МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)
Кафедра программной инженерии

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____________ О.Г. Локтионова
«_14_» _12_ ___________ 2021 г.

Моделирование рисковых ситуаций

методические указания к практическим занятиям для бакалавров направления
09.03.03 Прикладная информатика

Курск 2021

УДК 004.413.4
Составитель: Ю.А. Халин

Рецензент
Кандидат технических наук, с.н.с., доцент А.В. Ткаченко

Моделирование рисковых ситуаций: методические указания к практическим занятиям / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. Ю.А. Халин. - Курск, 2021. - 11 с. -Библиогр.: с. 11.

В работе рассматриваются основные модели рисковых ситуаций. Изложены краткие теоретические сведения, приведены примеры решения задач принятия решений в условиях риска, а также задания для самостоятельного решения.

Методические рекомендации предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика.

Текст печатается в авторской редакции.

Подписано в печать 14.12.2021 . Формат 60x84 1/16.
Усл.печ. л. 1,0 п.л . Уч.-изд. л. 0,95 . Тираж 100 экз. Заказ.1722 , Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Содержание

Практическая работа №1 Стратегические игры 4

Практическая работа №2 Решение задач в смешанных стратегиях 7

Список литературы 11

Практическая работа №1 Стратегические игры

Пример 1.1. Определить верхнюю и нижнюю границу цены при заданной матрице игры и указать максиминную и минимаксную стратегии. Представим матрицу игры с обозначениями стратегий β_j, $\alpha_{.j}$, (табл. 1.1).

Таблица 1.1

A_i / B_j	B_1	B_2	B_3	α_i
A_1	1	2	3	1
A_2	4	5	6	4
β_j	4	5	6	

Решение. Определим нижнюю цену игры:

α_1=1; α_2=4; α =4 (см. столбец α_i)

Определим верхнюю цену игры:

$\beta_1 = 4$; $\beta_2 = 5$; $\beta_3 = 6$; $\beta = 4$ (см. строку β_j).

Таким образом, $\alpha = \beta = 4$, т.е. $\max\limits_i \min\limits_j \alpha_{ij} = \min\limits_j \max\limits_i \alpha_i = 4$

Значит, $\alpha = \beta = \nu = 4$ – чистая цена игры при стратегиях A_2 и B_1.

Следовательно, имеем игру с седловой точкой.

Пример 1.2. Определим максиминную и минимаксную стратегии при заданной матрице эффективности (табл. 1.2).

Решение. Определим максиминную стратегию:

$\alpha_1 = 2$; $\alpha_2 = 4$; $\alpha = 4$

Максиминная стратегия - строка A_2.

Таблица 1.2

Игрок 2 / Игрок 1	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	2	7	6	10
A_2	8	4	9	5

Определим минимаксную стратегию:

$\beta_1 = 8; \beta_2 = 7; \beta_3 = 9; \beta_4 = 10; \beta = 7$

Минимаксная стратегия - столбец B_2. Здесь $\alpha < \beta$, следовательно, седловой точки нет.

Если матрица игры содержит элемент, минимальный в своей строке и максимальный в своем столбце, то он, как уже сказано выше, является седловой точкой. В этом случае мы имеем игру с седловой точкой.

Пусть в игре с седловой точкой один игрок придерживается седловой точки, тогда другой получит лучший результат, если также будет придерживаться этой точки. Лучшее поведение игрока не должно повлечь уменьшение его выигрыша. Зато худшее поведение может привести к этому. В данном случае решением игры являются:

• чистая стратегия игрока 1;

• чистая стратегия игрока 2;

• седловой элемент.

Оптимальные чистые стратегии — это чистые стратегии, образующие седловую точку.

В игре без седловой точки, если игрок 1 информирован о стратегии, принятой игроком 2, он сможет принять оптимальную стратегию, которая не совпадает с максиминной.

Пример 1.3. Дана матрица игры

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 8 & 6 & 11 \\ 8 & 4 & 12 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

Допустим, игроку 1 стало известно, что игрок 2 принял минимаксную стратегию. Игрок 1 должен выбрать оптимальную стратегию при условии, что B_2 – стратегия игрока 2 ($\beta = 5$).

Решение. Определим максиминную стратегию игрока 1:

$\alpha_1 = 3$; $\alpha_2 = 4$; $\alpha = 4$

Стратегия игрока 1 – A_2 - максиминная.

Выберем оптимальную стратегию для игрока 1. Ею будет не максиминная A_2, дающая игроку 1 выигрыш $\alpha = 4$, а та стратегия, которая соответствует $\max\limits_i \alpha_{ij}$. В этом случае его максимальный гарантированный выигрыш будет равен верхней цене игры $\beta = 5$, поэтому он выберет свою оптимальную стратегию A_1, зная, что игрок 2 выбрал свою стратегию B_2. Таким образом, рассмотренный пример дает результат, отличный от результата при игре сседловой точкой.

Стратегия является оптимальной, если ее применение обеспечит игроку наибольший гарантированный выигрыш при любых возможных стратегиях другого игрока.

На примере 2.3 показано, что бывают ситуации, когда игрок 1 может получить выигрыш, превосходящий максиминный, если ему известны намерения игрока 2.

При многократном повторении игры в сходных условиях можно добиться гарантированного среднего выигрыша, превосходящего для игрока 1 максиминный.

Контрольные вопросы:

1. Как определить верхнюю границу цены при заданной матрице игры?
2. Как определить нижнюю границу цены при заданной матрице игры?
3. Как определить максиминную стратегии при заданной матрице эффективности?
4. Как определить минимаксную стратегии при заданной матрице эффективности?

Практическая работа №2 Решение задач в смешанных стратегиях

Решить игру - означает найти цену игры и оптимальные стратегии. Рассмотрение методов нахождения оптимальных смешанных стратегий для матричных игр начнем с простейшей игры, описываемой матрицей 2x2. Игры с седловой точкой специально рассматриваться не будут. Если получена седловая точка, то это означает, что имеются невыгодные стратегии, от которых следует отказываться. При отсутствии седловой точки можно получить две оптимальные смешанные стратегии. Как уже отмечалось, эти смешанные стратегии записываются так:

$$S_1 = \begin{pmatrix} A_1 & A_1 \\ p_1 & p_2 \end{pmatrix}; \quad S_2 = \begin{pmatrix} B_1 & B_1 \\ q_1 & q_2 \end{pmatrix}.$$

Значит, имеется платежная матрица

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}.$$

При этом

$$\alpha_{11} p_1 + \alpha_{21} p_2 = \gamma,$$
$$\alpha_{12} p_1 + \alpha_{22} p_2 = \gamma,$$
$$p_1 + p_2 = 1,$$
$$\alpha_{11} p_1 + \alpha_{21}(1 - p_1) = \alpha_{12} p_1 + \alpha_{22}(1 - p_1),$$
$$\alpha_{11} p_1 + \alpha_{21} - \alpha_{21} p_1 = \alpha_{12} p_1 + \alpha_{22} - \alpha_{22} p_1.$$

откуда получаем оптимальные значения p_1^0 и p_2^0:

$$p_1^0 = \frac{\alpha_{22} - \alpha_{21}}{\alpha_{11} + \alpha_{22} - (\alpha_{12} + \alpha_{21})};$$

$$p_2^0 = 1 - p_1 = \frac{\alpha_{11} - \alpha_{12}}{\alpha_{11} + \alpha_{22} - (\alpha_{12} + \alpha_{21})}.$$

Зная p_1^0 и p_2^0 находим γ:

$$\gamma = \frac{\alpha_{11}(\alpha_{22} - \alpha_{21})}{\alpha_{11} + \alpha_{22} - (\alpha_{12} + \alpha_{21})} + \frac{\alpha_{21}(\alpha_{11} - \alpha_{12})}{\alpha_{11} + \alpha_{22} - (\alpha_{12} + \alpha_{21})} = \frac{\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21})}{\alpha_{11} + \alpha_{22} - (\alpha_{12} + \alpha_{21})}$$

Вычислив γ, находим q_1^0 и q_2^0:

$$\alpha_{11} q_1 + \alpha_{12} q_2 = \gamma; \; q_1 + q_2 = 1;$$
$$\alpha_{11} q_1 + \alpha_{12}(1 - q_1) = \gamma.$$

$$q_1^0 = \frac{\gamma - \alpha_{12}}{\alpha_{11} - \alpha_{12}}; \; q_2^0 = 1 - q_1^0 = \frac{\alpha_{11} - \gamma}{\alpha_{11} - \alpha_{12}}, \; при \; \alpha_{11} \neq \alpha_{12}.$$

Задача решена, так как найдены векторы

$$\overline{q^0} = \begin{pmatrix} q_1^0 \\ q_2^0 \end{pmatrix}; \; \overline{p^0} = \begin{pmatrix} p_1^0 \\ p_2^0 \end{pmatrix}$$

и цена игры γ. Имея матрицу платежей *A,* можно решить задачу графически. При этом методе алгоритм решения весьма прост (рис. 1):

1. По оси абсцисс откладывается отрезок единичной длины.
2. По оси ординат откладываются выигрыши при стратегии A_1.
3. На линии, параллельной оси ординат, в точке 1 откладываются выигрыши при стратегии A_2.
4. Концы отрезков обозначаются для $a_{11} - b_{11}$, $a_{12} - b_{21}$, $a_{22} - b_{22}$, $a_{21} - b_{12}$ и проводятся две прямые линии $b_{11}\, b_{12}$ и $b_{21}\, b_{22}$.
5. Определяется ордината точки пересечения *c*. Она равна γ. Абсцисса точки *c* равна p_2 $(p_1 = 1 - p_2)$.

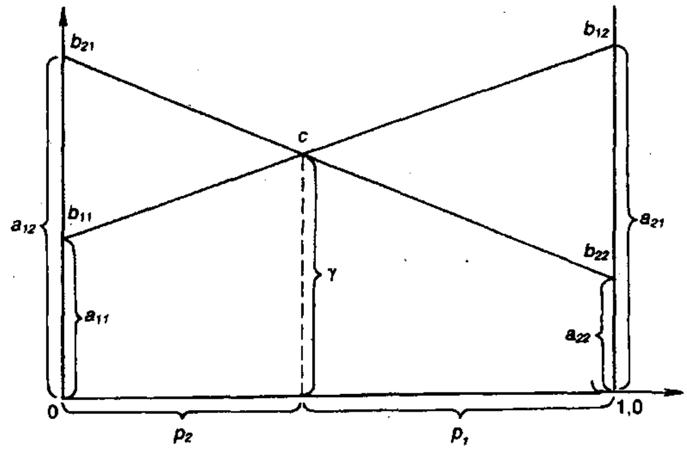

Рис. 1. Оптимальная смешанная стратегия

Данный метод имеет достаточно широкую область приложения. Это основано на *общем свойстве игр m×n,* состоящем в том, что в любой игре *m×n* каждый игрок имеет оптимальную смешанную стратегию, в которой число чистых стратегий не больше, чем min(*m*,*n*). Из этого свойства можно получить известное *следствие:* в любой игре *2×n* и *m×2* каждая оптимальная стратегия S_1^0 и S_2^0 содержит не более двух активных стратегий. Значит, любая игра 2×*n* и *m×2* может быть сведена к игре 2×2. Следовательно, игры 2×*m* и *m×2* можно решить графическим методом.

Если матрица конечной игры имеет размерность *m×n,* где *m>2* и *n>2,* то для определения оптимальных смешанных стратегий, как будет показано в приложении, используется линейное программирование.

Рассмотрим некоторые практические задачи, в которых используются критерии игр для оценки наиболее эффективного поведения оперирующей стороны.

Задача 2.1. Выбрать оптимальный режим работы новой системы ЭВМ, состоящей из двух ЭВМ типов A_1 и A_2. Известны выигрыши от внедрения каждого типа ЭВМ в зависимости от внешних условий, если сравнить со старой системой.

При использовании ЭВМ типов A_1 и A_2 в зависимости от характера решаемых задач B_1 и B_2 (долговременные и краткосрочные) будет разный эффект. Предполагается, что максимальный выигрыш соответствует наибольшему значению критерия эффекта от замены вычислительной техники старого поколения на ЭВМ A_1 и A_2.

Итак, дана матрица игры (табл. 2.1), где A_1, A_2 - стратегии руководителя; B_1, B_2 - стратегии, отражающие характер решаемых на ЭВМ задач.

Таблица 2.1

Игрок 2 / Игрок 1	B_1	B_2	α_i
A_1	0,3	0,8	0,3
A_2	0,7	0,4	0,4
β_j	0,7	0,8	

Требуется найти оптимальную смешанную стратегию руководителя и гарантированный средний результат γ, т.е. определить, какую долю времени должны использоваться ЭВМ типов A_1 и A_2.

Решение. Запишем условия в принятых индексах:

$a_{11} = 0{,}3$; $a_{12} = 0{,}8$; $a_{21} = 0{,}7$; $a_{22} = 0{,}4$.

Определим нижнюю и верхнюю цены игры:

$\alpha_1 = 0{,}3$; $\alpha_2 = 0{,}4$; $\alpha = 0{,}4$;

$\beta_1 = 0{,}7$; $\beta_2 = 0{,}8$; $\beta = 0{,}7$.

Получаем игру без седловой точки, так как

$$\max_i \min_j a_{ij} = a_{22} = 0{,}4;$$

$$\min_j \max_i a_{ij} = a_{21} = 0{,}7$$

Максиминная стратегия руководителя вычислительного центра – A_2.

Для этой стратегии гарантированный выигрыш равен α=0,4 (40 %) по сравнению со старой системой.

Решение для определения γ, p_1 и p_2 проведем графически (рис.2.1)

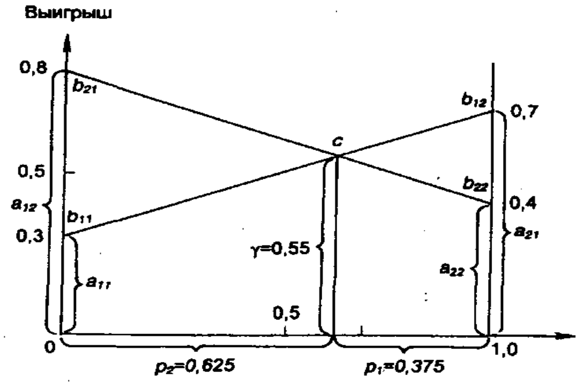

Рис. 2.1. Графическая интерпретация алгоритма решения

Алгоритм решения:

1. По оси абсцисс отложим отрезок единичной длины.
2. По оси ординат отложим выигрыши при стратегии A_1.
3. На вертикали в точке 1 отложим выигрыши при стратегии A_2
4. Проводим прямую b_{11} b_{12}, соединяющую точки a_{11}, a_{21}.
5. Проводим прямую $b_{21}b_{22}$, соединяющую точки a_{12}, a_{22}.
6. Определяем ординату точки пересечения с линий $b_{11}b_{12}$ и $b_{21}b_{22}$. Она равна γ.
7. Определим абсциссу точки пересечения *c*. Она равна p_2, а $p_1=1–p_2$

Выпишем решение и представим оптимальную стратегию игры:

$$p_1 = 0{,}375;$$

$$p_2 = 0{,}625; \qquad \overset{0}{S} = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ 0{,}375 & 0{,}625 \end{pmatrix};$$

$$\gamma = 0{,}55.$$

Вывод. При установке новой системы ЭВМ, если неизвестны условия решения задач заказчика, на работу ЭВМ A_1 должно приходиться 37,5 % времени, а на работу ЭВМ A_2 - 62,5 %. При этом выигрыш составит 55 % по сравнению с предыдущей системой ЭВМ.

Контрольные вопросы:

1. Что такое седловая точка?
2. Перечислите шаги алгоритма определения оптимальной смешанной стратегии.
3. Перечислите шаги алгоритма графического интерпретации решения.
4. В чем заключается общее свойство игры mxn?

Список литературы

1. Шапкин, А. С. Теория риска и моделирование рисковых ситуаций [Текст] / А. С. Шапкин, В. А Шапкин. – М. : «Дашков и К^0», 2010. – 880 с.

2. Власов, М. П. Моделирование экономических систем и процессов [Текст] : учебное пособие / М. П. Власов, П. Д. Шимко. - М. : Инфра-М, 2013. - 336 с.

3. Граничин, О. Н. Информационные технологии в управлении [Электронный ресурс] : учебное пособие / О. Н. Граничин, В. И. Кияев. - М. : Интернет-Университет Информационных Технологий, 2008. - 336 с. - Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233069

4. Ватник, П. А. Теория риска [Текст] : учеб. пособие / П. А. Ватник. – СПб. : Изд-во СПбГИЭУ, 2009. - 156 с.

5. Богоявленский, С. Б. Управление риском в социально-экономических системах [Текст] : учеб. пособие / С. Б. Богоявленский. – СПб. : Изд-во СПбГУЭФ, 2010. – 147 с.

6. Вишняков, Я. Д. Общая теория рисков [Текст] : учеб. пособие / Я. Д. Вишняков, Н. Н. Радаев. - М. : Академия, 2007. – 368 с.

7. Клочкова, А. В. Теория рисков и неопределенности [Текст] : учеб. пособие / А. В. Клочкова. – СПб. : СПбГУЭФ, 2005. – 99 с.

8. Граничин, О. Н. Информационные технологии в управлении [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. Н. Граничин, В. И. Кияев. - М. : Интернет-Университет Информационных Технологий, 2008. - 336 с. - Режим доступа : http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233069