МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)
Кафедра «Информационные системы и технологии»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
____________ О.Г. Локтионова
«18» апреля __________ 2016 г.

Методические указания к практической работе: «Оценка риска в деятельности предприятия при планировании выпуска новой продукции»

Курск 2016

УДК 004
Составитель А.В. Ткаченко

Рецензент
Кандидат технических наук, доцент С.Ю. Сазонов

Методические указания к практической работе: оценка риска в деятельности предприятия при планировании выпуска новой продукции / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. А.В. Ткаченко. Курск, 2016. 9 с. Библиогр.: с. 9.

Приводится описание технологии обоснования рисков в деятельности предприятия при планировании выпуска новой продукции. Приведены теоретические положения, практические примеры и задания.

Методические рекомендации предназначены для студентов, обучающихся по направлениям, связанным с экономикой и вычислительной техникой.

Текст печатается в авторской редакции.

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.
Усл.печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 100 экз. Заказ. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Теоретические пояснения

Предприятие начинает производство нового изделия. Оно может находиться при этом в одном из двух состояний. Первое состояние - изделие получит большой спрос. Второе - изделие не найдет спроса. Если предприятие находится в состоянии первом, то в 50% случаев к концу месяца оно в нем и останется и, соответственно, в 50% неудачных случаев оно переходит в состояние 2. Будучи в состоянии 2, предприятие экспериментирует с новым изделием и с вероятностью 2/5 может вернуться через месяц в состояние 1 или с вероятностью 3/5 остаться в невыгодном состоянии 2.

Определить вероятности последовательных состояний предприятия.

<u>Решение.</u> Вероятности перехода предприятия за один шаг (один месяц) из одного состояния в другое соответственно равны: $P_{11} = \frac{1}{2}$, $P_{12} = \frac{1}{2}$, $P_{21} = \frac{2}{5}$, $P_{22} = \frac{3}{5}$.

Матрица переходных вероятностей имеет вид:

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}.$$

Диаграмма переходов показана на рисунке 1.

Вычислим вероятности состояний предприятия через n месяцев, если производство начинается с удачного изделия.

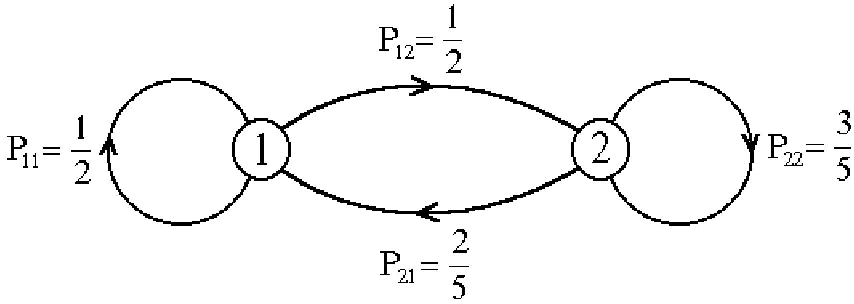

Рис. 1. Диаграмма переходов

Для ответа на этот и другие вопросы необходимо определить вероятности состояний $P_i(n)$ как вероятности того, что предприятие будет находиться в состоянии *i* после *n* переходов, если известны его состояния при *n*=0. Для этих вероятностей справедливы соотношения:

$$\sum_{i=1}^{N} P_i(n) = 1,$$

$$P_j(n+1) = \sum_{i=1}^{N} P_i(n) \cdot P_{ij}, \text{ n=0,1,2,}\dots .$$

Обозначив через $P(n)$ вектор-строку вероятностей состояний с компонентами $P_i(n)$, получим

$$P(n+1) = P(n) \cdot P, \text{ n=0,1,2,}\dots ,$$

или

$$P(n) = P(0) \cdot P^n, \text{ n=0,1,2,}\dots .$$

Если производство начинается с удачного изделия, то $P_1(0) = 1$, $P_2(0) = 0$. Спустя месяц состояние предприятия будет описываться вектором $P(1) = P(0) = (1, c) \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$. Следовательно, через месяц изделие найдет спрос или не найдет его с вероятностями

$$P_1(1) = P_2(1) = \frac{1}{2}.$$

После двух месяцев

$$P(2) = P(1) \cdot P = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix} = \left(\frac{9}{20}, \frac{11}{20} \right).$$

Через три месяца

$$P(3) = P(2) \cdot P = \left(\frac{89}{200}, \frac{111}{200} \right) \qquad \text{и т.д.}$$

Вероятности последовательных состояний предприятия при начале производства с удачного изделия и при начале производства с неудачного изделия представлены соответственно в таблицах 1 и 2.

Анализируя данные таблиц, замечаем, что для каждой из них при $n \to \infty$ $P_1(n) \to \frac{4}{9}$; $P_2(n) \to \frac{5}{9}$, т.е. предельные вероятности состояний данного предприятия не зависят от начальных состояний. Таким образом, марковский процесс, описывающий состояние предприятия, является эргодическим.

Эргодический процесс является прежде всего стационарным случайным процессом. Стационарность предполагает независимость функций плотности распределения вероятностей от сдвига по времени.

Поэтому *эргодический процесс* можно определить как такой процесс, для которого среднее по множеству реализаций равно среднему по времени одной реализации.

Для *эргодического процесса* характерно, что числовые характеристики процесса (математическое ожидание, дисперсия, корреляционная функция), вычисленные путем усреднения по ансамблю процесса и вычисленные по одной (любой) из его реализации путем усреднения по времени, совпадают.

Таблица 1 - Вероятности последовательных состояний при удачном начале

n	0	1	2	3	4	5
$P_1(n)$	1	0,5	0,45	0,445	0,4445	0,44445
$P_2(n)$	0	0,5	0,55	0,555	0,5555	0,55555

Таблица 2 - Вероятности последовательных состояний при неудачно начале

n	0	1	2	3	4	5
$P_1(n)$	0	0,4	0,44	0,444	0,4444	0,44444
$P_2(n)$	1	0,6	0,56	0,556	0,5556	0,55556

Для эргодического процесса $\pi = \pi \cdot P$, где $\pi = \lim\limits_{n \to \infty} P(n)$ - вектор предельных вероятностей состояний с компонентами $\pi_i = \lim\limits_{n \to \infty} P_i(n)$, для которых $\sum\limits_{i=1}^{N} \pi_i = 1$.

При исходных данных задачи имеем

$$\pi = (\pi_1, \pi_2) = (\pi_1, \pi_2) \cdot \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} = (\pi_1 \cdot P_{11} + \pi_2 \cdot P_{21}, \pi_1 \cdot P_{11} + \pi_2 \cdot P_{22})$$

Система уравнений

$$\begin{gathered} \pi_1 = \pi_1 \cdot P_{11} + \pi_2 \cdot P_{21}; \\ \pi_2 = \pi_1 \cdot P_{12} + \pi_2 \cdot P_{22}; \\ \pi_1 + \pi_2 = 1 \end{gathered}$$

имеет единственное решение $\pi_1 = \frac{4}{9}$; $\pi_2 = \frac{5}{9}$.

Эти значения являются теми же предельными вероятностями состояний, которые были получены при рассмотрении таблиц 1 и 2.

При исходных данных примера 1 найти полный ожидаемый (средний) доход предприятия за n месяцев, если матрица доходов имеет вид:

$$R = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}.$$

<u>Решение.</u> Предприятие получает доход в 9 условных единиц стоимости за месяц, если оно переходит из состояния 1 в состояние 1, т.е. $r_{11} = 9$.

При переходе от неудачного изделия к неудачному, т.е. из состояния 2 в состояние 2, предприятие за месяц теряет 7 условных единиц стоимости, т.е. $r_{22} = -7$.

При переходе из состояния 1 в состояние 2 (от удачного изделия к неудачному) предприятие за месяц получает доход $r_{12} = 3$ условных единиц стоимости.

При переходе из состояния 2 в состояние 1 (от неудачного изделия к удачному) предприятие за месяц получает доход $r_{21} = 3$ условных единиц стоимости.

Средний одношаговый доход

$$q_i = \sum_{j=1}^{N} P_{ij} \cdot r_{ij}, \text{ i=1,2,…,N.}$$

Так как

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix},$$

то вектор среднего одношагового дохода равен $q = (6,-3)^T$.

Это означает, что если предприятие выпустило удачное изделие, то его средний доход за месяц составит 6 условных единиц стоимости, если же производство начнется с неудачного изделия, то его ожидаемые потери составят 3 условные единицы стоимости.

Пусть предприятие планирует свою работу на n месяцев. Необходимо определить ожидаемый (средний) доход за n месяцев вперед. Полный ожидаемый (средний) доход за n последующих переходов (за n последующих месяцев), если в данный момент предприятие находится в состоянии *i*:

$$V_i(n) = \sum_{j=1}^{N} P_{ij}\left[r_{ij} + V_j(n-1)\right] = q_i + \sum_{j=1}^{N} P_{ij} \cdot V_j(n-1), \qquad \text{(a)}$$

или в векторной форме

$$V(n) = q + P \cdot V(n-1), \text{ n=1,2,… .}$$

Для удобства вычислений положим граничные значения $V_i(0)$ равными нулю и, последовательно применяя (a), получим полный ожидаемый (средний) доход предприятия как функцию состояния и числа оставшихся до окончания производства месяцев. Результаты вычислений представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты вычислений

n	0	1	2	3	4	5
$V_1(n)$	0	6	7,5	8,55	9,555	10,5555
$V_2(n)$	0	-3	-2,4	-1,44	-0,444	0,5556

Таким образом, если до момента окончания производства осталось 4 месяца, то предприятие ожидает получить за это время доход 9,555 условных единиц стоимости, если оно имеет удачное изделие, и потерять 0,444 единицы, если оно не имеет такового изделия.

В зависимости от обстановки руководство предприятия может принимать решения, которые изменяют вероятности и доходы процесса деятельности предприятия. Если изготовленное изделие удачно, то для повышения спроса на него можно воспользоваться рекламой. При неудачном изделии можно увеличить затраты на исследования, что повышает вероятность получения удачного изделия.

Определить оптимальную стратегию руководства предприятия при исходных данных, представленных в таблице 4.

Таблица 4 – Исходные данные

Состояние i	Стратегия k	Вероятности переходов		Доходы		Непосредственно ожидаемый
		$P_{i_1}^k$	$P_{i_2}^k$	$r_{i_1}^k$	$r_{i_2}^k$	доход q_i^k
1 (удачное изделие)	1 (без рекламы)	0,5	0,5	9	3	6
	2 (прибегая к рекламе)	0,8	0,2	4	4	4
2 (неудачное изделие)	1 (без исследований)	0,4	0,6	3	-7	-3
	2 (проводя исследования)	0,7	0,3	1	-19	-5

<u>Решение.</u> Решим задачу рекуррентным методом. Если изготовленное изделие удачно, то для повышения спроса на него можно воспользоваться, например, рекламой. Однако реклама связана с дополнительными расходами, поэтому ожидаемые доходы уменьшатся.

В соответствии с таблицей 4 при использовании рекламы вероятности переходов из первого состояния будут $P_{11} = 0{,}8$, $P_{12} = 0{,}2$, а соответствующее распределение доходов $r_{11} = 4$, $r_{12} = 4$.

Теперь, находясь в состоянии 1, предприятие может либо обойтись без рекламы, либо использовать ее. Эти две возможности будем называть стратегиями 1 и 2 соответственно.

Каждая стратегия имеет связанное с ней распределение вероятностей и доходов для выходов из состояния 1.

В состоянии 2 также возможны несколько вариантов стратегии.

Увеличение затрат на исследование повышает вероятность получения удачного изделия, но при этом возрастает и стоимость пребывания в данном состоянии (уменьшаются доходы предприятия). При проведении исследований распределения вероятностей переходов из второго состояния и доходов будут следующими (таблица 4):

$$P_{21} = 0{,}7; \;\; P_{22} = 0{,}3;$$
$$r_{21} = 1; \;\; r_{22} = -19.$$

Будем отмечать стратегии в каждом состоянии индексом k сверху. Число стратегий в каждом состоянии может быть различным, но должно быть конечным.

Величина $q_i^k = \sum_{j=1}^{N} P_{ij}^k \cdot r_{ij}^k$ является ожидаемым доходом за один переход при выходе из состояния *i* и при выборе стратегии *k*.

Пусть в распоряжении руководства осталось *n* месяцев до прекращения производства изделия. Оптимальным будет такое поведение, которое максимизирует полный ожидаемый доход при всех *i* и *n*.

Если $V_i(n)$ есть полный ожидаемый (средний) доход за n шагов, оставшихся до прекращения производства изделия, когда предприятие начинает функционировать из состояния i, то для любого n можно записать следующее основное рекуррентное соотношение динамического программирования:

$$V_i(n+1) = \max_k \sum_{j=1}^{N} P_{ij}^k \left[r_{ij}^k + V_j(n) \right] =$$

$$=\max_k\left[q_i^k+\sum_{j=1}^{N}P_{ij}^k\cdot V_j(n)\right], \text{ n=0,1,2,…} \quad \text{(в)}$$

В соответствии с этим соотношением на каждом шаге n выбирают такую стратегию k, которая обеспечивает максимальный доход за оставшееся до окончания процесса число шагов.

Для того, чтобы применить соотношение (в) нужно задаться начальными значениями доходов $V(0)$. Примем $V_1(0)=V_2(0)=0$. Проиллюстрируем вычисления, найдя стратегии и доходы на первом шаге. Учитывая, что $V_1(0)=0$, находим $V_1(1)=\max_k q_1^k$.

Стратегия, которую нужно использовать в состоянии 1 на первом шаге должна обеспечивать наибольший непосредственно ожидаемый доход. Так как $q_1^1=6$ и $q_1^2=4$, то в состоянии 1 лучше использовать первую стратегию на первом шаге. При этом доход будет равен $V_1(1)=6$. Аналогично $V_2(1)=\max_k q_2^k$.

Так как $q_2^1=-3$ и $q_2^2=-5$, то и в состоянии 2 лучшей стратегией оказывается первая, а ожидаемый доход составит $V_2(1)=-3$.

Вычислив $V_1(1)$ и $V_2(1)$, можно снова использовать уравнение (в) для определения $V_i(2)$ (i=1,2) и стратегии для второго шага.

Процесс может быть продолжен для сколь угодно больших значений n. Результаты вычислений представлены в таблице 5.

Таблица 5 – Результаты вычислений по номерам стратегий

n	0	1	2	3	4
$V_1(n)$	0	6	8,2	10,22	12,22
$V_2(n)$	0	-3	-1,7	0,23	2,23
$d_1(n)$	-	1	2	2	2
$d_2(n)$	-	1	2	2	2

В таблице 5 через $d_i(n)$ обозначен номер стратегии, которая будет использоваться на n-ом шаге.

Заметим, что для n=2,3,… в каждом состоянии следует предпочесть вторую стратегию. Это значит, что предприятию выгодно пользоваться рекламой и проводить исследования несмотря на увеличение расходов.

Теперь решим задачу с условиями, представленными в таблице 4, итерационным методом. Для предприятия существует два состояния и в каждом из них есть две стратегии. Руководству предприятия необходимо определить, какого из решений нужно придерживаться задолго до окончания выпуска изделия, чтобы получить максимальный доход. Для предприятия возможно всего четыре решения. С каждым из них связаны свои вероятности и доходы.

Так как в начале неизвестно, какое решение лучше, положим $V_1 = V_2 = 0$. Если выполним процедуру улучшения решения, то в качестве начального отберем решение, которое максимизирует непосредственно ожидаемый доход в каждом состоянии.

Для предприятия в состоянии 1 (i=1) оптимальная стратегия определяется из условия $\max\limits_k q_1^k = \max\{6,4\}$. Аналогично, если предприятие было в состоянии 2, то номер оптимальной стратегии определится соотношением $\max\limits_k q_2^k = \max\{-3,-5\}$. Из последних условий следует, что первое решение руководства предприятия состоит в выборе первой стратегии в обоих состояниях. При этом

$$d = (1,1)^T;\ P = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix};\ q = (6,-3)^T.$$

Теперь все готово для выполнения процедуры определения весов, которая оценит наше начальное решение. Из уравнения

$$q + V_1 = 6 + 0,5V_1 + 0,5V_2,\ q + V_2 = -3 + 0,4V_1 + 0,6V_2.$$

Полагая $V_2 = 0$ и решая эти уравнения, получим

$$q = 1,\ V_1 = 10,\ V_2 = 0.$$

Выполним далее этап улучшения решения и результаты занесем в таблицу 6.

В результате улучшения видно, что вторая стратегия в каждом состоянии приводит к большему значению величины критерия

$$q_i^k + \sum_{j=1}^{N} P_{ij}^k \cdot V_j,$$

чем первая. Таким образом, решение, составленное из вторых стратегий в каждом состоянии, дает большую прибыль, чем наше исходное решение.

Таблица 6 – Результаты вычислений на этапе улучшения решения

Состояние i	Стратегия k	Критерий $q_i^k + \sum_{j=1}^{N} P_{ij}^k \cdot V_j$
1	1 2	$6+0{,}5\cdot 10+0{,}5\cdot 0=11$ $4+0{,}8\cdot 10+0{,}2\cdot 0=12 \leftarrow$
2	1 2	$-3+0{,}4\cdot 10+0{,}6\cdot 0=1$ $-5+0{,}7\cdot 10+0{,}3\cdot 0=2 \leftarrow$

Поскольку нет полной уверенности, что новое решение будет наилучшим, продолжим процесс итераций. Для решения $d=(2{,}2)^T$

$$P=\begin{pmatrix}0{,}8 & 0{,}2\\ 0{,}7 & 0{,}3\end{pmatrix},\ q=(2{,}-5)^T.$$

Переходя к этапу определения весов, запишем

$$q+V_1=4+0{,}8V_1+0{,}2V_2,$$

$$q+V_2=-5+0{,}7V_1+0{,}3V_2.$$

Решением этих уравнений при $V_2=0$ является

$$q=2,\ V_1=10,\ V_2=0.$$

Таким образом, прибыль процесса при решении $d=(2{,}2)^T$ удваивается по сравнению с прибылью, получаемой при исходном решении. Мы теперь должны снова использовать процедуру получения решения, но так как относительные веса случайно оказались теми же самыми, что и в предыдущей итерации, вычисления, приведенные в табл. 6, просто повторяются. Снова получается решение $d=(2{,}2)^T$, а так как оно совпадает с предыдущим, то стало быть и является оптимальным.

Итак, руководству предприятия следует придерживаться второй стратегии в любом состоянии, и тогда, в среднем, доход предприятия за месяц составит две условные единицы стоимости. Это будет больший доход, чем доход, обеспечиваемый любым другим решением. Можно проверить, например, что оба решения $d=(1{,}2)^T$, $d=(2{,}1)^T$ обеспечивают меньшие прибыли.

Итерационный метод указывает, как прекратить итерации, если сходимость к оптимальному решению достигнута. Он применим только к эргодическим процессам бесконечно большой длительности или к процессам с очень большим числом шагов до окончания.

Задание:

Выполнить расчеты рисков при следующих исходных данных:

В таблице 5 изменить вероятности:

- прибегая к рекламе 0,7 и 0,3.
- при проведении исследований 0,8 и 0,2.

Библиографический список

1. Седышев В.В. Информационные технологии в профессиональной деятельности [Текст]: учеб. пособие // В.В. Седышев. – М.: Изд-во УМЦ ЖДТ (Маршрут), 2013. - 264 с.
2. Ткаченко А.В. Информационные системы в экономике [Текст]: учеб. пособие // А.В. Ткаченко. – Курск, ЮЗГУ, 2014. 132 с.
3. Цисарь И.Ф. Лабораторные работы на персональном компьютере [Текст]: учеб. пособие / И.Ф. Цисарь, М.: Издательство «Экзамен», 2004. – 224 с.
4. Дубров А.М., Лагоша Б.А., Хрусталев Е.В. Моделирование рисковых ситуаций в экономике и бизнесе [Текст]: учеб. пособие / Под ред. Б.А. Лагоши. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 176 с.
5. Жданов С.А. Экономические модели и методы в управлении [Текст] / С.А. Жданов. – М.: Издательство «Дело и Сервис», 1998. – 176 с.