

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич

Должность: ректор

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования

«Юго-Западный государственный университет»


Уникальный программный ключ: (ЮЗГУ)

9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf2781953be730df2374d16f3c0ce536f0fc6

Кафедра дизайна и индустрии моды

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

  
О.Г. Локтионова

« 16 » 05 2023 г.



## **СПОСОБЫ ОБНАРУЖЕНИЯ И УСТРАНЕНИЯ ГРУБЫХ И СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ**

Методические указания по выполнению практической и  
самостоятельной работы

УДК 006.9

Составители: С.В. Ходыревская

Рецензент

Доктор технических наук, доцент *В.В. Куц*

**Способы обнаружения и устранения грубых и систематических погрешностей:** методические указания по выполнению практической и самостоятельной работы / Минобрнауки России, Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: С.В. Ходыревская. – Курск, 2023. – 15 с.:– Библиогр.: с. 15.

Содержат сведения о погрешностях измерений. Рассмотрены способы обнаружения и устранения грубых и систематических погрешностей. Приведены задания для самостоятельного выполнения, вопросы для самопроверки и подготовки, а также тест для самоконтроля.

Методические указания предназначены для бакалавров и специалистов всех направлений подготовки и специальностей и для всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.

Усл.печ. л. 0,87. Уч.-изд. л. 0,79.

Тираж 100 экз. Заказ .*422* Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## **1 Цель работы:**

Изучить основные теоретические сведения о грубых и систематических погрешностях и приобрести практические навыки исключения из результата измерения погрешностей.

## **2 Задания для самостоятельного выполнения**

**Задание 1.** Для приведенного ряда измерений по заданию преподавателя ( $n=30$ ), используя критерий « $3\sigma$ », проверить, является ли выделенное значение промахом.

**Задание 2.** В приведенном ряду из пяти измерений по заданию преподавателя выделенный результат вызывает сомнения. Проверить по критерию Романовского, является ли он промахом.

### **Задание 3.**

В приведенном ряду из пяти измерений по заданию преподавателя проверить по критерию Диксона, не является ли выделенный результат промахом.

### **Задание 4.**

При измерении размера получены результаты, выданные преподавателем. Пользуясь критерием Шовине, проверить, является ли выделенный размер промахом.

### **Задание 5.**

Используя способ последовательных разностей, определить, присутствует ли систематическая погрешность в ряду результатов наблюдений, выданных преподавателем. Результаты расчетов свести в таблицу 3.

### **Задание 6.**

Было сделано 40 измерений диаметра детали восемью различными штангенциркулями. Каждым из них проводилось по пять измерений. Значения внутрисерийной и межсерийной дисперсий выдаются преподавателем для каждого варианта. Определить наличие систематической погрешности измерения диаметра детали.

## **3 Краткие теоретические сведения**

### **3.1 Понятие о погрешности измерений**

Любой результат измерений содержит погрешность, как бы тщательно оно не проводилось. Для определения понятия «погрешность» необходимо пояснить различие между такими

понятиями, как истинное и действительное значение физической величины [1].

**Истинное значение физической величины** – это значение, идеальным образом отражающее свойство данного объекта как в количественном, так и в качественном отношении. На практике это абстрактное понятие приходится заменять понятием «действительное значение».

**Действительное значение физической величины** – значение, найденное экспериментально и настолько приближающееся к истинному, что для данной цели оно может быть использовано вместо него. Результат измерения всегда отличается от истинного значения измеряемой величины и представляет ее приближенное значение.

**Погрешность результата измерения** (сокращенно – погрешность измерения) – это отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины [2].

Количество факторов, влияющих на точность измерения, достаточно велико, чем и объясняется большое количество видов погрешностей.

По характеру изменения результатов при повторных измерениях, погрешности разделяются на: систематические, случайные и грубые погрешности (промахи) [2].

**Систематическая погрешность измерения** – составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же величины.

**Случайная погрешность измерения** – составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины.

**Грубая погрешность (промах) измерений** – погрешность измерений, существенно превышающая ожидаемую при данных условиях.

## 3.2 Грубые погрешности

### 3.2.1 Общие сведения о грубых погрешностях

**Грубая погрешность (или промах)** – это погрешность результата отдельного измерения, входящего в ряд измерений,

которая для данных условий резко отличается от остальных результатов этого ряда [3].

Источником грубых погрешностей нередко бывают резкие изменения условий измерения и ошибки, допущенные оператором. К ним можно отнести:

- неправильный отсчет по шкале измерительного прибора, происходящий из-за неверного учета цены малых делений шкалы;
- неправильная запись результата наблюдений, значений отдельных мер использованного набора, например гирь;
- хаотические изменения параметров напряжения, питающего средство измерения, например, его амплитуды или частоты.

Наиболее часто они допускаются неквалифицированным персоналом при неправильном обращении со средством измерения, неверным отсчетом показаний, ошибками при записи или вследствие внезапно возникшей посторонней причины.

Они сразу видны среди полученных результатов, так как полученные значения отличаются от остальных значений совокупности измерений.

Если в процессе измерений удастся найти причины, вызывающие существенные отличия, и после устранения этих причин повторные измерения не подтверждают подобных отличий, то такие измерения могут быть исключены из рассмотрения.

При однократных измерениях обнаружить промах не представляется возможным. Для уменьшения вероятности появления промахов измерения проводят 2-3 раза и за результат принимают среднее арифметическое полученных отсчетов.

При многократных измерениях для обнаружения промахов используют статистические критерии.

### ***3.2.2 Методы обнаружения и исключения грубых погрешностей***

Вопрос о том, содержит ли результат наблюдений грубую погрешность, решается общими методами проверки статистических гипотез.

Проверяемая гипотеза состоит в утверждении, что результат наблюдения  $x_i$  не содержит грубой погрешности, т.е. является одним из значений измеряемой величины. Пользуясь определенными статистическими критериями, пытаются

опровергнуть выдвинутую гипотезу. Если это удастся, то результат наблюдений рассматривают как содержащий грубую погрешность и его исключают.

Для выявления грубых погрешностей задаются вероятностью  $q$  (уровнем значимости) того, что сомнительный результат действительно мог иметь место в данной совокупности результатов измерений [4].

Обычно проверяют наибольшее и наименьшее значения результатов измерений. Для проверки гипотез используются следующие критерии.

**1. Критерий «трех сигм»** применяется для результатов измерений, распределенных по нормальному закону. Данный критерий надежен при числе измерений  $n > 20 \dots 50$ .

По этому критерию считается, что результат маловероятен и его можно считать промахом, если выполняется условие:

$$|\bar{x} - x^*| > 3\sigma \quad (1)$$

где  $\bar{x}$  – среднее арифметическое отдельных результатов измерений;  $x^*$  – результат измерения, вызывающий сомнение;  $\sigma$  – среднее квадратичное отклонение (СКО):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (2)$$

где  $n$  – число измерений;  $x_i$  – результат  $i$ -го измерения.

Величины  $\bar{x}$  и  $\sigma$  вычисляют без учета экстремальных  $x^*$  (вызывающих подозрение) значений.

**2. Критерий Романовского** применяется, если число измерений меньше 20 [2, 5]. При этом расчетное значение критерия Романовского определяется по формуле:

$$\beta = \left| \frac{\bar{x} - x^*}{\sigma} \right| \quad (3)$$

и сравнивается с табличным значением  $\beta_m$ , выбранным из таблицы 1.

Величины  $\bar{x}$  и  $\sigma$  вычисляют без учета экстремальных  $x^*$  (вызывающих подозрение) значений.

Если  $\beta \geq \beta_m$ , то сомнительный результат является промахом и отбрасывается.

Таблица 1

Значения критерия Романовского  $\beta_m$ 

$q$	$n=4$	$n=6$	$n=8$	$n=10$	$n=12$	$n=15$	$n=20$
0,01	1,73	2,16	2,43	2,62	2,75	2,90	3,08
0,02	1,72	2,13	2,37	2,54	2,66	2,80	2,96
0,05	1,71	2,10	2,27	2,41	2,52	2,64	2,78
0,10	1,69	2,00	2,17	2,29	2,39	2,49	2,62

### 3. Критерий Диксона

При применении этого критерия все результаты измерений располагаются в вариационный возрастающий ряд:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n \quad (x_1 < x_2 < \dots < x_n).$$

Значение критерия Диксона определяется по формуле:

$$K_D = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1}. \quad (4)$$

Критическая область для этого критерия  $P(K_D > Z_q) = q$ . Если выполняется это условие, то результат  $x_1$  или  $x_n$  – промах.

Значения  $Z_q$  приведены в таблице 2 [4,5].

Таблица 2

Значения критерия Диксона  $Z_q$ 

$n$	$Z_q$ при $q$ , равном			
	0,10	0,05	0,02	0,01
4	0,68	0,76	0,85	0,89
6	0,48	0,56	0,64	0,70
8	0,40	0,47	0,54	0,59
10	0,35	0,41	0,48	0,53
14	0,29	0,35	0,41	0,45
16	0,28	0,33	0,39	0,43
18	0,26	0,31	0,37	0,41
20	0,26	0,30	0,36	0,39
30	0,22	0,26	0,31	0,34

Если расчетное значение  $K_D$  будет больше табличного  $Z_q$ , то результат измерения  $x_1$  или  $x_n$  является промахом и отбрасывается.

### 4. Критерий Шовине

Этот критерий может быть использован, если число измерений  $n < 10$ .

В этом случае грубой ошибкой (промахом) считается

результат  $x^*$ , если разность  $|\bar{x} - x^*|$  превышает значения  $\sigma$ , определяемые в зависимости от числа измерений [4,6]:

$$|\bar{x} - x^*| > \begin{cases} 1,6\sigma \text{ при } n = 3; \\ 1,7\sigma \text{ при } n = 6; \\ 1,9\sigma \text{ при } n = 8; \\ 2,0\sigma \text{ при } n = 10. \end{cases} \quad (5)$$

### 3.3 Систематические погрешности

#### 3.3.1 Классификация систематических погрешностей

Систематические погрешности принято классифицировать в зависимости от причин их возникновения и по характеру их проявления при измерениях [2,3].

**1. Инструментальная погрешность** – это составляющая погрешности измерения, зависящая от погрешностей применяемых средств измерений.

Пример: равноплечие весы не могут быть идеально равноплечими. В весах для точного взвешивания всегда обнаруживается некоторая неравноплечность, полностью устранить которую путем регулировки не удастся.

**2. Погрешности, возникающие в результате неправильной установки средств измерений.**

Правильность показаний ряда средств измерений зависит от положения их подвижных частей по отношению к неподвижным. К ним относятся все средства измерений, принцип действия которых в той или иной степени связан с механическим равновесием. Отклонение такого средства измерений от правильного положения, которое указывается в технической документации, может привести к прямому или косвенному искажению его показаний.

**3. Погрешности, возникающие вследствие влияния внешних величин.**

Это могут быть тепловые и воздушные потоки, магнитные и электрические поля, изменения атмосферного давления, слишком высокая влажность воздуха; вибрации, часто не ощущаемые человеком. Помехи могут создаваться рентгеновскими аппаратами, ионизирующими излучениями и т. п.



**4. Погрешность метода (теоретическая погрешность) измерения** – составляющая погрешности измерений, происходящая от несовершенства метода измерений.

Во многих методах измерения можно обнаружить теоретические погрешности, являющиеся следствием тех или иных допущений или упрощений, применения эмпирических формул и функциональных зависимостей. В некоторых случаях влияние таких допущений оказывается незначительным, т.е. намного меньше, чем допускаемые погрешности измерений; в других оно превышает эти погрешности.

**5. Субъективные систематические погрешности** – являются следствием индивидуальных свойств человека, обусловленных особенностями его организма или укоренившимися неправильными навыками выполнения измерений. К этой систематической погрешности относятся, например, погрешности отсчитывания, параллакса, реакции наблюдателя и т.п.

### **3.3.2 Методы обнаружения и исключения систематических погрешностей**

При проведении измерений стараются в максимальной степени исключить или учесть влияние систематических погрешностей. Для того чтобы исключить систематические погрешности при измерении, необходимо проанализировать всю совокупность опытных данных.

Наиболее распространенные способы исключения систематических погрешностей из результатов измерений следующие.

1. Устранение источников погрешностей до начала измерения.
2. Исключение систематических погрешностей в процессе измерения с помощью способов [2-4]:

- замещения;
- компенсации погрешности по знаку;
- противопоставления;
- введения поправок;
- специальные статистические способы.

К специальным статистическим способам обнаружения систематических погрешностей относятся [5]:

- Способ последовательных разностей (критерий Аббе);

- Дисперсионный анализ (критерий Фишера).

**1. Способ последовательных разностей (критерий Аббе) [3]** применяется для обнаружения изменяющейся во времени систематической погрешности и состоит в следующем.

Отношение

$$v = \frac{Q^2(x)}{\sigma^2(x)} \quad (6)$$

является критерием для обнаружения систематических погрешностей, где

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad (7)$$

$$Q^2 = \frac{1}{2(n-1)} \cdot \sum_{i=2}^n (x_i - x_{i-1})^2. \quad (8)$$

Это две оценки дисперсии (среднего квадратического отклонения) результатов наблюдений: обычным способом и вычислением суммы квадратов последовательных (в порядке проведения измерений) разностей  $(x_i - x_{i-1})$ . Для удобства расчета среднего квадратического отклонения и суммы квадратов последовательных разностей следует воспользоваться таблицей 3.

Таблица 3

Форма таблицы результатов

$n$	$x_i$	$\sigma^2(x)$	$d_i = x_i - x_{i-1}$	$d_i^2$	$Q^2(x)$	$v$
1			-	-		
2						
3						
4						
...						
11						
	$\bar{x} =$			$\sum d_i^2 =$		

Критическая область для критерия Аббе определяется как:

$$P(v < v_q) = q,$$

где  $q = 1 - P$  – уровень значимости;  $P$  – доверительная вероятность.

Значения  $v_q$  для различных уровней значимости  $q$  и числа наблюдений  $n$  приведены в таблице 4.

Если полученное значение критерия Аббе меньше  $v_q$ , то обнаруживается систематическая погрешность результатов измерений.

Таблица 4

## Значения критерия Аббе [2,4]

$n$	$\nu_q$ при $q$ , равном		
	0,001	0,01	0,05
4	0,295	0,313	0,390
5	0,208	0,269	0,410
6	0,182	0,281	0,445
7	0,185	0,307	0,468
8	0,202	0,331	0,491
9	0,221	0,354	0,512
10	0,241	0,376	0,531
11	0,260	0,396	0,548
12	0,278	0,414	0,564

**2. Дисперсионный анализ (критерий Фишера)** позволяет выяснить наличие систематической погрешности результатов наблюдений, обусловленной влиянием какого-либо постоянно действующего фактора, или определить, вызывают ли изменения этого фактора систематическую погрешность [3].

В данном случае проводят многократные измерения, состоящие из достаточного числа серий, каждая из которых соответствует различным значениям влияющего фактора. Влияющими факторами, по которым производится объединение результатов наблюдений по сериям, могут быть внешние условия (температура, давление), временная последовательность проведения измерений и т.п.

После проведения  $N$  измерений их разбивают на  $s$  серий ( $s > 3$ ) по  $n_j$  результатов наблюдений в каждой серии и затем устанавливают, имеется или отсутствует систематическое расхождение между результатами наблюдений в различных сериях.

Критерием оценки наличия систематических погрешностей в данном случае является дисперсионный критерий Фишера:

$$F = \frac{\sigma_{mc}^2}{\sigma_{bc}^2}, \quad (9)$$

где  $\sigma_{mc}^2$  – межсерийная дисперсия, выражает силу действия фактора, вызывающего систематические различия между сериями;  $\sigma_{bc}^2$  – внутрисерийная дисперсия, характеризует случайные погрешности

измерений, обуславливающие различия (отклонения результатов наблюдений) внутри серии.

Критическая область для критерия Фишера соответствует выражению  $P(F > F_q) = q$ .

Значения  $F_q$  для различных уровней значимости  $q$ , числа измерений  $N$  и числа серий  $s$  приведены в таблице 5.

Таблица 5

Значения критерия Фишера [2,4]

$k_2$	$F_q$ при $k_1$ , равном							
	1	2	3	4	5	6	8	12
2	98,49	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,42
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,80	14,37
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,10	7,72
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,03	5,67
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,06	4,71
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,50	4,16
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,14	3,80
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	3,89	3,55
18	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,71	3,37
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,56	3,23
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,17	2,84
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04

Для определения  $F_q$  необходимо вычислить

$$k_2 = N - s; k_1 = s - 1, \quad (10)$$

где  $k_2$  – число степеней свободы большей дисперсии,  $k_1$  – число степеней свободы меньшей дисперсии.

Если полученное значение критерия Фишера больше  $F_q$ , то гипотеза об отсутствии систематических смещений результатов наблюдений по сериям отвергается, т.е. обнаруживается систематическая погрешность, вызываемая тем фактором, по которому группировались результаты наблюдений.

Дисперсионный анализ (критерий Фишера) является наиболее эффективным и достоверным, так как позволяет не только установить факт наличия погрешности, но и дает возможность проанализировать источники ее возникновения.

### Вопросы для самопроверки и подготовки

1. Что такое погрешность результата измерения?
2. Что такое систематическая погрешность измерения?
3. Что такое случайная погрешность измерения?
4. Что такое грубая погрешность (промах) измерений?
5. Какова цель обнаружения и исключения грубых погрешностей?
6. В чем заключаются особенности применения критерия Романовского для обнаружения и исключения грубых погрешностей?
7. В чем заключаются особенности применения критерия «трех сигм» для обнаружения и исключения грубых погрешностей?
8. В чем заключаются особенности применения критерия Диксона для обнаружения и исключения грубых погрешностей?
9. В чем заключаются особенности применения критерия Шовине для обнаружения и исключения грубых погрешностей?
10. В чем заключаются особенности применения критерия Аббе для обнаружения систематических погрешностей?
11. В чем заключаются особенности применения дисперсионного анализа для обнаружения систематических погрешностей?

### Тест для самоконтроля

1. Погрешность, обусловленная несовершенством приемов использования средств измерений, некорректностью расчетных формул, неверным округлением результатов считается:
 

а) методической	г) грубой
б) приведенной	д) субъективной
в) инструментальной	е) систематической
2. Погрешность, обусловленная разностью между значением величины, полученным в процессе измерений, и настоящим (действительным) значением данной величины считается:
  - а) абсолютной;
  - б) приведенной;
  - в) инструментальной;
  - г) относительной.
3. Основным нормативным актом по обеспечению единства

измерений является ....

4. Установите правильную последовательность выявления грубой погрешности с помощью критерия трех сигм:

1 – проверка гипотезы; 2 – расчет СКО; 3 – расчет среднего значения; 4 – выделение грубой погрешности; 5 – выдвижение гипотезы; 6 – расчет по критерию; 7 – использование таблицы распределения Стьюдента.

5 Погрешностью измерения называется

а) оценка отклонения измеренного значения величины от её истинного значения

б) оценка отклонения измеренного значения величины от её математического ожидания

в) завышенное значение измеряемой величины

г) оценка отклонения рассчитанного значения величины от её истинного значения

д) заниженное значение измеряемой величины

6 Систематическая погрешность это:

а) составная часть всей погрешности результата измерения, не изменяющаяся или изменяющаяся закономерно при многократных измерениях одной и той же величины

б) отношение абсолютной погрешности к истинному или измеренному значению измеряемой величины

в) отношение абсолютной погрешности к нормирующему значению измеряемой величины

г) погрешность, обусловленная разностью между значением величины, полученным в процессе измерений, и настоящим (действительным) значением данной величины

д) разница между абсолютной и относительной погрешностью

7 Случайная погрешность это:

а) составная часть погрешности результата измерения, изменяющаяся случайно, незакономерно при проведении повторных измерений одной и той же величины

б) отношение абсолютной погрешности к истинному или измеренному значению измеряемой величины

в) отношение абсолютной погрешности к нормирующему значению измеряемой величины

г) погрешность, обусловленная разностью между значением величины, полученным в процессе измерений, и настоящим (действительным) значением данной величины

д) составная часть всей погрешности результата измерения, не изменяющаяся или изменяющаяся закономерно при многократных измерениях одной и той же величины

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Волхонов, В. И. Метрология, стандартизация и сертификация : учебное пособие / В. И. Волхонов, Е. И. Шклярова. - Москва : Альтаир-МГАВТ, 2011. - 246 с. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=430004>. – Режим доступа: по подписке. – Текст : электронный.

2. Червяков, В. М. Метрология, стандартизация и сертификация : учебное пособие / В. М. Червяков, А. О. Пилягина, П. А. Галкин. - Тамбов : Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. - 113 с. – URL : <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=444677>. – Режим доступа: по подписке. – Текст : электронный.

3. Основы стандартизации, метрологии и сертификации : учебник / Ю. П. Зубков, Ю. Н. Берновский, А. Г. Зекунов и др. ; ред. В. М. Мишин. – Москва : Юнити, 2015. – 447 с. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=117687>. – Режим доступа: по подписке. – Текст : электронный.

4. Сергеев, А. Г. Метрология, стандартизация и сертификация : учебник / А. Г. Сергеев, В. В. Терегеря. - М. : Юрайт, 2010. - 820 с. - (Основы наук). - Текст : непосредственный.

5. Схиртладзе, А. Г. Метрология, стандартизация и сертификация : учебник / А. Г. Схиртладзе, Я. М. Радкевич, С. А. Сергеев. - Старый Оскол : ТНТ, 2010. - 539 с. - Текст : непосредственный.