

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 19.01.2022 18:25:44

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d088

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра механики, мехатроники и робототехники

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
О.Г. Локтионова  
2016г.



### ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Методические указания по выполнению практических и  
самостоятельных работ по дисциплине  
«Информационные системы роботов и обработка сигналов»  
по направлению 15.04.06 - «Мехатроника и робототехника»

Курск

УДК 621.317

Составитель: П.А. Безмен

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент кафедры механики,  
мехатроники и робототехники

Е.Н. Политов

**Цифровая обработка сигналов:** методические указания по выполнению практических и самостоятельных работ по дисциплине «Информационные системы роботов и обработка сигналов» по направлению 15.04.06 - «Мехатроника и робототехника» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: П.А. Безмен; Курск, 2016. 30 с.

Приведены методика выполнения работ, варианты заданий.

Методические указания соответствуют требованиям программы, утверждённой учебно-методическим объединением (УМО).

Предназначены для студентов направления 15.04.06 - «Мехатроника и робототехника» всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.  
Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 100 экз. Заказ.

Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.  
305040, Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## Содержание

Практическая работа 1. Фильтрация сигнала .....	4
Практическая работа 2. Дифференцирование сигнала.....	10
Практическая работа 3. Интегрирование сигнала .....	21
Практическая работа 4. Работа с изображениями .....	25
Литература .....	30

## Практическая работа 1. Фильтрация сигнала

### Методика выполнения работы

Составим в среде Mathcad сигнал сложив две функции синуса с частотами 1 Гц и 50 Гц и амплитудой 10:

$$f1 := 1$$

$$f2 := 50$$

$$A := 10$$

Зададим общее время моделирования сигнала  $N$  в секундах:

$$N := 2$$

Зададим шаг времени  $step$  в секундах для формирования сигнала:

$$step := 0.001$$

Добавим сигналу шум, используя функцию  $rnd(A)$ , возвращающую случайную величину в диапазоне от 0 до  $A$ , и зададим переменную  $noise$ , включающую шум при значении 1 и более:

$$noise := 1$$

Функция  $S$  сигнала от времени  $t$  примет вид:

$$S(t) := [\sin[t \cdot (f1) \cdot 2 \cdot \pi] + \sin[t \cdot (f2) \cdot 2 \cdot \pi]] \cdot A + noise \cdot rnd(A)$$

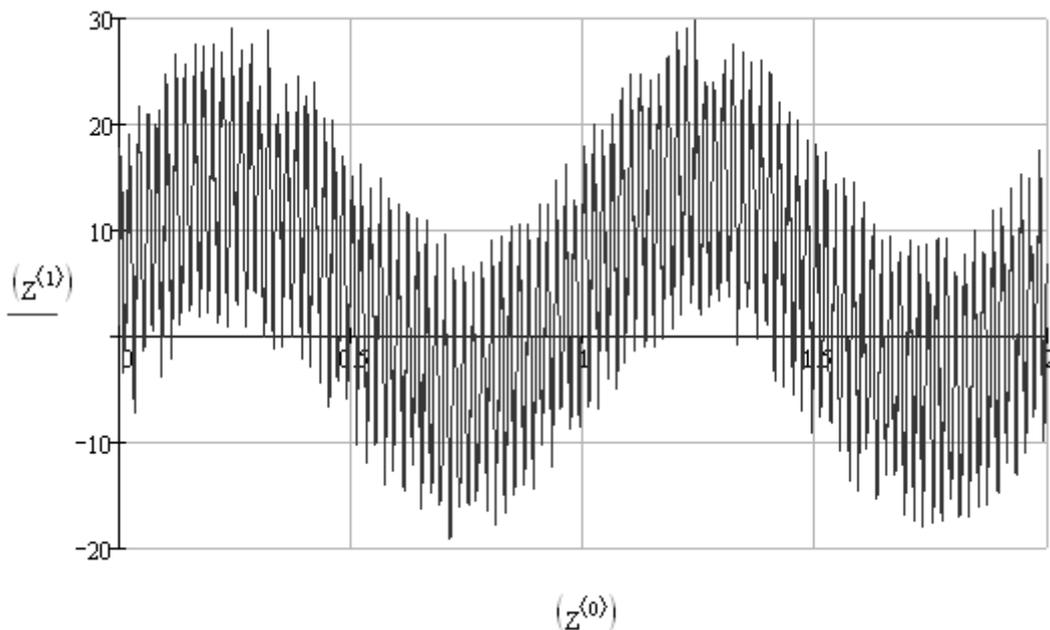
Составим процедуру формирования дискретного сигнала:

```

Z :=
  n ← 0
  while n ≤ (N / step)
    Zn,0 ← step · n
    Zn,1 ← S(step · n)
    n ← n + 1
  return Z

```

В результате получим двумерный массив  $Z$  с двумя столбцами:  $Z^{(0)}$  - столбец значений времени,  $Z^{(1)}$  - столбец значений сигнала. Далее построим изображение сигнала на временной диаграмме.



Получим спектр сигнала, используя функцию *fft* – дискретное преобразование Фурье (таблица П4 приложения 6):

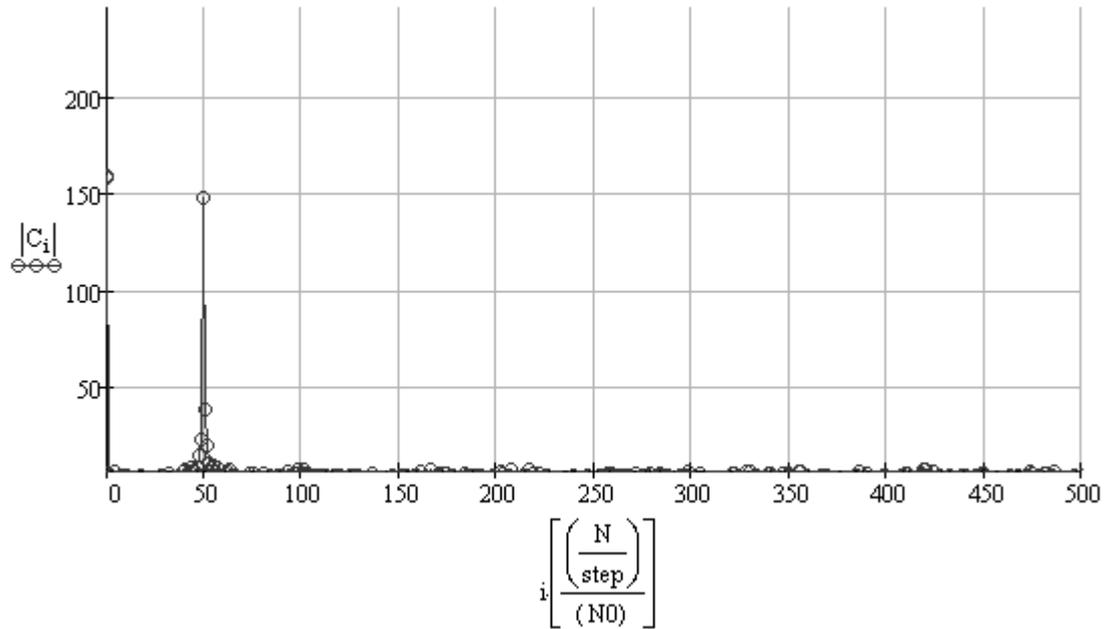
```
NO := 2048
```

```
i := 0..trunc((NO - 1) / 2)
```

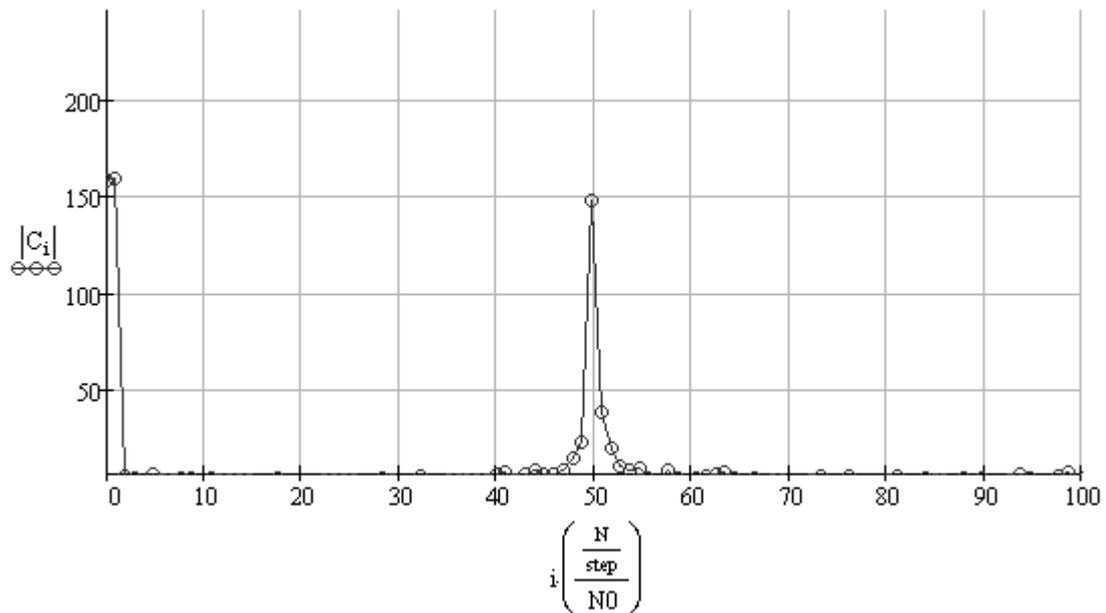
```
ZZi := [Z(1)i]
```

```
C := fft(ZZ)
```

После использования функции  $fft$  массив  $C$  содержит данные спектра сигнала:



Рассмотрим детально полученный спектр сигнала в диапазоне от 0 до 100 Гц – на изображении спектра видны два пика, соответствующие составляющим сигнала с частотами 1 Гц и 50 Гц:



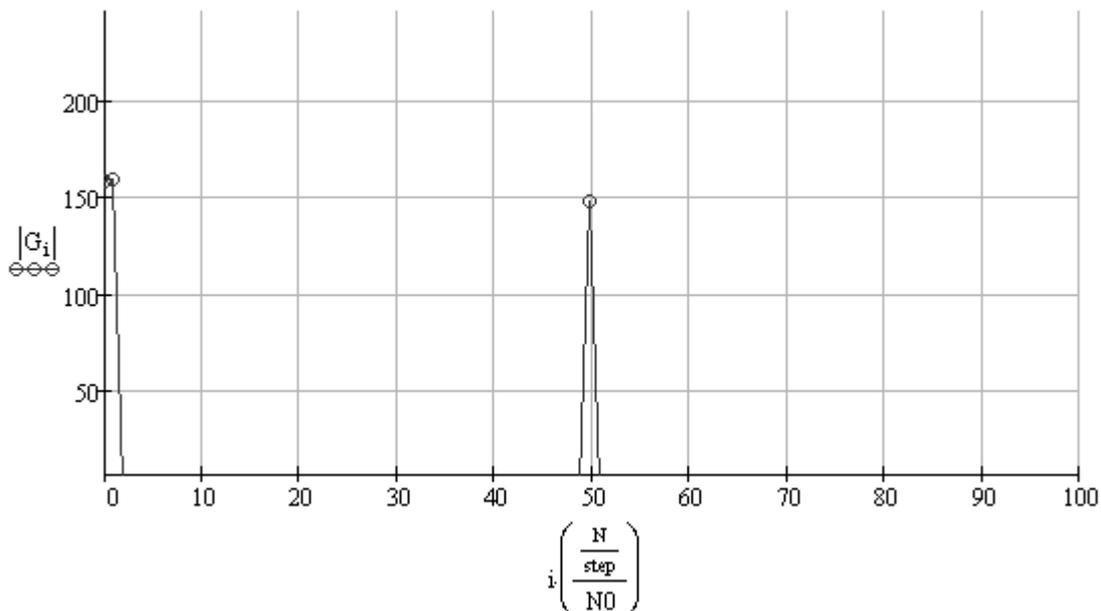
Введем функцию отсечки спектра сигнала ( $A$  – массив исходного спектра сигнала,  $min$  – порог отсечки спектра сигнала):

$$\text{filt}(A, \text{min}) := \left| \begin{array}{l} n \leftarrow 0 \\ \text{while } n \leq \left( \frac{\text{trunc}\left(\frac{N0}{2}\right)}{2} \right) \\ \quad \left| \begin{array}{l} A_n \leftarrow 0 \text{ if } |A_n| \leq \text{min} \\ n \leftarrow n + 1 \end{array} \right. \\ A \end{array} \right.$$

Уберем из сигнала шум – сформируем новый массив  $G$ :

$$G := \text{filt}(C, 100)$$

Изобразим полученный спектр сигнала:

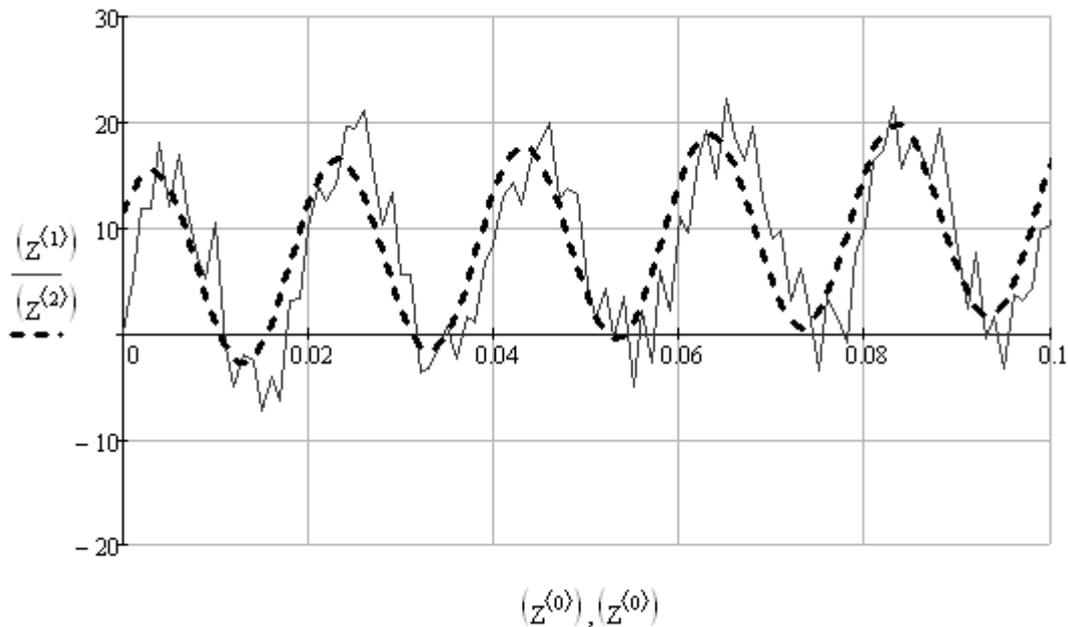


Воспользуемся функцией *ifft* – обратным дискретным преобразованием Фурье (таблица П4 приложения 6) для получения сигнала из его спектра:

$$H := \text{ifft}(G)$$

$$Z^{(2)} := H$$

В результате получим двумерный массив  $Z$  с тремя столбцами:  $Z^{(0)}$  - столбец значений времени,  $Z^{(1)}$  - столбец значений сигнала,  $Z^{(2)}$  - столбец значений отфильтрованного от шума сигнала:



### Варианты заданий

1. Составить в среде Mathcad сигнал, сложив функции синуса с частотами  $f_1 \dots f_n$  Гц и амплитудами  $A_1 \dots A_n$  соответственно, где  $n$  – число функций синуса в соответствии с номером варианта задания (таблица 1).
2. Сформировать дискретный сигнал.
3. Используя преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье выполнить фильтрацию сигнала в соответствии с номером варианта задания.
4. Выполнить построение исходного сигнала и сигнала, полученного после фильтрации.
5. Оформить отчет о работе.

Таблица 1 – Варианты заданий

Вариант	Задание
1	Частоты и амплитуды складывающихся сигналов: $f_1 = 15 \text{ Гц}$ , $A_1 = 10$ , $f_2 = 36 \text{ Гц}$ , $A_2 = 5$ . Отфильтровать сигнал от частот выше 20 Гц
2	Частоты и амплитуды складывающихся сигналов: $f_1 = 500 \text{ Гц}$ , $A_1 = 5$ , $f_2 = 1050 \text{ Гц}$ , $A_2 = 10$ . Отфильтровать сигнал от частот ниже 600 Гц
3	Частоты и амплитуды складывающихся сигналов: $f_1 = 1 \text{ Гц}$ , $A_1 = 10$ , $f_2 = 5 \text{ Гц}$ , $A_2 = 5$ , $f_3 = 10 \text{ Гц}$ , $A_3 = 10$ . Отфильтровать сигнал от частот от 4 до 6 Гц
4	Частоты и амплитуды складывающихся сигналов: $f_1 = 5 \text{ Гц}$ , $A_1 = 10$ , $f_2 = 10 \text{ Гц}$ , $A_2 = 5$ , $f_3 = 50 \text{ Гц}$ , $A_3 = 10$ . Отфильтровать сигнал от частот от 9 до 11 Гц
5	частоты и амплитуды складывающихся сигналов: $f_1 = 5 \text{ Гц}$ , $A_1 = 5$ , $f_2 = 10 \text{ Гц}$ , $A_2 = 10$ , $f_3 = 50 \text{ Гц}$ , $A_3 = 5$ . Выделить сигнал с частотами от 9 до 11 Гц
6	Частоты и амплитуды складывающихся сигналов: $f_1 = 1 \text{ Гц}$ , $A_1 = 5$ , $f_2 = 3 \text{ Гц}$ , $A_2 = 10$ . Отфильтровать сигнал от частот ниже 2,5 Гц
7	Частоты и амплитуды складывающихся сигналов: $f_1 = 0,5 \text{ Гц}$ , $A_1 = 10$ , $f_2 = 1 \text{ Гц}$ , $A_2 = 5$ . Отфильтровать сигнал от частот выше 0,8 Гц
8	Частоты и амплитуды складывающихся сигналов: $f_1 = 1 \text{ Гц}$ , $A_1 = 10$ , $f_2 = 10 \text{ Гц}$ , $A_2 = 5$ , $f_3 = 100 \text{ Гц}$ , $A_3 = 10$ , $f_4 = 1000 \text{ Гц}$ , $A_4 = 5$ , $f_5 = 10000 \text{ Гц}$ , $A_5 = 10$ . Отфильтровать сигнал от частот от 9 до 11 Гц и от частот от 999 Гц до 1001 Гц
9	Частоты и амплитуды складывающихся сигналов: $f_1 = 1 \text{ Гц}$ , $A_1 = 5$ , $f_2 = 100 \text{ Гц}$ , $A_2 = 5$ , $f_3 = 500 \text{ Гц}$ , $A_3 = 5$ , $f_4 = 1000 \text{ Гц}$ , $A_4 = 10$ , $f_5 = 5000 \text{ Гц}$ , $A_5 = 5$ . Выделить сигнал с частотами от 999 Гц до 1001 Гц
10	Частоты и амплитуды складывающихся сигналов: $f_1 = 3 \text{ Гц}$ , $A_1 = 10$ , $f_2 = 50 \text{ Гц}$ , $A_2 = 5$ , $f_3 = 1000 \text{ Гц}$ , $A_3 = 5$ . Выделить сигнал с частотами от 2 до 4 Гц

## Практическая работа 2. Дифференцирование сигнала

### Методика выполнения работы

Составим в среде Mathcad цифровой треугольный сигнал, кусочно задав функцию  $U$ :

$$\begin{aligned}
 U(t, t_1, t_2, t_3, t_4, U_1, U_2) := & \left[ \begin{array}{l}
 v \leftarrow \frac{2 \cdot U_1}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{5} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{5} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{3 \cdot U_1}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{2 \cdot t_1} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{2 \cdot t_1} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{4 \cdot U_1}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{3 \cdot t_1} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{3 \cdot t_1} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow U_1 \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{4 \cdot t_1} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{4 \cdot t_1} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow U_1 \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{4 \cdot U_1}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + \frac{t_2}{5}} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + \frac{t_2}{5}} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{3 \cdot U_1}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + \frac{2 \cdot t_2}{5}} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + \frac{2 \cdot t_2}{5}} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{2 \cdot U_1}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + \frac{3 \cdot t_2}{5}} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + \frac{3 \cdot t_2}{5}} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{U_1}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + \frac{4 \cdot t_2}{5}} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + \frac{4 \cdot t_2}{5}} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{U_2}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + t_2} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + t_2} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{2 \cdot U_2}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + t_2 + \frac{t_3}{5}} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + t_2 + \frac{t_3}{5}} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{3 \cdot U_2}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + t_2 + \frac{2 \cdot t_3}{5}} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + t_2 + \frac{2 \cdot t_3}{5}} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{4 \cdot U_2}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + t_2 + \frac{3 \cdot t_3}{5}} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + t_2 + \frac{3 \cdot t_3}{5}} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow U_2 \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + t_2 + \frac{4 \cdot t_3}{5}} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + t_2 + \frac{4 \cdot t_3}{5}} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow U_2 \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + t_2 + t_3} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + t_2 + t_3} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{4 \cdot U_2}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + t_2 + t_3 + \frac{t_4}{5}} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + t_2 + t_3 + \frac{t_4}{5}} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{3 \cdot U_2}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + t_2 + t_3 + \frac{2 \cdot t_4}{5}} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + t_2 + t_3 + \frac{2 \cdot t_4}{5}} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{2 \cdot U_2}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + t_2 + t_3 + \frac{3 \cdot t_4}{5}} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + t_2 + t_3 + \frac{3 \cdot t_4}{5}} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{U_2}{5} \text{ if mod} \left[ t \cdot \left( \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{t_1 + t_2 + t_3 + \frac{4 \cdot t_4}{5}} \right), \left[ \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4)^2}{t_1 + t_2 + t_3 + \frac{4 \cdot t_4}{5}} \right] \right] > (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \\
 v \leftarrow \frac{U_1}{5} \text{ otherwise}
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

Определим следующие величины:

$T1$  – длительность первой четверти сигнала  $U$  в секундах:

$$T1 := 0.040$$

$U1$  – амплитуда сигнала  $U$  в первом полупериоде:

$$U1 := 12$$

$T2$  – длительность второй четверти сигнала  $U$  в секундах:

$$T2 := 0.040$$

$U2$  – амплитуда сигнала  $U$  во втором полупериоде:

$$U2 := -12$$

$T3$  – длительность третьей четверти сигнала  $U$  в секундах:

$$T3 := 0.040$$

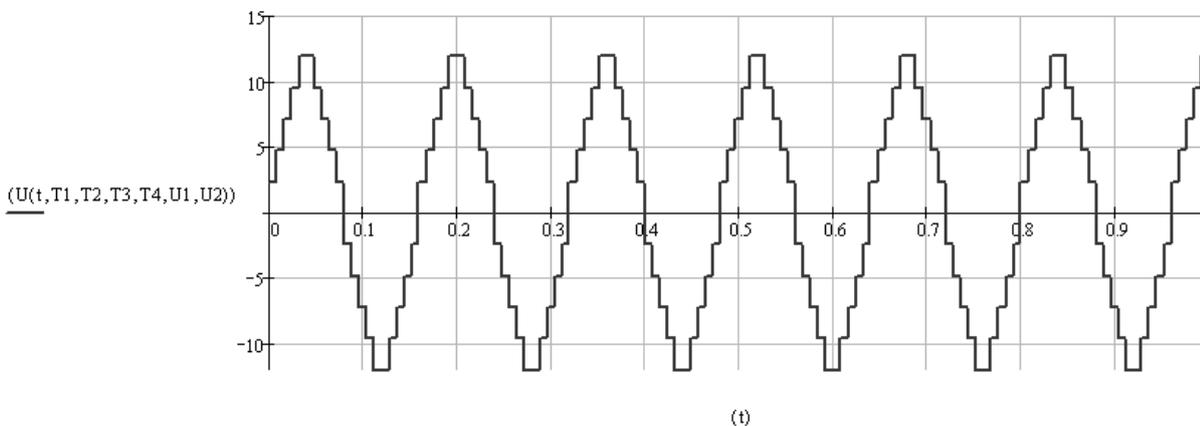
$T4$  – длительность четвертой четверти сигнала  $U$  в секундах:

$$T4 := 0.040$$

Общее время периода  $T$  составит:

$$T := T1 + T2 + T3 + T4$$

Далее построим изображение сигнала  $U$  на временной диаграмме:



Зададим функцию  $FtoA$  для перевода функции сигнала  $U$  в двумерный массив, состоящий из двух столбцов, где первый

столбец – столбец значений времени, второй – столбец значений дискретного сигнала. Аргументы функции  $FtoA$ :  $totaltime$  – общее время моделирования сигнала, сек.,  $points$  – количество отсчетов (точек).  $Step$  – шаг времени, сек.

```

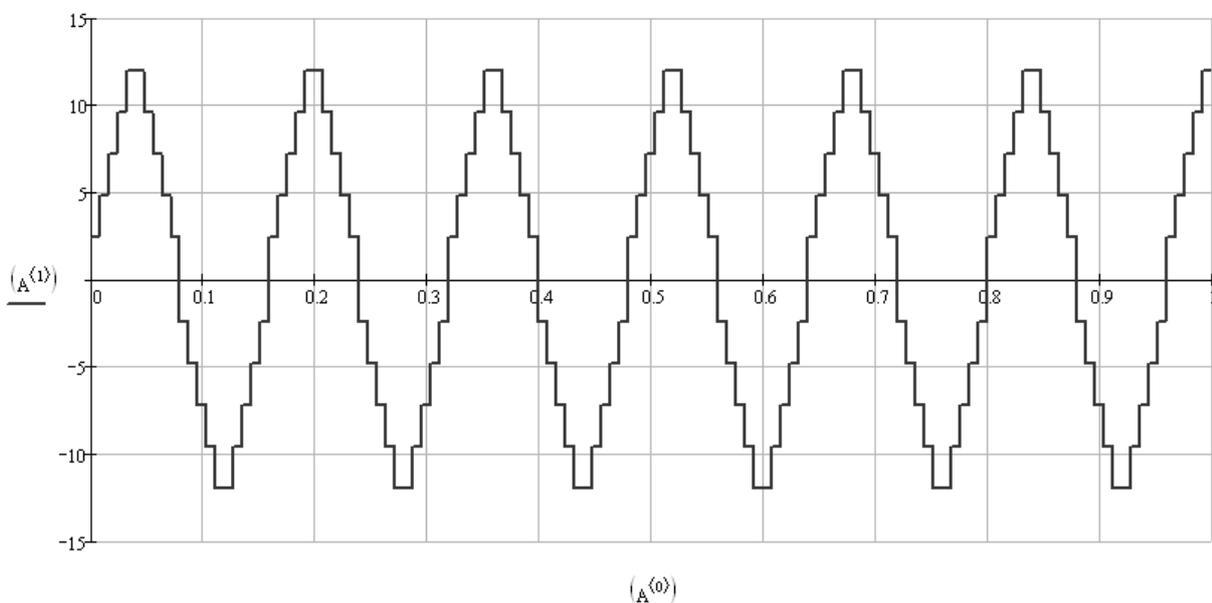
FtoA(totaltime, points) :=
  Z ← 0
  n ← 0
  step ← totaltime / points
  while n ≤ points
    Zn,0 ← step · n
    Zn,1 ← U[Zn,0, T1, T2, T3, T4, U1, U2]
    n ← n + 1
  return Z

```

Сформируем массив  $A$  со значениями сигнала  $U$ :

```
A := FtoA(1, 10000)
```

Далее построим изображение дискретного сигнала на временной диаграмме:



К полученному дискретному сигналу применим метод сглаживания, использующий алгоритм нахождения скользящего среднего значения сигнала:

$$w := 250$$

$$n := \text{rows}(A)$$

$$n = 1 \times 10^4$$

$$i := 0..n - 1$$

$$z1_i := \begin{cases} \frac{\sum_{j=0}^i (A^{(1)})_j}{i+1} & \text{if } i < w \\ \frac{\sum_{j=i-w+1}^i (A^{(1)})_j}{w} & \text{otherwise} \end{cases},$$

где:  $A_j$  – массив  $A$  исходного (несглаженного) сигнала со значением сигнала в точке времени  $j$ ,  $i$  – текущая обрабатываемая точка времени,  $w$  – константа, определяющая при сглаживании пропуск точек времени в количестве  $w$  ( $0 < w < n$ ,  $n$  – общее количество точек времени (элементов массива  $A$ )),  $z1$  – массив со сглаженным уровнем сигнала.

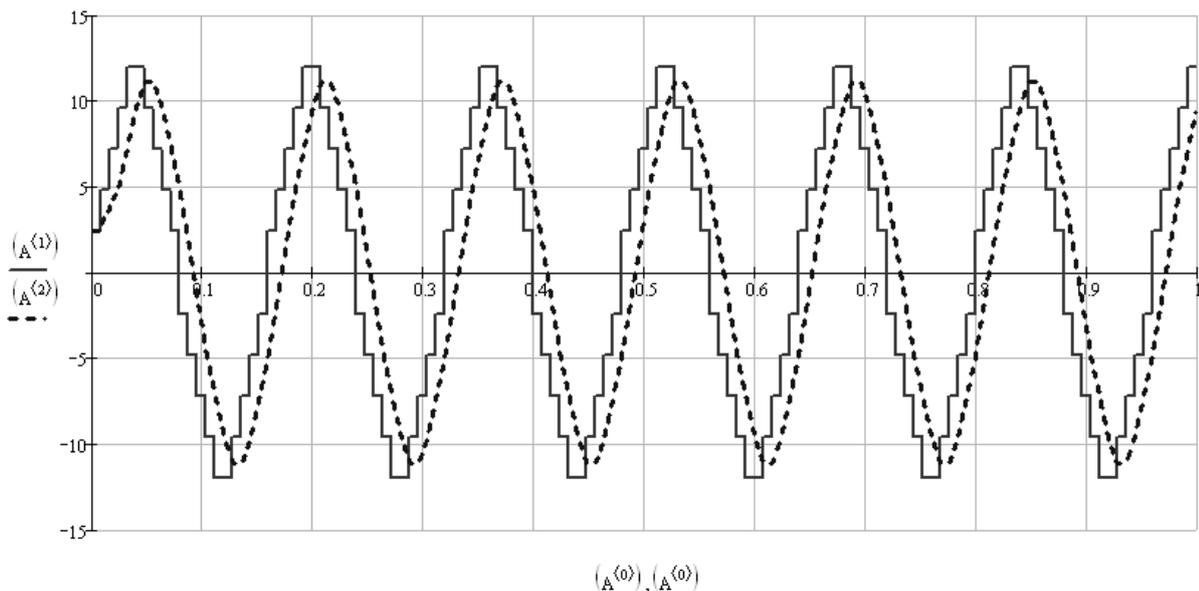
Полученный одномерный массив (матрицу-столбец)  $z1$  присвоим третьему столбцу  $A^{(2)}$ :

$$A^{(2)} := z1$$

	0	1	2
0	0	2.4	2.4
1	$1 \cdot 10^{-4}$	2.4	2.4
2	$2 \cdot 10^{-4}$	2.4	2.4
3	$3 \cdot 10^{-4}$	2.4	2.4
4	$4 \cdot 10^{-4}$	2.4	2.4
5	$5 \cdot 10^{-4}$	2.4	2.4
6	$6 \cdot 10^{-4}$	2.4	2.4
7	$7 \cdot 10^{-4}$	2.4	2.4
8	$8 \cdot 10^{-4}$	2.4	2.4
9	$9 \cdot 10^{-4}$	2.4	2.4
10	$1 \cdot 10^{-3}$	2.4	2.4
11	$1.1 \cdot 10^{-3}$	2.4	2.4
12	$1.2 \cdot 10^{-3}$	2.4	2.4
13	$1.3 \cdot 10^{-3}$	2.4	2.4
14	$1.4 \cdot 10^{-3}$	2.4	2.4
15	$1.5 \cdot 10^{-3}$	2.4	2.4

A =

Далее построим на одной временной диаграмме изображения несглаженного и сглаженного дискретных сигналов:



Зададим функцию *Diff* для получения дискретного продифференцированного по времени сигнала  $U$ , где:  $S$  – двумерный массив с исходным сигналом,  $N$  – номер столбца в массиве  $S$  с данными для дифференцирования ( $0 < N$ ):

```

Diff(S,N) :=
| Y ← 0
| t ← 0
| a ← 0
| a0 ← 0
| for Y ∈ 0..last(S<0>)
|   | dt ← S<Y,0> - t
|   | t ← S<Y,0>
|   | a0 ← a
|   | a ← S<Y,N>
|   | dt ← 0.000000000000001 if dt ≤ 0
|   | S<Y,N+1> ←  $\frac{a - a0}{dt}$ 
| S

```

Продифференцируем данные в третьем столбце  $A^{<2>}$  и получим в том же массиве  $A$  четвертый столбец  $A^{<3>}$  с продифференцированным дискретным сигналом  $U$ :

```
A := Diff(A,2)
```

К полученному дискретному сигналу в четвертом столбце  $A^{<3>}$  применим метод сглаживания:

```
w := 250
```

```
n := rows(A)
```

```
n = 1 × 104
```

```
i := 0..n - 1
```

$$z1_i := \begin{cases} \frac{\sum_{j=0}^i (A^{(3)})_j}{i+1} & \text{if } i < w \\ \frac{\sum_{j=i-w+1}^i (A^{(3)})_j}{w} & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
A<3> := z1
```

Продифференцируем данные в четвертом столбце  $A^{<3>}$  и получим в том же массиве  $A$  пятый столбец  $A^{<4>}$  с дважды продифференцированным дискретным сигналом  $U$ :

$$A := \text{Diff}(A, 3)$$

К полученному дискретному сигналу в пятом столбце  $A^{<4>}$  применим метод сглаживания:

$$w := 300$$

$$n := \text{rows}(A)$$

$$n = 1 \times 10^4$$

$$i := 0..n - 1$$

$$z1_i := \begin{cases} \frac{\sum_{j=0}^i (A^{<4>})_j}{i+1} & \text{if } i < w \\ \frac{\sum_{j=i-w+1}^i (A^{<4>})_j}{w} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$A^{<4>} := z1$$

Обрезаем левый край сигнала, удаляя первые (верхние) 500 строк из массива  $A$  (тем самым удаляя первые 500 точек дискретного сигнала):

$$\text{CUT} := 550$$

$$\text{TIMESHIFT} := A_{\text{CUT},0}$$

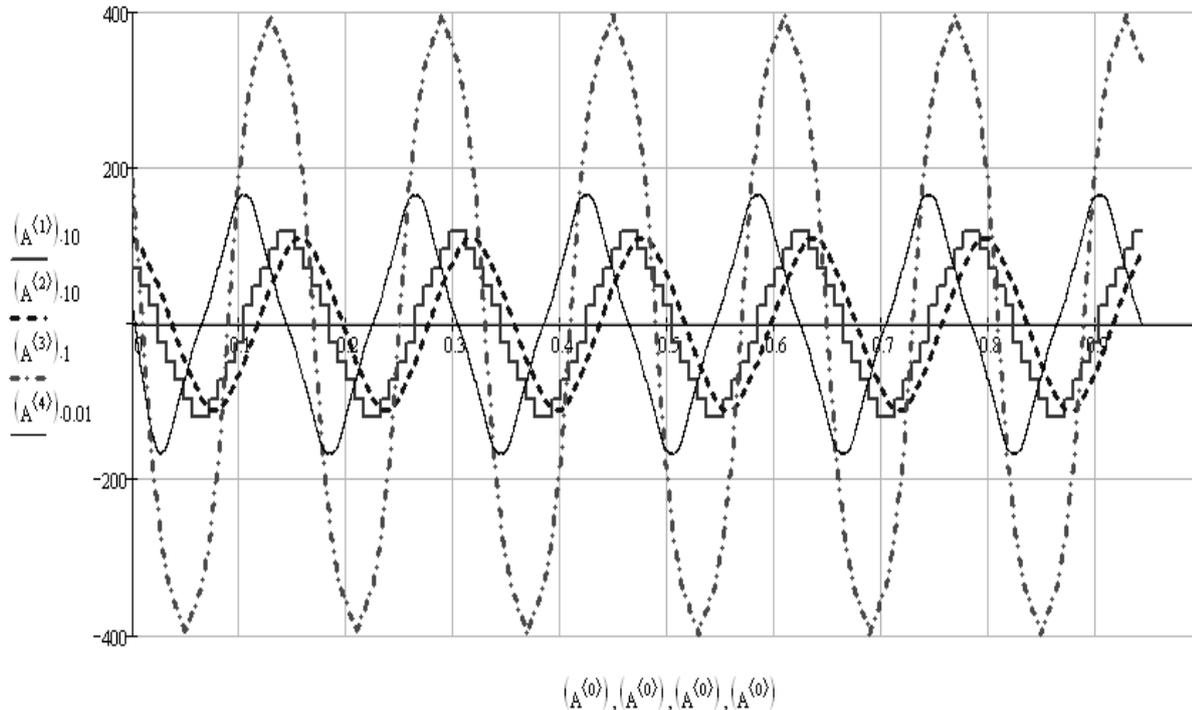
$$A := \text{submatrix}[A, \text{CUT}, (\text{last}(A^{(0)})), 0, 4]$$

Смещаем влево шкалу времени после обрезки дискретного сигнала:

$$A^{(0)} := (A^{(0)}) - \text{TIMESHIFT}$$

	0	1	2	3	4
0	0	9.6	11.136	188.16	2.816·10 <sup>3</sup>
1	1·10 <sup>-4</sup>	9.6	11.136	187.008	2.739·10 <sup>3</sup>
2	2·10 <sup>-4</sup>	9.6	11.136	185.856	2.662·10 <sup>3</sup>
3	3·10 <sup>-4</sup>	9.6	11.136	184.704	2.586·10 <sup>3</sup>
4	4·10 <sup>-4</sup>	9.6	11.136	183.552	2.509·10 <sup>3</sup>
5	5·10 <sup>-4</sup>	9.6	11.136	182.4	2.432·10 <sup>3</sup>
6	6·10 <sup>-4</sup>	9.6	11.136	181.248	2.355·10 <sup>3</sup>
7	7·10 <sup>-4</sup>	9.6	11.136	180.096	2.278·10 <sup>3</sup>
8	8·10 <sup>-4</sup>	9.6	11.136	178.944	2.202·10 <sup>3</sup>
9	9·10 <sup>-4</sup>	9.6	11.136	177.792	2.125·10 <sup>3</sup>
10	1·10 <sup>-3</sup>	9.6	11.136	176.64	2.048·10 <sup>3</sup>
11	1.1·10 <sup>-3</sup>	7.2	11.126	175.104	1.958·10 <sup>3</sup>
12	1.2·10 <sup>-3</sup>	7.2	11.117	173.568	1.869·10 <sup>3</sup>
13	1.3·10 <sup>-3</sup>	7.2	11.107	172.032	1.779·10 <sup>3</sup>
14	1.4·10 <sup>-3</sup>	7.2	11.098	170.496	1.69·10 <sup>3</sup>
15	1.5·10 <sup>-3</sup>	7.2	11.088	168.96	1.6·10 <sup>3</sup>

Построим на одной временной диаграмме изображения несглаженного и сглаженного дискретных сигналов  $U$ , а также одно- и двукратно продифференцированные сигналы  $U$ :



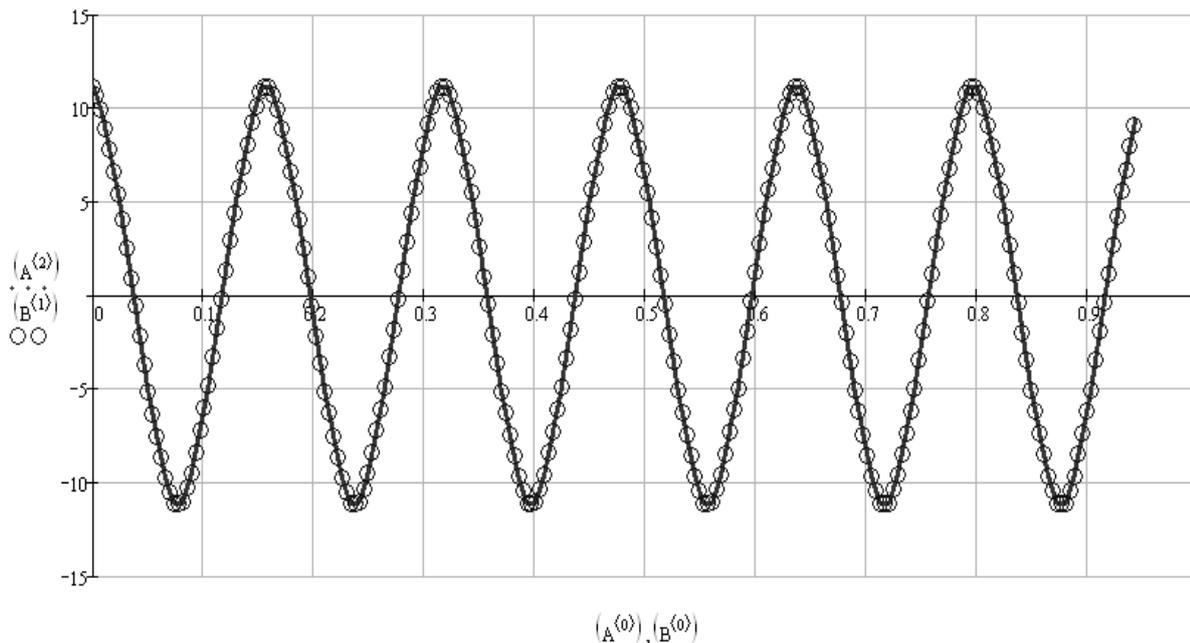
Для сглаженного дискретного сигнала  $U$  в столбце  $A^{<2>}$  применим метод сокращения точек, используя функцию  $rdots$  с аргументами:  $S$  - двумерный массив с исходным сигналом,  $d$  - выборка (в новом массиве присутствует каждая  $d$ -точка исходного массива  $S$ ).

```
rdots(S, d) :=
  Y ← 0
  N ← 0
  while N ≤ last(S(0))
    XY,0 ← SN,0
    XY,1 ← SN,2
    N ← N + (d - 1)
    Y ← Y + 1
  X
```

Сформируем новый массив  $B$ :

```
B := rdots(A, 40)
```

Используя массив  $B$ , построим изображение полученного дискретного сигнала на временной диаграмме:



### Варианты заданий

1. Составить в среде Mathcad цифровой (квантованный) сигнал, кусочно задав функцию  $U$  заданной формы в соответствии с номером варианта задания (таблица 2).
2. Сформировать дискретный сигнал.
3. К полученному дискретному сигналу применить метод сглаживания, использующий алгоритм нахождения скользящего среднего значения сигнала.
4. Дважды продифференцировать полученный сигнал.
5. Выполнить построение исходного цифрового сигнала, дискретного сигнала, сглаженного дискретного сигнала, сигнала после однократного дифференцирования, сигнала после двукратного дифференцирования.
6. Оформить отчет о работе.

Таблица 2 – Варианты заданий

Вариант	Форма сигнала
1	двухполярный сигнал с положительной пилообразной полуволной и отрицательной прямоугольной полуволной
2	двухполярный треугольный сигнал
3	двухполярный сигнал с положительной синусоидальной полуволной и отрицательной прямоугольной полуволной
4	двухполярный пилообразный сигнал
5	синусоидальный сигнал без отрицательной полуволны
6	синусоидальный сигнал без положительной полуволны
7	однополярный пилообразный сигнал
8	однополярный треугольный сигнал
9	двухполярный сигнал с положительной прямоугольной полуволной и отрицательной синусоидальной полуволной
10	двухполярный сигнал с положительной прямоугольной полуволной и отрицательной пилообразной полуволной

## Практическая работа 3. Интегрирование сигнала

### Методика выполнения работы

Составим в среде Mathcad прямоугольный сигнал, кусочно задав функцию  $U$  и используя следующие параметры:  $T1$  – длительность первого полупериода сигнала, сек.,  $U1$  – значение сигнала в первом полупериоде,  $T2$  – длительность второго полупериода сигнала, сек.,  $U2$  – значение сигнала во втором полупериоде,  $T$  – длительность периода сигнала, сек.:

$$T1 := 0.080$$

$$U1 := 5$$

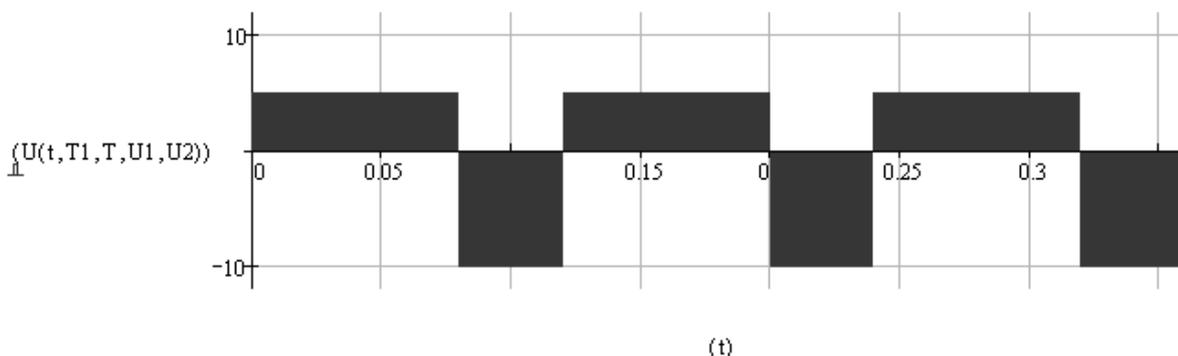
$$T2 := 0.040$$

$$U2 := -10$$

$$T := T1 + T2$$

$$U(t, t1, T, Umax, Umin) := \begin{cases} V \leftarrow Umax & \text{if } \text{mod}\left[t \cdot \left(\frac{T}{t1}\right), (t1) \cdot \left(\frac{T}{t1}\right)\right] \leq T \cdot \left(\frac{T}{t1}\right) \\ V \leftarrow Umin & \text{if } \text{mod}\left[t \cdot \left(\frac{T}{t1}\right), (T) \cdot \left(\frac{T}{t1}\right)\right] \geq t1 \cdot \left(\frac{T}{t1}\right) \\ \text{return } V \end{cases}$$

Далее построим изображение сигнала  $U$  на временной диаграмме:



Зададим функцию  $FtoA$  для перевода функции сигнала  $U$  в двумерный массив, состоящий из двух столбцов, где первый

столбец – столбец значений времени, второй – столбец значений дискретного сигнала. Аргументы функции  $FtoA$ :  $totaltime$  – общее время моделирования сигнала, сек.,  $points$  – количество отсчетов (точек).  $Step$  – шаг времени, сек.

```

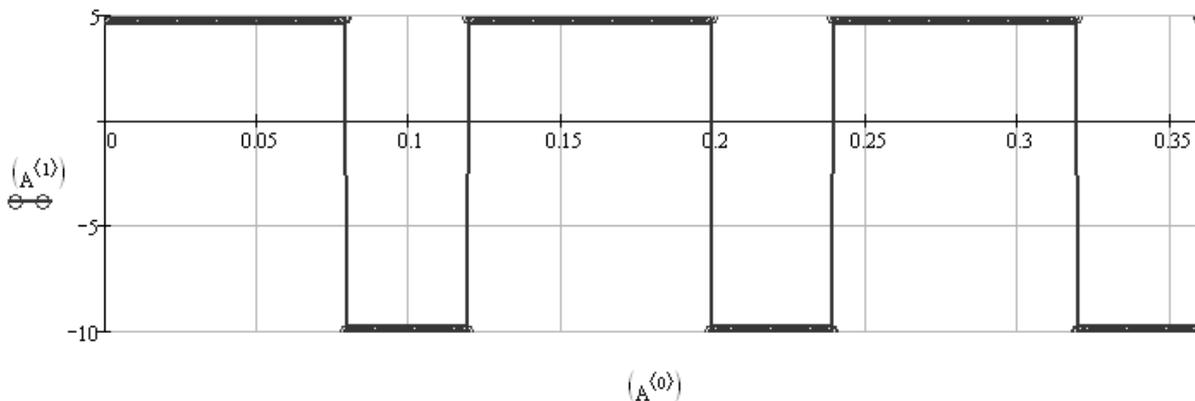
FtoA(totaltime, points) :=
  Z ← 0
  n ← 0
  step ← totaltime / points
  while n ≤ points
    Zn,0 ← step · n
    Zn,1 ← U[Zn,0, T1, T, U1, U2]
    n ← n + 1
  return Z

```

Сформируем массив  $A$  со значениями сигнала  $U$ :

```
A := FtoA(1, 1000)
```

Далее построим изображение дискретного сигнала на временной диаграмме:



Зададим функцию  $Integ$  для получения дискретного проинтегрированного по времени сигнала  $U$ , где:  $S$  – двумерный массив с исходным сигналом,  $N$  – номер столбца в массиве  $S$  с данными для интегрирования ( $0 < N$ ):

```

Integ(S,N) :=
  Y ← 1
  INT ← 0
  L ← last(S<0>)
  SY,N+1 ← 0
  while Y ≤ L
    INT ← [(SY,N) · [(SY,0) - (SY-1,0))] + INT
    SY,N+1 ← INT
    Y ← Y + 1
  S

```

Проинтегрируем данные во втором столбце  $A^{<1>}$  и получим в том же массиве  $A$  третий столбец  $A^{<2>}$  с проинтегрированным дискретным сигналом  $U$ :

$$A := \text{Integ}(A,1)$$

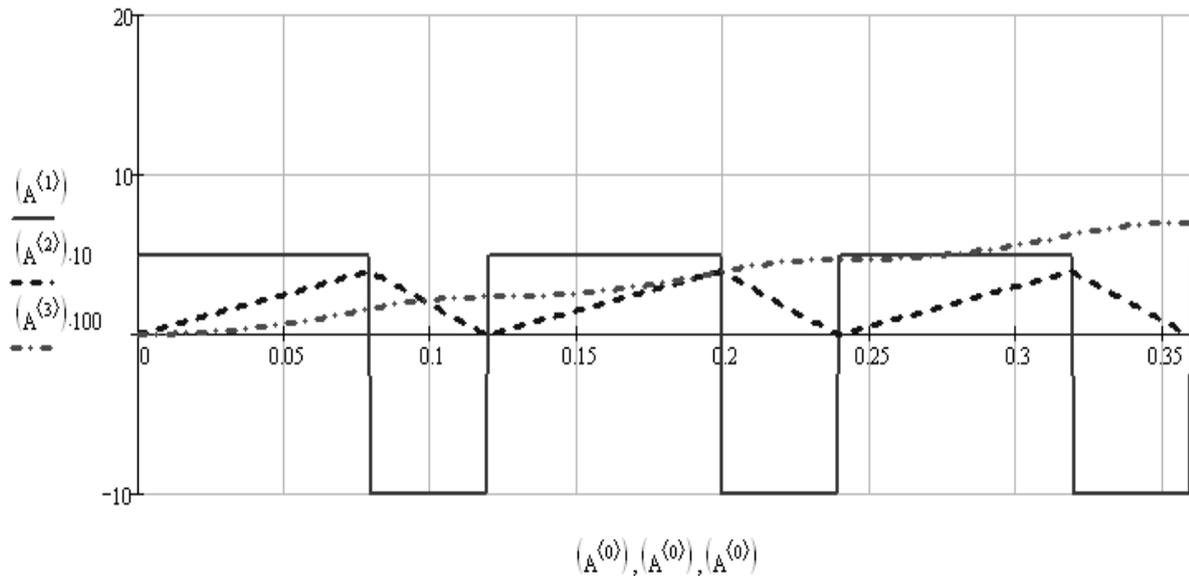
Проинтегрируем данные в третьем столбце  $A^{<2>}$  и получим в том же массиве  $A$  четвертый столбец  $A^{<3>}$  с дважды проинтегрированным дискретным сигналом  $U$ :

$$A := \text{Integ}(A,2)$$

	0	1	2	3
985	0.985	5	0.125	0.189
986	0.986	5	0.13	0.189
987	0.987	5	0.135	0.189
988	0.988	5	0.14	0.189
989	0.989	5	0.145	0.189
990	0.99	5	0.15	0.19
991	0.991	5	0.155	0.19
992	0.992	5	0.16	0.19
993	0.993	5	0.165	0.19
994	0.994	5	0.17	0.19
995	0.995	5	0.175	0.19
996	0.996	5	0.18	0.191
997	0.997	5	0.185	0.191
998	0.998	5	0.19	0.191
999	0.999	5	0.195	0.191
1000	1	5	0.2	0.191

$A =$

Построим на одной временной диаграмме изображение дискретного сигнала  $U$ , а также одно- и двукратно проинтегрированные сигналы  $U$ :



### Варианты заданий

1. Составить в среде Mathcad прямоугольный сигнал, кусочно задав функцию  $U$ , используя следующие параметры:  $T1$  – длительность первого полупериода сигнала, сек.,  $U1$  – значение сигнала в первом полупериоде,  $T2$  – длительность второго полупериода сигнала, сек.,  $U2$  – значение сигнала во втором полупериоде, при этом  $T1 = N \cdot 0,01$ ,  $U1 = N \cdot 2$ ,  $T2 = (T1 \cdot U1) / 5$ ,  $U2 = -(T1 \cdot U1) / T2$ , где  $N$  – номер варианта задания.
2. Сформировать дискретный сигнал.
3. Дважды проинтегрировать полученный сигнал.
4. Выполнить построение исходного цифрового сигнала, дискретного сигнала, сигнала после однократного интегрирования, сигнала после двукратного интегрирования.
5. Дважды продифференцировать сигнал, полученный после двукратного интегрирования.
6. Выполнить построение исходного цифрового сигнала, дискретного сигнала, полученного после двукратного дифференцирования. Получить на временной диаграмме разность этих сигналов и объяснить полученный результат.
7. Оформить отчет о работе.

## Практическая работа 4. Работа с изображениями

### Методика выполнения работы

Сформируем двумерный массив  $M$ , содержащий данные графического файла  $CAM.BMP$  в цветовой модели  $RGB$ :

```
M := READRGB("C:\CAM.BMP")
```

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	64	64	64	64	96	96	96	96	96	96
1	64	96	64	64	96	96	96	96	96	96
2	64	64	96	96	96	96	96	96	96	96
3	64	64	96	96	96	96	64	64	96	96
4	96	96	96	96	96	96	96	96	96	96
5	96	96	96	64	96	96	96	96	96	64
6	96	96	96	64	96	96	96	96	64	96
7	96	96	96	96	96	96	96	64	64	64
8	96	96	96	96	96	96	64	64	64	32
9	64	64	96	96	64	64	64	64	32	32
10	64	64	64	96	64	64	64	64	32	32
11	64	64	64	64	64	32	32	32	32	32
12	64	64	64	64	32	32	32	0	32	32
13	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32
14	32	32	32	32	32	32	32	32	32	64
15	32	32	0	0	32	32	0	64	64	64

Выделим из массива  $M$  массивы  $RM$ ,  $GM$  и  $BM$ , соответствующие красному, зеленому и синему оттенкам графического изображения.

```
rows(M) = 480
```

```
cols(M) = 1.92 × 103
```

```
w :=  $\frac{\text{cols}(M)}{3}$ 
```

```
h := rows(M)
```

Для изменения порядка индексирования массивов присвоим встроенной переменной  $ORIGIN$  значение «1»:

```
ORIGIN := 1
```

```
RM := submatrix(M, 1, h, 1, w)
```

```
GM := submatrix(M, 1, h, w + 1, 2 · w)
```

```
BM := submatrix(M,1,h,2·w + 1,3·w)
```

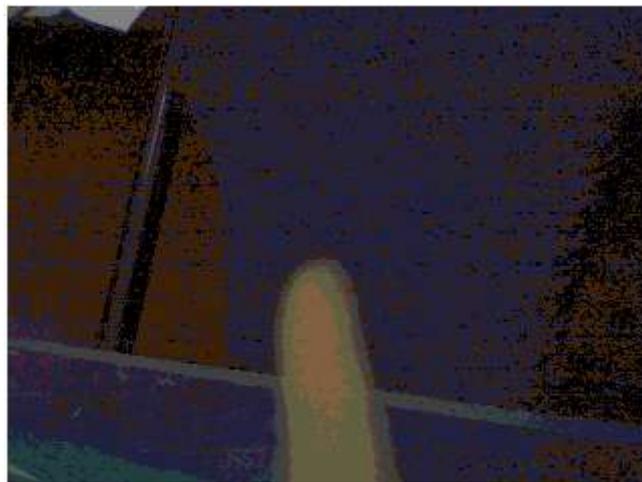
Уменьшим изображение в 2 раза, сократив количество точек:

```
CUT := 2
newr := 1..(rows(RM)
           / CUT)
newc := 1..(cols(RM)
           / CUT)
```

Создадим массивы оттенков NRM, NGM и NBM с уменьшенным изображением:

```
NRMnewr,newc := RMCUT·newr,CUT·newc
NGMnewr,newc := GMCUT·newr,CUT·newc
NBMnewr,newc := BMCUT·newr,CUT·newc
```

Создадим наложение оттенков NRM, NGM и NBM в компоненте Picture:



NRM, NGM, NBM

Получим графическое изображение в оттенках серого цвета:

```
GRAY := NRM·0.56 + NGM·0.33 + NBM·0.11
```



GRAY

Применим функцию `medflt` (медианный фильтр изображения) для уменьшения уровня шума:

$$\text{medflt}(M,k) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in \frac{k-1}{2} \dots \text{rows}(M) - \frac{k+1}{2} \\ \quad \text{for } j \in \frac{k-1}{2} \dots \text{cols}(M) - \frac{k+1}{2} \\ \quad \quad \left| \begin{array}{l} \text{for } r \in 1 \dots k \\ \quad \text{for } s \in 1 \dots k \\ \quad \quad A_{r,s} \leftarrow M_{i+r-\frac{k-1}{2}, j+s-\frac{k-1}{2}} \\ \quad \quad N_{i,j} \leftarrow \text{median}(A) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

`GRAY := medflt(GRAY, 3)`

Осветлим полученное изображение:

`GRAY := GRAY + 100`



GRAY

Применим фильтр для выделения некоторого диапазона цветов изображения (цвета изображения меняются от абсолютно черного до абсолютно белого, т.е. от 0 до 255):

$$\text{Filter}(x, x_{\min}, x_{\max}) := \begin{cases} x & \text{if } x_{\min} < x \leq x_{\max} \\ 255 & \text{otherwise} \end{cases}$$

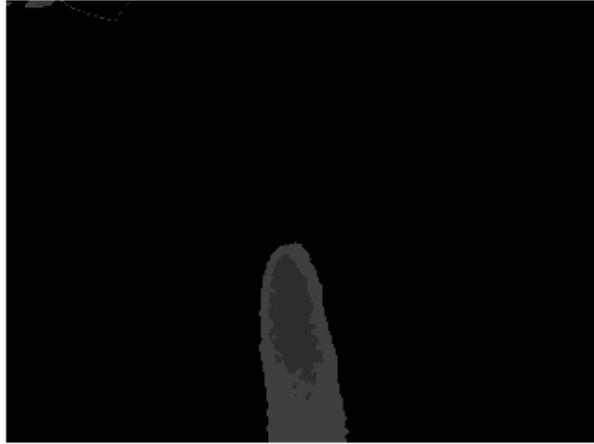
$$\text{GRAY2} := \text{Filter}(\text{GRAY}, 190, 220)$$



GRAY2

Получим инверсное изображение:

$$\text{INVERSION} := 255 - \text{GRAY2}$$



INVERSION

Применим функцию `medflt` к инверсному изображению:

```
INVERSION2 := medflt(INVERSION,9)
```



INVERSION2

### Варианты заданий

1. Сформировать в среде Mathcad двумерный массив  $M$ , содержащий данные некоторого графического файла в цветовой модели RGB.
2. Получить графическое изображение в оттенках серого цвета.
3. Применить функцию `medflt`.
4. Применить фильтр для выделения диапазона цветов изображения: от  $N \cdot 10$  до  $N \cdot 25$ , где  $N$  – номер варианта задания. Остальная область изображения закрашивается абсолютно белым цветом.
5. Оформить отчет о работе.

## Литература

1. Аллен Дж. Архитектура процессоров для цифровой обработки сигналов//ТИИЭР. -1986. -т.73.-N 5.-с.3-37.
2. Блаттер К. Вейвлет-анализ. Основы теории// – М. – Техносфера. – 2006. -279 с.
3. Брейсуэлл Р. Преобразование Хартли. Теория и приложения// - М.- Мир.-1990. -217 с.
4. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений// Пер. с англ.-Москва.- Техносфера. – 2006. -1072 с.
5. Дагман Э.Е.,Кухарев Г.А. Быстрые дискретные ортогональные преобразования//Новосибирск. – Наука. -1983. -232 с.
6. Губин А.В., Шарыпин Е.В. Архитектура персональных систем обработки изображений//Системы и средства информатики. Ежегодник.- Вып.1.-1989. -с.74-81.
7. Дымков В.И., Сеницын Е.В. Элементы концепции персональных систем обработки изображений//В сб. Системы и средства информатики. Вып. 1.-1989.-с.74-81.
8. Кухарев Г.А.,Тропченко А.Ю.,Шмерко В.П. Системные процессоры для обработки сигналов//Минск. – Беларусь. -1988. -127 с.
9. Кухарев Г.А.,Тропченко А.Ю. Системный процессор для обращения матриц//Известия вузов СССР. Приборостроение.- 1990. -т.33. -№ 11 -с.29-32.
10. Очин Е.Ф. Вычислительные системы обработки изображений//Л. -Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние. -1989. - 136 с.
11. Прэт У. Цифровая обработка изображений//М. –Мир.-1982. -т.1. - 495 с.-т.2. - 480с.
12. Рабинер Л.,Гоулд Б. Теория и применения цифровой обработки сигналов//М. – Мир. -1978. - 545 с.
13. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов//М. - Радио и связь. - 1989, - 440 с.
14. Graps A.L. An introduction to Wavelets//IEEE Computational Sciences and Engineering. -v.2. - №.2. - Summer 1995. - p.p. 50-61.