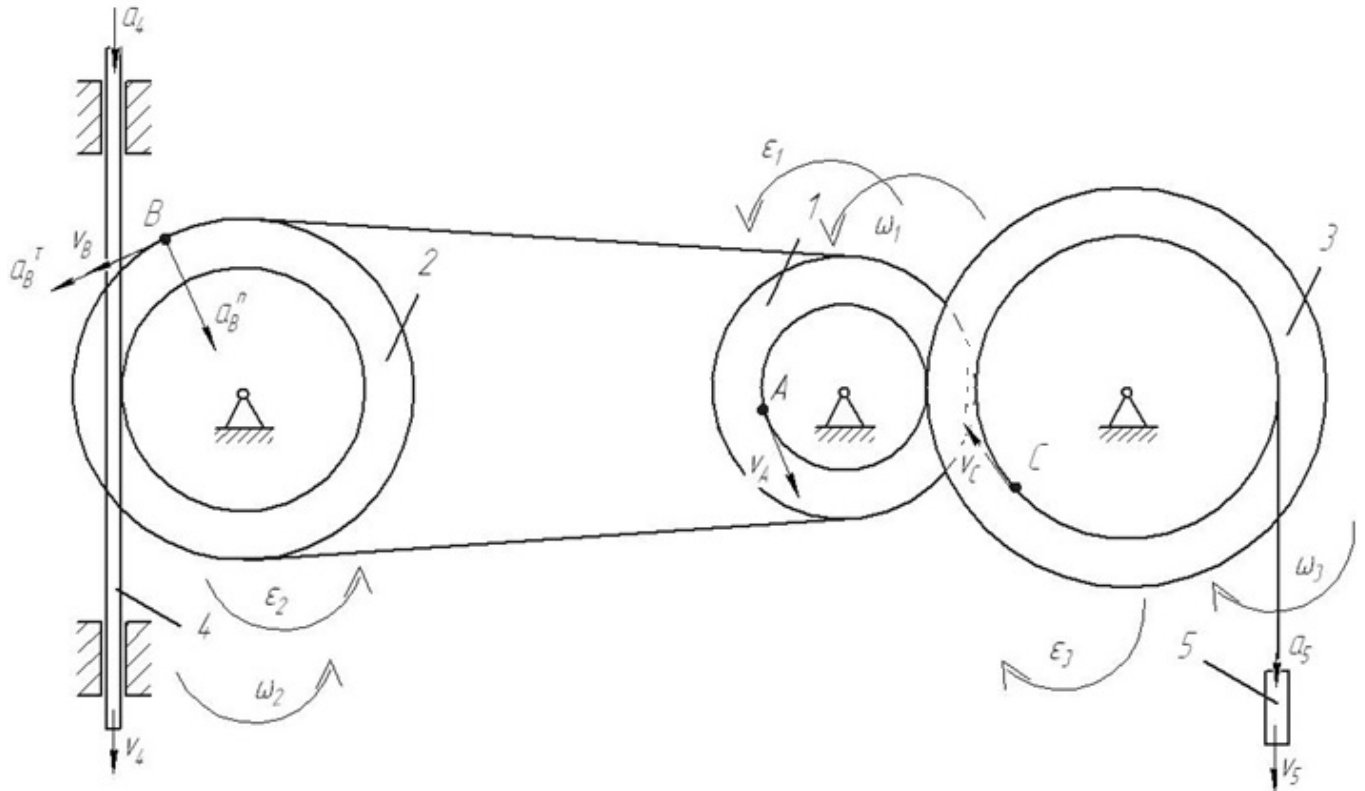


Рис. 2.1. Расчетная схема механизма с расстановкой векторов основных кинематических параметров

Рассмотрим расчетную схему (см. рисунок 2.1).

Определим кинематические соотношения.

$v_C = v_5 = 2$  см/с - скорость точки C.

$\omega_3 = \frac{v_5}{r_3}$  - угловая скорость колеса 3

$v_A = \omega_3 \cdot R_3 = \frac{v_5 \cdot R_3}{r_3} = \frac{2 \cdot 16}{12} = 2.67$  см/с - скорость точки A.

$\omega_1 = \frac{v_A}{r_1} = \frac{v_5 \cdot R_3}{r_3 r_1}$  - угловая скорость колеса 1

$v_B = \omega_1 \cdot R_1 = \frac{v_5 \cdot R_3 \cdot R_1}{r_3 r_1} = \frac{2 \cdot 16 \cdot 4}{12 \cdot 2} = 5.33$  см/с - скорость точки B.

$\omega_2 = \frac{v_B}{R_2} = \frac{v_5 \cdot R_3 \cdot R_1}{r_3 r_1 R_2}$  - угловая скорость колеса 2

$v_4 = \omega_2 \cdot r_2 = \frac{v_5 \cdot R_3 \cdot R_1 \cdot r_2}{r_3 r_1 R_2} = \frac{2 \cdot 16 \cdot 4 \cdot 6}{12 \cdot 2 \cdot 8} = 4$  см/с - скорость рейки 4.

2) Определим ускорения

$\epsilon_3 = \dot{\omega}_3 = \frac{a_5}{r_3} = \frac{8}{12} = 0.67$  с<sup>-2</sup> - угловое ускорение колеса 3.

$a_4 = \dot{v}_4 = \frac{a_5 \cdot R_3 \cdot R_1 \cdot r_2}{r_3 r_1 R_2} = \frac{8 \cdot 16 \cdot 4 \cdot 6}{12 \cdot 2 \cdot 8} = 16$  см/с<sup>2</sup> - ускорение тела 4.

$\vec{a}_B = \vec{a}_B^\tau + \vec{a}_B^n$  - ускорение точки  $B$

$$a_B^\tau = \dot{v}_B = \frac{a_5 \cdot R_3 \cdot R_1}{r_3 r_1} = \frac{8 \cdot 16 \cdot 4}{12 \cdot 2} = 21.33 \text{ см/с}^2 - \text{касательное ускоре-}$$

ние точки  $B$

$$a_B^n = \frac{v_B^2}{R_2} = \frac{5.33^2}{8} = 3.56 \text{ см/с}^2 - \text{нормальное ускорение точки } B$$

$$a_B = \sqrt{(a_B^\tau)^2 + (a_B^n)^2} = \sqrt{21.33^2 + 3.56^2} = 21.6 \text{ см/с}^2$$

Ответ:  $v_A = 2.67 \text{ см/с}$

$$v_C = 2 \text{ см/с}$$

$$\varepsilon_3 = 0.67 \text{ с}^{-2} \quad a_4 = 16 \text{ см/с}^2$$

$$a_B = 21.6 \text{ см/с}^2$$

### 3. Статика. Уравнения равновесия для произвольной системы сил

Для плоской произвольной системы сил можно составить три уравнения равновесия:  $\sum F_{KX} = 0$ ,  $\sum F_{KY} = 0$ ,  $\sum M_0(\vec{F}_K) = 0$ .

#### Определение реакций связей твёрдого тела

Жесткая рама закреплена в точке  $A$  шарнирно, а в точке  $B$  прикреплена или к невесомому стержню  $BB_1$ , или к шарнирной опоре на катках; стержень прикреплен к раме и к неподвижной опоре шарнирами.

На раму действуют пара сил с моментом  $M = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}$  и две силы, значения которых, направления и точки приложения указаны в таблице

Определить реакции связей в точках  $A$  и  $B$ , вызываемые заданными нагрузками. При окончательных подсчетах принять  $l = 0,5 \text{ м}$ .

$$F_2 = 20 \text{ Н} \quad \alpha_2 = 45^\circ \quad F_3 = 30 \text{ Н} \quad \alpha_4 = 30^\circ$$

Решение

1) Рассмотрим расчетную схему (см. рисунок 3.1). Расставим реакции связей: в точке  $A$  две реакции  $X_A$  и  $Y_A$ , в точке  $B$  – реакция направлена вдоль стержня  $R_B$ .

Разложим все силы на составляющие по осям координат:

$$F_{2x} = F_2 \cos \alpha_2 = 20 \cos 45^\circ = 14,1 \text{ Н}$$

$$F_{2y} = F_2 \sin \alpha_2 = 20 \sin 45^\circ = 14,1 \text{ Н}$$

$$F_{3x} = F_3 \cos \alpha_3 = 30 \cos 30^\circ = 26 \text{ Н}$$

$$F_{3y} = F_3 \sin \alpha_3 = 30 \sin 30^\circ = 15 \text{ Н}$$

2) Для определения трёх неизвестных реакций составим и решим три уравнения равновесия.

Уравнение моментов сил относительно точки  $A$ :  $\sum M_A(F_i) = 0$

$$R_B \cdot 4l - M + F_{2x} \cdot 4l + F_{2y} \cdot 2l + F_{3x} \cdot 4l = 0 \quad (3.1)$$

Из (3.1) найдем реакцию  $R_B$ .

$$R_B = - \frac{-M + F_{2x} \cdot 4l + F_{2y} \cdot 2l + F_{3x} \cdot 4l}{4l}$$

$$R_B = \frac{-100/0.5 + 14,1 \cdot 4 + 14,1 \cdot 2 + 26 \cdot 4}{-4} = 2,9 \text{ Н}$$

Уравнение проекций сил на ось  $X$ :  $\sum F_{ix} = 0$

$$-F_{2x} - F_{3x} + X_A = 0 \quad (3.2)$$

Откуда

$$X_A = F_{2x} + F_{3x}$$

$$X_A = 14,1 + 26 = 40,1 \text{ Н}$$

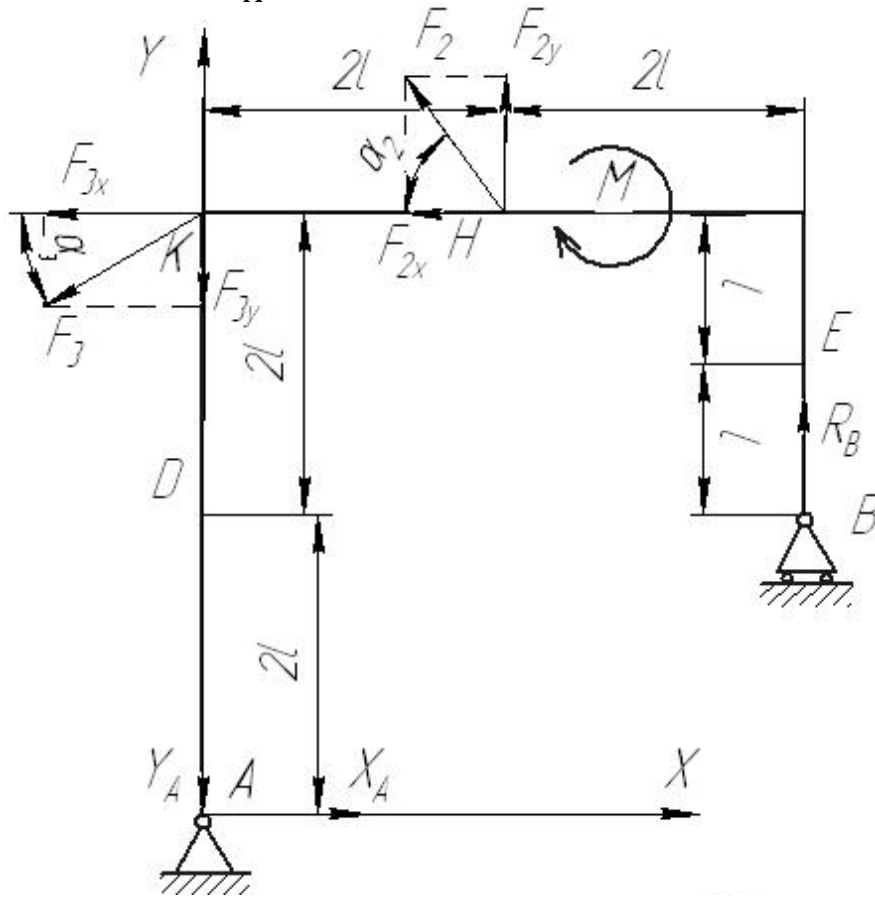


Рис. 3.1 Расчетная схема для определения реакций связей плоской рамы

Уравнение проекций сил на ось Y:

$$\sum F_{iy} = 0$$

$$R_B + F_{2y} - F_{3y} - Y_A = 0$$

$$(3.3)$$

Откуда

$$Y_A = R_B + F_{2y} - F_{3y}$$

$$Y_A = 2,9 + 14,1 - 15 = 2 \text{ Н}$$

Проверка:  $\sum M_B(F_i) = 0$

$$Y_A \cdot 4l + X_A \cdot 2l - M + F_{2x} \cdot 2l - F_{2y} \cdot 2l + F_{3x} \cdot 2l + F_{3y} \cdot 4l = 0$$

$$2 \cdot 4 + 40,1 \cdot 2 - 100/0,5 + 14,1 \cdot 2 - 14,1 \cdot 2 + 26 \cdot 2 + 15 \cdot 4 = 0$$

$$200,2 - 200 = 0$$

Реакции найдены верно.

Ответ:  $X_A = 40,1 \text{ Н}$ ;  $Y_A = 2 \text{ Н}$ ;  $R_B = 2,9 \text{ Н}$

#### 4. Решение задач динамики точки и механической системы

##### *Применение теоремы об изменении кинетической энергии к решению задач динамики механической системы*

###### Пример решения задания.

Механическая система состоит из грузов 1 и 2 (коэффициент трения грузов о плоскость  $f = 0,1$ ), цилиндрического сплошного однородного катка 3 и ступенчатых шкивов 4 и 5 с радиусами ступеней  $R_4 = 0,3$  м,  $r_4 = 0,1$  м,  $R_5 = 0,2$  м,  $r_5 = 0,1$  м (массу каждого шкива считать равномерно распределенной по его внешнему ободу) Тела системы соединены друг с другом нитями, намотанными на шкивы; участки нитей параллельны соответствующим плоскостям (см. рис. 7.1 и табл. 7.2).

Под действием силы  $F$  и сил тяжести система приходит в движение из состояния покоя. При движении системы на шкивы 4 и 5 действуют постоянные моменты сил сопротивлений, равные соответственно  $M_4$  и  $M_5$ . Определить скорости груза 1 в тот момент времени, когда перемещение точки приложения силы  $F$  равно  $s_1$ .

Таблица 4.1 – Данные для расчета

$m_1$ кг	$m_2$ кг	$m_3$ кг	$m_4$ кг	$m_5$ кг	$M_4$ Н·м	$M_5$ Н·м	$F$ , Н	$S_1$ м
6	0	4	0	8	0,3	0	240	1,6

###### Решение

1) Используем теорему об изменении кинетической энергии механической системы:

$$T - T_0 = \sum A_i$$

В начальный момент времени система покоится:  $T_0 = 0$

Тогда получим:

$$T = \sum A_i$$

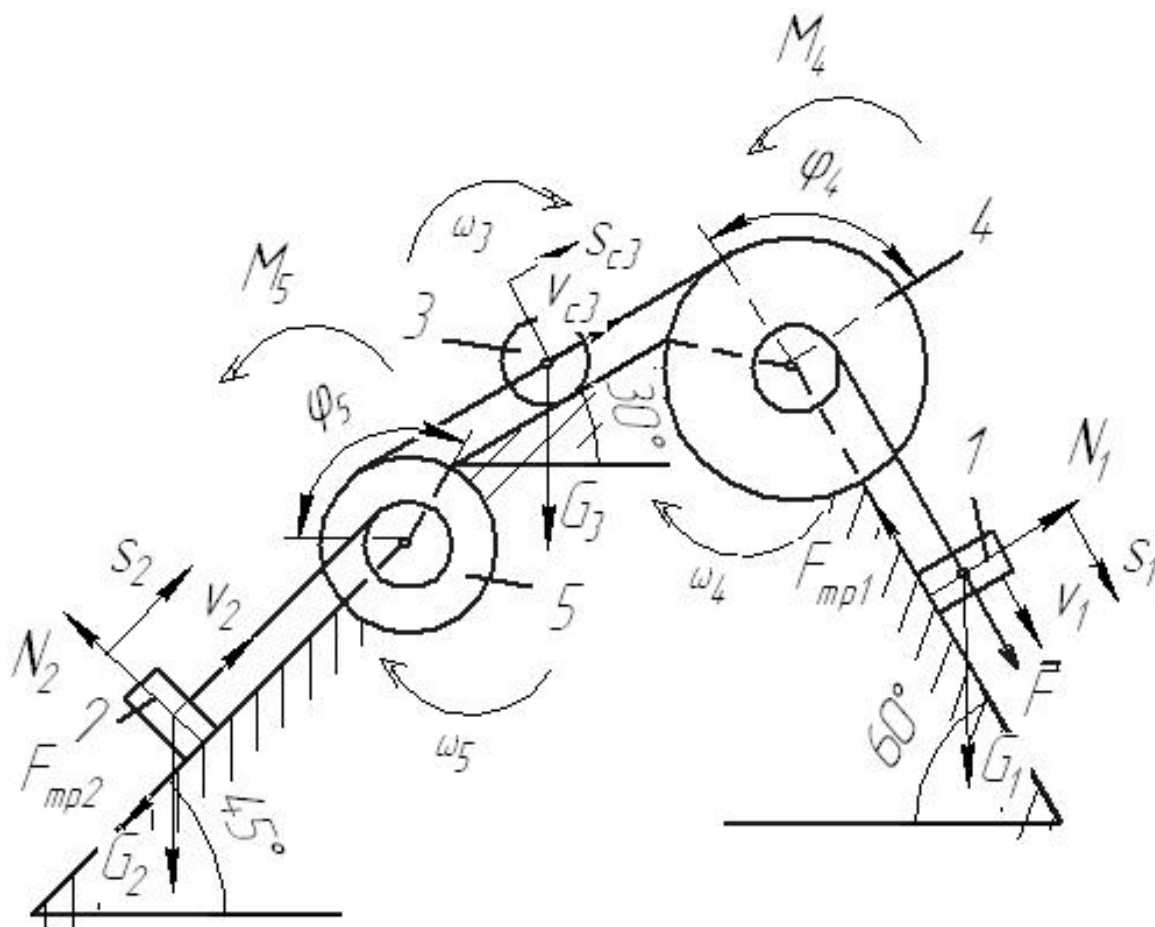


Рис. 4.1. Расчетная схема

2) Определим кинетическую энергию системы в конечный момент времени, когда пройденный телом 1 путь составит  $s_1$ .

$$T = T_1 + T_3 + T_5$$

Найдем кинетические энергии тел, имеющих ненулевую массу.

$$T_1 = m_1 v_1^2 / 2 - \text{поступательное движение}$$

$$T_5 = J_5 \omega_5^2 / 2 - \text{вращательное движение}$$

где  $J_5 = m_5 R_5^2$  – момент инерции колеса 5.

$$T_3 = m_3 v_{c3}^2 / 2 + J_3 \omega_3^2 / 2 - \text{плоское движение}$$

где  $J_3 = m_3 R_3^2 / 2$  – момент инерции колеса 3.

Выразим все скорости через скорость 1 тела  $v_1$ .

$$\omega_4 = \frac{v_1}{r_4}$$

$$v_{c3} = \omega_4 R_4 = 3v_1 \quad \omega_3 = \frac{v_{c3}}{R_3} = \frac{3v_1}{R_3}$$

$$\omega_5 = \frac{v_{c3}}{R_5} = \frac{3v_1}{R_5} \quad v_2 = \omega_5 r_5 = 1,5v_1$$

Тогда получим выражение для кинетической энергии системы в конечный момент:

$$T = m_1 v_1^2 / 2 + 9m_3 v_1^2 / 2 + 9m_3 v_1^2 / 4 + 9m_5 v_1^2 / 2$$

$$T = v_1^2 \left( m_1 / 2 + 9m_3 / 2 + 9m_3 / 4 + 9m_5 / 2 \right)$$

Получим:

$$T = v_1^2 \left( 6/2 + 9 \cdot 4/2 + 9 \cdot 4/4 + 9 \cdot 8/2 \right) = 66v_1^2$$

3) Найдём сумму работ внешних сил за время движения системы.

$$A_F = F \cdot s_1 = 240 \cdot 1,6 = 384 \text{ Дж} - \text{работа силы } F.$$

$A_{G_1} = G_1 s_1 \cos 30^\circ = 6 \cdot 9,8 \cdot 1,6 \cdot \cos 30^\circ = 81,5 \text{ Дж}$  - работа силы тяжести  $G_1$ .

$$A_{F_{mp1}} = -F_{mp1} s_1 - \text{работа силы трения } F_{mp1}.$$

$$F_{mp1} = fN = fG_1 \sin 30^\circ$$

$$A_{F_{mp1}} = -fG_1 s_1 \sin 30^\circ = -0,1 \cdot 6 \cdot 9,8 \cdot 1,6 \cdot \sin 30^\circ = -4,7 \text{ Дж}$$

$$A_{M_4} = -M_4 \varphi_4 - \text{работа момента сопротивления } M_4.$$

$$\varphi_4 = s_1 / r_4$$

$$A_{M_4} = -M_4 s_1 / r_4 = -\frac{0,3 \cdot 1,6}{0,1} = -4,8 \text{ Дж}$$

$$A_{G_3} = -G_3 s_{c3} \cos 60^\circ - \text{работа силы тяжести } G_3.$$

$$s_{c3} = 3 \cdot s_1$$

$$A_{G_3} = -3G_3 s_1 \cos 60^\circ = -3 \cdot 4 \cdot 9,8 \cdot 1,6 \cdot \cos 60^\circ = -94,1 \text{ Дж}$$

Работа остальных сил и моментов равна нулю.

Тогда:

$$\sum A_i = 384 + 81,5 - 4,7 - 4,8 - 94,1 = 362 \text{ Дж}$$

4) Получим:

$$66v_1^2 = 362$$

$$\text{откуда: } v_1 = \sqrt{362/66} = 2,34 \text{ м/с}$$





## 5 Приводы. Силовые и кинематические характеристики

**Цель занятия:** приобретение знаний и навыков определения основных кинематических и силовых параметров механических передач

### Краткие теоретические сведения

Одним из основных элементов машины является передаточный механизм, установленный между двигателем и исполнительным органом.

На рис. 5.1 дана типовая схема машины.

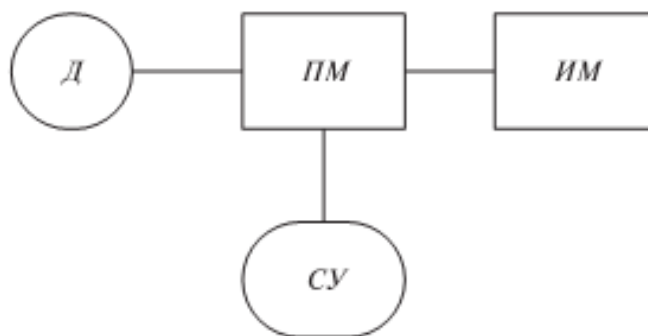


Рис. 5.1 Структурная схема машины:

Д – двигатель, ПМ – передаточный механизм, ИМ – исполнительный механизм, СУ – система управления приводом

Передаточный механизм должен обеспечивать с заданной степенью точности передачу движения и его преобразование, быть экономичным и безопасным в работе.

### 1. Передаточное отношение привода

Важнейшей характеристикой передач вращательного движения является **передаточное отношение**, которое показывает, во сколько раз угловая скорость  $\omega$  (или частота вращения  $n$ ) ведомого звена больше или меньше угловой скорости (частоты вращения) ведущего звена.

$$U = \frac{\omega_{\text{ведущ}}}{\omega_{\text{ведом}}} = \frac{n_{\text{ведущ}}}{n_{\text{ведом}}}, \quad (5.1)$$

где  $\omega_{\text{ведущ}}$  – угловая скорость ведущего звена;

$\omega_{\text{ведом}}$  – угловая скорость ведомого звена.

Для зубчатых передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев каждого из колес:

$$U = \frac{z_2}{z_1} \quad (5.2)$$

Для цепных передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев ведущей и ведомой звездочек:

$$U = \frac{z_2}{z_1} \quad (5.3)$$

Для ременных передач передаточное отношение можно определить, зная диаметры ведущего и ведомого шкивов:

$$U = \frac{d_2}{d_1} \quad (5.4)$$

Для фрикционных передач передаточное отношение можно определить, зная диаметры ведущего и ведомого катков:

$$U = \frac{d_2}{d_1} \quad (5.5)$$

Привод может включать несколько передаточных механизмов (ступеней). При этом значение общего передаточного отношения определяется произведением передаточных отношений отдельных кинематических ступеней привода

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} \dots u_n = \frac{\omega_1}{\omega_n} \quad (5.6)$$

### Пример 1.

Определить частоту вращения вала 3, если диаметры шкивов равны соответственно (мм):  $d_1 = 300$ ,  $d_2 = 750$ , числа зубьев конической шестерни и колеса:  $z_2 = 50$ ,  $z_3 = 100$ ,  $n_1 = 2500$  об/мин (рис. 5.2).

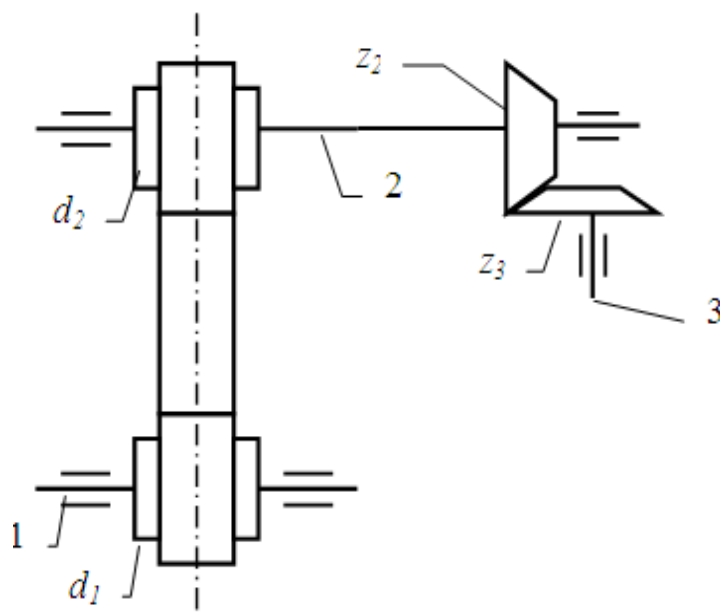


Рис. 5.2

Решение.

Данный передаточный механизм является двухступенчатым: первая ступень – ременная передача (вращение передается с шкива 1 на шкив 2), вторая ступень – коническая зубчатая передача (вращение передается с шестерни 2 на колесо 3).

Общее передаточное отношение определим по формуле (15.6):

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = \frac{n_1}{n_3}$$

$$u_{12} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{750}{300} = 2.5$$

$$u_{23} = \frac{z_3}{z_2} = \frac{100}{50} = 2$$

Тогда

$$u_{об} = u_{12} \cdot u_{23} = 2,5 \cdot 2 = 5$$

и

$$n_3 = \frac{n_1}{u_{об}} = \frac{2500}{5} = 500 \text{ об / мин}$$

## 2. Коэффициент полезного действия передачи, мощность

Если к ведущему валу передачи подвести мощность  $P_1$ , то с ведомого можно будет отобрать мощность  $P_2$ , которая несколько

меньше затраченной  $P_1$  (следствие потерь на трение и др. сопротивления). Эти потери выражаются коэффициентом полезного действия:

$$\eta = P_2/P_1 \quad (5.7)$$

Поскольку

$$P = T \cdot \omega \quad (5.8)$$

и

$$\omega = (\pi \cdot n)/30 \quad (5.9)$$

где  $T$  – момент вращения;

$\omega$  - угловая скорость,

$$\text{то} \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2 \omega_2}{T_1 \omega_1} = \frac{T_2 n_2}{T_1 n_1} = \frac{T_2}{T_1 u_{12}} \quad (5.10)$$

В силовой (понижающей) передаче (редуктор)

$$\omega_1 > \omega_2, \quad T_2 > T_1, \quad T_2 = T_1 \cdot u_{12} \cdot \eta$$

### Пример 2.

Определить мощность и крутящий момент, передаваемые колесом, если известны числа зубьев шестерни и колеса: ( $Z_1 = 18, Z_2 = 45$ ).  $T_1 = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}, n_1 = 900 \text{ об/мин}$ . Коэффициент полезного действия передачи принять  $\eta = 0.95$

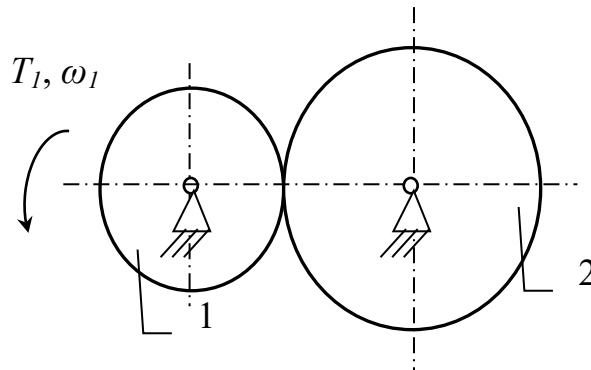


Рис. 5.3

Решение (см. рис.5.3).

Мощность на ведущем колесе определим по формуле (5.8):

$$P_1 = T_1 \cdot \omega_1,$$

где  $\omega_1 = (\pi \cdot n_1)/30 = (\pi \cdot 900)/30 = 94,2 \text{ рад/с}$  – угловая скорость ведущего колеса (шестерни)

$$P_1 = 10 \cdot 94,2 = 942 \text{ Вт}$$

Мощность на ведомом колесе определим из (5.7):

$$P_2 = P_1 \cdot \eta = 942 \cdot 0.95 = 895 \text{ Вт} \quad (P_2 < P_1)$$

Передаточное отношение

$$U = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Для зубчатых передач передаточное отношение можно определить, зная число зубьев каждого из колес:

$$U = \frac{z_2}{z_1} = \frac{45}{18} = 2.5$$

Тогда

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{U} = \frac{94.2}{2.5} = 37.7 \quad (\text{рад/с})$$

Тогда крутящий момент на валу ведомого колеса будет равен:

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{895}{37.7} = 23.7 \quad \text{Н}\cdot\text{м}$$

Ответ:  $P_2 = 895$  Вт,  $T_2 = 23.7$  Н·м

### Контрольные вопросы

1. Назначение передаточного механизма
2. Основные типы механических передач
3. Как определяется передаточное отношение различных механических передач?
4. Силовые характеристики механических передач

## 6. Расчет типовых элементов оборудования на растяжение-сжатие

Для заданной схемы (рис.6.1) требуется:

1. Построить эпюру осевых нагрузок.
2. Определить размер *квадратного* сечения стержня исходя из условий прочности.

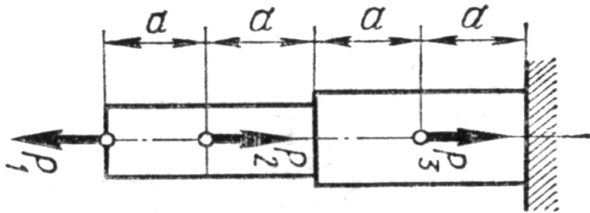


Рис. 6.1 Расчётная схема бруса

Исходные данные

Сила, кН			Допускаемое нормальное напряжение $[\sigma]$ , МПа
$P_1$	$P_2$	$P_3$	
12	7	8	220

Решение.

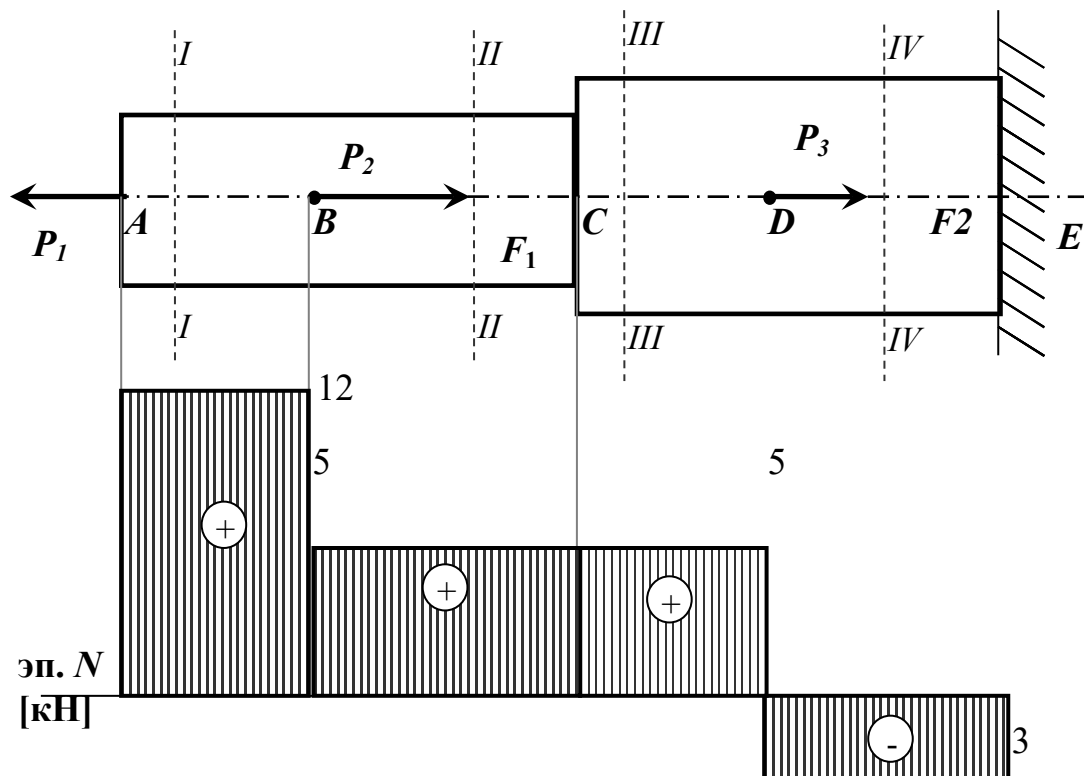


Рис. 6.2 Расчётная схема и эпюра внутренних продольных усилий бруса

Расставим характерные точки (сечения) – те, в которых приложены нагрузки или изменяется характер поперечного сечения (форма, размер).

В данном случае таких характерных точек 5:  $A, B, C, D, E$ .

Таким образом, необходимо рассмотреть 4 характерных участка бруса, начиная с левого конца его, т.е. с точки  $A$ .

Рассмотрим характерный участок  $AB$ .

Мысленно проведём поперечное сечение бруса  $I-I$  между точками  $A$  и  $B$ , отбросим правую часть бруса, оставив в рассмотрении левую, действие отброшенной части заменив реакцией.

Из условия равновесия (равенство проекций сил на ось  $x$ , получим:

Из условия равновесия (равенство проекций сил на ось  $x$ , получим:

$$N = P_1 = 12 \text{ кН},$$

т.е. внутренняя продольная сила в сечении  $I-I$  является растягивающей.

Несложно установить, что значение внутренней силы  $N$  неизменно на всём участке  $AB$ .

Выбирая масштаб, строим соответствующий участок эпюры продольных сил (в размерности кН), сила  $N$  на участке  $AB$  постоянна.

Далее рассмотрим участок  $BC$ .

Проведем сечение  $II-II$  в произвольном месте между точками  $B$  и  $C$ . Отбросим левую часть, её действие заменим реакцией, направим реакцию в сторону от сечения, считая её растягивающей силой.

Получим баланс сил, показанный на рис. 5.

Из условия равновесия имеем:

$$N = P_1 - P_2 = 12 - 7 = 5 \text{ кН},$$

Строим соответствующий участок эпюры продольных сил, сила  $N$  на участке  $BC$  постоянна.

Аналогично рассматриваем остальные участки стержня, проводя сечения  $III-III$  и  $IV - IV$  соответственно и вновь отбрасывая левую часть бруса.

Участок  $CD$ :

$$N = P_1 - P_2 = 12 - 7 = 5 \text{ кН},$$

Участок  $DE$ :

$$N = P_1 - P_2 - P_3 = 12 - 7 - 8 = -3 \text{ кН}$$

Условие прочности при растяжении (сжатии) стержня имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N}{A} \right|_{\max} \leq [\sigma], \quad (6.1)$$

где  $\sigma_{\max}$  – наибольшее по модулю нормальное напряжение на соответствующей ступени стержня,  $N$  – продольное усилие в сечении стержня,  $A$  – площадь поперечного сечения соответствующей ступени бруса,  $[\sigma]$  – допускаемое нормальное напряжение, зависящее от материала стержня.

Поскольку поперечные сечения бруса квадратные, то сторона квадрата  $h$  определится как:  $h = \sqrt{A}$ .

В данном случае брус имеет две ступени, соответственно необходимо рассмотреть условия равновесия (1) для каждой из ступеней.

Размер сечения для ступени 1 определится из выражения:

$$h_1 \geq \sqrt{\frac{N_I}{[\sigma]}} \quad (6.2)$$

Размер сечения для ступени 2 определится из выражения:

$$h_2 \geq \sqrt{\frac{N_{II}}{[\sigma]}} \quad (6.3)$$

Подставляя числовые данные в выражения (16.2) и (16.3), определим размеры поперечных сечений стержня, при которых прочность бруса будет обеспеченной.

$$h_1 \geq \sqrt{\frac{12 \cdot 10^3 \text{ Н}}{220 \cdot 10^6 \text{ Па}}} = 0,0074 \text{ (м)} \text{ или } 8 \text{ мм}$$

$$h_2 \geq \sqrt{\frac{5 \cdot 10^3 \text{ Н}}{220 \cdot 10^6 \text{ Па}}} = 0,0048 \text{ (м)} \text{ или } 5 \text{ мм}$$



## 7 Расчет типовых элементов оборудования на изгиб

Для заданной схемы балки (рис. 7.1) требуется:

1. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
2. Для опасного сечения определить размер квадратного сечения из условия изгибной прочности.

Данные для расчёта взять в таблице 7.1.

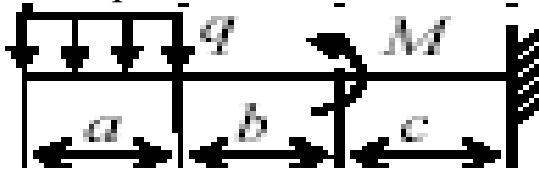


Рис. 7.1 Расчётная схема балки

Таблица 7.1 Исходные данные для расчёта балки

Распределенная нагрузка $q$ , кН/м	Сосредоточенная сила $P$ , кН	Момент пары сил $M$ , кН·м	Линейные размеры, м			Допускаемое нормальное напряжение $[\sigma]$ , МПа
			$a$	$b$	$c$	
8	2	0.5	0.3	0.5	0.2	190

### Решение

Для данной схемы консольной балки реакции в заделке можно не определять, если при этом начинать решение задачи с наиболее удалённого от заделки конца.

Расставим характерные точки.

Таким образом, необходимо рассмотреть 3 характерных участка, начиная с левого конца балки.

Используем метод сечений.

Рассмотрим участок  $AB$ .

Проведем сечение  $I-I$  в произвольном месте балки между точками  $A$  и  $B$ , зададим положение сечения координатой  $x_1$ , отсчитываемой от левого конца балки, отбросим правую часть балки, оставив в рассмотрение левую от сечения часть, а действие отброшенной части заменим реакцией.

Используем метод сечений.

Рассмотрим участок  $AB$ .

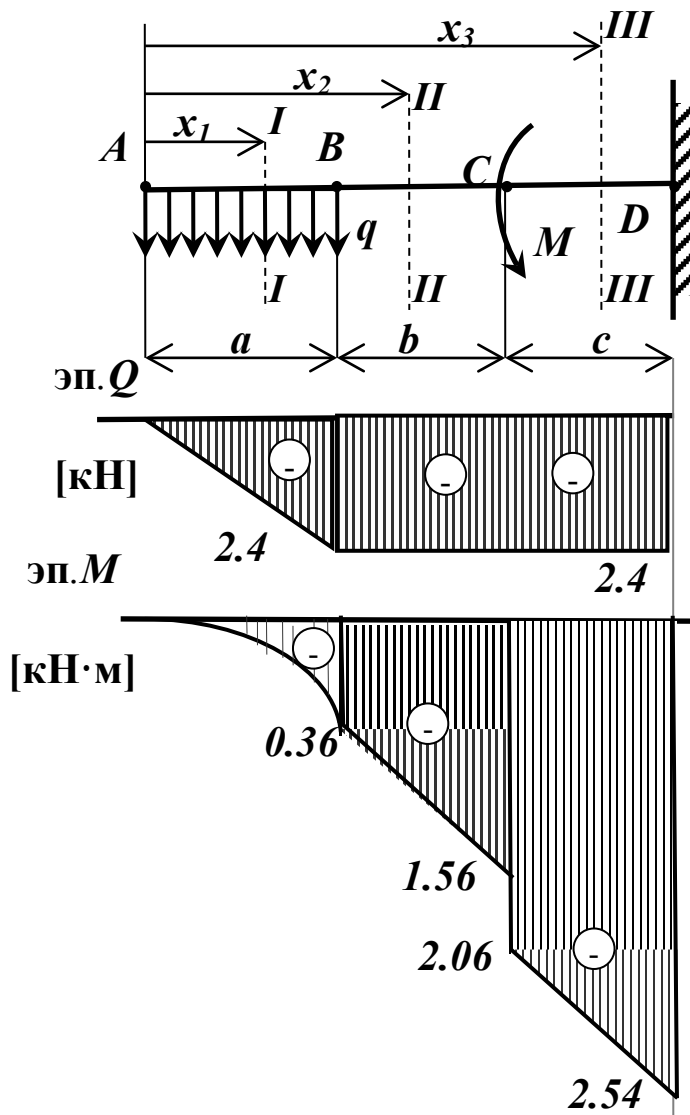


Рис. 7.2 Расчётная схема балки на изгиб и эпюры внутренних силовых факторов

Проведем сечение  $I-I$  в произвольном месте балки между точками  $A$  и  $B$ , зададим положение сечения координатой  $x_1$ , отсчитываемой от левого конца балки, отбросим правую часть балки, оставив в рассмотрение левую от сечения часть, а действие отброшенной части заменим реакцией.

$$Q = -qx_1$$

Т.е. поперечная сила на участке  $AB$  переменная, линейно зависит от координаты  $x_1$ .

Определим значение поперечной силы в крайних точках участка  $AB$ ; при этом, поскольку сечение проводили в произвольном месте

на участке  $AB$ , необходимо рассмотреть всю совокупность возможных положений сечений, т.е.

$$0 \leq x_1 \leq a.$$

При  $x_1 = 0$

$$Q = -8 \cdot 0 = 0 \text{ кН}$$

При  $x_1 = a = 0,3 \text{ м}$

$$Q = -8 \cdot 0,3 = -2,4 \text{ кН}$$

Запишем уравнение изгибающего момента в сечении  $I-I$ .

$$M = -qx_1 \cdot \frac{x_1}{2} = -\frac{qx_1^2}{2}$$

Изгибающий момент на участке  $AB$  определяется квадратичной зависимостью.

График изгибающего момента на участке  $AB$  можно построить по 3 точкам, используя основные свойства эпюр  $Q$  и  $M$ : на данном участке эпюра изгибающего момента представляет собой параболу, выпуклостью направленной к распределённой нагрузке.

При  $x_1 = 0$

$$M = -8 \cdot 0^2 = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

При  $x_1 = a/2 = 0,15 \text{ м}$

$$M = -8 \cdot 0,15^2 / 2 = -0,09 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

При  $x_1 = a = 0,3 \text{ м}$

$$M = -8 \cdot 0,3^2 / 2 = -0,36 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Участок  $BC$ .

Проводим сечение  $II-II$ , на расстоянии  $x_2$  от левого края балки, отбрасываем правую часть, заменив её действие реакцией. При этом

$$a \leq x_2 \leq a + b$$

Запишем уравнения для поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  для данного сечения.

$$Q = -q \cdot a$$

Т.е. на участке  $BC$  значение силы  $Q$  не зависит от положения сечения и равно:

$$Q = -8 \cdot 0,3 = -2,4 \text{ кН}$$

Изгибающий момент:

$$M = -qa \cdot (x_2 - a/2)$$

линейно зависит от координаты поперечного сечения.

При  $x_2 = a = 0,3 \text{ м}$

$$M = -8 \cdot 0,3 \cdot (0,3 - 0,3/2) = -0,36 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$\text{При } x_2 = a + b = 0,3 + 0,5 = 0,8 \text{ м}$$

$$M = -8 \cdot 0,3 \cdot (0,8 - 0,3/2) = -1,56 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Участок CD.

Проводим сечение III-III, на расстоянии  $x_3$  от левого края балки, отбрасываем правую часть, заменив её действие реакцией. При этом

$$a + b \leq x_3 \leq a + b + c$$

Запишем уравнения для поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  для данного сечения.

$$Q = -q \cdot a$$

Т.е. на участке CD значение силы  $Q$  не зависит от положения сечения и равно:

$$Q = -8 \cdot 0,3 = -2,4 \text{ кН}$$

Изгибающий момент:

$$M = -qa \cdot (x_3 - a/2) - M$$

линейно зависит от координаты поперечного сечения.

$$\text{При } x_3 = a + b = 0,3 + 0,5 = 0,8 \text{ м}$$

$$M = -8 \cdot 0,3 \cdot (0,8 - 0,3/2) - 0,5 = -2,06 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$\text{При } x_3 = a + b + c = 0,3 + 0,5 + 0,2 = 1,0 \text{ м}$$

$$M = -8 \cdot 0,3 \cdot (1,0 - 0,3/2) - 0,5 = -2,54 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

По полученным данным строим эпюру поперечных сил и эпюру изгибающих моментов (рис. 18.2).

Условие изгибной прочности балки записывается выражением:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{\max}|}{W_z} \leq [\sigma], \quad (7.1)$$

$M_{\max}$  – максимальный изгибающий момент (в опасном сечении), Н·м;

$W_z$  – осевой момент сопротивления поперечного сечения балки, м<sup>3</sup>,

для квадратного сечения  $W_z = h^3/6$  ( $h$  – сторона квадрата, м)

$[\sigma]$  – допускаемое нормальное напряжение.

Тогда из формулы (18.1) выразим размер квадратного сечения:

$$h \geq \sqrt[3]{\frac{6|M_{\max}|}{[\sigma]}} \quad (7.2)$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$h \geq \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 2,54 \cdot 10^3}{190 \cdot 10^6}} = 0,043 \text{ м}$$

Принимаем  $h = 45 \text{ мм}$ .

### Рекомендуемый список литературы

1. Локтионова, О.Г. Лекции по теоретической механике: учебное пособие / О.Г. Локтионова, С.Ф. Яцун, О.В. Емельянова; Юго-Зап. Гос. Ун-т. Курск, 2014.-188с.
2. Основы механики : учебное пособие / С. Ф. Яцун [и др.]. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ИНФРА-М, 2021. - 248 с.
3. Яцун, С.Ф. Основы функционирования технических систем : учебное пособие / С. Ф. Яцун, А. Н. Рукавицын, Е. Н. Политов ; Юго-Западный государственный университет. - Курск : Университетская книга, 2019. - 195 с.
4. Манжосов, В.К. Механика [Электронный ресурс]: учебно-практическое пособие / В.К. Манжосов, О.Д. Новикова, А.А. Новиков; Ульяновск : УлГТУ, 2012. - 342 с. : ил., табл., схем. - Библ. в кн. - Университетская библиотека online: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=363451>