

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 15.05.2017

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра нанотехнологий и инженерной физики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова
« 15 » 12 2017 г.



Физика диэлектриков

Методические указания к выполнению практических работ
для студентов направления подготовки 28.03.01 «Нанотехнологии
и микросистемная техника»

Курск 2017

УДК 681.7.069.24

Составители: А.Е. Кузько, А.В. Кузько

Рецензент

Доктор физико-математических наук,
директор РИЦ, профессор *А.П. Кузьменко*

Физика диэлектриков: Методические указания к выполнению практических работ для студентов направления подготовки 28.03.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: А.Е. Кузько, А.В. Кузько. Курск, 2017. 31 с. ил: 13.

Предназначены для студентов направления подготовки 28.03.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника».

Обучающиеся закрепят и приобретут новые знания по физике диэлектриков и получат базовые навыки по определению характеристик диэлектрических материалов, научатся выявлять естественнонаучную сущность проблем и привлекать для их решения физико-математический аппарат. Излагаются методические рекомендации по выполнению практических работ, в которых собраны задания по следующим темам: электрический диполь; свойства диэлектриков; электрическая емкость; конденсаторы; энергия заряженного проводника; энергия электрического поля.

Методические указания соответствуют требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования и учебному плану направления подготовки 28.03.01 Нанотехнологии и микросистемная техника, степень (квалификация) – бакалавр. Предназначены для студентов всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.12.17. Формат 60 x 84 1/16.

Усл. печ. л. 1,80. Уч.-изд. л. 1,63. Тираж 50 экз. Заказ 2786 Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Практическая работа № 1.

Электрический диполь. Свойства диэлектриков

Основные формулы

• Диполь есть система двух точечных электрических зарядов равных по размеру и противоположных по знаку, расстояние l между которыми значительно меньше расстояния r от центра диполя до точек наблюдения.

Вектор \mathbf{l} проведенный от отрицательного заряда диполя к его положительному заряду, называется плечом диполя.

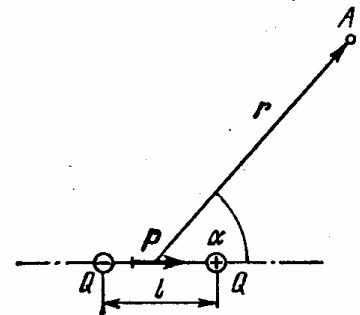
Произведение заряда $|Q|$ диполя на его плечо \mathbf{l} называется электрическим моментом диполя:

$$\mathbf{p} = |Q|\mathbf{l}.$$

- Напряженность поля диполя

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \alpha}$$

где p - электрический момент диполя; r - модуль радиуса-вектора, проведенного от центра диполя к точке, напряженность поля в которой нас интересует; α - угол между радиусом-вектором \mathbf{r} и плечом \mathbf{l} диполя (см. рис).



Напряженность поля диполя в точке, лежащей на оси диполя

$$(\alpha=0), E = \frac{p}{2\pi\epsilon_0\epsilon r^3}$$

и в точке, лежащей на перпендикуляре к плечу диполя, восстановленном из его середины ($\alpha = \frac{\pi}{2}$),

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3}.$$

- Потенциал поля диполя

$$\bullet \quad \varphi = \frac{p}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \cos \alpha..$$

Потенциал поля диполя в точке, лежащей на оси диполя ($\alpha=0$),

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$$

и в точке, лежащей на перпендикуляре к плечу диполя, восстановленном из его середины ($\alpha = \pi/2$), $\varphi = 0$.

- Механический момент, действующий на диполь с электрическим моментом \mathbf{p} , помещенный в однородное электрическое поле с напряженностью

- \mathbf{E} , $\mathbf{M}=[\mathbf{pE}]$, или $M=pE \sin \alpha$,

где α - угол между направлениями векторов \mathbf{p} и \mathbf{E} .

В неоднородном электрическом поле кроме механического момента (пары сил) на диполь действует еще некоторая сила. В случае поля, обладающего симметрией относительно оси x , сила выражается соотношением

$$F_x = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha,$$

где $\frac{\partial E}{\partial x}$ - частная производная напряженности поля, характеризующая степень неоднородности поля в направлении оси x .

При $\alpha > \pi/2$ сила F_x положительна. Это значит, что под действием ее диполь втягивается в область сильного поля.

- Поляризованность (при однородной поляризации)

$$P = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N p_i,$$

где p_i - электрический момент отдельной (i -й) молекулы (или атома); N - число молекул, содержащихся в объеме ΔV .

- Связь поляризованности с напряженностью E среднего макроскопического поля в диэлектрике

$$P = \varepsilon \varepsilon_0 E$$

где ε - диэлектрическая восприимчивость; ε_0 - электрическая постоянная.

- Связь диэлектрической проницаемости ε с диэлектрической восприимчивостью

$$\varepsilon = 1 + \varepsilon$$

- Напряженность E среднего макроскопического поля в диэлектрике связана с напряженностью E_0 внешнего поля соотношениями

$$E = E_0 / \varepsilon \quad \text{и} \quad E = E_0 - P / \varepsilon_0.$$

• Напряженность $E_{\text{лок}}$ локального поля для неполярных жидкостей и кристаллов кубической сингонии выражается формулами

$$E_{\text{лок}} = E + \frac{1}{3} \frac{P}{\varepsilon_0} \quad \text{и} \quad E_{\text{лок}} = \frac{\varepsilon + 2}{3\varepsilon} E_0.$$

• Индуцированный электрический момент молекулы

$$p = \alpha \varepsilon_0 E_{\text{лок}},$$

где α - поляризуемость молекулы ($\alpha_e + \alpha_a$, где α_e - электронная поляризуемость; α_a - атомная поляризуемость).

• Связь диэлектрической восприимчивости с поляризуемостью молекулы

$$\varepsilon/(\varepsilon+3) = \alpha n/3$$

где n - концентрация молекул.

• Уравнение Клаузиуса - Мосотти

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3} \alpha n, \quad \text{или} \quad \frac{M}{\rho} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3} \alpha N_A,$$

где M - молярная масса вещества; ρ - плотность вещества.

• Формула Лоренц-Лорентца

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3} \alpha_e n, \quad \text{или} \quad \frac{M}{\rho} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3} \alpha_e N_A,$$

где n - показатель преломления диэлектрика; α_e - электронная поляризуемость атома или молекулы. Ориентационная поляризуемость молекулы

$$\alpha_{op} = p^2 / (3\varepsilon_0 \kappa T),$$

где p - электрический момент молекулы; κ - постоянная Больцмана; T - термодинамическая температура.

• Формула Дебая - Ланжевена

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3} \left(\alpha + \frac{p^2}{3\varepsilon_0 \kappa T} \right) n \quad \text{или} \quad \frac{M}{\rho} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3} \left(\alpha + \frac{p^2}{3\varepsilon_0 \kappa T} \right) N_A.$$

Примеры решения задач

Пример 1. Диполь с электрическим моментом $p=2$ нКл·м находится в однородном электрическом поле напряженностью $E=30$ кВ/м. Вектор \mathbf{p} составляет угол $\alpha=60^\circ$ с направлением силовых линий поля. Определить произведенную внешними силами работу A поворота диполя на угол $\beta=30^\circ$.

Решение. Из исходного положения (рис. 16.2, а) диполь можно повернуть на угол $\beta=30^\circ=\pi/6$ двумя

способами: или по часовой стрелке до угла $\alpha_1 = \alpha_0 - \beta = \pi/3 - \pi/6 = \pi/6$ (рис. 16.2, б), или против часовой стрелки до угла $\alpha_2 = \alpha_0 + \beta = \pi/3 + \pi/6 = \pi/2$ (рис. в).

В первом случае диполь будет поворачиваться под действием сил поля. Следовательно, работа внешних сил при этом отрицательна. Во втором случае поворот может быть произведен только под действием внешних сил, и, следовательно, работа внешних сил при этом положительна.

Работу, совершаемую при повороте диполя, можно вычислять двумя способами: 1) непосредственно интегрированием выражения элементарной работы; 2) с помощью соотношения между работой и изменением потенциальной энергии диполя в электрическом поле.

1-й способ. Элементарная работа при повороте диполя на угол α $dA = M d\alpha = pE \sin \alpha d\alpha$, а полная работа при повороте на угол от α_0 до α

$$A = \int_{\alpha_0}^{\alpha} pE \sin \alpha d\alpha = pE \int_{\alpha_0}^{\alpha} \sin \alpha d\alpha.$$

Произведя интегрирование, получим

$$A = -pE(\cos \alpha - \cos \alpha_0) = pE(\cos \alpha_0 - \cos \alpha).$$

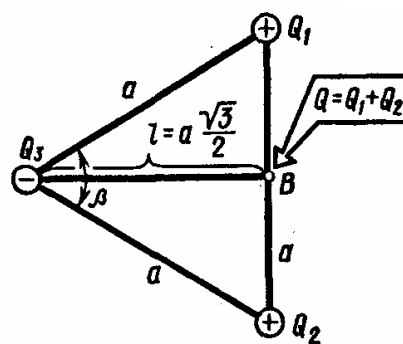
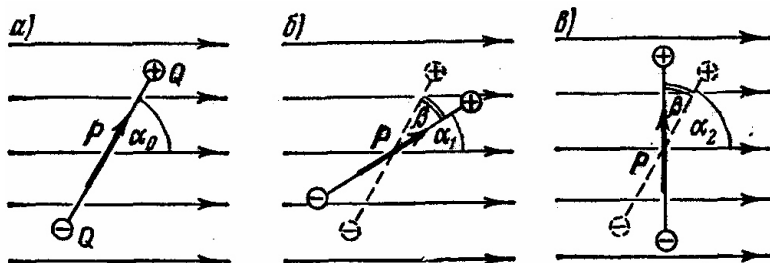
(1)

Работа внешних сил при повороте диполя по часовой стрелке

$$A_1 = pE(\cos \alpha_0 - \cos \alpha_1) = -21.9 \text{ мкДж},$$

против часовой стрелки

$$A_2 = pE(\cos \alpha_0 - \cos \alpha_2) = 30 \text{ мкДж}.$$



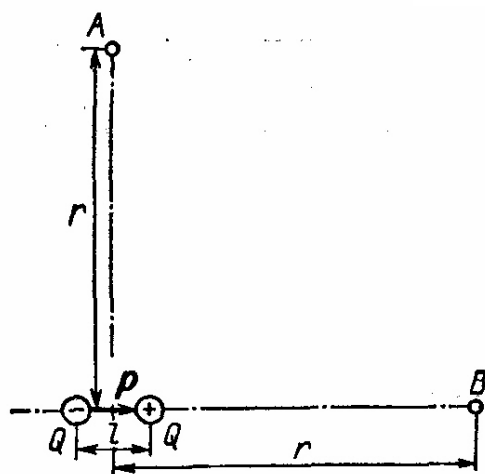
2-й способ. Работа A внешних сил связана с изменением потенциальной энергии $\Delta\Pi$ соотношением $A=\Delta\Pi=\Pi_2 - \Pi_1$, где Π_1 и Π_2 - потенциальные энергии системы соответственно в начальном и конечном состояниях. Так как потенциальная энергия диполя в электрическом поле выражается формулой $\Pi = -pE \cos \alpha$, то

$$A = pE (\cos \alpha_0 - \cos \alpha), \quad (2)$$

что совпадает с формулой (1), полученной первым способом.

Пример 2. Три точечных заряда Q_1 , Q_2 и Q_3 образуют электрически нейтральную систему, причем $Q_1=Q_2=10$ нКл. Заряды расположены в вершинах равностороннего треугольника. Определить максимальные значения напряженности E_{\max} и потенциала ϕ_{\max} поля, создаваемого этой системой зарядов, на расстоянии $r=1$ м от центра треугольника, длина a стороны которого равна 10 см.

Решение. Нейтральную систему, состоящую из трех точечных зарядов, можно представить в виде диполя. Действительно, "центр тяжести" зарядов Q_1 и Q_2 лежит на середине



отрезка прямой: соединяющей эти заряды (рис. 16.3). В этой точке можно считать сосредоточенным заряд $Q=Q_1+Q_2=2Q_1$. А так как система зарядов нейтральная ($Q_1+Q_2+Q_3=0$), то $Q_3 = -(Q_1+Q_2) = -Q$.

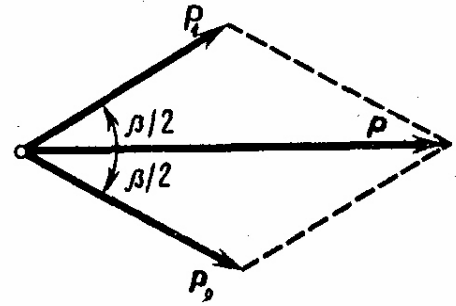
Так как расстояние l между зарядами Q_3 и $-Q$, равными по значению, много меньше r ($l \ll r$) (рис. 16.4), то систему этих двух зарядов можно считать диполем с электрическим моментом

$$p = |Q|l,$$

где l - плечо диполя, равное по модулю $a\sqrt{3}/2$ (см. рис. 16.3). Так как $|Q|=2Q_1$, то электрический момент такого точечного

диполя $p = Q_1 a \sqrt{3}$.

Тот же результат можно получить другим способом. Систему из трех зарядов представим как два диполя с электрическими моментами p_1 и p_2 (рис. 16.5), равными по модулю: $p_1 = |p_1| = Q_1 a$; $p_2 = |p_2| = Q_2 a$. Электрический момент \mathbf{p} системы зарядов найдем как векторную сумму p_1 и p_2 , т.е. $p = p_1 + p_2$.



Как это следует из рисунка, имеем $p = 2 p_1 \cos(\beta/2)$. Так как $p_1 = Q_1 a$ и $\beta = \pi/3$, то $p = 2 Q_1 a \sqrt{3}/2 = Q_1 a \sqrt{3}$, что совпадает с найденным ранее значением.

Напряженность E и потенциал φ поля диполя выражаются формулами

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \alpha}; \quad \varphi = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \alpha,$$

где α - угол между векторами \mathbf{p} и \mathbf{r} (см. рис. 16.1).

Напряженность и потенциал будут иметь максимальные значения при $\alpha=0$; следовательно,

$$E_{\max} = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 r^3}; \quad \varphi_{\max} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Так как $p = Q_1 a \sqrt{3}$, то

$$E_{\max} = \frac{2Q_1 a}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{3}; \quad \varphi_{\max} = \frac{Q_1 a}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{3}.$$

Вычисления дают следующие значения:

$$E_{\max} = 3,12 \text{ В/м}; \quad \varphi_{\max} = 1,56 \text{ В}.$$

Пример 3. В атоме йода, находящемся на расстоянии $r=1$ нм от альфа-частицы, индуцирован электрический момент $p = 1,5 \cdot 10^{-32}$ Кл·м. Определить поляризуемость α атома йода.

Решение. По определению поляризуемости, она может быть выражена по формуле $\alpha = p / \epsilon_0 E_{\text{лок}}$, где p - индуцированный электрический момент атома; $E_{\text{лок}}$ напряженность локального поля, в котором этот атом находится.

В данном случае таким полем является поле, созданное α -частицей. Напряженность этого поля определяется выражением

$$E_{\text{лок}} = E = \frac{2|e|}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Подставив выражение $E_{\text{лок}}$ из равенства (2) в формулу (1), найдем

$$\alpha = 2\pi r^2 p / |e|.$$

Произведя вычисления по этой формуле, получим $\alpha = 5,9 \cdot 10^{-30}$ м³.

Пример 4. Криптон находится под давлением $p = 10$ МПа при температуре $T = 200$ К, Определить: 1) диэлектрическую проницаемость ϵ криптона; 2) его поляризованность P , если напряженность E_0 внешнего электрического поля равна 1 МВ/м. Поляризуемость α криптона равна $4,5 \cdot 10^{-29}$ м³,

Решение. 1. Для определения диэлектрической проницаемости криптона воспользуемся уравнением Клаузиуса - Мосотти, записанным в виде

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{3} \alpha n$$

где n - концентрация атомов криптона. Выразим из этой формулы диэлектрическую проницаемость:

$$\epsilon = \frac{1 + 2/3 \alpha n}{1 - 1/3 \alpha n}.$$

Так как концентрация молекул (атомов) связана с давлением и температурой соотношением $n = p / (\kappa T)$, то

$$\epsilon = \frac{1 + \frac{2 \alpha p}{3 \kappa T}}{1 - \frac{1 \alpha p}{3 \kappa T}}.$$

Выразив все величины, входящие в эту формулу, в единицах СИ ($\alpha = 4,5 \cdot 10^{-29}$ м³, $p = 10$ МПа = 10^7 Па, $\kappa = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, $T = 200$ К) и произведя вычисления, получим $\epsilon = 1,17$

2. По определению, поляризованность

$$\bar{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum \bar{p}_i,$$

где \mathbf{p}_i - электрический дипольный момент, индуцированный в i -м атоме; N - число атомов в объеме ΔV . В однородном электрическом поле все \mathbf{p}_i совпадают по модулю и направлению, поэтому

геометрическую сумму можно заменить на арифметическую. Обозначив $|p_i|=p$, получим

$$P = \frac{Np}{\Delta V}$$

Отношение числа N атомов к объему ΔV есть концентрация n атомов. Тогда

$$P = np.$$

Так как электрический дипольный момент атома пропорционален напряженности $E_{\text{лок}}$ локального поля ($p = \alpha \epsilon_0 E_{\text{лок}}$), то поляризованность

$$P = \alpha \epsilon_0 n E_{\text{лок}}$$

Выразив $E_{\text{лок}}$ через напряженность E_0 внешнего поля ($E_{\text{лок}} = 3\epsilon E_0 / (\epsilon + 2)$) и n через давление p и температуру T ($n = p / \kappa T$), получим

$$P = \frac{3\alpha \epsilon_0 \epsilon p}{(\epsilon + 2)\kappa T} E_0.$$

Подставим числовые значения и произведем вычисления (при этом воспользуемся значением $\epsilon = 1,17$ найденным в п. 1 данного примера):

$$P = 1,60 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2 = 1,60 \text{ мкКл/м}^2.$$

Пример 5. Жидкий бензол имеет плотность $\rho = 899 \text{ кг/м}^3$ и показатель преломления $n = 1,50$. Определить: 1) электронную поляризуемость α_e молекул бензола; 2) диэлектрическую проницаемость ϵ паров бензола при нормальных условиях.

Решение. 1. Для определения электронной поляризуемости воспользуемся формулой Лоренц -Лорентца:

$$\frac{M}{\rho} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3} \alpha_e N_A,$$

откуда

$$\alpha_e = \frac{3M(n^2 - 1)}{\rho N_A (n^2 + 2)}. \quad (1)$$

В полученное выражение входит молярная масса M бензола. Найдем ее. Так как химическая формула бензола C_6H_6 , то относительная молекулярная масса $M_r = 6 \cdot 12 + 6 \cdot 1 = 78$. Следовательно, молярная масса

$$M = 78 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Подставим в формулу (1) числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$\alpha_e = \frac{3 * 78 * 10^{-3} [(1.50)^2 - 1]}{899 * 6.02 * 10^{23} [(1.50)^2 + 2]} \text{ м}^3 = 1,27 * 10^{-28} \text{ м}^3.$$

2. Диэлектрическую проницаемость паров бензола найдем, воспользовавшись уравнением Клаузиуса - Мосотти:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3} \alpha n, \quad (2)$$

где n - концентрация молекул бензола.

Заметим, что молекулы бензола неполярны и поэтому обладают только двумя типами поляризации: электронной и атомной, причем атомная поляризация мала и ею можно пренебречь, считая $\alpha \approx \alpha_e$. Кроме того, при нормальных условиях ε мало отличается от единицы и приближенно можно считать $\varepsilon + 2 \approx 3$. Учитывая эти соображения, формулу (2) можно упростить: $\varepsilon - 1 \approx \alpha_e n$, откуда $\varepsilon = 1 + \alpha_e n$.

При нормальных условиях концентрация n молекул известна и равна числу Лошмидта ($n_D = 2,69 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$). Выразим концентрацию молекул бензола в СИ ($n = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$) и произведем вычисления:

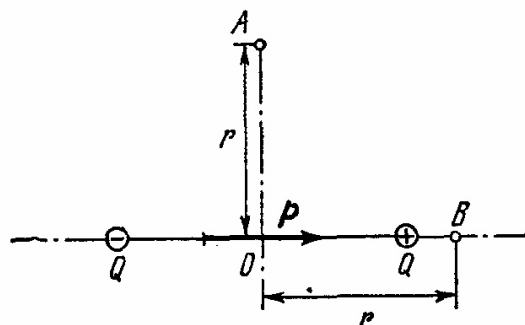
$$\varepsilon = 1 + 1,27 \cdot 10^{-28} \cdot 2,69 \cdot 10^{25} = 1,00342.$$

Задачи

1. Вычислить электрический момент p диполя, если его заряд $Q = 10 \text{ нКл}$, плечо $l = 0,5 \text{ см}$.

2. Расстояние l между зарядами $Q = \pm 3,2 \text{ нКл}$ диполя равно 12 см . Найти напряженность E и потенциал φ поля созданного диполем в точке, удаленной на $r = 8 \text{ см}$ как от первого, так и от второго заряда.

3. Диполь с электрическим моментом $p = 0,12 \text{ нКл} \cdot \text{м}$ образован двумя точечными зарядами $Q = \pm 1 \text{ нКл}$. Найти напряженность E и потенциал φ электрического поля в точках A и B (рис. 6), находящихся на расстоянии $r = 8 \text{ см}$ от центра диполя.



4. Определить напряженность E и потенциал φ поля, созданного диполем в точках A и B (рис. 6). Его электрический момент $p = 1$ пКл·м, а расстояние, от точек A и B до центра диполя равно 10 см.

5. Определить напряженность E и потенциал φ поля, создаваемого диполем с электрическим моментом $p = 4$ пКл·м на расстоянии $r = 10$ см от центра диполя, в направлении, составляющем угол $\alpha = 60^\circ$ с вектором электрического момента.

6. Диполь с электрическим моментом $p = 1$ пКл·м равномерно вращается с частотой $n = 10^3$ с⁻¹ относительно оси, проходящей через центр диполя и перпендикулярной его плечу. Вывести закон изменения потенциала как функцию времени в некоторой точке, отстоящей от центра диполя на $r = 1$ см и лежащей в плоскости вращения диполя. Принять, что в начальный момент времени потенциал φ_0 интересующей нас точки равен нулю. Построить график зависимости $\varphi(t)$.

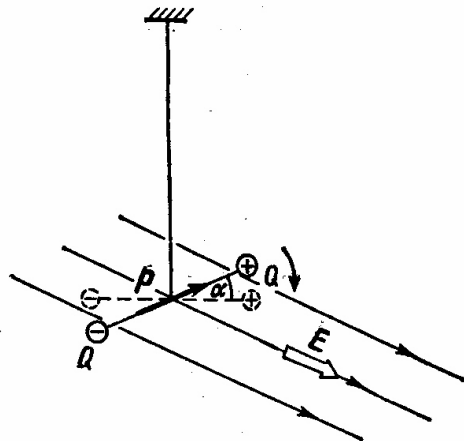
7. Диполь с электрическим моментом $p = 1$ пКл·м равномерно вращается с угловой скоростью $\omega = 10^4$ рад/с относительно оси, перпендикулярной плечу диполя и проходящей через его центр. Определить среднюю потенциальную энергию $\langle \Pi \rangle$ заряда $Q = 1$ нКл, находящегося на расстоянии $r = 2$ см от центра диполя и лежащего в плоскости вращения, за время, равное: 1) полупериоду (от $t_1 = 0$ до $t_2 = T/2$); 2) в течение времени $t \gg T$. В начальный момент считать $\Pi = 0$.

8. Два диполя с электрическими моментами $p_1 = 1$ пКл·м и $p_2 = 4$ пКл·м находятся на расстоянии $r = 2$ см друг от друга. Найти силу их взаимодействия, если оси диполей лежат на одной прямой.

9. Два диполя с электрическими моментами $p_1 = 20$ пКл·м и $p_2 = 50$ пКл·м находятся на расстоянии $r = 10$ см друг от друга, так что их оси лежат на одной прямой. Вычислить взаимную потенциальную энергию диполей, соответствующую их устойчивому равновесию.

Диполь в электрическом поле

10. Диполь с электрическим моментом $p = 100$ пКл·м прикреплен к упругой нити (рис. 7). Когда в пространстве, где находится диполь, было создано электрическое поле напряженностью $E = 3$



кВ/м перпендикулярно плечу диполя и нити, диполь повернулся на угол $\alpha=30^\circ$. Определить постоянную кручения C нити.

11. В условиях предыдущей задачи диполь под действием поля поворачивается на малый угол. Определить постоянную кручения C нити.

12. Диполь с электрическим моментом $p=20$ нКл·м находится в однородном электрическом поле напряженностью $E=50$ кВ/м. Вектор электрического момента составляет угол $\alpha=60^\circ$ с линиями поля. Какова потенциальная энергия Π диполя?

Указание. За нулевую потенциальную энергию принять энергию, соответствующую такому расположению диполя, когда вектор электрического момента диполя перпендикулярен линиям поля.

13. Диполь с электрическим моментом $p=100$ пКл·м свободно устанавливается в однородном электрическом поле напряженностью $E=150$ кВ/м. Вычислить работу A , необходимую для того, чтобы повернуть диполь на угол $\alpha=180^\circ$.

14. Диполь с электрическим моментом $p=100$ пКл·м свободно установился в однородном электрическом поле напряженностью $E=10$ кВ/м. Определить изменение потенциальной энергии $\Delta\Pi$ диполя при повороте его на угол $\alpha=60^\circ$.

15. Перпендикулярно плечу диполя с электрическим моментом $p=12$ пКл·м возбуждено однородное электрическое поле напряженностью $E=300$ кВ/м. Под действием сил поля диполь начинает поворачиваться относительно оси, проходящей через его центр. Найти угловую скорость ω диполя в момент прохождения им положения равновесия. Момент инерции J диполя относительно оси, перпендикулярной плечу и проходящей через его центр, равен $2 \cdot 10^{11}$ кг·м².

Диполь с электрическим моментом $p=100$ пКл·м свободно установился в однородном электрическом поле напряженностью $E=9$ МВ/м. Диполь повернули на малый угол и предоставили самому себе. Определить частоту ν собственных колебаний диполя в электрическом поле. Момент инерции J диполя относительно оси, проходящей через центр диполя, равен $4 \cdot 10^{-12}$ кг·м².

Диполь с электрическим моментом $p=200$ пКл·м находится в неоднородном электрическом поле. Степень неоднородности поля характеризуется величиной $\frac{dE}{dx}=1$ МВ/м², взятой в направлении оси

диполя. Вычислить силу F , действующую на диполь в этом направлении.

Диполь с электрическим моментом $p=5$ пКл·м свободно установился в поле точечного заряда $Q=100$ нКл на расстоянии $r=10$ см от него. Определить для этой точки величину $|dE/dr|$, характеризующую степень неоднородности поля в направлении силовой линии, и силу F , действующую на диполь.

19. Диполь с электрическим моментом $p=4$ Км·м свободно установился в поле, созданном бесконечной прямой нитью, заряженной с линейной плотностью $\tau =500$ нКл/м на расстоянии $r =10$ см от нее. Определить в этой точке величину $|dE/dr|$, характеризующую степень неоднородности поля в направлении силовой линии, и силу F , действующую на диполь.

Поляризация диэлектриков

20. Указать, какими типами поляризации (электронной - e , атомной - a , ориентационной - o) обладают следующие атомы и молекулы: 1) H; 2) He; 3) O₂; 4) HCl; 5) H₂O; 6) CO; 7) CO₂; 8) CH₃; 9) CCl₄.

21. Молекула HF обладает электрическим моментом $p= 6,4 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. Межъядерное расстояние $d=92$ пм. Найти заряд Q такого диполя и объяснить, почему найденное значение Q существенно отличается от значения элементарного заряда $|e|$.

22. Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно 2 мм, разность потенциалов $U=1,8$ кВ. Диэлектрик - стекло. Определить диэлектрическую восприимчивость χ стекла и поверхностную плотность σ' поляризационных (связанных) зарядов на поверхности стекла.

23. Металлический шар радиусом $R=5$ см окружен равномерно слоем фарфора толщиной $d=2$ см. Определить поверхностные плотности σ'_1 и σ'_2 связанных зарядов соответственно на внутренней и внешней поверхностях диэлектрика. Заряд Q шара равен 10 нКл.

24. Эбонитовая плоскопараллельная пластина помещена в однородное электрическое поле напряженностью $E_0=2$ МВ/м. Грани пластины перпендикулярны линиям напряженности. Определить поверхностную плотность σ' связанных зарядов на гранях пластины.

Электрическое поле в диэлектрике

25. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком, молекулы которого можно рассматривать как жесткие диполи с электрическим моментом $\mu_M = 2 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. Концентрация n диполей равна 10^{26} м⁻³. Определить напряженность E среднего макроскопического поля в таком диэлектрике, если при отсутствии диэлектрика напряженность E_0 поля между пластинами конденсатора была равна 100 МВ/м. Дезориентирующим действием теплового движения молекул пренебречь.

26. В электрическое поле напряженностью $E_0 = 1$ МВ/м внесли пластину диэлектрика ($\epsilon = 3$). Определить напряженность $E_{\text{лок}}$ локального поля, действующего на отдельную молекулу в диэлектрике, полагая, что внутреннее поле является полем Лоренца.

27. Во сколько раз напряженность $E_{\text{лок}}$ локального поля в кристалле кубической сингонии больше напряженности E среднего макроскопического поля? Диэлектрическая проницаемость ϵ кристалла равна 2,5.

28. При какой максимальной диэлектрической проницаемости ϵ погрешность при замене напряженности $E_{\text{лок}}$ локального поля напряженностью E_0 внешнего поля не превысит 1 %?

29. Определить относительную погрешность, которая будет допущена, если вместо напряженности $E_{\text{лок}}$ локального поля брать напряженность E среднего макроскопического поля в диэлектрике. Расчеты выполнить для двух случаев: 1) $\epsilon = 1,003$; 2) $\epsilon = 2$.

Поляризованность диэлектрика

30. При какой поляризованности P диэлектрика ($\epsilon = 5$) напряженность $E_{\text{лок}}$ локального поля равна 10 МВ/м?

31. Определить, при какой напряженности E среднего макроскопического поля в диэлектрике ($\epsilon = 3$) поляризованность P достигнет значения, равного 200 мкКл/м².

32. Определить поляризованность p стекла, помещенного во внешнее электрическое поле напряженностью $E_0 = 5$ МВ/м.

33. Диэлектрик поместили в электрическое поле напряженностью $E_0 = 20$ кВ/м. Чему равна поляризованность p диэлектрика, если напряженность E среднего макроскопического поля в диэлектрике оказалась равной 4 кВ/м?

34. Во внешнем электрическом поле напряженностью $E_0=40\text{МВ/м}$ поляризованность P жидкого азота оказалась равной 109 мкКл/м^2 . Определить: 1) диэлектрическую проницаемость ϵ жидкого азота; 2) индуцированный электрический момент p одной молекулы. плотность ρ жидкого азота принять равной 804 кг/м^3 .

Электронная и атомная поляризации

35. Связь поляризуемости α с диэлектрической восприимчивостью χ для неполярных жидкостей и кристаллов кубической сингонии задается выражением $\chi/(\chi+3)=\alpha n/3$, где n - концентрация молекул. При каком наибольшем значении χ погрешность в вычислении α не будет превышать 1 % , если воспользоваться приближенной формулой $\chi \approx \alpha n$?

36. При каком наибольшем значении произведения αn формула Клаузиуса - Мосотти $(\epsilon-1)/(\epsilon+2)=\alpha n/3$ Может быть заменена более простой $\epsilon = 1 + \alpha n$ при условии, что погрешность в вычислении ϵ не превысит 1% ?

37. Определить поляризуемость α молекул азота, если диэлектрическая проницаемость ϵ жидкого азота равна 1,445 и его плотность $\rho=804\text{ кг/м}^3$.

38. Поляризуемость α молекулы водорода можно принять равной $1,0 \cdot 10^{-29}\text{ м}^3$. Определить диэлектрическую восприимчивость χ водорода для двух состояний: 1) газообразного при нормальных условиях; 2) жидкого, плотность ρ которого равна $70,8\text{ кг/м}^3$.

39. Диэлектрическая восприимчивость χ газообразного аргона при нормальных условиях равна $5,54 \cdot 10^{-4}$. Определить диэлектрические проницаемости ϵ_1 и ϵ_2 жидкого ($\rho_1 = 1,40\text{ г/см}^3$) и твердого ($\rho_2= 1,65\text{ г/см}^3$) аргона.

40. Система состоит из двух одинаковых по значению и противоположных по знаку зарядов $|Q|=0.1\text{ нКл}$, связанных квазиупругими силами. Коэффициент k упругости системы зарядов равен 1 мН/м . Определить поляризуемость α системы.

41. Вычислить поляризуемость α атома водорода и диэлектрическую проницаемость ϵ атомарного водорода при нормальных условиях. Радиус r электронной орбиты принять равным 53 пм .

42. Атом водорода находится в однородном электрическом поле напряженностью $E=100\text{ кВ/м}$. Определить электрический момент P и плечо l индуцированного диполя. Радиус r электронной орбиты равен 53 пм .

43. Диэлектрическая проницаемость ϵ аргона при нормальных условиях равна 1,00055. Определить поляризуемость α атома аргона.

44. Атом ксенона (поляризуемость $\alpha=5,2 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$) находится на расстоянии $r=1$ нм от протона. Определить индуцированный в атоме ксенона электрический момент p .

45. Какой максимальный электрический момент P_{max} будет, индуцирован у атома неона, находящегося на расстоянии $r=1$ нм от молекулы воды? Электрический момент p молекулы воды равен $6,2 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. поляризуемость α атома неона равна $4,7 \cdot 10^{-30} \text{ м}^3$.

46. Криптон при нормальных условиях находится в однородном электрическом поле напряженностью $E=2$ МВ/м. Определить объемную плотность энергии ω поляризованного криптона, если поляризуемость α атома криптона равна $4,5 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$.

47. Определить поляризуемость α атомов углерода в алмазе. Диэлектрическая проницаемость ϵ алмаза равна 5,6, плотность $\rho = 3,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

48. Показатель преломления n газообразного кислорода при нормальных условиях равен 1,000272. Определить электронную поляризуемость α_e молекулы кислорода.

49. Показатель преломления n газообразного хлора при нормальных условиях равен 1,000768. Определить диэлектрическую проницаемость ϵ жидкого хлора, плотность ρ которого равна $1,56 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

50. При нормальных условиях показатель преломления n углекислого газа CO_2 равен 1,000450. Определить диэлектрическую проницаемость ϵ жидкого CO_2 , если его плотность $\rho=1,19 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

51. Показатель преломления n жидкого сероуглерода CS_2 равен 1,62. Определить электронную поляризуемость α_e молекул сероуглерода, зная его плотность.

52. Поляризуемость α атома аргона равна $2,03 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$. Определить диэлектрическую проницаемость ϵ и показатель преломления n жидкого аргона, плотность ρ которого равна $1,44 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

53. Определить показатель преломления n_1 жидкого кислорода, если показатель преломления n_2 газообразного кислорода при нормальных условиях равен 1,000272. Плотность ρ_1 жидкого кислорода равна $1,19 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Ориентационная поляризация

54. Вычислить ориентационную поляризуемость $\alpha_{ор}$ молекул воды при температуре $t=27$ °С, если электрический момент p молекулы воды равен $6,1 \cdot 10^{-30}$ Кл·м.

55. Зная, что показатель преломления n водяных паров при нормальных условиях равен 1,000252 и что молекула воды обладает электрическим моментом $p=6,1 \cdot 10^{-30}$ Кл·м, определить, какую долю от общей поляризуемости (электронной и ориентационной) составляет электронная поляризуемость молекулы.

56. Электрический момент p молекул диэлектрика равен $5 \cdot 10^{-30}$ Кл·м. диэлектрик ($\epsilon=2$) помещен в электрическое поле напряженностью $E_{лок}=100$ МВ/м. Определить температуру T , при которой среднее значение проекции $\langle p_E \rangle$ электрического момента на направление вектора $E_{лок}$ будет равно $p/2$.

57. Диэлектрик, молекулы которого обладают электрическим моментом $p=5 \cdot 10^{-30}$ Кл·м, находится при температуре $T=300$ К в электрическом поле напряженностью $E_{лок}=100$ МВ/м. Определить, во сколько раз число молекул, ориентированных «по полю» ($0 \leq \vartheta \leq 1^\circ$); больше числа молекул, ориентированных «против поля» ($179^\circ \leq \vartheta \leq 180^\circ$). Угол ϑ образован векторами \mathbf{p} и $\mathbf{E}_{лок}$.

Практическая работа № 2.

Физический диктант Дипольный момент. Энергия диполя

Студенты делятся на две группы. Первой группе зачитываются нечётные вопросы, второй – чётные.

1. Запишите выражение для закона Кулона в векторном виде и рационализованной форме.
2. Что называют напряженностью электрического поля и единицы измерения.
3. Напряженность электрического поля точечного заряда.
4. Принцип суперпозиции для E
5. Что называют потенциалом электрического поля.
6. Выражение для потенциала точечного заряда.
7. Как определяется энергия точечного заряда q' в поле системы зарядов $q_1, q_2, q_3 \dots$
8. Принцип суперпозиции для потенциала.
9. Связь работы электрического поля по перемещению заряда с разностью потенциалов.
10. Энергия взаимодействия системы зарядов.
11. Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом.
12. Что такое градиент скалярной функции.
13. Как определяется проекция вектора напряженности электрического поля и замкнутого контура.
14. Чему равна циркуляция вектора напряженности электрического поля по замкнутому контуру.
15. Что такое эквипотенциальные поверхности и их свойства
16. Что называют диполем. Плечом диполя.
17. Дипольный момент. Единицы измерения.
18. Потенциал электрического поля диполя.
19. Напряженность электрического поля.
20. Момент пары сил действующий на диполь в электрическом поле.
21. Как определяется напряженность по оси диполя и плоскости перпендикулярной оси диполя проходящий через центр диполя.
22. В каком случае момент пары сил действующих на диполь в электрическом поле максимальный, минимальный.

23. Энергия диполя в электрическом поле.
24. Максимальная и минимальная энергия диполя в электрическом поле.
25. Что происходит с диполем в неоднородном электрическом поле.

После написания, студенты в пределах одной группы, меняются ответами и производят оценку работы "соседа". Далее происходит обсуждение в виде диспута правильности ответа и оценивания оппонента. Окончательную оценку производит преподаватель, соглашаясь, или не соглашаясь с оцениванием.

Практическая работа № 3.

Электрическая емкость. Конденсаторы

Основные формулы

- Электрическая емкость уединенного проводника или конденсатора

$$C = \Delta Q / \Delta \varphi,$$

где ΔQ - заряд, сообщенный проводнику (конденсатору); $\Delta \varphi$ - изменение потенциала, вызванное этим зарядом.

- Электрическая емкость уединенной проводящей сферы радиусом R , находящейся в бесконечной среде с диэлектрической проницаемостью ε ,

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$$

Если сфера полая и заполнена диэлектриком, то емкость ее от этого не изменяется.

- Электрическая емкость плоского конденсатора

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S / d,$$

где S - площадь пластин (каждой пластины); d - расстояние между ними; ε - диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами.

Электрическая емкость плоского конденсатора, заполненного n слоями диэлектриком толщиной d_i каждый с диэлектрическими проницаемостями ε_i (слоистый конденсатор),

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1 / \varepsilon_1 + d_2 / \varepsilon_2 + \dots + d_n / \varepsilon_n}.$$

- Электрическая емкость сферического конденсатора (две концентрические сферы радиусами R_1 и R_2 , пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε)

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2 / (R_2 - R_1).$$

- Электрическая емкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра длиной l и радиусами R_1 и R_2 , пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε)

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln(R_2 / R_1)}.$$

- Электрическая емкость C последовательно соединенных конденсаторов:

в общем случае $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$, где n - число конденсаторов;

в случае двух конденсаторов $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$;

в случае n одинаковых конденсаторов с электроемкостью C_1 каждый

$$C = C_1/n.$$

- Электрическая емкость параллельно соединенных конденсаторов:

в общем случае $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$;

в случае двух конденсаторов $C = C_1 + C_2$;

в случае n одинаковых конденсаторов с электроемкостью C_1 каждый $C = nC_1$.

Примеры решения задач

Пример 1. Определить электрическую емкость C плоского конденсатора с двумя слоями диэлектриков: фарфора толщиной $d_1 = 2$ мм и эбонита толщиной $d_2 = 1,5$ мм, если площадь S пластин равна 100 см^2 .

Решение. Емкость конденсатора, по определению, $C = Q/U$, где Q - заряд на пластинах конденсатора; U - разность потенциалов пластин. Заменяя в этом равенстве общую разность потенциалов U конденсатора суммой $U_1 + U_2$ напряжений на слоях диэлектриков, получим

$$C = Q/(U_1 + U_2). \quad (1)$$

Приняв во внимание, что $Q = \sigma S$, $U_1 = E_1 d_1 = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_1} d_1$ и $U_2 = E_2 d_2 = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_2} d_2$, равенство (1) можно переписать в виде

$$C = \frac{\sigma S}{\frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_1} d_1 + \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_2} d_2}, \quad (2)$$

где σ - поверхностная плотность заряда на пластинах; E_1 и E_2 - напряженности поля в первом и втором слоях диэлектрика соответственно; D - электрическое смещение поля в диэлектриках.

Умножив числитель и знаменатель равенства (2) на ϵ_0 и учтя, что $D = \sigma$, окончательно получим

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1/\varepsilon_1 + d_2/\varepsilon_2}.$$

Ответ: $C=98,3\text{пФ}$

Пример 2. Два плоских конденсатора одинаковой емкости $C_1=C_2=C$ соединены в батарею последовательно и подключены источнику тока с электродвижущей силой ε . Как изменится разность потенциалов U_1 на пластинах первого конденсатора, если пространство между пластинами второго конденсатора, не отключая источника тока, заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$?

Р е ш е н и е. До заполнения второго конденсатора диэлектриком разность потенциалов на пластинах обоих конденсаторов была одинакова: $U_1=U_2=\varepsilon/2$. После заполнения емкость второго конденсатора возросла в ε раз:

$$C_2'=\varepsilon C_2=\varepsilon C.$$

Емкость C первого не изменилась, т. е. $C_1'=C$.

Так как источник тока не отключался, то общая разность потенциалов на батарее конденсаторов осталась прежней, она лишь перераспределилась между конденсаторами. На первом конденсаторе

$$U_1'=Q/C_1'=Q/C, \quad (1)$$

где Q - заряд на пластинах конденсатора. Поскольку при последовательном соединении конденсаторов заряд на каждой пластине и на всей батарее одинаков, то

$$Q = C'_{\text{бат}}\varepsilon$$

где $C'_{\text{бат}} = \frac{C_1' C_2'}{C_1' + C_2'} = \frac{C * \varepsilon C}{C + \varepsilon C} = \frac{\varepsilon C}{1 + \varepsilon}$. Таким образом,

$$Q = \frac{\varepsilon C}{1 + \varepsilon} \varepsilon.$$

Подставив это выражение заряда в формулу (1), найдем

$$U_1' = \frac{Q}{C} = \frac{\varepsilon C}{(1 + \varepsilon)C} \varepsilon = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} \varepsilon.$$

Чтобы найти, как изменилась разность потенциалов на пластинах первого конденсатора, вычислим отношение:

$$U_1'/U_1 = 2\varepsilon/(1 + \varepsilon).$$

После подстановки значения ε получим

$$U_1'/U_1 = 1,75.$$

Следовательно, разность потенциалов на пластинах первого конденсатора после заполнения второго конденсатора диэлектриком возросла в 1,75 раза.

Задачи

Электрическая емкость проводящей сферы

1. Найти емкость C уединенного металлического шара радиусом $R=1$ см.
2. Определить емкость C металлической сферы радиусом $R=2$ см, погруженной в воду.
3. Определить емкость C Земли, принимая ее за шар радиусом $R=6400$ км.
4. Два металлических шара радиусами $R_1=2$ см и $R_2=6$ см соединены проводником, емкостью которого можно пренебречь. Шарам сообщен заряд $Q=1$ нКл. Найти поверхностную плотность σ зарядов на шарах.
5. Шар радиусом $R_1=6$ см заряжен до потенциала $\varphi_1=300$ В, а шар радиусом $R_2=4$ см - до потенциала $\varphi_2=500$ В. Определить потенциал φ шаров после того, как их соединили металлическим проводником. Емкостью соединительного проводника пренебречь.

Электрическая емкость плоского конденсатора

6. Определить емкость C плоского слюдяного конденсатора, площадь S пластин которого равна 100 см², а расстояние между ними равно $0,1$ мм.
7. Между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов $U=600$ В, находятся два слоя диэлектриков: стекла толщиной $d_1=7$ мм и эбонита толщиной $d_2=3$ мм. Площадь S каждой пластины конденсатора равна 200 см². Найти: 1) емкость C конденсатора; 2) смещение D , напряженность E поля и падение потенциала $\Delta\varphi$ в каждом слое.
8. Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно $1,33$ мм площадь S пластин равна 20 см². В пространстве между пластинами конденсатора находятся два слоя диэлектриков: слюды толщиной $d_1=0,7$ мм и эбонита толщиной $d_2=0,3$ мм. Определить емкость C конденсатора.
9. На пластинах плоского конденсатора равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma=0,2$ мкКл/м². Расстояние d между пластинами равно 1 мм. На сколько изменится разность

потенциалов на его обкладках при увеличении расстояния d между пластинами до 3 мм?

10. В плоский конденсатор вдвинули плитку парафина толщиной $d=1$ см, которая вплотную прилегает к его пластинам. На сколько нужно увеличить расстояние между пластинами, чтобы получить прежнюю емкость?

11. Емкость с плоского конденсатора равна 1,5 мкФ. Расстояние d между пластинами равно 5 мм. Какова будет емкость C конденсатора, если на нижнюю пластину положить лист эбонита толщиной $d_1=3$ мм?

12. Между пластинами плоского конденсатора находится плотно прилегающая стеклянная пластинка. Конденсатор заряжен до разности потенциалов $U_1 = 100$ В. Какова будет разность потенциалов U_2 , если вытащить стеклянную пластинку из конденсатора?

Электрическая емкость сферического конденсатора

13. Две концентрические металлические сферы радиусами $R_1=2$ см и $R_2=2,1$ см образуют сферический конденсатор. Определить его емкость C , если пространство между сферами заполнено парафином.

14. Конденсатор состоит из двух концентрических сфер. Радиус R_1 внутренней сферы равен 10 см, внешней $R_2=10,2$ см. Промежуток между сферами заполнен парафином. Внутренней сфере сообщен заряд $Q=5$ мкКл. Определить разность потенциалов U между сферами.

Соединения конденсаторов

15. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов $U = 600$ в и отключенному от источника напряжения, присоединили параллельно второй незаряженный конденсатор таких же размеров и формы, но с диэлектриком (фарфор). Определить диэлектрическую проницаемость ϵ фарфора, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до $U_1=100$ В.

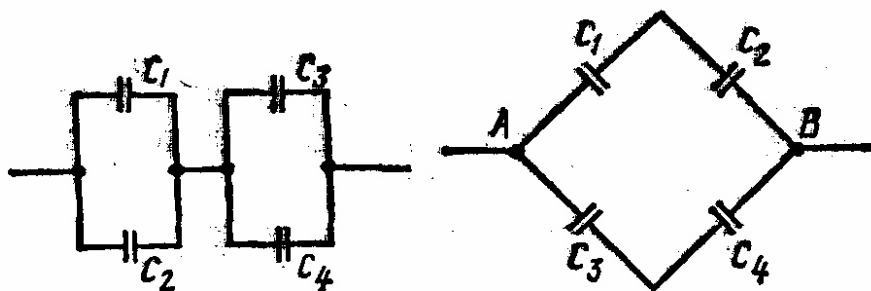
16. Два конденсатора емкостями $C_1=3$ мкФ и $C_2=6$ мкФ соединены между собой и присоединены к батарее с ЭДС $\epsilon=120$ В. Определить заряды Q_1 и Q_2 конденсаторов и разности

потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками, если конденсаторы соединены: 1) параллельно; 2) последовательно.

11. Конденсатор электроемкостью $C_1=0,2$ мкФ был заряжен, до разности потенциалов $U_1=320$ В. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до разности потенциалов $U_2=450$ В, напряжение U на нем изменилось до 400 В. Вычислить емкость C_2 второго конденсатора.

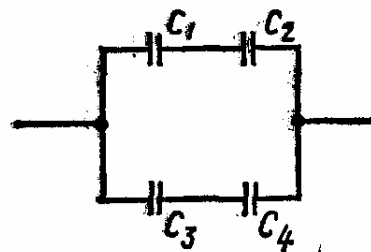
Конденсатор электроемкостью $C_1=0,6$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1=300$ В и соединен со вторым конденсатором электроемкостью $C_2=0,4$ мкФ, заряженным до разности потенциалов $U_1=150$ В. Найти заряд ΔQ , перетекший с пластин первого конденсатора на второй.

19. Три одинаковых плоских конденсатора соединены последовательно. Электроемкость C такой батареи конденсаторов равна 89 пФ. Площадь S каждой пластины равна 100 см^2 . Диэлектрик -- стекло. Какова толщина d стекла?



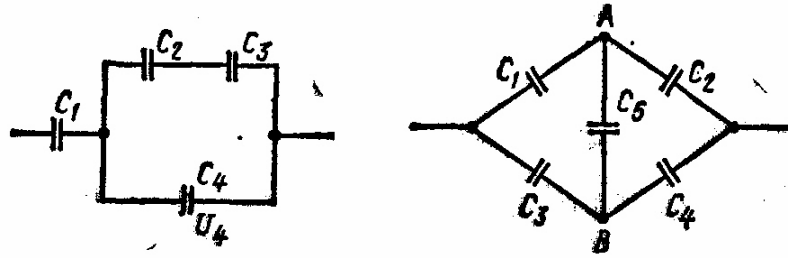
20. Конденсаторы соединены так, как это показано на рис. 1. Электроемкости конденсаторов: $C_1=0,2$ мкФ, $C_2=0,1$ мкФ, $C_3=0,3$ мкФ, $C_4=0,4$ мкФ. Определить электроемкость C батареи конденсаторов.

21. Конденсаторы электроемкостями $C_1=0,2$ мкФ, $C_2=0,6$ мкФ, $C_3=0,3$ мкФ, $C_4=0,5$ мкФ соединены так, как это указано на рис. 2. Разность потенциалов U между точками A и B равна 320 В. Определить разность потенциалов U_i и заряд Q_i на пластинах каждого конденсатора ($i=1, 2, 3, 4$).



22. Конденсаторы электроемкостями $C_1=10$ нФ, $C_2=40$ нФ, $C_3=2$ нФ и $C_4=30$ нФ соединены так, как это показано на рис. 3. Определить электроемкость C соединения конденсаторов.

23. Конденсаторы электроемкостями $C_1=2$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ,.



$C_3=3$ мкФ и $C_4=1$ мкФ соединены так, как это показано на рис. 4. Разность потенциалов на обкладках четвертого конденсатора $U_4 = 100$ В. Найти заряды и разности потенциалов на обкладках каждого конденсатора, а также общий заряд и разность потенциалов батареи конденсаторов.

24. Определить электроемкость схемы, представленной на рис. 5, где $C_1=1$ пФ, $C_2 = 2$ пФ, $C_3=2$ пФ и $C_4=4$ пФ

25. Пять различных конденсаторов соединены согласно схеме, приведенной на рис. 6. Определить электроемкость C_4 , при которой электроемкость всего соединения не зависит от величины электроемкости C_5 . Принять $C_1=8$ пФ, $C_2 = 12$ пФ, $C_3=6$ пФ.

Практическая работа № 4.

Энергия заряженного проводника. Энергия электрического поля

Основные формулы

- Энергия заряженного проводника выражается через заряд Q , потенциал φ и электрическую емкость C проводника следующими соотношениями:

$$W = \frac{1}{2} C \varphi^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q \varphi$$

- Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q U,$$

где C - электрическая емкость конденсатора; U - разность потенциалов на его пластинах.

- Объемная плотность энергии (энергия электрического поля, приходящаяся на единицу объема)

$$\omega = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \frac{1}{2} E D,$$

где E - напряженность электрического поля в среде с диэлектрической проницаемостью ε ; D - электрическое смещение.

Примеры решения задач

Пример 1. Конденсатор электроемкостью $C_1=3$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1=40$ В. После отключения от источника тока конденсатор был соединен параллельно с другим незаряженным конденсатором электроемкостью $C_2=5$ мкФ. Определить энергию ΔW , израсходованную на образование искры в момент присоединения второго конденсатора.

Р е ш е н и е. Энергия, израсходованная на выбрасывание искры, равна

$$\Delta W = W_1 - W_2 \quad (1)$$

где W_1 - энергия, которой обладал первый конденсатор до, присоединения к нему второго конденсатора; W_2 - энергия, которую имеет батарея, составленная из первого и второго конденсаторов.

Подставив в равенство (1) формулу энергии заряженного конденсатора

$W = CU^2/2$ и приняв во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) U_2^2}{2}, \quad (2)$$

где C_1 и C_2 - емкости первого и второго конденсаторов; U_1 - разность потенциалов, до которой был заряжен первый конденсатор; U_2 - разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов U_2 следующим образом: $U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}$. Подставив это выражение

U_2 в формулу (2), получим

$$\Delta W = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) C_1^2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}.$$

После простых преобразований найдем

$$\Delta W = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U_1^2.$$

Выполнив вычисления, получим $\Delta W = 1,5$ мДж.

Пример 2. Плоский воздушный конденсатор с площадью S пластины, равной 500 см^2 , подключен к источнику тока, ЭДС которого равна 300 В . Определить работу A внешних сил по раздвижению пластин от расстояния $d_1 = 1 \text{ см}$ до $d_2 = 3 \text{ см}$ в двух случаях: 1) пластины перед раздвижением отключаются от источника тока; 2) пластины в процессе раздвижения остаются подключенными к нему.

Решение. 1-й случай. Систему двух заряженных и отключенных от источника тока пластин можно рассматривать как изолированную систему, по отношению к которой справедлив закон сохранения энергии. В этом случае работа внешних сил равна изменению энергии системы:

$$A = \Delta W = W_2 - W_1, \quad (1)$$

где W_2 - энергия поля конденсатора в конечном состоянии (пластины находятся на расстоянии d_2); W_1 - энергия поля в начальном состоянии (пластины находятся на расстоянии d_1).

Энергию в данном случае удобно выразить через заряд Q на пластинах, так как заряд пластин, отключенных от источника при их раздвижении, не изменяется. Подставив в равенство (1) выражения $W_2 = Q^2 / (2C_2)$ и $W_1 = Q^2 / (2C_1)$, получим

$$A = \frac{Q^2}{2C_2} - \frac{Q^2}{2C_1}, \text{ или } A = \frac{Q^2}{2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right).$$

Выразив в этой формуле заряд через ЭДС ε источника тока и начальную емкость C_1 ($Q = C_1 \varepsilon$), найдем

$$A = \frac{C_1^2 \varepsilon^2}{2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right). \quad (2)$$

Подставляя в формулу (2) выражения емкостей ($C_1 = \varepsilon_0 S / d_1$ и $C_2 = \varepsilon_0 S / d_2$) плоского конденсатора, получим

$$A = \frac{\varepsilon_0 S^2}{2d_1^2} \varepsilon^2 \left(\frac{d_2}{\varepsilon_0 S} - \frac{d_1}{\varepsilon_0 S} \right).$$

После сокращения на $\varepsilon_0 S$ формула примет вид

$$A = \varepsilon_0 S \varepsilon^2 (d_2 - d_1) / 2d_1^2 \quad (3)$$

Произведя вычисления по формуле (3), найдем $A = 3,98$ мкДж.

2-й случай. Пластины остаются подключенными к источнику тока и система двух пластин уже не является изолированной (заряд с пластин при их раздвижении перемещается к клеммам батареи). Поэтому воспользоваться законом сохранения энергии в этом случае нельзя.

Заметим, что при раздвижении пластин конденсатора: а) разность их потенциалов остается неизменной ($U = \varepsilon$); б) емкость будет уменьшаться ($C = \varepsilon_0 S / d$). Будут уменьшаться также заряд на пластинах ($Q = CU$) и напряженность электрического поля ($E = U / d$). Так как величины E и Q , необходимые для определения работы, изменяются, то работу следует вычислять путем интегрирования.

Напишем выражение для элементарной работы:

$$dA = QE_1 dx, \quad (4)$$

где E_1 - напряженность поля, создаваемого зарядом одной пластины.

Выразим напряженность поля E_1 и заряд Q через расстояние x между пластинами:

$$E_1 = 1/2 E = \varepsilon / 2x \text{ и } Q = C\varepsilon, \text{ или } Q = \varepsilon_0 S \varepsilon / x.$$

Подставив эти выражения E_1 и Q в равенство (4), получим

$$dA = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{S^2}{x^2} \varepsilon^2 dx.$$

Проинтегрировав это равенство в пределах от d_1 до d_2 , найдем выражение искомой работы:

$$A = \frac{1}{2} \varepsilon_0 S \varepsilon \int_{d_1}^{d_2} \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 S \varepsilon^2 \left| -\frac{1}{x} \right|_{d_1}^{d_2} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 S \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) \varepsilon^2.$$

После упрощений последняя формула примет вид

$$A = \varepsilon_0 S \varepsilon^2 (d_2 - d_1) / (2d_1 d_2)$$

Сделав вычисления по полученной формуле, найдем

$$A = 1.33 \text{ мкДж.}$$

Пример, 3. Плоский конденсатор заряжен до разности потенциалов $U = 1$ кВ. Расстояние d между пластинами равно 1 см. ДИЭ;/1ектрик - стекло. Определить объемную плотность энергии поля конденсатора.

Р е ш е н и е. Объемная плотность энергии поля конденсатора

$$\omega = W/V, \quad (1)$$

где W - энергия поля конденсатора; V - объем, занимаемый полем, т. е. объем пространства, заключенного между пластинами конденсатора.

Энергия поля конденсатора определяется по формуле

$$W = CU^2/2, \quad (2)$$

где U - разность потенциалов, до которой заряжены пластины конденсатора; C - его емкость. Но $C = \varepsilon \varepsilon_0 S/d$, $V = Sd$. Подставив выражение C в формулу (2) и затем выражения W и V в формулу (1), получим

$$\omega = \varepsilon \varepsilon_0 U^2 / (2d^2).$$

Подставив значения величин в последнюю формулу и вычислив, найдем

$$\omega = 0,309 \text{ Дж/м}^3.$$

Пример 4. Металлический шар радиусом $R = 3$ см несет заряд $Q = 20$ нКл. Шар окружен слоем парафина толщиной $d = 2$ см. Определить энергию W электрического поля, заключенного в слое диэлектрика.

Р е ш е н и е. Так как поле, созданное заряженным шаром, является неоднородным, то энергия поля в слое диэлектрика распределена неравномерно. Однако объемная плотность энергии будет одинакова во всех точках, отстоящих на равных расстояниях от центра сферы так как поле заряженного шара обладает сферической симметрией.

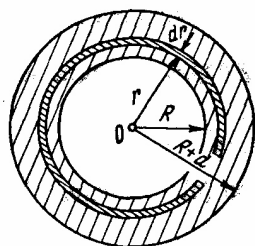


Рис. 18.1

Выразим энергию в элементарном сферическом слое диэлектрика объемом dV : $dW = \omega dV$, где ω - объемная плотность энергии (рис. 18.1).

Полная энергия выразится интегралом

$$W = \int \omega dV = 4\pi \int_R^{R+d} \omega r^2 dr, \quad (1)$$

где r - радиус элементарного сферического слоя; dr - его толщина. Объемная плотность энергии определяется по формуле $\omega = \epsilon\epsilon_0 E^2/2$,

где E - напряженность поля. В нашем случае $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$ и,

следовательно,

$$\omega = \frac{Q^2}{32\pi^2\epsilon_0\epsilon r^4}.$$

Подставив это выражение плотности в формулу (1) и вынеся за знак интеграла постоянные величины, получим

$$W = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon} \int_R^{R+d} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+d} \right) = \frac{Q^2 d}{8\pi\epsilon_0 R(R+d)}.$$

произведя вычисления по этой формуле, найдем

$W = 12$ мкДж.

Задачи

Энергия плоского конденсатора

1. Конденсатору, емкость C которого равна 10 пФ, сообщен заряд $Q = 1$ пКл. Определить энергию W конденсатора.

2. Расстояние d между пластинами плоского конденсатора равно 2 см, разность потенциалов $U = 6$ кВ. Заряд Q каждой пластины равен 10 нКл. Вычислить энергию W поля конденсатора и силу F взаимного притяжения пластин.

3. Какое количество теплоты Q выделится при разряде плоского конденсатора, если разность потенциалов U между пластинами равна 15 кВ, расстояние $d = 1$ мм, диэлектрик - слюда и площадь S каждой пластины равна 300 см²?

4. Сила F притяжения между пластинами плоского воздушного конденсатора равна 50 мН. Площадь S каждой пластины равна 200 см². Найти плотность энергии ω поля конденсатора.

5. Плоский воздушный конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $r = 10$ см каждая. Расстояние d_1 между пластинами равно 1 см. Конденсатор зарядили до разности потенциалов $U = 1,2$ кВ и отключили от источника тока. Какую работу A нужно совершить, чтобы, удаляя пластины друг от друга, увеличить расстояние между ними до $d_2 = 3,5$ см?

6. Плоский воздушный конденсатор электроемкостью $C = 1,11$ нФ заряжен до разности потенциалов $U = 300$ В. После отключения от источника тока расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в пять раз. Определить: 1) разность потенциалов U на обкладках конденсатора после их раздвижения; 2) работу A 'внешних сил по раздвижению пластин.

7. Конденсатор электроемкостью $C_1 = 666$ пФ зарядили до разности потенциалов $U = 1,5$ кВ и отключили от источника тока. Затем к конденсатору присоединили параллельно второй, незаряженный конденсатор электроемкостью $C_2 = 444$ пФ. Определить энергию, израсходованную на образование искры, проскочившей при соединении конденсаторов .

8. Конденсаторы электроемкостями $C_1 = 1$ мкФ, $C_2 = 2$ мкФ, $C_3 = 3$ мкФ включены в цепь с напряжением $U = 1,1$ кВ. Определить энергию каждого конденсатора в случаях: 1) последовательного их включения; 2) параллельного включения.

9. Электроемкость C плоского конденсатора равна 111 пФ. Диэлектрик - фарфор. Конденсатор зарядили до разности потенциалов $U = 600$ В и отключили от источника напряжения. Какую работу A нужно совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора? Трение пренебрежимо мало.

10. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком (фарфор), объем V которого равен 100 см³. Поверхностная плотность заряда σ на пластинах конденсатора равна $8,85$ нКл/м². Вычислить работу A , которую необходимо совершить для того, чтобы удалить диэлектрик из конденсатора. Трением пренебречь.

11. Пластину из эбонита толщиной $d = 2$ мм и площадью $S = 300$ см² поместили в однородное электрическое поле напряженностью $E = 1$ кВ/м, расположив так, что силовые линии перпендикулярны ее плоской поверхности. Найти: 1) плотность σ связанных зарядов на поверхности пластин; 2) энергию W электрического поля , сосредоточенную в пластине.

12. Пластиину предыдущей задачи переместили из поля в область пространства, где внешнее поле отсутствует. Пренебрегая уменьшением поля в диэлектрике с течением времени, определить - энергию W электрического поля в пластине.

Энергия поля заряженной сферы

13. Найти энергию W уединенной сферы радиусом $R=4$ см, заряженной до потенциала $\varphi=500$ В.

14. Вычислить энергию W электростатического поля металлического шара, которому сообщен заряд $Q=100$ нКл, если диаметр d шара равен 20 см.

15. Уединенная металлическая сфера электроемкостью $C= 10$ пФ заряжена до потенциала $\varphi=3$ кВ. Определить энергию W поля, заключенного в сферическом слое, ограниченном сферой и концентрической с ней сферической поверхностью, радиус которой в три раза больше радиуса сферы.

16. Электрическое поле создано заряженной ($Q=0,1$ мкКл) сферой радиусом $R=10$ см. Какова энергия W поля, заключенная в объеме, ограниченном сферой и концентрической с ней сферической поверхностью, радиус которой в два раза больше радиуса сферы?

17. Уединенный металлический шар радиусом $R_1=6$ см несет заряд Q . Концентрическая этому шару поверхность делит пространство на две части (внутренняя конечная и внешняя бесконечная), так что энергии электрического поля обеих частей одинаковы. Определить радиус R_2 этой сферической поверхности.

Сплошной парафиновый шар радиусом $R=10$ см заряжен равномерно по объему с объемной плотностью $\rho= 10$ нКл/м³. Определить энергию W_1 электрического поля, сосредоточенную в самом шаре, и энергию W_2 вне его.

19. Эбонитовый шар равномерно заряжен по объему. Во сколько раз энергия электрического поля вне шара превосходит энергию поля, сосредоточенную в шаре?

ЛИТЕРАТУРА

1. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: Учеб. Пособие для втузов. – 7-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2003. – 640 с.

Практическая работа № 5.

Коллоквиум "Свойства диэлектриков"

1. Рационализованное представление напряжённости и потенциала электрического поля. Принцип суперпозиции.
2. Работа электрического поля и её связь с потенциалом.
3. Энергия взаимодействия системы зарядов.
4. Связь напряжённости электрического поля с потенциалом. Понятие градиента. Градиент потенциала электрического поля по направлению.
5. Понятие электрического диполя. Расчёт потенциала и напряжённости электрического поля диполя в полярной системе координат. Общее выражение для напряжённости электрического поля в векторном виде.
6. Расчёт механического момента и потенциальной энергии диполя в однородном электрическом поле.
7. Расчёт сил действующих на диполь в неоднородном симметричном электрическом поле.
8. Расчёт электрического поля для системы зарядов. Монополь, квадруполь, октуполь и мультиполя n -го порядка.
9. Понятие диэлектриков. Полярные и неполярные диэлектрики. Дипольный электрический момент молекулы. Независимость дипольного момента молекулы от выбора системы координат.
10. Расчет потенциальной энергии молекулы во внешнем электрическом поле.
11. Поляризуемость молекулы. Упругий и жесткий диполь. Дипольный момент единицы объема диэлектрика.
12. Поляризованность в изотропных и анизотропных диэлектриках. Диэлектрическая восприимчивость. Тензор диэлектрической восприимчивости.
13. Электрическое поле внутри диэлектрика. Микроскопическое и макроскопическое поле. Деление на сторонние и связанные заряды.
14. Связь поверхностных связанных зарядов диэлектрика с напряженностью внешнего электрического поля и поляризованностью.

15. Вывод выражения для связанных объемных зарядов с использованием теоремы Остроградского-Гаусса. Истоки и стоки поля вектора поляризованности.
16. Вывод выражения связывающего объемную плотность заряда с градиентом диэлектрической восприимчивости и плотностью сторонних зарядов.
17. Введение понятия вектора электрического смещения (электрической индукции). Относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика.
18. Теорема Гаусса в дифференциальной и интегральной форме для вектора электрической индукции.
19. Физический смысл вектора электрической индукции и диэлектрической проницаемости на примере поля внутри плоской диэлектрической пластины.
20. Расчет электрического поля внутри диэлектрика в виде шарового слоя.
21. Применение теоремы Стокса и теоремы Гаусса для получения условий изменения вектора напряженности и индукции электрического поля на границе двух диэлектриков.
22. Ориентационный дипольный момент молекулы. Вывод ориентационной энергии молекулы с собственным дипольным моментом во внешнем электрическом поле.
23. Вывод деформационной энергии молекулы в электрическом поле. Деформационная атомная и электронная поляризуемость. Полная энергия молекулы в электрическом поле.
24. Вывод (по Дебаю) связи ориентационной поляризуемости молекулы с температурой. Соотношение поляризуемостей (ориентационной, атомной и электронной) и соответствующих дипольных моментов (с собственным дипольным моментом молекулы).