

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 17.12.2021 13:17:01  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

# МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра управления качеством, метрологии и сертификации

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
Локтионова  
« 7 » 2018 г.



## ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Методические указания к выполнению практической работы по курсу «Системный анализ проблем качества» по направлению подготовки 27.06.01 Управление в технических системах, профиль «Стандартизация и управление качеством продукции»

Составители: В.В. Куц, Н.А. Масалов

УДК 519.6

Рецензент

Доктор технических наук, профессор *Е.В. Агеев*

**Принятие решений в условиях неопределенности** : методические указания к выполнению практической работы по курсу «Системный анализ проблем качества» по направлению подготовки 27.06.01 Управление в технических системах, профиль «Стандартизация и управление качеством продукции» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.В. Куц, Н.А. Масалов. - Курск, 2018. - 8 с.: табл. 2.

Содержат методические указания к выполнению практической работы по курсу «Системный анализ проблем качества» у студентов, обучающихся по направлению подготовки 27.06.01 Управление в технических системах, профиль «Стандартизация и управление качеством продукции».

В методических указаниях излагаются цели, задание, теоретические сведения, необходимые для проведения практической работы, а также порядок её выполнения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 4.02.18. Формат 60x84 1/16.

Усл.печ.л. 0,47. Уч.-изд.л 0,42. Тираж 100 экз. Заказ 400 Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

### 1. Учебные вопросы, подлежащие рассмотрению:

- Основные типы неопределенности в задачах принятия решений
- Принятие решений в условиях риска
- Принятие решений в условиях неопределённости
- Принятие решений в конфликтных ситуациях
- Стохастические задачи принятия решений

### 2. Методические рекомендации по подготовке к занятию.

Перед выполнением задания необходимо изучить теоретические вопросы принятия

решений в детерминированных задачах, и задачах многокритериальной оптимизации,

основанные на принципе Парето. Разобраться в содержании методов преодоления

неопределённостей при выборе решений из Парето – оптимального множества решений.

### 3 Задача принятия решений в условиях неопределённости

От задачи принятия решения в условиях риска, данная задача отличается тем, что неизвестны вероятности состояний среды, т. е. неизвестны функции распределения потерь для каждой альтернативы.

Для преодоления возникающей проблемы необходимо сформулировать гипотезы о состоянии среды, позволяющие получить для каждой альтернативы числовую оценку полезности решения (потери) и по этой информации осуществить выбор, соответствующий этому гипотетическому состоянию. В простейшем случае множество  $X$  альтернатив и множество  $Y$  состояний среды - конечные множества и целевую функцию можно задать таблицей (матрицей  $Q$ ), строки которой соответствуют какой либо альтернативе, а столбцы – состоянию среды. Тогда элемент  $q_{ij}$  матрицы  $Q$  – оценка эффективности альтернативы с номером  $i$ , соответствующая состоянию среды с номером  $j$ . Матрицу  $Q$  называют платёжной матрицей или матрицей потерь.

Для принятия решения необходимо для каждой стратегии ввести оценку, соответствующую какому либо критерию выбора. Чаще всего используют один из следующих четырёх критериев.

**Критерий Лапласа** основан на принципе равновозможности вариантов состояния среды и применяется, когда невозможно отдать предпочтение ни одному из них. Оценка альтернативы с номером  $i$  принимается равной среднему арифметическому элементов строки платёжной матрицы с этим же номером

$$L(i) = \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{m-1} q_{i,j}.$$

Например, пусть дана матрица

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 & 3 & 7 & 1 \\ 6 & 3 & 1 & 1 & 9 & 1 \\ 0 & 5 & 5 & 1 & 4 & 0 \\ 7 & 4 & 8 & 8 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Критерий Лапласа для этой матрицы равен

$$L = \begin{pmatrix} 3 \\ 3.5 \\ 2.5 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \max(L) = 6$$

Любые две альтернативы сравнимы между собой по критерию Лапласа: лучшая альтернатива имеет большую (меньшую) оценку, а оптимальная – максимальную (минимальную) оценку. Недостатки этого критерия связаны с эффектом сглаживания отдельных оценок при вычислении критерия.

**Критерий Вальда** основан на принципе минимакса (максимина). Минимакс – значение функции  $f(x,y)$ , которое она принимает, когда сначала выбирается максимум по  $y$  из множества  $Y$ , а затем – минимум по  $x$  из множества  $X$ .

Оценка альтернативы с номером  $i$  в соответствии с критерием Вальда выполняется по одной из формул

$$W(i) = \begin{cases} \min_i \max_j q_{i,j} \\ \max_i \min_j q_{i,j} \end{cases} \quad (2)$$

Выбор одной из этих формул зависит от цели. Первая формула позволяет выбрать стратегию с наименьшими максимальными потерями, а вторая – с наибольшими минимальными потерями. Например, для матрицы  $U$

$$U = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 6 & 2 & 7 & 4 \\ 0 & 5 & 5 & 7 & 6 & 7 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 7 & 5 \\ 2 & 0 & 7 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

найдем

$$\text{Max}U_i = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \text{Minmax}U = 7 \quad \text{Min}U_i = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Maxmin}U = 2$$

Содержательный смысл критерия Вальда состоит в том, что при его использовании выбранная стратегия обеспечивает или минимум максимально возможных потерь (*minmax*), или максимум минимально возможных доходов (*maxmin*).

**Критерий Гурвица** основан на задании для любой альтернативы с номером строки  $i$  субъективной вероятности  $\alpha$  наибольших (А) и  $(1-\alpha)$  наименьших (а) потерь, вычислении по этим данным значения

$$H(i) = \alpha A_i + (1-\alpha)a_i \quad (3)$$

и выборе альтернативы с экстремальным значением  $H$ .

Например, при  $\alpha=0.5$

$$U = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 9 & 5 & 2 & 7 \\ 3 & 6 & 0 & 2 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 4 & 6 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} 5.5 \\ 3.5 \\ 5 \\ 3.5 \end{pmatrix} \quad \max H = 5.5$$

Критерий Гурвица учитывает только наилучший и наихудший исходы. Это обстоятельство относят к недостаткам данного критерия, как и субъективность определения значения  $\alpha$ .

**Критерий Сэвиджа** основан на вычислении максимальной утерянной выгоды при различных вариантах действий, и выборе того варианта действий, который минимизирует максимальную утерянную выгоду. Матрица  $U$  преобразуется в матрицу  $R$  утерянной выгоды по правилу

$$r_{i,j} = \max_j U_{i,j} - U_{i,j} \quad (4)$$

Например,

$$U = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 9 & 5 & 2 & 7 \\ 3 & 6 & 0 & 2 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 4 & 6 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix} \quad r = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 4 & 7 & 2 \\ 4 & 1 & 7 & 5 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 2 & 2 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad \max r = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \min \max r = 2$$

Оптимальной по критерию Сэвиджа считается альтернатива минимизирующая утерянную выгоду

$$S(i) = \min_i (\max_j q_{i,j} - q_{i,j}) \quad (5)$$

Рассмотрим пример. Пусть требуется из четырёх вариантов ( $A_1, A_2, A_3, A_4$ ) выбрать проект технологии. Последствия, связанные с выбором, зависят от некоторого множества неопределённых факторов, которые определяют состояние среды. Пусть определено четыре варианта ( $B_1, B_2, B_3, B_4$ ) состояний среды. Эффективность выбора, какого либо варианта при различных состояниях среды определяется платёжной матрицей

Таблица 4. Платёжная матрица

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	7	5	1	10
$A_2$	5	2	8	4
$A_3$	1	3	4	12
$A_4$	8	5	1	10

Какой вариант является оптимальным? Рассмотрим решение этой задачи при помощи рассмотренных критериев.

Таблица 5. Оптимальные варианты решения

	$L(i)$	$W(i)$	$H_{\alpha}(i), \alpha = 1/2$	$S(i)$
$X_1$	23 / 4	1	11 / 2	<b>7</b>
$X_2$	19 / 4	<b>2</b>	10 / 2	8
$X_3$	20 / 4	1	<b>13 / 2</b>	<b>7</b>
$X_4$	<b>24 / 4</b>	1	11 / 2	<b>7</b>

Оптимальные по каждому критерию варианты в таблице выделены жирным шрифтом. Для разных критериев получаем разные оптимальные решения. Это обусловлено тем, что критерии основываются на различных гипотезах о состоянии среды. Использование той или иной гипотезы снимает неопределённость, но гипотеза это лишь предположение, которое не обязательно совпадает с истинным состоянием среды.

Поэтому, если позволяют обстоятельства, рекомендуется рассмотреть весь диапазон возможных состояний среды и составить представление об эффективности решений в этом диапазоне. Решение оптимальное для заданного диапазона состояний среды называется локально оптимальным. Совокупность локально оптимальных решений для всего диапазона состояний среды и даёт представление об эффективности решения и её зависимости от состояния среды. Совершенно очевидно, что неопределённость при этом сохраняется. Поэтому неразумно предъявлять к точности решения слишком высокие требования и лучше вместо строго оптимального решения выделить область приемлемых решений, которые оказываются несущественно хуже оптимального, и в пределах этой области произвести окончательный выбор.

Варианты к заданию «Принятие решений в условиях неопределённости»

Номер варианта	Задание	Номер варианта	Задание
1	$U = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 3 & 0 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	11	$U = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 & 6 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 6 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 2 & 0 & 5 & 1 \\ 6 & 1 & 5 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$
2	$U = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 6 & 5 & 5 \\ 3 & 3 & 1 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 6 & 5 & 0 & 5 \end{pmatrix}$	12	$U = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 1 & 7 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 5 & 7 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$
3	$U = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 2 & 7 & 1 \\ 5 & 7 & 6 & 3 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 5 & 6 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$	13	$U = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 4 & 3 & 2 & 2 \\ 5 & 5 & 2 & 3 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 6 & 4 & 2 & 6 \\ 5 & 6 & 3 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$
4	$U = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 7 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & 8 & 1 & 6 & 4 & 6 \\ 4 & 1 & 3 & 8 & 2 & 5 \\ 0 & 8 & 0 & 8 & 5 & 0 \end{pmatrix}$	14	$U = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 6 & 6 & 1 & 7 \\ 7 & 6 & 1 & 3 & 6 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 7 & 0 & 7 \\ 5 & 7 & 5 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$
5	$U = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 & 7 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 3 & 3 & 3 \\ 7 & 6 & 6 & 5 & 7 & 6 \\ 4 & 6 & 3 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}$	15	$U = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 7 & 0 & 4 & 2 \\ 6 & 0 & 0 & 5 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 7 & 3 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 6 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$
6	$U = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 4 & 6 & 3 \\ 5 & 2 & 1 & 6 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 6 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 7 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$	16	$U = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 & 2 & 3 & 4 \\ 6 & 4 & 0 & 5 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 2 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 5 & 5 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
7	$U = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 6 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 3 & 1 & 6 \\ 6 & 2 & 6 & 3 & 4 & 3 \\ 4 & 4 & 6 & 5 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	17	$U = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 0 & 8 & 7 & 5 \\ 3 & 4 & 2 & 7 & 3 & 8 \\ 1 & 7 & 4 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 5 & 8 & 5 \end{pmatrix}$
8	$U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 3 & 5 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 6 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}$	18	$U = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 & 0 & 7 & 5 \\ 5 & 2 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 6 & 6 & 1 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 3 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$
9	$U = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 6 & 4 & 5 & 0 \\ 6 & 2 & 4 & 6 & 0 & 5 \\ 3 & 6 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 6 & 6 & 0 & 4 \end{pmatrix}$	19	$U = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 & 3 & 5 & 3 \\ 3 & 7 & 2 & 5 & 3 & 3 \\ 5 & 2 & 4 & 5 & 6 & 5 \\ 1 & 5 & 4 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
10	$U = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 & 5 & 2 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 1 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 4 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 2 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$	20	$U = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 5 & 5 & 2 & 0 \\ 7 & 3 & 6 & 4 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 5 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 5 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$