

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 15.06.2023 10:11:51

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a551a089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

**«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)**

Кафедра программной инженерии

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
2021 г.



Математическая экономика
методические указания к практическим занятиям для бакалавров направления
09.03.03 Прикладная информатика

Курск 2021

УДК 330.4

Составитель: Ю.А. Халин

Рецензент

Кандидат технических наук, с.н.с., доцент А.В. Ткаченко

Математическая экономика: методические указания к практическим занятиям / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. Ю.А. Халин. Курск, 2021. 35 с. Библиогр.: с. 35.

В работе рассматриваются базовые модели математической экономики. Изложены краткие теоретические сведения, приведены примеры решения задач математической экономики, а также задания для самостоятельного решения.

Методические рекомендации предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика.

Текст печатается в авторской редакции.

Подписано в печать 14.12.2021 . Формат 60х84 1/16.
Усл.печ. л. 4,12 п.л . Уч.-изд. л. 4,08 . Тираж 100 экз. Заказ. 172/ Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
Модели межотраслевого баланса.....	6
Модели оптимального распределения ресурса	25
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	35

ВВЕДЕНИЕ

Экономика как объект математического моделирования макро- и микроподходы в отношении экономических объектов; производственные функции (ПФ); принципы построения экономико-математических моделей (ЭММ); основные типы ЭММ; межотраслевой баланс; однопродуктовая модель экономического роста; оптимизационная однопродуктовая модель экономической динамики; многопродуктовая динамическая модель; оптимизационная многопродуктовая динамическая модель; магистральный режим; имитационные модели в экономике; компьютерные технологии в решении экономических задач.

Методические рекомендации предназначены для студентов, обучающихся по направлениям 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, 09.03.03 Прикладная информатика

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Модели межотраслевого баланса

Цель занятия:

- ознакомиться с содержанием таблицы «Затраты – выпуск»;
- освоить методы построения балансовых моделей;
- освоить методы решения балансовых моделей с помощью программы MS Excel.

Краткие сведения из теории

Балансовые модели применяются для изучения сложных структур, как на отраслевом уровне, так и на уровне отдельных предприятий. Исходной базой для анализа балансовых моделей является таблица «Затраты – выпуск», которая в простейшем виде имеет вид таблицы 1.

Пример 1. Исходя из сложившейся структуры производства (табл.1), определите:

а) матрицу прямых затрат, матрицу полных затрат и матрицу косвенных затрат;

б) сбалансированные уровни производства валовой продукции на следующий период, если план по конечной продукции принят в промышленности в 100 ед., в строительство в 30 ед., в сельском хозяйстве – в 20 ед.

в) матрицу межотраслевых поставок продукции для планового года;

г) сведите в таблицу той же формы всю полученную информацию для планового года.

Таблица 1

№ №	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	62	12	5	92	171
2	Строительство	0	0	0	29	29
3	Сельское хоз-во	19	0	11	18	48
	Всего					

Решение.

1. Определим матрицу прямых затрат $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$:

$$A = \begin{pmatrix} 0,36 & 0,41 & 0,10 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,11 & 0 & 0,23 \end{pmatrix};$$

2. Определим матрицу $S = E - A$

$$S = \begin{pmatrix} 0,64 & -0,41 & -0,10 \\ 0 & 1,00 & 0 \\ -0,11 & 0 & 0,77 \end{pmatrix};$$

определитель этой матрицы $\det S = 0,64 \cdot 0,77 - (-0,11) \cdot (-0,10) = 0,48$.

Матрица S невырожденная, т.к. $\det S \neq 0$.

3. Матрицу полных затрат $B = S^{-1}$ найдем методом присоединенной матрицы.

Вычислим алгебраические дополнения матрицы S :

$$S_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0,77 \end{vmatrix} = 0,77; \quad S_{12} = -\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -0,11 & 0,77 \end{vmatrix} = 0; \quad S_{13} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -0,11 & 0 \end{vmatrix} = 0,11;$$

$$S_{21} = -\begin{vmatrix} -0,41 & -0,10 \\ 0 & 0,77 \end{vmatrix} = 0,32; \quad S_{22} = \begin{vmatrix} 0,64 & -0,10 \\ -0,11 & 0,77 \end{vmatrix} = 0,48; \quad S_{23} = -\begin{vmatrix} 0,64 & -0,42 \\ -0,11 & 0 \end{vmatrix} = 0,05;$$

$$S_{31} = \begin{vmatrix} -0,41 & -0,10 \\ 1,00 & 0 \end{vmatrix} = 0,10; \quad S_{32} = -\begin{vmatrix} 0,64 & -0,10 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0; \quad S_{33} = \begin{vmatrix} 0,64 & -0,41 \\ 0 & 1,0 \end{vmatrix} = 0,64.$$

Присоединенная матрица S^V :

$$S^V = \begin{pmatrix} 0,77 & 0 & 0,11 \\ 0,32 & 0,48 & 0,05 \\ 0,10 & 0 & 0,64 \end{pmatrix}; \rightarrow (S^V)^T = \begin{pmatrix} 0,77 & 0,32 & 0,10 \\ 0 & 0,48 & 0 \\ 0,11 & 0,05 & 0,64 \end{pmatrix};$$

Матрица полных затрат $B = S^{-1}$:

$$B = \frac{1}{\det S} (S^V)^T = \begin{pmatrix} 1,60 & 0,67 & 0,20 \\ 0 & 1,00 & 0 \\ 0,23 & 0,10 & 1,34 \end{pmatrix}.$$

4. Матрицу косвенных затрат C определим по формуле $C = B - A - E$:

$$C = \begin{pmatrix} 0,24 & 0,26 & 0,10 \\ 0 & 1,0 & 0 \\ 0,12 & 0,10 & 0,11 \end{pmatrix};$$

5. Сбалансированный уровень производства валовой продукции рассчитаем по основному уравнению: $X = B \cdot Y$

$$X = \begin{pmatrix} 1,60 & 0,67 & 0,20 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,23 & 0,10 & 1,34 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 30 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 202 \\ 30 \\ 52,8 \end{pmatrix}.$$

6. Матрицу межотраслевых поставок продукции для планового года определим по формуле: $x_{ij} = X_j \cdot a_{ij}$, $i=1,2,3$

Таблица 3.3

№ №	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	72,7	12,3	5,3	100	202
2	Строительство	0	0	0	30	30
3	Сельское хоз-во	22,2	0	12,2	20	53
	Всего	95	12,3	17,5	150	285

Рассмотрим ещё пример построения балансовой модели при задании матрицы коэффициентов прямых затрат (табл.2). Необходимо найти

коэффициенты полных материальных затрат B , валовую продукцию X_j и чистую Z_j продукцию.

Таблица 2 – Исходные данные для расчета

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0,3	0,1	0,4	200	
Отрасль 2	0,2	0,5	0	100	
Отрасль 3	0,3	0,1	0,2	300	
Условно чистая продукция, Z_j					
Валовая продукция, X_j					

Последовательность расчета включает следующие этапы.

1. Представим исходные данные в матричной форме:

- матрица коэффициентов прямых затрат А

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix};$$

- конечная продукция $Y = (200 \ 100 \ 300)^T$.

2. Найдем матрицу $(E - A)$, где E – единичная матрица.

$$(E - A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,4 \\ 0,2 & 0,5 & 0 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,7 & -0,1 & -0,4 \\ -0,2 & 0,5 & 0 \\ -0,3 & -0,1 & 0,8 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислим определитель матрицы $(E - A)$:

$$\Delta = |E - A| = 0,196.$$

4. Найдем алгебраические дополнения A_d матрицы:

$$A_d = \begin{pmatrix} 0,40 & 0,12 & 0,20 \\ 0,16 & 0,44 & 0,08 \\ 0,17 & 0,10 & 0,33 \end{pmatrix}.$$

5. Вычислим матрицу коэффициентов полных затрат:

$$B = (E - A)^{-1} = A_d / \Delta = \begin{pmatrix} 2,041 & 0,612 & 1,020 \\ 0,816 & 2,245 & 0,408 \\ 0,867 & 0,510 & 1,684 \end{pmatrix}.$$

6. Определим величины валовой продукции:

$$X = B \times Y = \begin{pmatrix} 775,3 \\ 510,1 \\ 729,6 \end{pmatrix}.$$

7. Определим величины межотраслевых потоков:

$$x_{ij} = x_{ij} \times X_j,$$

8. Рассчитаем величину чистой продукции:

$$Z_j = X_j - \sum_j x_{ij}.$$

Результаты расчетов сведем в таблицу 3.

Таблица 3 – Результаты расчетов

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y _j	Валовая продукция X _j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	232,6	51,0	291,8	200	775,3
Отрасль 2	155,1	255,0	0	100	510,1
Отрасль 3	232,6	151,0	145,9	300	729,6
Условно чистая продукция, Z _j	155,0	153,1	291,9	Итого: 600	
Валовая продукция, X _j	775,3	510,1	729,6		Итого: 2015

Покажем последовательность расчетов межотраслевого баланса с использованием пакета MS Excel.

Исходя из сложившейся структуры производства (табл.4), определить:

- матрицы прямых затрат, полных и косвенных затрат;
- матрицу межотраслевых поставок X_{ij} ;
- общие (валовые) объемы выпускаемой продукции, если известны результаты деятельности текущего периода.

Таблица 4 – Исходные данные для расчета

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	62	12	5	92	171
Отрасль 2	0	0	0	29	29
Отрасль 3	19	0	11	18	48
Z_j					
X_j					

1. Представим исходные данные в матричной форме:

- матрица коэффициентов прямых затрат $a_{ij} = x_{ij} / X_j$:

$$A = \begin{pmatrix} 0,36 & 0,41 & 0,10 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,11 & 0 & 0,23 \end{pmatrix}; \text{ - матрица конечной продукции: } Y = \begin{pmatrix} 92 \\ 29 \\ 18 \end{pmatrix}.$$

Вычислим матрицу $(E - A)$, введя формулы в ячейки B8:D10. Получим результат:

$$(E - A) = \begin{pmatrix} 0,64 & -0,41 & -0,10 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0,11 & 0 & 0,77 \end{pmatrix}.$$

2. Введем исходные данные в таблицу Excel (рис.1).

	A	B	C	D	E	F
1		Отрасль1	Отрасль2	Отрасль3	Y_j	X_j
2	Отрасль1	0,36	0,41	0,10	92	=МУМНОЖ (B12:D14;E2:E4)
3	Отрасль2	0	0	0	29	
4	Отрасль3	0,11	0	0,23	18	
5	Z_j	=B6 – СУММ (B16:B18)	=C6 – СУММ (C16:C18)	=D6 – СУММ (D16:D18)		
6	X_j	=F2	=F3	=F4		
7		Матрица E - A				
8		=1-B2	=0-C2	=0-D2		
9	E - A	=0-B3	=1-C3	=0-D3		
10		=0-B4	=0-C4	=1-D4		
11		Матрица полных затрат B				
12		=МОБР(B8:D10)				
13	B					
14						
15		Матрица межотраслевых поставок				
16		=B2*B6	=C2*C6	=D2*D6		
17	X_{ij}	=B3*B6	=C3*C6	=D3*D6		
18		=B4*B6	=C4*C6	=D4*D6		

Рис. 1 – Исходные данные

3. Рассчитаем матрицу полных затрат $B = (E - A)^{-1}$ с помощью функции **МОБР**:

- для этого выделим область матрицы – ячейки (B12:D14);
- вызовем функцию **МОБР** и укажем диапазон исходных данных (B8:D10);
- одновременным нажатием клавиш **Shift + Ctrl + Enter**

получим матрицу $B = \begin{pmatrix} 1,598 & 0,655 & 0,207 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,228 & 0,093 & 1,328 \end{pmatrix}$.

4. Определим величины валовой продукции $X = B \times Y$, используя функцию **МУМНОЖ**:

- выделим ячейки (F2:F4);
- вызовем функцию **МУМНОЖ** и для неё укажем диапазон исходных данных: массив 1 – (B12:D14), массив 2 – (E2:E4);
- одновременным нажатием клавиш **Shift + Ctrl + Enter** получаем искомый

результат: $X = \begin{pmatrix} 169,77 \\ 29 \\ 47,63 \end{pmatrix}$.

5. Определим величины межотраслевых потоков $x_{ij} = a_{ij} \times X_j$:

- в ячейки B6,C6,D6 запишем значения клеток F2,F3,F4 соответственно;
- в ячейки (B17:D19) запишем формулы вычисления межотраслевых поставок, например, в ячейке B16 будет запись =B2*B6. В результате получим матрицу:

$$(X_{ij}) = \begin{pmatrix} 61,11 & 11,89 & 4,76 \\ 0 & 0 & 0 \\ 18,67 & 0 & 10,95 \end{pmatrix}.$$

6. Рассчитаем величину чистой продукции $Z_j = X_j - \sum_i x_{ij}$, введя в

ячейки (B5:D5) соответствующие формулы, например, в ячейке B5 запишем =B6–СУММ(B16:B18), в ячейке C5 - =C6–СУММ(C16:C18) и т.д.

Получим значения величин чистой продукции каждой отрасли:

$$Z = (89,97 \quad 17,11 \quad 31,91)^T.$$

Результаты расчетов представлены в виде таблицы на рис.2.

	отрасль1	отрасль2	отрасль3	Y	Xj
отрасль1	0,36	0,41	0,1	92	169,7702
отрасль2	0	0	0	29	29
отрасль3	0,11	0	0,23	18	47,62951
Zj	89,97823	17,11	31,91177		
Xj	169,7702	29	47,62951		
Матрица	E - A				
	0,64	-0,41	-0,1		
E - A	0	1	0		
	-0,11	0	0,77		
Матрица	B				
	1,598174	0,655251	0,207555		
B	0	1	0		
	0,228311	0,093607	1,328352		
Матрица	(xij)				
	61,11729	11,89	4,762951		
(xij)	0	0	0		
	18,67473	0	10,95479		

Рис.2 Результаты расчета

На рис.2 приведены сбалансированные результаты расчета трехотраслевой модели. Таким образом, получили данные, которые могут быть использованы для планирования выпуска продукции следующего года.

Индивидуальное задание студента

Исходя из сложившейся структуры производства (таблица исходных данных), определите:

- матрицу прямых затрат, матрицу полных затрат и матрицу косвенных затрат;
- матрицу межотраслевых поставок продукции;
- провести расчеты с использованием пакета MS Excel;
- данные расчетов оформить в виде отчета в формате А4.

Вариант 1

№№	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	63	12	5	92	172
2	Строительство	1	0	10	29	40
3	Сельское хоз-во	20	9	11	18	58
	Всего					

Вариант 2

№№	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	66	14	5	92	177
2	Строительство	8	2	0	29	39
3	Сельское хоз-во	19	2	11	18	50
	Всего					

Вариант 3

№№	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	62	12	8	92	174
2	Строительство	10	0	3	29	42
3	Сельское хоз-во	19	16	14	18	67
	Всего					

Вариант 4

№№	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	76	12	5	92	185
2	Строительство	4	0	6	29	39
3	Сельское хоз-во	23	10	17	18	68
	Всего					

Вариант 5

№№	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	63	12	17	90	182
2	Строительство	1	3	5	26	35
3	Сельское хоз-во	20	10	11	18	59
	Всего					

Вариант 6

№ №	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	60	12	5	93	170
2	Строительство	1	0	4	46	50
3	Сельское хоз-во	18	2	10	30	60
	Всего					

Вариант 7

№ №	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	60	12	7	100	179
2	Строительство	1	0	2	37	40
3	Сельское хоз-во	18	2	11	29	60
	Всего					

Вариант 8

№ №	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	64	12	6	87	169
2	Строительство	1	0	3	29	33
3	Сельское хоз-во	18	2	9	18	47
	Всего					

Вариант 9

№ №	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	60	12	4	87	163
2	Строительство	3	0	3	28	34
3	Сельское хоз-во	17	2	10	18	47
	Всего					

Вариант 10

№ №	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	64	12	5	87	168
2	Строительство	0	3	1	29	33
3	Сельское хоз-во	18	2	11	20	51
	Всего					

Вариант 11

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0,2	0,1	0,4	40	
Отрасль 2	0,25	0,4	0,2	200	
Отрасль 3	0,5	0,125	0,2	100	
Z_j					
X_j					

Вариант 12

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0,2	0,1	0,1	70	
Отрасль 2	0,1	0,2	0,2	200	

Отрасль 3	0,5	0,05	0,3	80	
Z_j					
X_j					

Вариант 13

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0,2	0,5	0,1	80	
Отрасль 2	0,2	0,2	0,2	60	
Отрасль 3	0,05	0,1	0,1	50	
Z_j					
X_j					

Вариант 14

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0,1	0,3	0,2	40	
Отрасль 2	0,1	0,2	0,4	80	
Отрасль 3	0,3	0,1	0,1	10	
Z_j					
X_j					

Вариант 15

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		

Отрасль 1	0,2	0,1	0,1	10	
Отрасль 2	0,4	0,2	0,3	20	
Отрасль 3	0,3	0,2	0,1	80	
Z_j					
X_j					

Вариант 16

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0,5	0,2	0	80	
Отрасль 2	0,2	0	0,1	30	
Отрасль 3	0	0,1	0,2	230	
Z_j					
X_j					

Вариант 17

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0,1	0,2	0,15	5	
Отрасль 2	0,05	0,5	0,05	80	
Отрасль 3	0,3	0,2	0,25	155	
Z_j					
X_j					

Вариант 18

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция	Валовая продукция
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		

				Y_j	X_j
Отрасль 1	0	0,2	0,3	20	
Отрасль 2	0,4	0	0,1	40	
Отрасль 3	0,5	0,2	0	130	
Z_j					
X_j					

Вариант 19

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0	0,1	0,4	70	
Отрасль 2	0,2	0	0,1	30	
Отрасль 3	0,3	0,1	0	230	
Z_j					
X_j					

Вариант 20

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0	0,1	0,2	11	
Отрасль 2	0,3	0	0,4	36	
Отрасль 3	0,1	0,2	0	8	
Z_j					
X_j					

Вариант 21

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0,2	0,2	0,1	50	
Отрасль 2	0,5	0,3	0,2	0	
Отрасль 3	0,2	0,2	0,4	30	
Z_j					
X_j					

Вариант 22

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0	0,1	0,2	11	
Отрасль 2	0,3	0	0,4	36	
Отрасль 3	0,1	0,2	0	8	
Z_j					
X_j					

Вариант 23

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0,2	0,2	0,1	50	
Отрасль 2	0,5	0,3	0,2	10	
Отрасль 3	0,2	0,2	0,4	30	
Z_j					
X_j					

Вариант 24

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0	0,1	0,2	11	
Отрасль 2	0,3	0	0,4	36	
Отрасль 3	0,1	0,2	0	18	
Z_j					
X_j					

Вариант 25

Производящая Отрасль	Затраты потребляющей отрасли А			Конечная Продукция Y_j	Валовая продукция X_j
	Отрасль 1	Отрасль 2	Отрасль 3		
Отрасль 1	0,1	0,2	0,15	15	
Отрасль 2	0,05	0,5	0,05	85	
Отрасль 3	0,3	0,2	0,25	155	
Z_j					
X_j					

Вариант 26

№№	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	63	12	5	100	180
2	Строительство	1	0	0	30	31
3	Сельское хоз-во	20	0	11	20	51
	Всего					

Вариант 27

№№	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	62	14	5	100	181

2	Строительство	0	2	0	40	42
3	Сельское хоз-во	19	2	11	20	52
	Всего					

Вариант 28

№№	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	62	12	8	90	172
2	Строительство	0	0	3	40	43
3	Сельское хоз-во	19	0	14	20	53
	Всего					

Вариант 29

№№	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	66	12	5	110	193
2	Строительство	4	0	0	30	34
3	Сельское хоз-во	23	0	11	30	64
	Всего					

Вариант 30

№№	Отрасли производства	Потребление x_{ij}			Конечная продукция	Валовая продукция
		1	2	3		
1	Промышленность	63	12	5	90	170
2	Строительство	1	3	0	35	39
3	Сельское хоз-во	20	0	11	30	61
	Всего					

Контрольные вопросы

1. Сущность балансового метода.
2. Дать объяснение содержанию разделов таблицы «затраты-выпуск».
3. Коэффициенты прямых затрат, их экономический смысл.
4. Как определить продуктивность матрицы прямых затрат?

5. Матрица коэффициентов полных затрат, экономический смысл коэффициентов полных затрат.

6. Как определить по матрице полных затрат о продуктивности балансовой модели?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Модели оптимального распределения ресурса

Цель занятия:

- ознакомиться с математическими моделями оптимального распределения ресурсов;
- освоить методы построения моделей линейного программирования;
- освоить методы решения задач оптимального распределения ресурсов с помощью программы MS Excel.

Немного теории

Довольно часто в управлении возникают задачи оптимального распределения ресурсов, планирования производства, организации работы транспорта и т.д. В таких практических задачах "расходы" и "доходы" линейно зависят от количества закупленных или средств (например, суммарная стоимость партии товаров линейно зависит от количества единиц товара; оплата перевозок линейно зависит от веса перевозимого груза и т.д.).

Задачи, решаемые с помощью специальных методов нахождения оптимального решения в зонах "линейных ограничений", получили название задач линейного программирования. Полное название таких задач не совсем удачно, так как слово "программирование" предусматривает только машинное средство достижения оптимумов (часто из-за большой трудоемкости вычислений), но не смысл самого метода.

Чтобы стала понятной идея линейной оптимизации, рассмотрим пример постановки задачи и формирования математической модели. Для изготовления двух видов продукции P_1 и P_2 используются три вида сырья: s_1 , s_2 и s_3 . Запасы сырья на складе в количестве единиц сырья, затрачиваемых на изготовление единицы продукции, приведены в табл. 1.

Таблица 1 - Затраты и запасы сырья

Вид сырья	Запас сырья	Количество единиц сырья на изготовление единицы продукции	
		П ₁	П ₂
С 1	20	2	5
С2	40	8	5
С3	30	5	6

Прибыль от реализации единицы продукции П₁ составляет 50 руб., а продукции П₂ — 40 руб.

Необходимо составить такой план выпуска продукции, чтобы при ее реализации получить максимальную прибыль.

Обозначим через x_1 количество единиц продукции П₁, а через x_2 — количество единиц продукции П₂. Тогда, учитывая количество единиц сырья, расходуемое на изготовление единицы продукции, а также запасы сырья, получим систему ограничений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \leq 20; \\ 8x_1 + 5x_2 \leq 40; \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 30 \end{cases},$$

которая показывает, что количество сырья, расходуемое на изготовление продукции, не может превысить имеющихся запасов.

Конечную цель решаемой задачи — получение максимальной прибыли от реализации продукции — выразим как функцию двух переменных x_1 и x_2 . Реализация x_1 единиц продукции П₁ дает прибыль $50x_1$, реализация x_2 единиц продукции П₂ дает $40x_2$ рублей прибыли. Суммарная прибыль будет

$$L = 50x_1 + 40x_2$$

Необходимо найти такие неотрицательные значения x_1 и x_2 , при которых функция L достигает максимума. Условиями не оговорена неделимость единицы проекции, поэтому x_1 и x_2 могут быть и дробными числами.

Решение задачи оптимального использования ресурса с помощью надстройки “Поиск решения” в среде MS Excel

Ознакомимся с методами решения задач линейного программирования с помощью MS Excel. Пусть дана общая задача линейного программирования в виде:

$$Z(x) = 10x_1 + 20x_2 \rightarrow \text{MAX} - \text{целевая функция},$$

$$\begin{cases} x_1 + 3,5x_2 \leq 350 \\ 2x_1 + 0,5x_2 \leq 240 \\ x_2 \geq 60 \end{cases} - \text{неравенства ограничения},$$

$$x_1, x_2 \geq 0 - \text{условие не отрицательности}.$$

1. Для решения задачи внесем необходимые надписи в ячейки A1:E1, A2:A4. Отметим, что содержание этих надписей не оказывает никакого влияния на решение задачи.

2. Зададим адреса ячеек, в которых будет помещен результат решения (изменяемые ячейки). Оптимальные значения x_1, x_2 – B2:C2. Оптимальное значение целевой функции – D2.

3. Введем исходные данные задачи (рис. 1):

	A	B	C	D	E
1	Переменные	X_1	X_2	Значения целевой функции	Ограничения
2	Значения				
3	Коэффициент целевой функции	10	20		
4	Коэффициент ограничений	1	3,5		350
5		2	0,5		240
6		1	1		150
7		0	1		60

Рис. 1 – Исходные данные

– в ячейки B3:C3 значения коэффициентов целевой функции: $c_1 = 10$; $c_2 = 20$;

– в ячейки B4:C4 введем значения ограничений, взятых из системы неравенств-ограничений;

– в ячейки E4:E7 введем значения правых частей ограничений $b_1 = 350$; $b_2 = 240$; $b_3 = 150$; $b_4 = 60$.

4. Ввести зависимость для целевой функции. Это можно сделать, введя в ячейку **D2** формулу: **=СУММПРОИЗВ(B2:C2;B3:C3)**.

А можно использовать панель инструментов. Для этого поместим курсор в ячейку D2. Затем поместим курсор на кнопку «Мастер функций» на панели инструментов – появляется диалоговое окно «Мастер функций»; в окне «Категория» выбрать «**Математические**», а в окне «Функций» – **СУММПРОИЗВ**.

В строку «Массив 1» ввести B2:C2;

В строку «Массив 2 « ввести B3:C3.

Массив 1 будет использоваться при вводе зависимостей для ограничений, поэтому на этот массив надо сделать абсолютную ссылку, т.е. представить в виде \$B\$2 : \$C\$2. Окончательно в ячейке D2 будет запись

= СУММПРОИЗВ (\$B\$2 : \$C\$2; B3 : C3).

5. Ввести зависимости для ограничений.

Поместим курсор в ячейку D4 и введем формулу: **= СУММПРОИЗВ (\$B\$2:\$C\$2; B4:C4)**.

Скопируем формулу, введенную в ячейку D4 в ячейки D5, D6, D7. Так, чтобы скопировать в D5 необходимо:

- поместить курсор в ячейку D4;
- на панели инструментов нажать кнопку «Копировать в буфер».
- на панели инструментов нажать кнопку «Вставить из буфера».

В ячейке D5 будет запись **=СУММПРОИЗВ (\$B\$2 : \$C\$2; B5 : C5)**.

Аналогично проделать для ячеек D6 и D7.

6. Ввести команду «**Поиск решения**», для чего выполнить операции главного меню: «Сервис» → «Поиск решения».

– после появления диалогового окна «**Поиск решения**» выполнить следующие действия:

– в поле с именем «**Установить целевую ячейку**» ввести абсолютный адрес: \$D\$2.

– для группы «**Равной**» выбрать вариант поиска решений «**Максимальному значению**».

– в поле с именем «**Изменения ячеек**» ввести абсолютный адрес ячеек \$B\$2 : \$C\$2.

Добавить четыре ограничения. Для задания первого ограничения нажать кнопку с надписью «**Добавить**»:

– в появившемся дополнительном окне выбрать ячейку \$D\$4, которая должна отобразиться в поле «**Ссылка на ячейку**»;

– в качестве знака ограничения выбрать нестрогое неравенство «**< =**»;

- в качестве правой части ограничения выбрать ячейку \$E\$4;
- для действия первого ограничения в диалоговом окне «Поиск решения» нажать кнопку «Добавить».

Аналогично вводятся оставшиеся три ограничения. Окончательно в окне «Ограничения» будет следующая запись:

$$D\$4 \leq E\$4$$

$$D\$5 \leq E\$5$$

$$D\$6 \leq E\$6$$

$$D\$7 \geq E\$7$$

Нажать кнопку «Параметры». В дополнительном окне параметры поиска выбрать отметки «Линейная модель» и «Неотрицательные значения». Далее нажать «ОК» и в окне «Поиск решения» кнопку «Выполнить».

После выполнения расчетов будет получено количественное решение, которое имеет вид (рис.2):

	A	B	C	D	E
1	Переменные	X_1	X_2	Значения целевой функции	Ограничения
2	Значения	70	80	2300	
3	Коэффициенты целевой функции	10	20		
4	Коэффициент ограничений	1	3,5	350	350
5		2	0,5	180	240
6		1	1	150	150
7		0	1	80	60

Рис. 2 – Результаты решения.

Таким образом, в результате решения задачи получен оптимальный план со значениями $x_1 = 70$, $x_2 = 80$, что обеспечивает максимальное значение целевой функции, равной 2300 ед.

Индивидуальное задание студента

Исходя из сложившейся модели распределения ресурсов (таблица исходных данных), необходимо:

- сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум общей прибыли от реализации изделий;
- провести расчеты с использованием пакета MS Excel;
- данные расчетов оформить в виде отчета в формате A4.

Варианты 1 – 10. Для изготовления n видов продукции используется m видов сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого вида продукции приведены в таблицах вариантов.

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум общей прибыли от реализации изделий.
2. Решить задачу линейного программирования с использованием программы MS Excel.
3. Проанализировать использование ресурса в оптимальном плане.

Вариант 1.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	1	0	2	1	180
II	0	1	3	2	210
III	4	2	0	4	800
Цена изделия	9	6	4	7	

Вариант 2.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	1	2	1	0	18
II	1	1	2	1	30
III	1	3	3	2	40
Цена изделия	12	7	18	10	

Вариант 3.

Тип сырья	Нормы затрат на единицу продукции			Запасы сырья
	А	Б	В	
I	18	15	12	360
II	6	4	8	192
III	5	3	3	180
Цена изделия	9	10	16	

Вариант 4.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	2	1	3	2	200
II	1	2	4	8	160
III	2	4	1	1	170
Цена	5	7	3	6	

Вариант 5.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
Токарное	2	1	1	3	300
Фрезерное	1	0	2	1	70
Шлифовальное	1	2	1	0	340
Цена изделия	8	3	2	1	

Вариант 6.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	2	1	0,5	4	2400
II	1	5	3	0	1200
III	3	0	6	1	3000
Цена	7,5	3	6	12	

Вариант 7.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие			Запасы сырья
	I вид	II вид	III вид	
Труд	1	4	3	200
Сырье	1	1	2	80
Оборудование	1	11	2	140
Цена изделия	40	60	80	

Вариант 8.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие			Запасы сырья
	А	Б	В	
I	4	2	1	180
II	3	1	3	210
III	1	2	5	244
Цена изделия	10	14	12	

Вариант 9.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие			Запасы сырья
	I вид	II вид	III вид	
I	1	2	1	430 кг
II	3	0	2	460 кг
III	1	4	0	420 кг

Цена изделия	3	2	5	
--------------	---	---	---	--

Вариант 10.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие			Запасы сырья
	I вид	II вид	III вид	
Труд	3	6	4	2000
Сырье 1	20	15	20	15000
Сырье 2	10	15	20	7400
Оборудование	0	3	5	1500
Цена	6	10	9	

Варианты 26-50. Для реализации трех групп товаров коммерческое предприятие располагает тремя видами ограниченных материально-денежных ресурсов в количестве b_1, b_2, b_3 единиц. При этом для продажи 1 группы товаров на 1 тыс. руб. товарооборота расходуется ресурса первого вида в количестве a_{11} единиц, ресурса второго вида в количестве a_{21} единиц, ресурса третьего вида в количестве a_{31} единиц. Для продажи 2 и 3 групп товаров на 1 тыс. руб. товарооборота расходуется соответственно ресурса первого вида в количестве a_{12}, a_{13} единиц, ресурсов второго вида в количестве a_{22}, a_{23} единиц, ресурсов третьего вида в количестве a_{32}, a_{33} единиц. Прибыль от продажи трех групп товаров на 1 тыс. руб. товарооборота составляет соответственно c_1, c_2, c_3 (тыс. руб.).

Определить плановый объем и структуру товарооборота так, чтобы прибыль торгового предприятия была максимальной.

26. $a_{11} = 3, a_{12} = 6, a_{13} = 4, a_{21} = 2, a_{22} = 1, a_{23} = 2, a_{31} = 2, a_{32} = 3, a_{33} = 1,$
 $b_1 = 180, b_2 = 50, b_3 = 40, c_1 = 6, c_2 = 5, c_3 = 5.$

27. $a_{11} = 1, a_{12} = 2, a_{13} = 1, a_{21} = 2, a_{22} = 1, a_{23} = 3, a_{31} = 4, a_{32} = 2, a_{33} = 1,$
 $b_1 = 420, b_2 = 600, b_3 = 900, c_1 = 3, c_2 = 3, c_3 = 4.$
28. $a_{11} = 16, a_{12} = 18, a_{13} = 9, a_{21} = 7, a_{22} = 7, a_{23} = 2, a_{31} = 9, a_{32} = 2, a_{33} = 3,$
 $b_1 = 520, b_2 = 140, b_3 = 810, c_1 = 8, c_2 = 6, c_3 = 4.$
29. $a_{11} = 4, a_{12} = 8, a_{13} = 2, a_{21} = 3, a_{22} = 8, a_{23} = 4, a_{31} = 12, a_{32} = 4, a_{33} = 6,$
 $b_1 = 116, b_2 = 240, b_3 = 432, c_1 = 8, c_2 = 6, c_3 = 6.$
30. $a_{11} = 8, a_{12} = 10, a_{13} = 20, a_{21} = 4, a_{22} = 13, a_{23} = 8, a_{31} = 2, a_{32} = 18, a_{33} = 12,$
 $b_1 = 800, b_2 = 520, b_3 = 940, c_1 = 3, c_2 = 6, c_3 = 7.$
31. $a_{11} = 3, a_{12} = 3, a_{13} = 9, a_{21} = 10, a_{22} = 9, a_{23} = 15, a_{31} = 5, a_{32} = 5, a_{33} = 1,$
 $b_1 = 810, b_2 = 900, b_3 = 250, c_1 = 7, c_2 = 7, c_3 = 6.$
32. $a_{11} = 17, a_{12} = 5, a_{13} = 5, a_{21} = 8, a_{22} = 6, a_{23} = 6, a_{31} = 4, a_{32} = 2, a_{33} = 4,$
 $b_1 = 850, b_2 = 1120, b_3 = 1060, c_1 = 8, c_2 = 7, c_3 = 4.$
33. $a_{11} = 2, a_{12} = 1, a_{13} = 6, a_{21} = 3, a_{22} = 3, a_{23} = 9, a_{31} = 2, a_{32} = 1, a_{33} = 2,$
 $b_1 = 240, b_2 = 540, b_3 = 120, c_1 = 14, c_2 = 6, c_3 = 22.$
34. $a_{11} = 1, a_{12} = 1, a_{13} = 1, a_{21} = 2, a_{22} = 1, a_{23} = 3, a_{31} = 3, a_{32} = 2, a_{33} = 3,$
 $b_1 = 160, b_2 = 200, b_3 = 240, c_1 = 4, c_2 = 3, c_3 = 5.$
35. $a_{11} = 2, a_{12} = 3, a_{13} = 6, a_{21} = 4, a_{22} = 2, a_{23} = 4, a_{31} = 4, a_{32} = 6, a_{33} = 8,$
 $b_1 = 240, b_2 = 200, b_3 = 160, c_1 = 4, c_2 = 5, c_3 = 4.$

Контрольные вопросы

1. Математическая модель оптимального распределения ресурса.
2. Сущность оптимального распределения ресурса в задаче о диете.
3. Геометрическая интерпретация задачи оптимального распределения ресурса.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баллод Б.А. Методы и алгоритмы принятия решений в экономике: учеб. пособие / Б.А. Баллод, Н.Н. Елизарова. – М.: Финансы и статистика, ИНФРА-М, 2009. – 224с.
2. Грицюк С.Н. Математические методы и модели в экономике: учебник/ С.Н.Грицюк, Е.В.Мирзоева, В.В.Лысенко. - Ростов на Дону: Феникс, 2007. – 348 с.
3. Ильченко А.Н. Практикум по экономико – математическим методам: учебное пособие / А.Н.Ильченко, О.Л.Ксенофонтова, Г.В.Канакина. – М.: Финансы и статистика; ИНФРА – М. 2009. – 288 с.
4. Лугинин О.Е. Экономико-математические методы и модели: теория и практика с решением задач: учебн. пособие/ О.Е.Лугинин, В.Н.Фомишина. – Ростов на Дону : Феникс, 2009. – 440 с.
5. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учебн. Пособие для вузов / В.В.Федосеев, А.Н.Гармаш и др.; Под ред.В.В.Федосеева. – М.:ЮНИТИ, 2005 – 304 с.
6. Экономико-математические методы и модели: Учебн. Пособие/ кол. авторов под ред. С.И.Макарова. – М.: КНОРУС, 2009. – 240 с.
7. Экономико-математические методы и модели.Задачник: учебно-практическое пособие/ кол. авторов под ред. С.И.Макарова. – М.: КНОРУС, 2009. – 208 с.