

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)**

Кафедра электроснабжения

УТВЕРЖДАЮ



О.Г. Локтионова

2017 г.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

**Методические указания к практическим занятиям по дисциплине
"Теоретические основы электротехники" для студентов
направления подготовки «Электроэнергетика и электротехника»**

Курск 2017

УДК 621. 301

Составитель: Л.В. Плесконос, А.С. Романченко

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент кафедры электроснабжения
А.Л.Овчинников

Электрические цепи однофазного синусоидального тока.
Методическое указание к практическим занятиям по дисциплине
"Теоретические основы электротехники" для студентов
направления подготовки «Электроэнергетика и электротехника»/
Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л.В.Плесконос, А.С.Романченко.
Курск, 2017. 60 с., рис. 22, табл. 4. Библиогр.: 60 с.

Излагаются методические указания и теоретический материал,
необходимый для выполнения работы.

Предназначены для студентов направления подготовки

Электроэнергетика и электротехника

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать. Формат 60x84 1/16

Усл.печ.л. Уч.-изд.л. Тираж Заказ. Бесплатно.

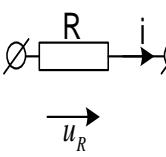
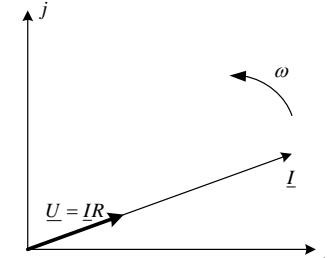
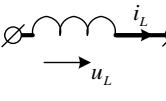
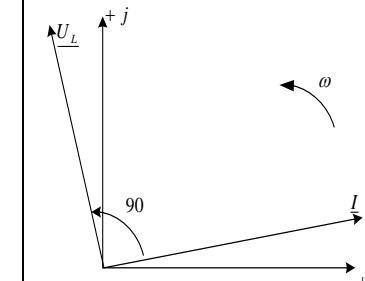
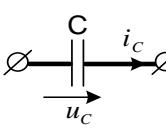
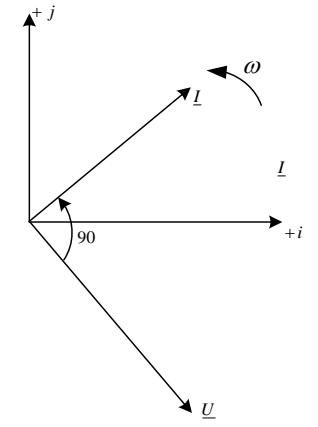
Юго-Западный государственный университет.

305040, г.Курск ул. 50 лет Октября, 94.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Основные формулы и уравнения.

Таблица 1.

Пассивный элемент	Сопротивление току	Ток, напряжённость, мощность		Векторная диаграмма
		Мгновенное значение	Комплексное значение	
Резистивный	$Z = R$  $\phi = 0$	$u_R = R \cdot i$ $p = UI(1 - \cos 2\omega t)$	$\underline{U}_R = RI$ $P = UI = I^2 R$ $Q = 0$ $\tilde{S} = \underline{U} \cdot I^* = I^2 R$ $\tilde{S} = S = -U \cdot I$	
Индуктивный	$Z = j\omega L = jX_L = X_L e^{j90}$  $\phi = 90$	$u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$ $p = -UI \cdot \sin 2\omega t$	$\underline{U}_L = j\omega L I = jX_L I$ $P = 0$ $Q_L = U_L I = X_L^2 I$ $\tilde{S} = \underline{U} \cdot I^* = jX_L I^2$	
Емкостный	$Z = -j \frac{1}{\omega c} = -jX_c = X_c e^{-j90}$  $\phi = 90$	$u_c = \frac{1}{c} \int i_c dt$ $p = UI \cdot \sin 2\omega t$	$\underline{U}_c = -j \frac{1}{\omega c} I = -jX_c I$ $P = 0$ $Q_c = U_c I = X_c I^2$ $\tilde{S} = \underline{U} \cdot I^* = -jX_c I^2$	

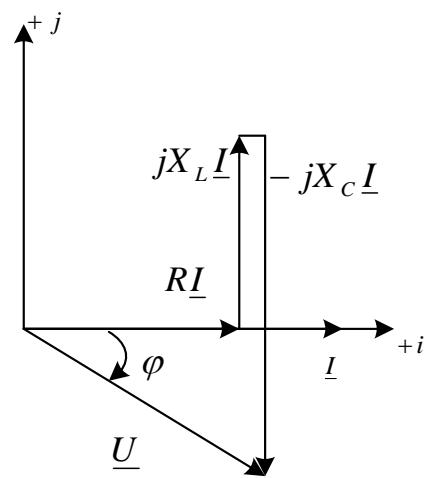
При расчёте и преобразовании линейных электрических цепей однофазного синусоидального тока используют законы, методы расчёта и способы преобразования, применяемые для линейных электрических цепей постоянного тока (табл. 2, 3, 4).

Только необходимо вместо R записать \underline{Z} , вместо E записать \underline{E} ,
вместо U записать \underline{U} , вместо I записать \underline{I} .

Последовательное соединение элементов.

Таблица 2.

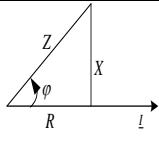
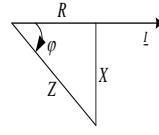
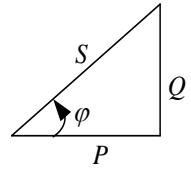
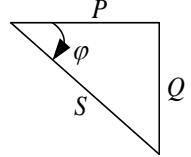
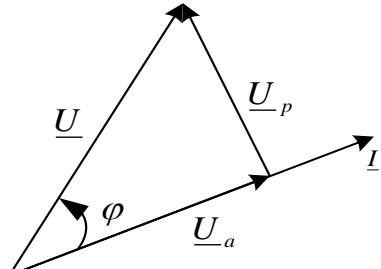
Электрическая схема	
Уравнение для мгновенных значений	$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{c} \int idt$
Уравнение для комплексных значений	$\underline{U} = R\underline{I} + jX_L \underline{I} - jX_C \underline{I}$ $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R + j(X_L - X_C)} = I e^{-j\varphi}$ <p style="text-align: center;">если $\underline{I} = I$</p>
Комплексное сопротивление	$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + j(X_L - X_C) = R + jX = Z e^{j\varphi},$ <p style="text-align: center;">где $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$</p> $\varphi = \arctg \frac{X}{R}$ <p style="text-align: center;">Если $x > 0$, то $\varphi > 0$; если $x < 0$, то $\varphi < 0$.</p>
Векторная диаграмма	



$X = X_L - X_C > 0, \phi > 0$

$X = X_L - X_C < 0, \phi < 0$

Продолжение табл.2

Треугольник сопротивлений	 
	$R = Z \cos \phi,$ $X = Z \sin \phi,$ $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$
Треугольник мощностей	 
	$S = U \cdot I = I^2 \cdot Z,$ $S = U \cdot I = I^2 \cdot Z$ $Q = U \cdot I \cdot \sin \phi = I^2 \cdot X,$ $Q = -U \cdot I \cdot \sin \phi = -I^2 \cdot X$ $P = U \cdot I \cdot \cos \phi = I^2 \cdot R,$ $P = U \cdot I \cdot \cos \phi = I^2 \cdot R$
Активная и реактивная составляющая напряжения	
	$\underline{U} = \underline{U}_a + \underline{U}_p$ $\underline{U}_a = \underline{U} \cos \phi$ $\underline{U}_p = \underline{U} \sin \phi$ $U = \sqrt{\underline{U}_a^2 + \underline{U}_p^2}$

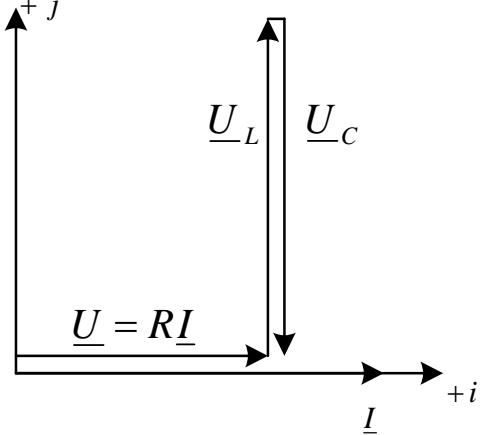
Комплексная проводимость

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = g - jb = Ye^{-j\varphi}$$

Баланс мощностей

$$\underline{U}\underline{I}^* = RI^2 + j(X_L - X_C)I^2 = P \pm jQ$$

Продолжение табл.2

<p>Резонанс напряжений в последовательном RLC - контуре</p>	$\omega L - \frac{1}{\alpha c} = X = 0,$ откуда резонансная частота $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{Lc}}.$ При резонансе $I = \frac{U}{R} = \max ,$ $Z = R, \quad U_L = U_C = \omega_0 L I = \frac{I}{\omega_0 c}$ Добротность $Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\alpha c R} = \frac{\rho}{R},$ где $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}},$ Затухание контура $d = \frac{1}{Q} = \frac{R}{\rho}$
<p>Векторная диаграмма при резонансе напряжений</p>	

Параллельное соединение элементов.

Таблица 3.

Электрическая схема	
Уравнение для мгновенных значений	$i = i_1 + i_2, \quad u = R_1 i_1 + L \frac{di}{dt} = R_2 i_2 + \frac{1}{c} i_2 dt$

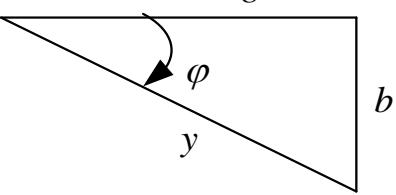
Уравнение для комплексных значений	$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2, \underline{U} = R_1 \underline{I}_1 + jX_L \underline{I}_2 = R_2 \underline{I}_2 - jX_C \underline{I}_2$ $\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{R_1 + jX_L} = I_1 \cdot e^{-j\varphi_1}$ $\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{R_2 - jX_C} = I_2 \cdot e^{j\varphi_2}$ <p style="text-align: center;">если $\underline{U} = U$</p>
Комплексная проводимость	$\underline{Y}_1 = \frac{1}{R_1 + jX_L} = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} - j \cdot \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = g_1 - jb_1$ $\underline{Y}_2 = \frac{1}{R_2 - jX_C} = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} + j \cdot \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = g_2 + jb_2$ $\underline{Y}_{ex} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = (g_1 + g_2) - j \cdot (b_1 - b_2) = g - jb$
Векторная диаграмма	
Активная и реактивная составляющая тока	

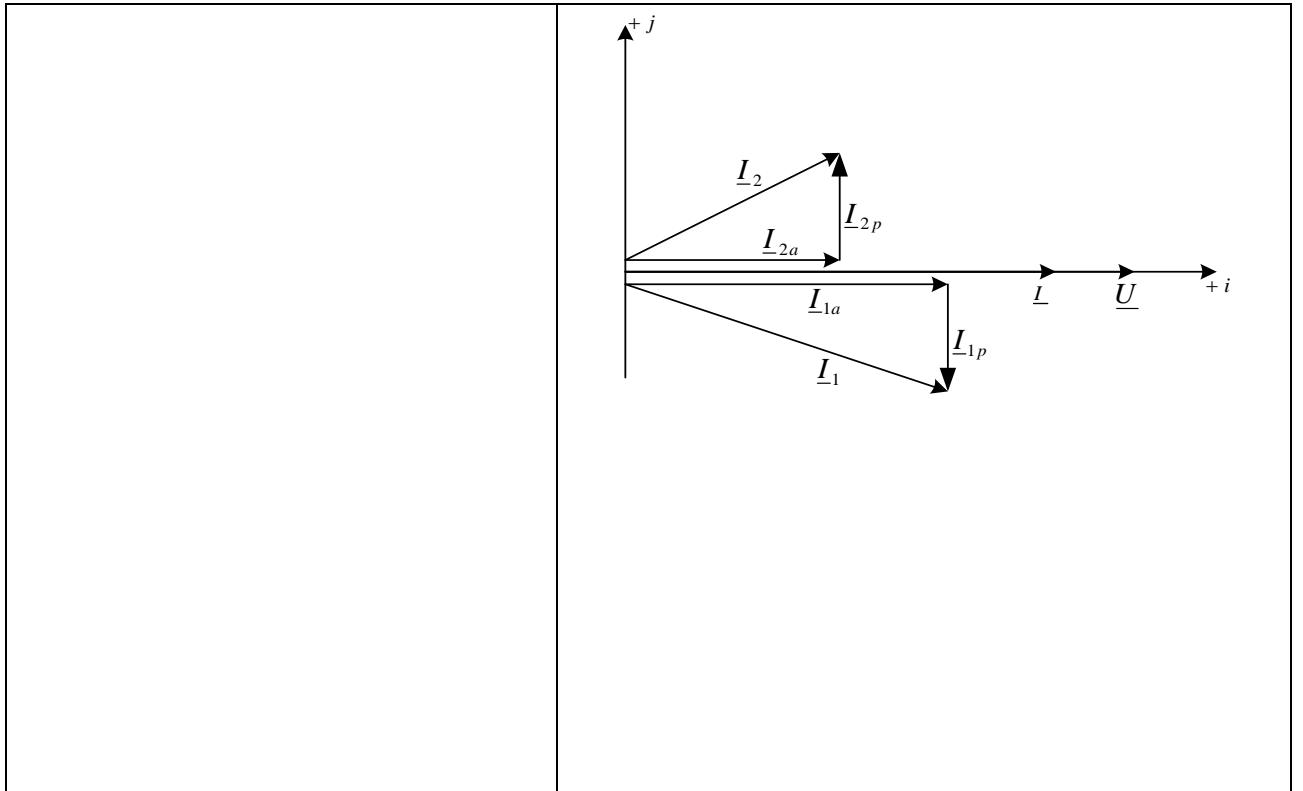
$$\underline{I} = \underline{I}_a + \underline{I}_p$$

$$\underline{I}_a = \underline{I} \cos \varphi$$

$$\underline{I}_p = \underline{I} \sin \varphi$$

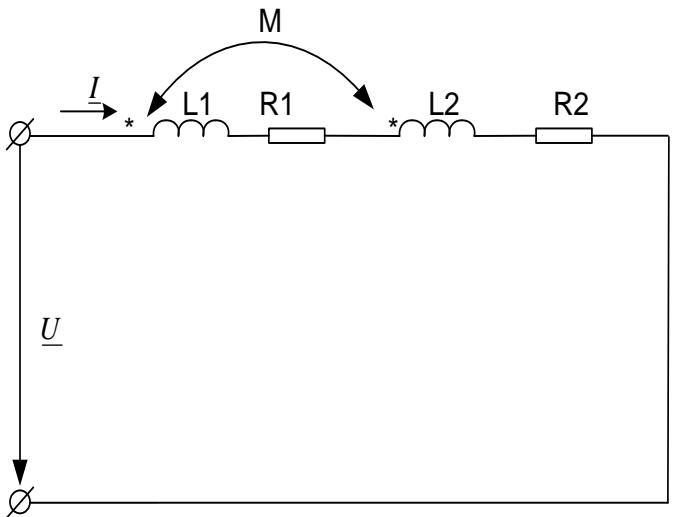
$$I = \sqrt{\underline{I}_a^2 + \underline{I}_p^2}$$

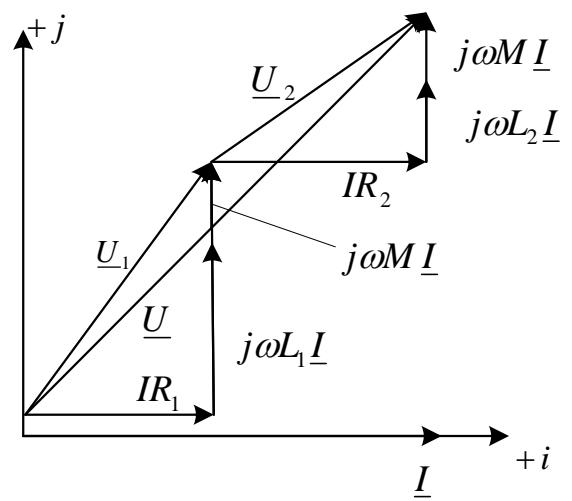
Треугольник проводимостей	 <p>$g = Y \cos \phi, \quad b = Y \sin \phi, \quad Y = \sqrt{g^2 + b^2}$</p>
Резонанс токов в параллельном контуре	$b_1 = b_2, \quad \frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} = \frac{\omega c}{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega c}\right)^2},$ <p style="text-align: center;">резонансная частота</p> $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{Lc}} \sqrt{\frac{\left(\frac{L}{C}\right) - R_1^2}{\left(\frac{L}{C}\right) - R_2^2}} \text{ при}$ $R_1 = R_2 = 0 \longrightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{Lc}}$ <p>При резонансе $I = U \cdot R = \min$</p>
Векторная диаграмма при резонансе токов	

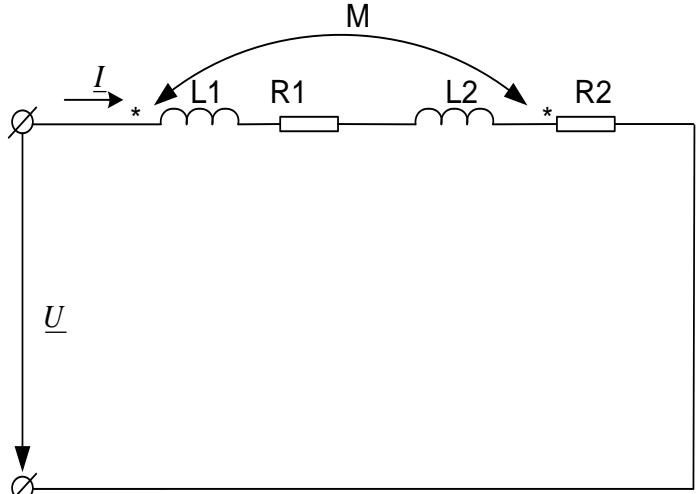
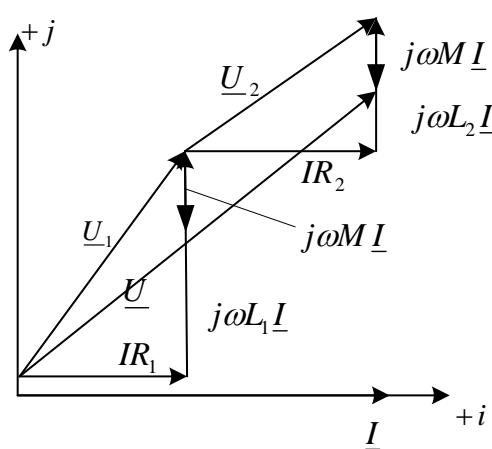
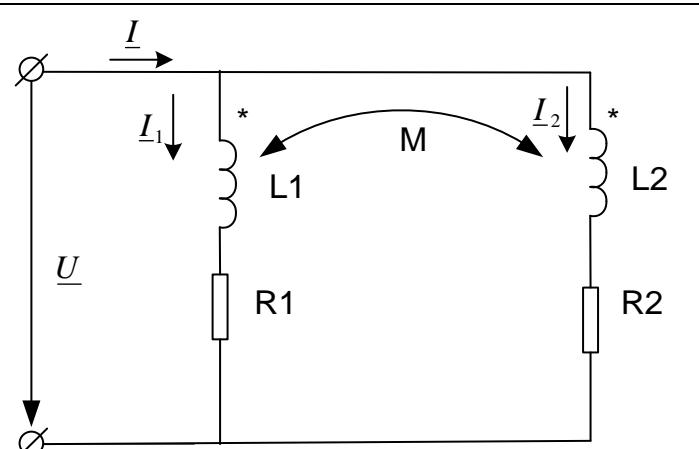


Цепи с взаимной индуктивностью.

Таблица 4.

Коэффициент индуктивности связи	$k = \frac{M}{\sqrt{L_1, L_2}},$ <p>где M – взаимная индуктивность, L_1 и L_2 – индуктивности катушек $0 < k \leq 1$</p>
Согласное последовательное соединение индуктивно связанных катушек	 $u = L_1 \frac{di}{dt} + R_1 i + M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + R_2 i + M \frac{di}{dt}$ $\underline{U} = (R_1 + R_2)I + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)I$
Комплексное сопротивление взаимной индукции	$\underline{Z}_M = j\omega M = jX_M, \text{ где}$ $X_M = \omega M$
Реактивное сопротивление при согласном включении	$X_{coel} = \omega L_1 + \omega L_2 + 2\omega M = X_{L_1} + X_{L_2} + 2X_M$
Векторная диаграмма при согласном включении для $L_1 > M$ и $L_2 > M$	



<p>Встречное последовательное соединение индуктивно связанных катушек</p>	 $u = L_1 \frac{di}{dt} + R_1 i - M \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + R_2 i - M \frac{di}{dt}$ $\underline{U} = (R_1 + R_2) \underline{I} + j\omega(L_1 + L_2 - 2M) \underline{I}$
<p>Реактивное сопротивление встречно связанных катушек</p>	$X_{\text{сomp}} = X_{L_1} + X_{L_2} - 2X_M$
<p>Векторная диаграмма при встречном включении для $L_1 > M$ и $L_2 > M$</p>	
<p>Параллельное соединение индуктивно связанных катушек</p>	 $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$

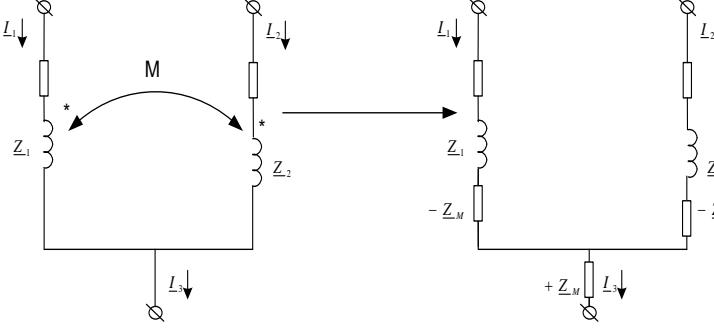
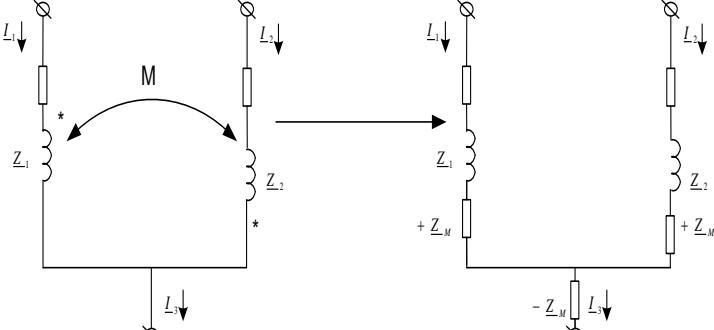
$$\underline{U}=\underline{Z}_1\underline{I}_1+\underline{Z}_M\underline{I}_2$$

$$\underline{U}=\underline{Z}_M\underline{I}_1+\underline{Z}_2\underline{I}_2\,,$$

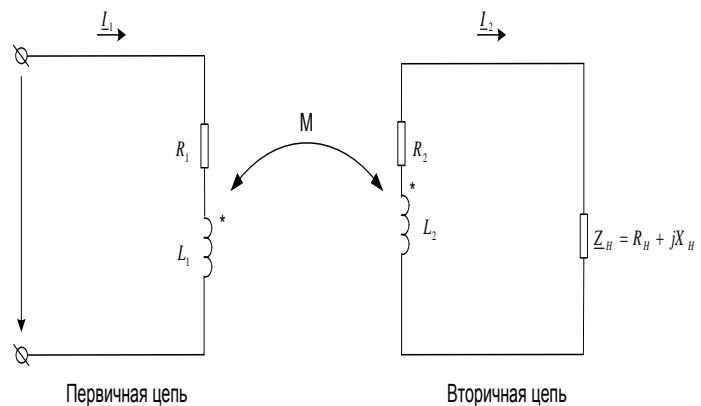
$$\mathfrak{rde}\ \underline{Z}_1=R_1+j\omega L_1$$

$$\underline{Z}_2=R_2+j\omega L_2$$

$$\underline{Z}_M=j\omega M$$

Входное комплексное сопротивление	<p>Согласное соединение: $Z_{ex} = \frac{U}{I} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 - 2\underline{Z}_M}$</p> <p>Встречное соединение: $Z_{ex} = \frac{U}{I} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + 2\underline{Z}_M}$</p>
Развязка индуктивных цепей	 
Передача мощности между индуктивно связанными катушками	$\tilde{S}_M = \tilde{S}_{M1} + \tilde{S}_{M2} = \underline{U}_{M1} \underline{I}_2^* + \underline{U}_{M2} \underline{I}_1^* = j\omega M \underline{I}_2 \underline{I}_1^* + j\omega M \underline{I}_1 \underline{I}_2^* = j2X_M \operatorname{Re}(\underline{I}_1 \underline{I}_2^*) = j2X_M \operatorname{Re}(\underline{I}_2 \underline{I}_1^*)$ $X_M = wM ,$ <p>где \tilde{S}_{M1} и \tilde{S}_{M2} - комплексные мощности соответственно первой и второй катушек, обусловленные взаимной индукцией.</p>

Трансформатор без ферромагнитного сердечника (воздушный трансформатор)



Первичная цепь

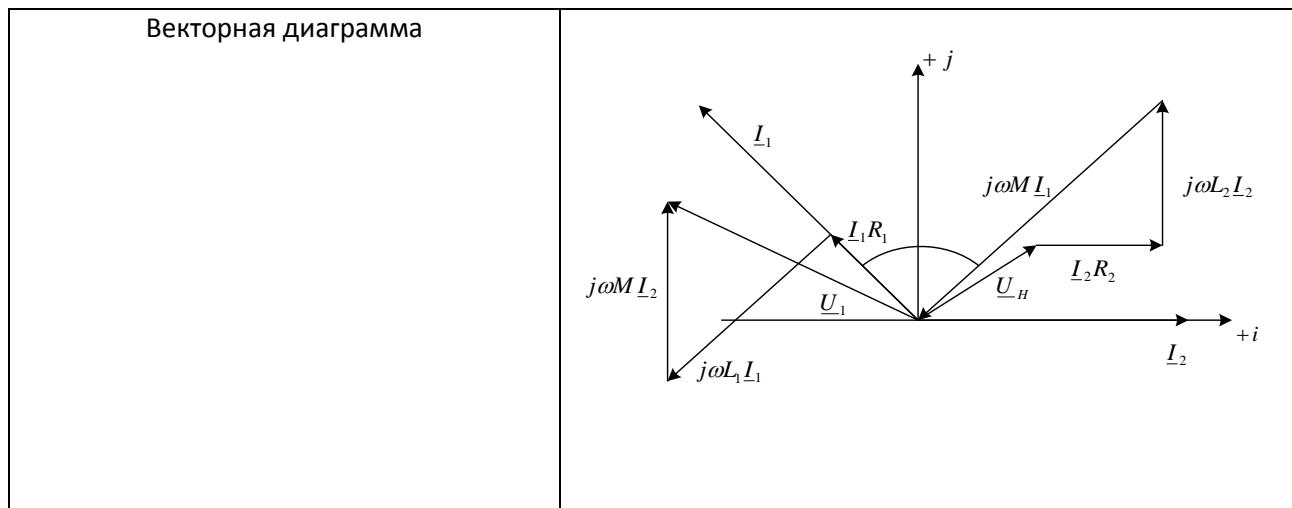
Вторичная цепь

Для первичной цепи

$$\underline{U} = R_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2$$

Для вторичной цепи

$$O = R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega M \underline{I}_1 + \underline{I}_2 Z_H$$



1р. Фазовый сдвиг ϕ между напряжением на индуктивной катушке и током $i=7\sin(628t+45^\circ)$ А равен 30° , при этом активная мощность $P=160$ Вт.

Определить полное, активное и реактивное сопротивление катушки, ее индуктивность, полную и реактивную мощности. Записать выражение для мгновенных значений напряжения на катушке, на ее активном и индуктивном сопротивлениях. Построить векторную диаграмму.

2. Ток идеальной индуктивности $L=1$ Гн, $i(t)=1,41\sin(314t+45^\circ)$.

Определить индуктивное сопротивление, комплекс действующего значения напряжения и реактивную мощность.

Зр. В розетку с напряжением 220 В необходимо включить лампочку 40 Вт, но с номинальным напряжением 127 В. Требуется подобрать конденсатор C , включенный последовательно с лампочкой (рис.2.1) и обеспечивающий номинальное напряжение лампочки.

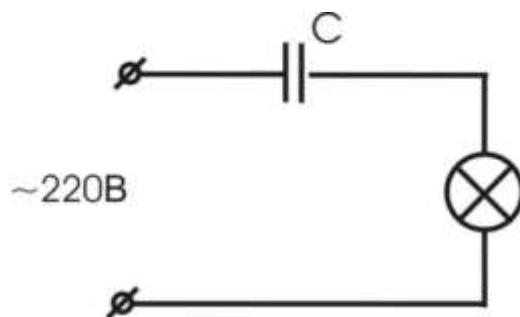


Рис.1.

4. На элементах с комплексными сопротивлениями

а) $\underline{Z}=10e^{j90^\circ}$, б) $\underline{Z}=10e^{-j90^\circ}$ задано напряжение $\underline{U}=100V$.

Определить характер нагрузки, мгновенный ток I , если $f=50\text{Гц}$.

Построить векторные диаграммы.

5. Ток сопротивления $R=10 \text{ Ом}$

$$i(t)=30\sin(314t+30^\circ)$$

Определить комплекс действующего значения напряжения и активную мощность, построить векторную диаграмму.

6. Ток емкости $C=1\text{мкФ}$ $i(t)=0,1\sin(10000t+120^\circ)$.

Определить комплекс действующего значения напряжения, емкостное сопротивление и реактивную мощность, построить векторную диаграмму.

7р. Определить индуктивность L катушки, используя результаты двух опытов: а) когда катушка включена в сеть переменного тока с напряжением $U=220V$ и частотой $f=50\text{Гц}$, ток в катушке $I=4A$; б) когда катушка включена в сеть постоянного тока ($U=200V$), ток в катушке $I=5A$.

8р. При помощи осциллографа были сняты кривые начального напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$ на входе пассивного двухполюсника (рис. 2.2.)

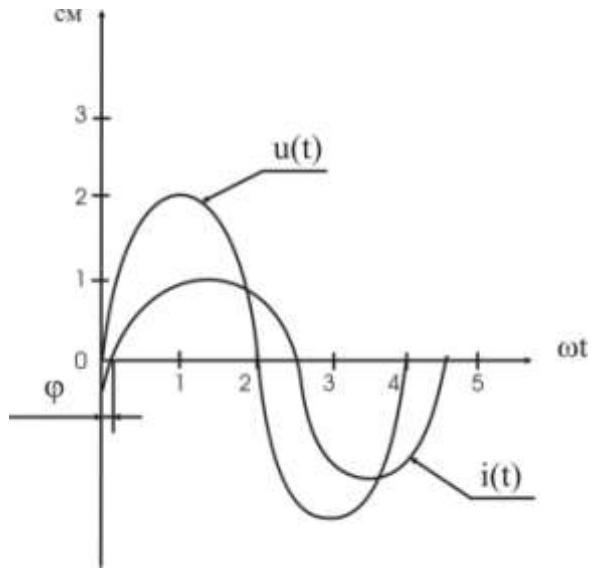


Рис. 2.

Определить частоту переменного тока, из каких эквивалентных элементов состоит двухполюсник и чему равны его эквивалентные параметры.

Масштаб времени $M_t=2,5 \frac{\text{с}}{\text{см}}$, масштаб для напряжения $M_U=100 \frac{\text{В}}{\text{см}}$,
масштаб для тока $M_I=5 \frac{\text{А}}{\text{см}}$.

9р. По цепи, состоящей из последовательно соединенных индуктивной катушки, полное сопротивление которой составляет 30,5Ом и конденсатора емкостью $C=4,8\text{мкФ}$, проходит ток $i=2,7\sin(3454t+40^\circ)\text{А}$, активная мощность этой цепи $P=35,7\text{Вт}$.

Определить индуктивность катушки, ее активное сопротивление, полное сопротивление цепи, действующее значение приложенного напряжения на входе, полную и реактивную мощности цепи. Построить векторную диаграмму.

10. К электрической цепи из последовательно соединенных резистора сопротивлением $R=6,5 \text{ Ом}$, катушки с индуктивностью $L=20\text{мГн}$, и конденсатора емкостью $C=30\text{мкФ}$ подведено напряжение переменного тока с частотой $f=150\text{Гц}$ и действующим значением $U=30\text{В}$.

Определить полное сопротивление цепи, действующее значение тока, полную потребляемую мощность, коэффициент мощности. Построить треугольник сопротивлений.

11. Для цепи (рис.2.3.) определить входное напряжение, сопротивление цепи и сдвиг фаз φ , если $I=5A$, $U_R=100V$, $U_L=150V$, $U_C=75V$.

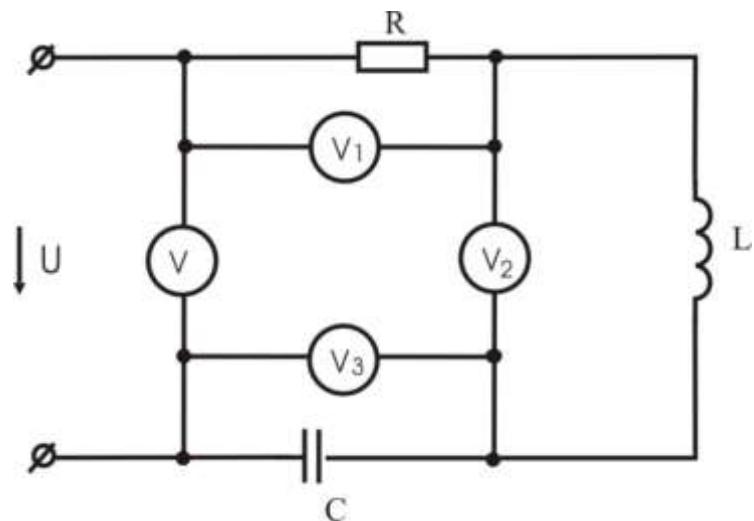


Рис.3.

12p. Для определения параметров эквивалентной схемы пассивного двухполюсника АВ (рис.2.4) были измерены напряжение $U_1=26V$, ток $I_1=4A$ и мощность $P_1=40W$.

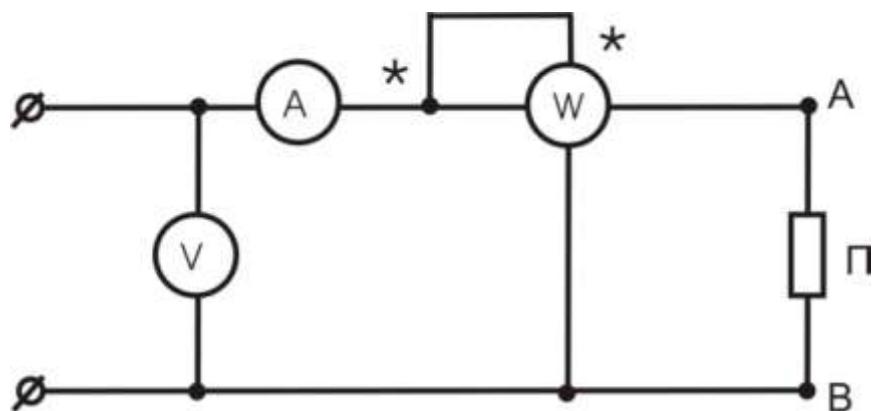


Рис.4.

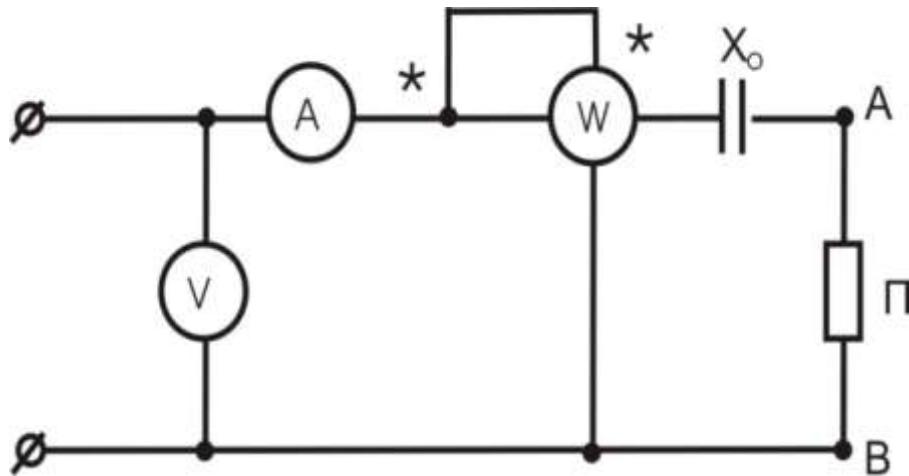


Рис.5.

Для определения характера эквивалентного реактивного сопротивления этого двухполюсника последовательно с ним включили конденсатор (рис.2.5). При том же приложенном напряжении приборы показали $I_2=5,53\text{А}$ и $P_2=76,5\text{Вт}$. Частота переменного тока $f=50\text{Гц}$.

Определить параметры эквивалентной схемы двухполюсника.

13р. Полное сопротивление цепи, состоящей из последовательно соединенных резистора и конденсатора $Z=320\text{Ом}$, активная мощность цепи $P=17\text{Вт}$.

Определить сопротивление резистора, емкость конденсатора, полную потребляемую мощность, действующие значения тока и входного напряжения, если напряжение на резисторе $U_R=60\sin(2512t+80^\circ)\text{В}$.

Определить активную и реактивную составляющие тока. Записать выражения для мгновенных значений тока и напряжения в цепи и напряжения на конденсаторе.

14. Комплекс полной мощности для некоторого пассивного двухполюсника равен $\tilde{S}=3000+j4000$.

Определить угол сдвига фаз между током и напряжением на зажимах двухполюсника.

15р. По показаниям приборов, включенных в цепь (рис.2.6.) определить ток в неразветвленном участке цепи, сопротивление в каждой ветви и полное сопротивление цепи.

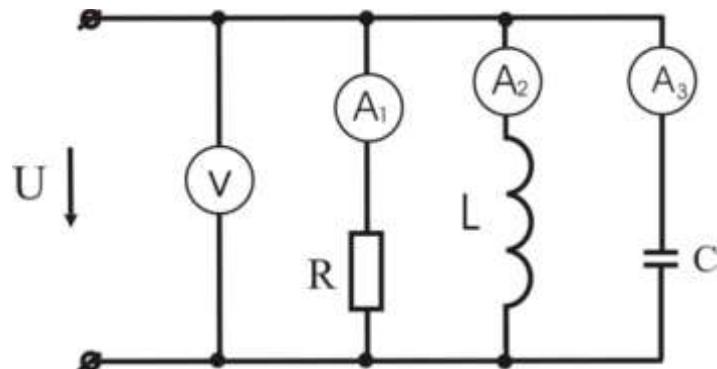


Рис. 6.

Заменить данную цепь эквивалентной последовательной цепью $R_{\text{Э}}$, $X_{\text{Э}}$.
Построить векторную диаграмму.

Дано: $U=120\text{В}$, $I_1=3\text{А}$, $I_2=6\text{А}$, $I_3=2\text{А}$.

16р. Две параллельные ветви (рис. 2.7), сопротивления которых $R_1=8\Omega$, $X_L=6\Omega$, $R_2=12\Omega$, $X_C=50\Omega$, присоединены к источнику напряжения $U=130\text{В}$.

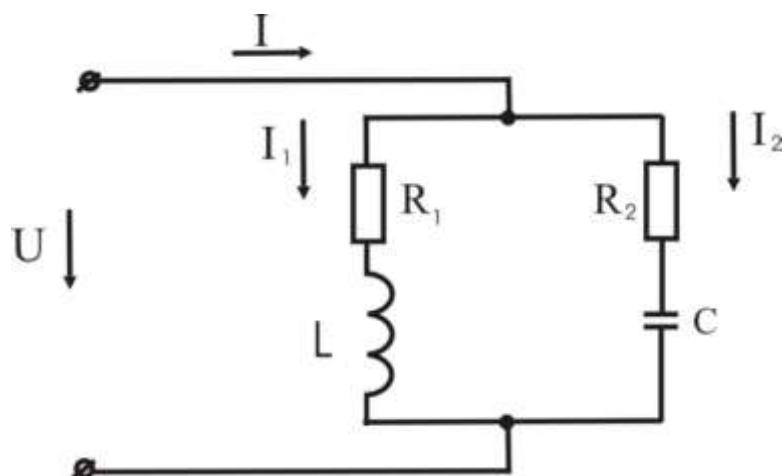


Рис.7.

Определить токи I_1 , I_2 , I , проводимость цепи, активные и реактивные мощности каждой ветви и всей цепи. Построить векторную диаграмму токов.

17. К источнику переменного тока с частотой $f=400\text{Гц}$ подключена цепь, состоящая из резистора и параллельно включенного конденсатора емкостью $C=1,65 \text{ мкФ}$. Действующее значение потребляемого тока $I=1,1\text{А}$ и тока в ветви с конденсатором $I_C=0,72\text{А}$.

Определить действующее значение входного напряжения и тока в резисторе, его сопротивление, потребляемую полную, активную и реактивную мощности, коэффициент мощности. Построить векторную диаграмму.

18. Параллельно соединенные резистор сопротивлением $R=24\text{Ом}$, катушка с индуктивностью $L=19,9\text{мГн}$ и конденсатор емкостью $C=15\text{мкФ}$ подключены к источнику с амплитудным значением напряжения $U_m=70\text{В}$ и частотой $f=400\text{Гц}$.

Определить действующее значение токов во всех ветвях, полную, активную и реактивную мощности всей цепи, коэффициент мощности, активную и реактивную составляющие тока. Построить векторную диаграмму.

19р. В электрической схеме (рис.2.8) определить мгновенные значения токов и показания приборов электромагнитной системы.

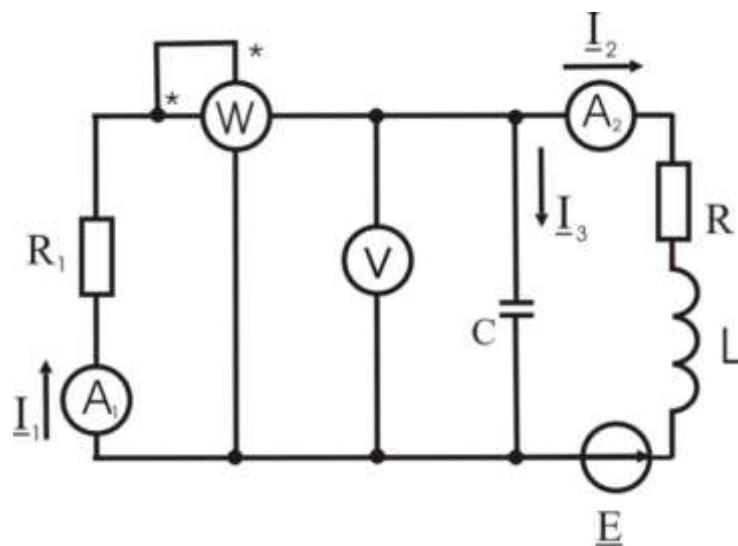


Рис. 8.

Параметры схемы: $L=25,4\text{мГн}$, $C=176\text{мкФ}$, $R=15\Omega$, $R_1=10\Omega$, $e=100\sin 314t$.

20р. Определить токи во всех ветвях цепи, (рис.2.9) показание вольтметра электромагнитной системы, активную мощность, потребляемую цепью.

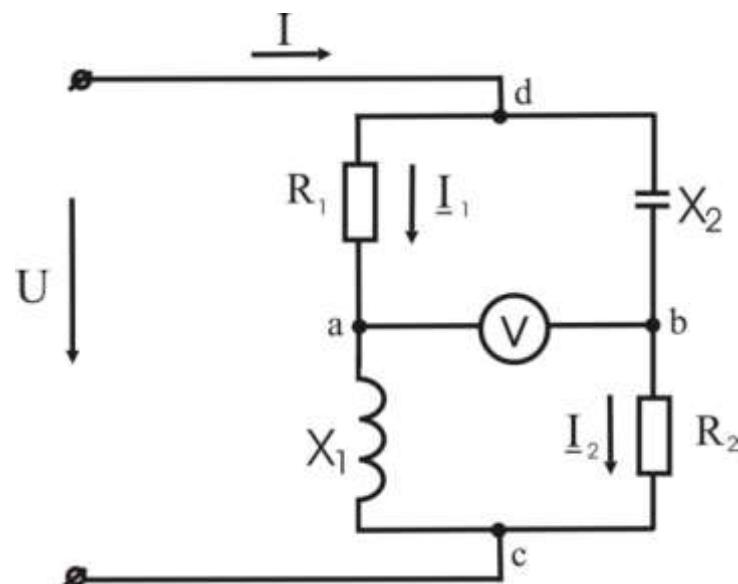


Рис. 9.

Параметры цепи: $R_1=8\Omega$, $X_1=6\Omega$, $R_2=12\Omega$, $X_2=5\Omega$. Напряжение $U=130\text{В}$.

21. 1. Определить токи во всех ветвях схемы (рис.2.10) при $U=100\text{В}$.

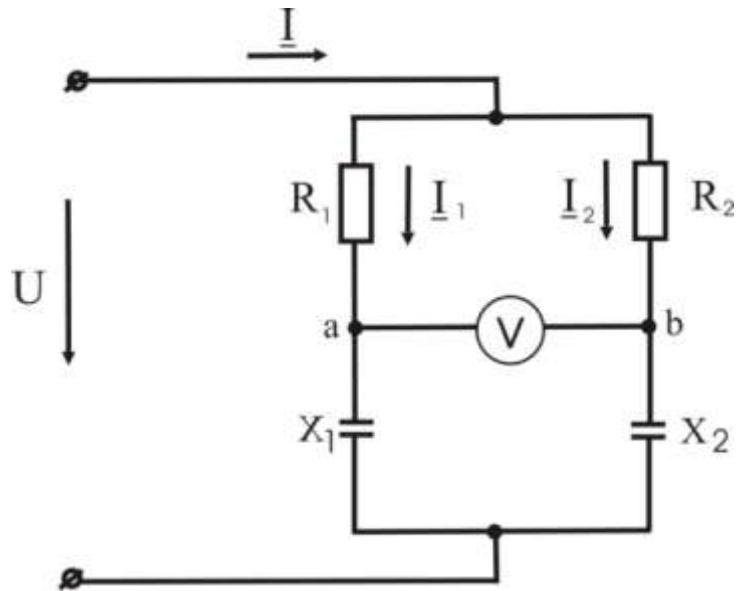


Рис. 10.

2. Определить показание вольтметра. Чему будет равно показание амперметра, включенного вместо вольтметра между точками а и б.

3. Что покажет вольтметр, если сопротивления R_2 и X_2 поменять местами.

Параметры цепи: $R_1=12\Omega$, $X_1=16\Omega$, $R_2=7\Omega$, $X_2=24\Omega$.

22р. Какое соотношение должно быть между сопротивлениями Z_1 , Z_2 , Z_3 , Z_4 мостовой схемы (рис. 2.11), чтобы мост находился в равновесии, т.е. чтобы ток I_0 в диагонали моста был равен нулю.

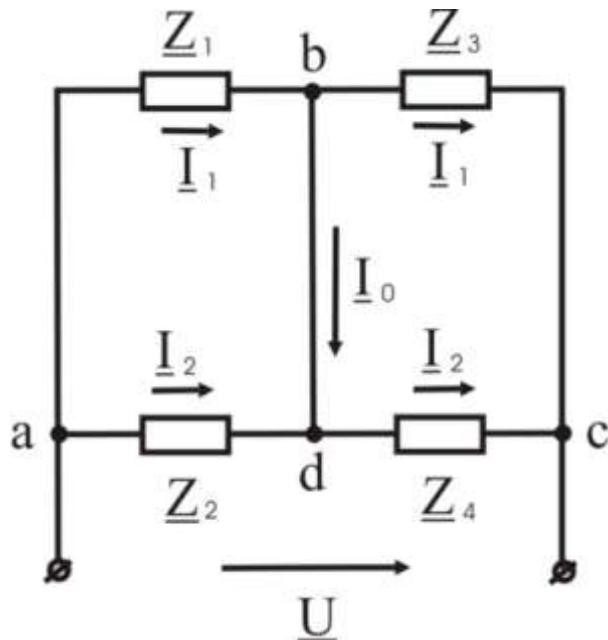


Рис. 11.

23. Определить величину емкости C_4 , чтобы мост (рис. 2.11) был уравновешен, т.е. ток диагонали моста отсутствовал. Известно, что $Z_1=200\Omega$, $Z_2=100\Omega$, $Z_3=-j1200\Omega$, $f=50\text{Гц}$.

24р. На рис. 2.12. представлена эквивалентная схема цепи, встречающейся в релейной защите (фильтр - реле обратной последовательности).

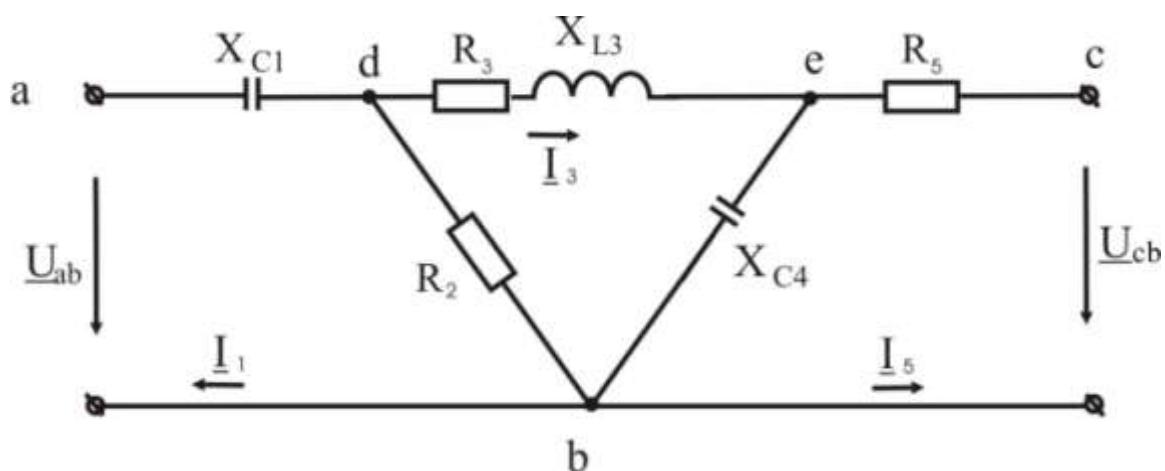


Рис.12.

К зажимам ab и cb приложены напряжения $U_{ab}=U_{cb}=10\text{В}$, причем U_{cb} отстает от U_{ab} на $\pi/3$. Параметры элементов схемы: $X_{C1}=X_{C4}=260\Omega$, $R_2=450\Omega$, $R_5=150\Omega$, $R_3=173\Omega$, $X_{L3}=300\Omega$.

Определить напряжения на зажимах реле – U_{de} .

25р. Определить токи в ветвях электрической цепи, изображенной на рис. 2.13.

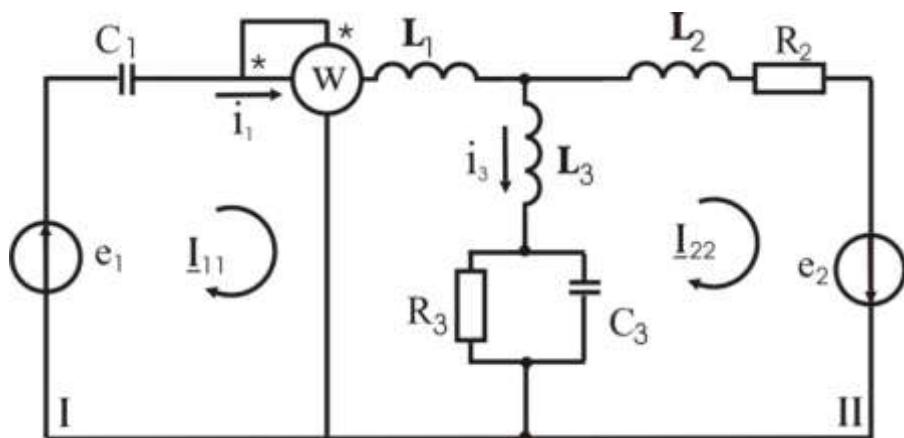


Рис.13.

Исходные данные: $e_1=1414 \cdot \sin(\omega t+60^\circ)$, В; $e_2=1697,056 \cdot \sin\omega t$, В; $R_2=30$ Ом; $R_3=30$ Ом; $C_1=20$ мкФ; $C_3=20$ мкФ; $L_1=2$ мГн; $L_2=4$ мГн; $L_3=5$ мГн; $\omega=3142$ 1/с.

26р. Реостат с активным сопротивлением $R=100$ Ом, идеальная катушка с индуктивностью $L=5,05$ мГн и конденсатор емкостью $C=0,05$ мкФ соединены последовательно.

Определить резонансную частоту f_0 , характеристическое сопротивление ρ , затухание контура d , напряжения U_{L0} и U_{C0} при резонансной частоте. Напряжение переменной частоты, приложенное к цепи $U=10$ В.

27. Катушка с активным сопротивлением $R=16$ Ом и индуктивностью $L=65$ мГн последовательно соединена с конденсатором переменной емкости. Действующее значение напряжения на входе $U=100$ В при частоте $f=100$ Гц.

Определить значение емкости конденсатора, необходимое для получения резонанса напряжения и действующее значение тока в цепи, а также полную, активную и реактивную мощности в цепи.

28. По цепи, состоящей из последовательно соединенных резистора сопротивлением $R=800\Omega$, конденсатора емкостью $C=5,5\mu\text{F}$ и идеальной катушки с первоначальной индуктивностью $L=0,04\text{Гн}$, проходит ток $i=360\sin 2512t \text{ мА}$.

Определить индуктивность катушки, необходимую для получения резонанса напряжения в этой цепи при неизменной частоте источника, действующее значение тока. Построить векторные диаграммы при первоначальном значении L и при L , необходимом для резонансного режима.

29. Последовательный контур, содержащий постоянные R и L и регулируемую емкость C , подключен к источнику синусоидального напряжения неизменной частоты. В результате измерений установлено, что наибольший ток получается при $C_{\text{рез}}=250\text{пФ}$, а ток в $\sqrt{2}$ раз меньший – при емкостях $C_1=245\text{пФ}$ и $C_2=255\text{пФ}$.

Определить добротность контура.

30. Известно, что в ветви 1 (рис. 2.14) существует резонанс. Определить ток I , если $U=10\text{В}$, $R_1=R_2=20 \Omega$.

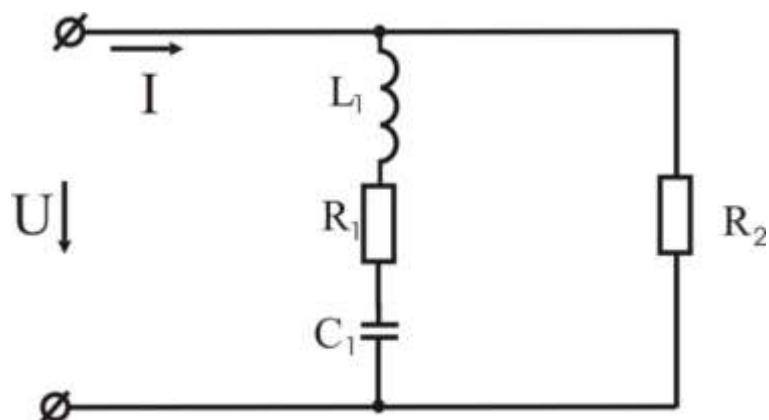


Рис.14.

31. К зажимам (рис. 2.15) приложено напряжение частотой f , его действующее значение $U=300\text{ В}$. Полагая данными указанные на схеме параметры элементов, определить показания амперметров, если известно, что на участке $C_2 - L_1$ существует резонанс токов, а на участке $C_1 - L_2$ – резонанс напряжений, $R=100\text{ Ом}$.

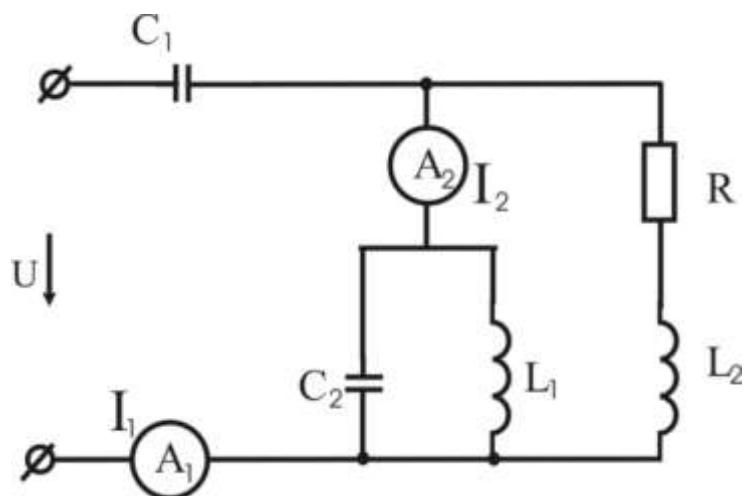


Рис.15.

32р. Параллельный контур с малыми потерями включен к генератору с Э.Д.С. $E=200\text{ В}$ и внутренним сопротивлением $R_{\text{вн}}=69\text{ кОм}$ (рис. 2.16).

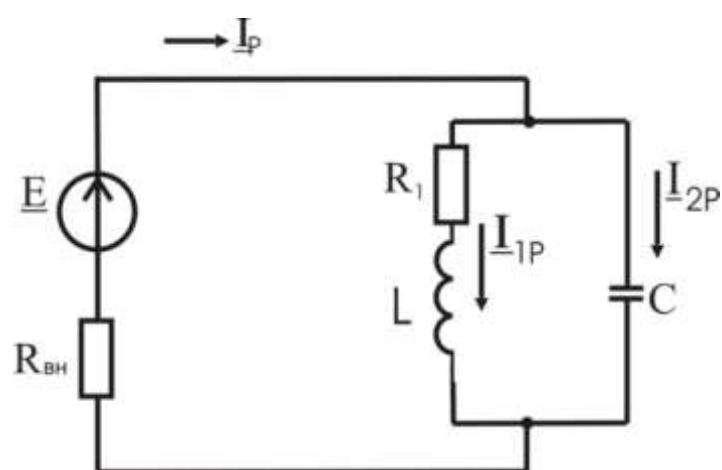


Рис.16.

Определить параметры контура R и L , если известны резонансная частота $f_0=500\text{кГц}$ и емкость $C=300\text{пФ}$ и что сопротивление контура при резонансе равно внутреннему сопротивлению генератора $R_{вн}$. Вычислить токи каждой из ветвей, мощность, доставляемую генератором и выделяемую в нем и в параллельном контуре при резонансе.

33. Полное сопротивление катушки Z с индуктивностью $L=4,2\text{мГн}$ составляет 100 Ом. Катушка подключена к источнику переменного тока с частотой $f=2500\text{Гц}$ и действующим значением напряжения $U=150\text{В}$.

Определить емкость конденсатора, включенного параллельно катушке, для получения в цепи резонанса токов, действующие значения токов во всех ветвях, полную потребляемую при этом мощность, коэффициент мощности. Построить векторную диаграмму.

34. К источнику переменного тока с действующим значением напряжения $U=50\text{В}$ подключены параллельно соединенные катушка с индуктивным сопротивлением $X_L=8\text{ Ом}$ и резистор сопротивлением $R=40\text{ Ом}$.

Определить емкость конденсатора, включаемого параллельно этим двум ветвям для получения коэффициента мощности цепи равным 0,9 при неизменной активной мощности и частоте сигнала 150Гц. Определить проводимость каждой ветви и полную проводимость всей цепи.

35. К источнику переменного тока подключен резистор сопротивлением $R=160\text{ Ом}$, соединенный параллельно с катушкой, индуктивность которой $L=0,023\text{Гн}$ и активным сопротивлением $R_k=60\text{ Ом}$. Мощность, выделившаяся на резисторе, $P=35\text{Вт}$, действующее значение тока в катушке $I=702,5\text{мА}$.

Определить емкость конденсатора, который необходимо подключить в цепь для получения резонанса токов, резонансную частоту, действующее

значение входного напряжения и тока в неразветвленной части цепи в момент резонанса, а также активную и реактивную составляющие тока, полную активную и реактивную мощности. Построить векторную диаграмму.

36. Однофазный генератор рассчитан на мощность $S=330\text{kVA}$ при напряжении $U=220\text{V}$.

Какой наибольший ток в сети может обеспечить генератор? Какую активную мощность отдает генератор при чисто активной нагрузке ($\cos\varphi=1$) и при активно-индуктивной нагрузке, если $\cos\varphi = 0,8$ и $0,5$.

37р. У однофазного двигателя пылесоса номинальные значения мощности $P_2=240\text{Wt}$, напряжения $U=220\text{V}$, тока $I=1,95\text{A}$ и к.п.д. $\eta = 80\%$.

Определить коэффициент мощности двигателя $\cos\varphi_1$, реактивный ток и емкость конденсатора, который выравнивает $\cos\varphi$ до единицы.

38. Однофазный асинхронный двигатель мощностью $P_2=2\text{kWt}$ работает при напряжении $U=220\text{V}$ и частоте 50 Гц, к.п.д. двигателя $\eta = 80\%$ и $\cos\varphi_1 = 0,6$.

Какую батарею конденсаторов надо подключить к двигателю, чтобы получить $\cos\varphi_2 = 0,95$.

39. Электрооборудование завода общей мощностью $P=500\text{kWt}$ работает при $\cos\varphi_1 = 0,6$, который надо улучшить до 0,9.

Какую батарею конденсаторов надо подключить, чтобы улучшить коэффициент мощности до 0,9.

40р. Определить индуктивное сопротивление цепи (рис. 2.17), обусловленное взаимной индуктивностью, а также напряжения U_1 и U_2 и ток I .

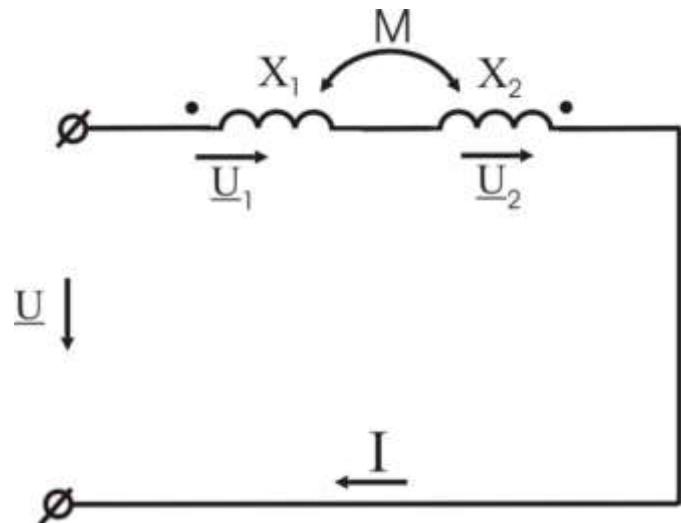
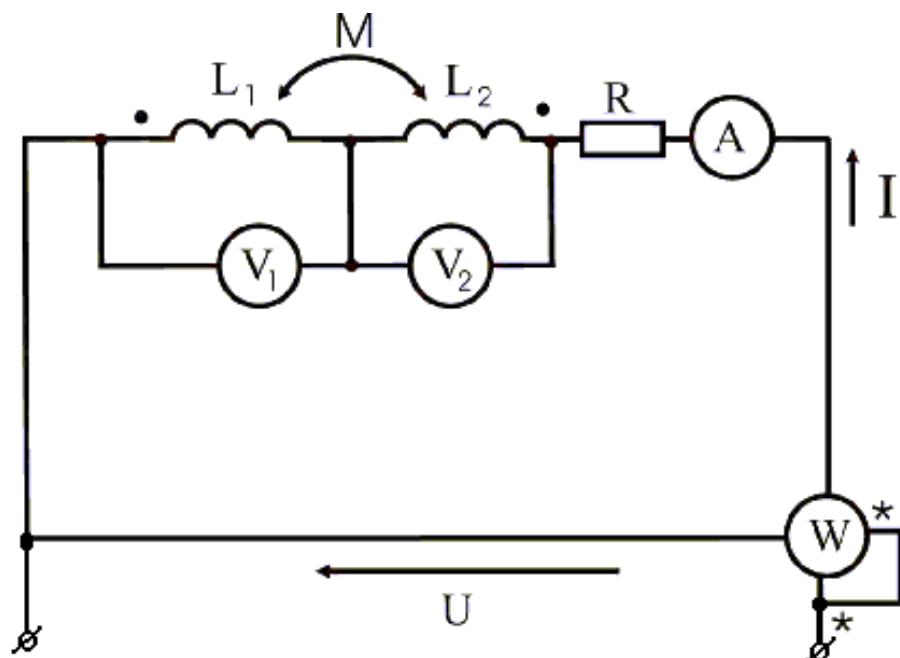


Рис.17.

Входное напряжение $U=180\text{ В}$, индуктивные сопротивления идеальных катушек $X_1=5 \text{ Ом}$, $X_2=20 \text{ Ом}$, коэффициент связи $k=0,8$.

41p. Как изменятся показания приборов (рис. 2.18) при увеличении расстояния между двумя индуктивно – связанными катушками,



включенными встречно.

Рис.18.

42. Определить показания приборов в цепи (рис. 2.19)

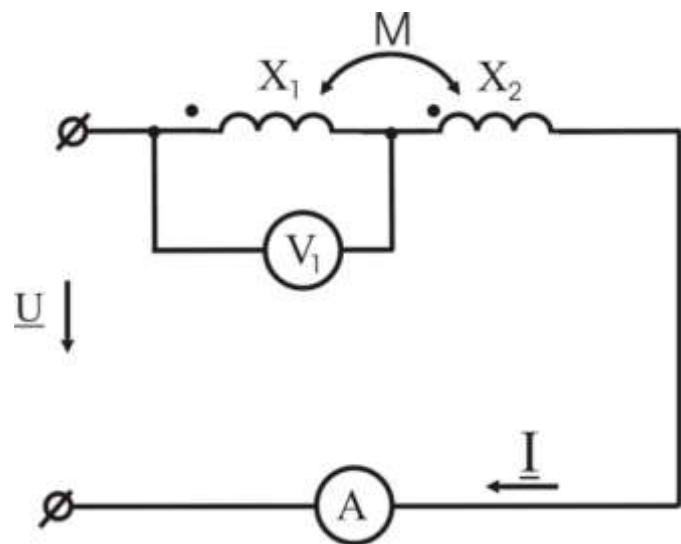


Рис.19.

Входное напряжение $U=105\text{ В}$.

Параметры элементов схемы: $X_1=5 \text{ Ом}$, $X_2=20 \text{ Ом}$, $k=0,5$, $R_1=R_2=0$.

43р. Даны две параллельно соединенные катушки

(рис. 2.20)

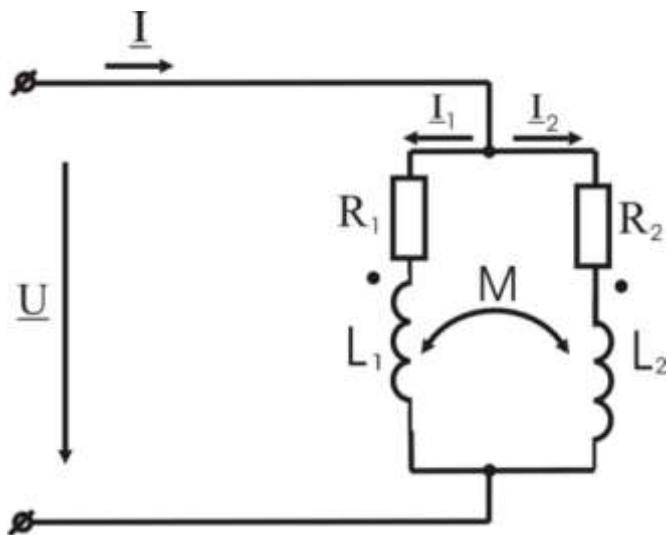


Рис.20.

Параметры катушек: $R_1=20 \text{ Ом}$, $\omega L_1=10 \text{ Ом}$, $R_2=20 \text{ Ом}$,

$\omega L_2=20 \text{ Ом}$. Сопротивления взаимной индукции $\omega M=10 \text{ Ом}$. К цепи подведено напряжение $U=150\text{ В}$.

Определить все токи и построить векторную диаграмму.

44р. При какой емкости С включенной в цепь (рис. 2.21.) будет резонанс токов на частоте $f=10^4$ Гц.

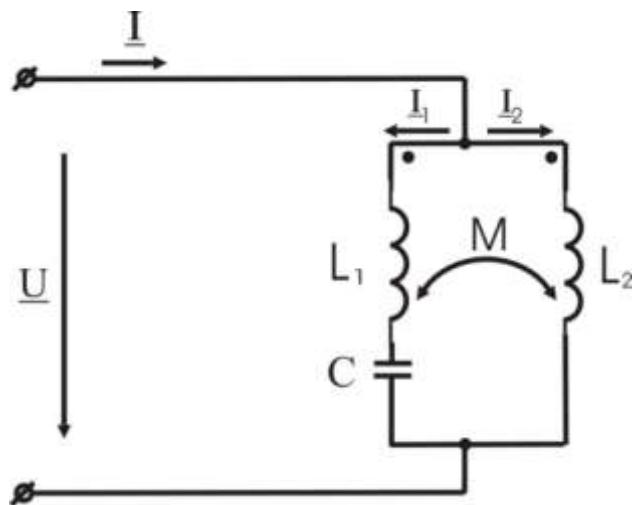


Рис.21.

Параметры цепи: $L_1=318\text{мкГн}$, $L_2=159\text{мкГн}$, $M=124\text{мкГн}$.

Входное напряжение $U=40\text{мВ}$.

Определить токи и построить векторную диаграмму.

45р. К первичной обмотке трансформатора без стального сердечника (рис. 2.22) подведено напряжение $U_1=120\text{В}$

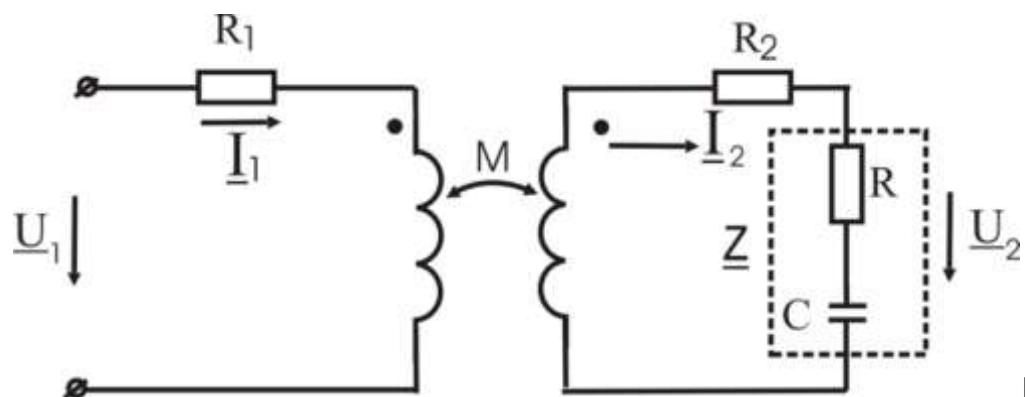


Рис.22.

Определить напряжение \underline{U}_2 на нагрузочном сопротивлении \underline{Z} при
 $\underline{Z}_1=R_1+j\omega L_1=(10+j42)$ Ом, $\underline{Z}_2=R_2+j\omega L_2=(15+j70)$ Ом, $\underline{Z}=R-j\frac{1}{\omega C}=(5-j10)$ Ом,
 $Z_M=j\omega M=j20$ Ом.

По полученным результатам построить векторную диаграмму

Решения

1р. Действующее значение напряжения на катушке при действующем значении тока $I = \frac{7}{\sqrt{2}} = 4,95\text{А}$, $U = \frac{P}{I \cos \varphi} = \frac{37,2}{4,95} = 7,5\text{Ом}$.

Сопротивления катушки:

полное $Z = \frac{U}{I} = \frac{37,2}{4,95} = 7,5\text{Ом}$,

индуктивное $X_L = Z \sin \varphi = 7,5 \cdot 0,5 = 3,75\text{Ом}$,

активное $R = \sqrt{Z^2 - X_L^2} = Z \cos \varphi = \frac{P}{I^2} = 7,5 \cdot 0,866 = 6,5\text{Ом}$.

Индуктивность катушки

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{3,75}{628} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 6 \text{ мГн}.$$

Мощности:

полная $S = UI = 37,2 \cdot 4,95 = 185 \text{ В}\cdot\text{А}$,

реактивная $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = UI \sin \varphi = 37,2 \cdot 4,95 \cdot 0,5 = 92,5 \text{ ВАр}$.

Выражение для мгновенных значений напряжений:

на катушке $u = U_m \sin(628t + \varphi_u)$,

$$U_m = U \cdot \sqrt{2} = 37,2 \cdot \sqrt{2} = 52,5 \text{ В}, \quad \varphi_u = \psi i + \varphi = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ,$$

$$u = 52,5 \sin(628t + 75^\circ) \text{ В};$$

на активном сопротивлении катушки

$$U_R = U_{Rm} \sin(628t + 45^\circ) \text{ В}, \quad U_{Rm} = U_R \sqrt{2} = I_m R = 7 \cdot 6,5 = 45,5 \text{ В};$$

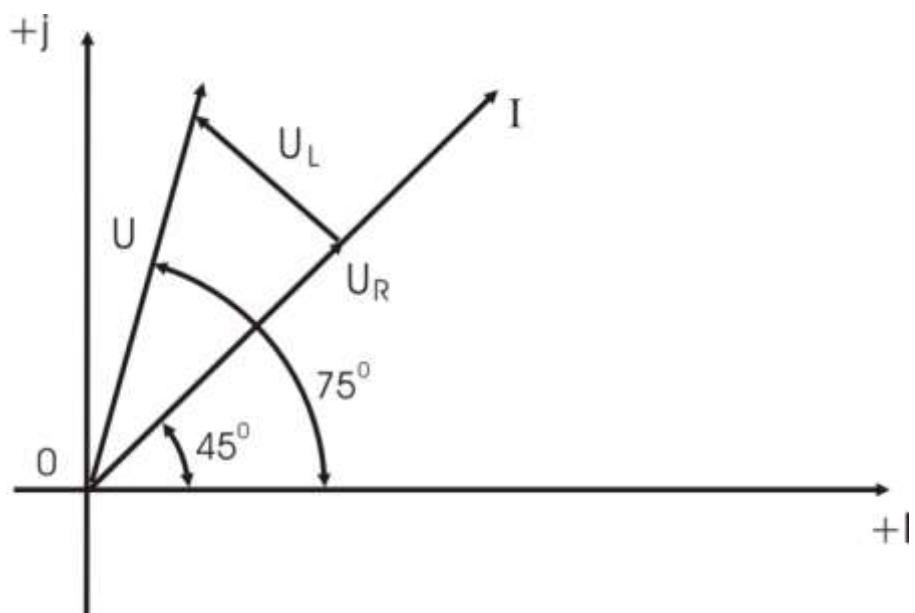
на индуктивном сопротивлении катушки

$$u_L = L \frac{di}{dt} = 6 \cdot 10^{-3} \cdot 628 \cdot 7 \cos(628t + 45^\circ) = 26 \sin(628t + 135^\circ) \text{ В.}$$

Действующие значения:

$$U_R = IR = (7/\sqrt{2}) \cdot 6,5 = 32,2 \text{ В}, \quad U_L = IX_L = (7/\sqrt{2}) \cdot 3,75 = 18,6 \text{ В.}$$

Векторная диаграмма



Зр. Определим ток лампы $I = \frac{P_{\text{Л}}}{U_{\text{Л}}} = \frac{40}{127} = 0,315 \text{ А.}$

Сопротивление лампы $R_{\text{Л}} = \frac{U_{\text{Л}}^2}{P_{\text{Л}}} = \frac{U_{\text{Л}}}{I} = \frac{127}{0,315} = 400 \Omega.$

Общее сопротивление цепи $Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{0,315} = 700 \Omega.$

Емкостное сопротивление из треугольника сопротивлений

$$X_C = \sqrt{Z^2 - R_L^2} = \sqrt{700^2 - 400^2} = 575 \text{ Ом.}$$

Тогда с учетом, что $f=50\text{Гц}$, $C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \cdot 575} = 5,6\text{мкФ}$.

Напряжение на емкости $U_C = X_C I = 575 \cdot 0,315 = 181\text{В}$.

Проверка по второму закону Кирхгофа $220 = \sqrt{127^2 + 181^2} \text{ В}$.

7р. Полное сопротивление катушки определяется по показаниям приборов при включенной катушке в сеть переменного тока:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{200}{5} = 40 \text{ Ом.}$$

Активное сопротивление определяется по показаниям приборов при включенной катушке в сеть постоянного тока:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{200}{5} = 50 \text{ Ом.}$$

Индуктивное сопротивление катушки

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{50^2 - 40^2} = 30 \text{ Ом,}$$

следовательно, индуктивность

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{30}{314} = 0,1\text{Гн.}$$

8р. Период переменного тока $T = M_t \cdot 4\text{см} = 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 4 = 10^{-2}$, а его частота $f =$

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{10^{-2}} = 100 \text{ Гц.}$$

Из рис.2.2. определяем амплитудные значения напряжения и тока:

$$U_m = M_U \cdot 2\text{см} = 100 \cdot 2 = 200\text{В}, \quad I_m = M_I \cdot 1\text{см} = 5 \cdot 1 = 5\text{А}.$$

Полное сопротивление цепи $Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{200}{5} = 40 \text{ Ом.}$

Так как напряжение опережает ток, то параметрами эквивалентной схемы являются активное сопротивление и индуктивность. По рис.2. находим угол сдвига

$$\varphi = \frac{\pi}{6}$$

Таким образом,

$$R_{\Theta} = Z \cos \varphi = 40 \cdot \cos \frac{\pi}{6} = 34,6 \text{ Ом}, \quad X_{\Theta} = Z \sin \varphi = 40 \sin \frac{\pi}{6} = 20 \text{ Ом}$$

$$L_{\Theta} = \frac{X_{\Theta}}{\omega} = \frac{20 \cdot 10^2}{2\pi \cdot 100} = 0,0318 \text{ Гц} = 31,8 \text{ мГн.}$$

9п. Сопротивления катушки:

активное $R_k = \frac{P}{I^2} = \frac{P \cdot 2}{(I_m)^2} = \frac{35,7 \cdot 2}{2,7^2} = 9,8 \text{ Ом},$

реактивное $X_L = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{(30,5)^2 - (9,8)^2} = 29 \text{ Ом.}$

Индуктивность катушки $L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{29}{3454} = 8,4 \cdot 10^{-3} \text{ Гн.}$

Емкостное сопротивление $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{3454 \cdot 4,8 \cdot 10^{-6}} = 60,3 \text{ Ом.}$

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R_k^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(9,8)^2 + (31,3)^2} = 32,8 \text{ Ом.}$$

Действующее значение напряжения на входе

$$U_{bx} = IZ = \frac{I}{\sqrt{2}} Z = \frac{2,7}{\sqrt{2}} \cdot 32,8 = 62,6 \text{ В.}$$

Реактивная мощность цепи

$$Q = I^2(X_L - X_C) = \left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)^2 (X_L - X_C) = -\left(\frac{2,7}{\sqrt{2}}\right)^2 31,3 = -113,9 \text{ ВАр}.$$

Полная мощность цепи $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{35,7^2 + (113,9)^2} = 119,5 \text{ В}\cdot\text{А}.$

12р. Параметры эквивалентной схемы двухполюсника:

$$R_{\Theta} = \frac{P}{I_1^2} = \frac{40}{4^2} = 2,5 \text{ Ом}, \quad Z_{\Theta} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{26}{4} = 6,5 \text{ Ом},$$

$$|X_{\Theta}| = \sqrt{Z_{\Theta}^2 - R_{\Theta}^2} = \sqrt{(6,5)^2 - (2,5)^2} = 6 \text{ Ом}.$$

Из данных второго опыта:

$$Z = \frac{U}{I_2} = \frac{26}{5,53} = 4,7 \text{ Ом}, \quad |X| = \sqrt{Z^2 - R_{\Theta}^2} = \sqrt{4,7^2 - 2,5^2} = 4 \text{ Ом}.$$

При неизменном напряжении, подключенном к цепи, и постоянном активном сопротивлении ток I_2 оказался больше

тока I_1 . Введенное дополнительное емкостное сопротивление уменьшает общее реактивное сопротивление цепи. Это значит, что X_{Θ} имеет

индуктивный характер, величина $L_{\Theta} = \frac{X_{\Theta}}{\omega} = \frac{6}{314} = 19,1 \text{ мГн}$. Неизвестную

величину дополнительно введенного емкостного сопротивления X_C можно определить следующим путем. Было установлено в первом опыте, что $X_{\Theta} = \pm 6 \text{ Ом}$, и так как характер полного реактивного сопротивления заранее не известен, то

$X = + 4 \text{ Ом}$ либо $X = - 4 \text{ Ом}$.

Из данных второго опыта следует, что $X_C + X_E = X$, отсюда $X_C = 2 \text{ Ом}$ или $X_C = 10 \text{ Ом}$.

Примечание: для определения характера эквивалентного реактивного сопротивления двухполюсника X_E – неизвестная величина дополнительно вводимого емкостного сопротивления X_C должно быть меньше $2X_E$.

13р. Действующее значение тока в цепи $I = \frac{P}{U_R}$, где

$$U_R = \frac{U_{mR}}{\sqrt{2}} = \frac{60}{\sqrt{2}} = 42,5 \text{ В}, \text{ откуда } I = \frac{17}{42,5} = 0,4 \text{ А}.$$

Действующее значение входного напряжения

$$U_{bx} = IZ = 0,4 \cdot 320 = 128 \text{ В}.$$

Действующее значение напряжения на конденсаторе

$$U_{\tilde{n}} = \sqrt{U_{ax}^2 - U_R^2} = \sqrt{128^2 - (42,5)^2} = 116,5 \text{ В}.$$

Сопротивление и емкость конденсатора

$$X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{116,5}{0,4} = 290 \text{ Ом}, \quad C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2512 \cdot 290} = 1,37 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}.$$

Активное сопротивление резистора

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{42,5}{0,4} = 106 \text{ Ом} \quad \text{или иначе} \quad R = \frac{P}{I^2} = \frac{17}{(0,4)^2} = 106 \text{ Ом}.$$

Полная потребляемая мощность

$$S = U_{bx} I = 128 \cdot 0,4 = 51 \text{ Вт}.$$

Активная составляющая тока

$$I_a = I \cos \varphi = I \frac{U_R}{U_{bx}} = 0,4 \frac{42,5}{128} = 0,133A.$$

Реактивная составляющая тока

$$I_p = I \sin \varphi = I \frac{U_{\tilde{n}}}{U_{\hat{ax}}} = 0,4 \frac{116,5}{128} = 0,365A.$$

Мгновенное значение тока в цепи

$$i = \frac{u_R}{R} = \left(\frac{60}{106} \right) \sin(2512t + 80^\circ) = 0,565 \sin(2512t + 80^\circ) A.$$

Мгновенные значения напряжений:

на входе цепи

$$U_{bx} = U_{bx} \sqrt{2} \sin(2512t + 80^\circ - \varphi),$$

$$U_{bx} = 180 \sin(2512t + 10^\circ) B,$$

на конденсаторе

$$U_C = U_C \sqrt{2} \sin(2512t + 80^\circ - 90^\circ) = 164 \sin(2512t - 10^\circ) B.$$

15р. Сопротивления и проводимости отдельных ветвей:

$$R = \frac{U}{I_1} = \frac{120}{3} = 40 \Omega, \quad G = \frac{1}{R} = \frac{1}{40} S.$$

$$X_L = \frac{U}{I_2} = \frac{120}{6} = 20 \Omega, \quad B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{20} S,$$

$$X_C = \frac{U}{I_3} = \frac{120}{2} = 60 \Omega, \quad B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{60} S.$$

$$G_3 = G = \frac{1}{40} C_m, \quad B_3 = B_L - B_C = \frac{1}{20} - \frac{1}{60} = \frac{1}{30} C_m,$$

$$Y_3 = \sqrt{G_3^2 + B_3^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{40}\right)^2 + \left(\frac{1}{30}\right)^2} = \frac{1}{24} C_m, \quad Z_3 = \frac{1}{Y_3} = 24 \Omega.$$

Цепь может быть заменена эквивалентной составляющей из последовательно соединенных элементов:

$$R_3 = \frac{G_3}{Y_3^2} = \frac{1/40}{(1/24)^2} = 14,4 \Omega, \quad X_3 = \frac{B_3}{Y_3^2} = \frac{1/30}{(1/24)^2} = 19,2 \Omega.$$

Ток в неразветвленной части $I = \sqrt{I_1^2 + (I_2 - I_3)^2} = 5 A$.

16р. Проводимость отдельных ветвей и всей цепи:

$$G_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{8}{8^2 + 6^2} = 0,08 \tilde{n}, \quad \hat{A}_1 = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{6}{8^2 + 6^2} = 0,06 \tilde{n},$$

$$G_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} = \frac{12}{12^2 + 5^2} = 0,071 C_m, \quad B_2 = \frac{-X_C}{R_2^2 + X_C^2} = -0,0296 C_m,$$

$$G_3 = G_1 + G_2 = 0,151 C_m, \quad B_3 = B_1 - B_2 = 0,0304 C_m,$$

$$Y_3 = \sqrt{G_3 + B_3} = \sqrt{0,151^2 + 0,0304^2} = 0,154 C_m.$$

Токи в ветвях и в неразветвленной части:

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}} = \frac{130}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = 13 A, \quad \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{X_L}{R_1} = \frac{6}{8} = 0,75, \quad \varphi_1 = 36^\circ 50',$$

$$I_2 = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + X_C^2}} = \frac{130}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 10 A, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{-X_C}{R_2} = \frac{-5}{12} = -0,42, \quad \varphi_2 = -22^\circ 40'.$$

Активные и реактивные мощности ветвей и всей цепи:

$$P_1 = I_1^2 R_1 = 13^2 \cdot 8 = 1352 \text{ Вт}, \quad P_2 = I_2^2 R_2 = 1200 \text{ Вт},$$

$$Q_1 = I_1^2 X_L = 13^2 \cdot 6 = 1014 \text{ ВАр}, \quad Q_2 = I_2^2 (-X_C) = -500 \text{ ВАр}.$$

$$D = UI \cos \varphi_Y = 130 \cdot 20 \cos 11^\circ 20' = 2552 \text{ A}.$$

$$Q = UI \sin \varphi_Y = 130 \cdot 20 \sin 11^\circ 20' = 514 \text{ BAp.}$$

19п. $E = \frac{100}{\sqrt{2}} = 70,7 \text{ В}, \quad X_L = \omega L = 314 \cdot 25,4 \cdot 10^{-3} = 8 \Omega,$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 176 \cdot 10^{-6}} = 18 \Omega.$$

Токи:

$$I_2 = -E/(R + jX_L + \frac{-jX_C R_1}{R_1 - jX_C}) = -70,7/(15 + j8 + \frac{10(-j18)}{10 - j18}) = -3,03 + j0,503 = 3,07 e^{j170^\circ 35'} \text{ A.}$$

Показание амперметра A_2 равно 3,07 А.

Мгновенное значение тока $i_2 = 3,07\sqrt{2} \sin(314t + 170^\circ 35') \text{ A.}$

$$I_1 = I_2 \left(\frac{-jX_C}{R_1 - jX_C} \right) = 3,07 e^{j170^\circ 35'} \left(\frac{-j18}{10 - j18} \right) = -2,1 + j1,68 = 2,68 e^{j141^\circ 40'} \text{ A.}$$

Показание амперметра A_1 равно 2,68 А.

Мгновенное значение тока $i_1 = 2,68\sqrt{2} \sin(314t + 141^\circ 40') \text{ A.}$

$$I_3 = I_1 + I_2 = (-2,1 + j1,68) - (-3,03 + j0,503) = 0,93 + j1,17 = 1,5 e^{j51^\circ 40'} \text{ A.}$$

$$i_3 = 1,5 \cdot \sqrt{2} \sin(314t + 51^\circ 40') \text{ A.}$$

Показания ваттметра $P = U_C I_1 \cos \varphi = (I_3 \cdot X_C) I_1 \cos \varphi = 1,5 \cdot 18 \cdot 2,68 \cos 180^\circ =$

= -72,2 Вт.

Ваттметр включен так, что измеряет мощность, потребляемую в части цепи, расположенной справа от него. Так как $P < 0$, то эта часть цепи не потребляет, а вырабатывает мощность, которая потребляется в первой ветви.

20р. Примем $\underline{U}=U=130V$.

Токи:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{130}{8 + j6} = 10,4 - j7,8 = 13e^{-j36^\circ 50'} A,$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{130}{12 - j5} = 9,23 + j3,84 = 10e^{j22^\circ 40'} A,$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 19,6 - j3,96 = 20e^{-j11^\circ 20'} A.$$

Мощность, потребляемая цепью:

$$P = \operatorname{Re}[\underline{U}\underline{I}^*] = \operatorname{Re}[130 \cdot 20e^{j11^\circ 20'}] = 130 \cdot 2 \cos(11^\circ 20') = 2550 W.$$

Мощность P можно определить иначе:

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 = 13^2 \cdot 8 + 10^2 \cdot 12 = 1352 + 1200 \approx 2550 W$$

Показание вольтметра

$$\underline{U}_{ab} = -\underline{I}_1 \underline{R}_1 + \underline{I}_2 (-j\underline{X}_2) = -8(10,4 - j7,8) - j5(9,23 + j3,84) = -64 + j16,2 = 66e^{j165^\circ 50'} V.$$

Вольтметр покажет 66 В.

22р. Ток в диагонали моста отсутствует, если $\underline{U}_{bd}=0$, т.е. $\underline{Z}_1 \underline{I}_1 = \underline{Z}_2 \underline{I}_2$ и $\underline{Z}_3 \underline{I}_1 = \underline{Z}_4 \underline{I}_2$. Разделив эти равенства друг на друга, получим:

$$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4} \text{ или } \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3} e^{j(\varphi_1 - \varphi_3)} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4} e^{j(\varphi_2 - \varphi_4)}, \text{ т.е. мост уравновешен, если}$$

$$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4}, \quad (\varphi_1 + \varphi_4) = (\varphi_2 + \varphi_3)$$

24р. Ветвь $d(e(R_3, X_{L3}))$ является приемником. Определим \underline{U}_{de} методом эквивалентного генератора.

Внутреннее сопротивление активного двухполюсника:

$$\underline{Z}_{BH} = \frac{-jX_{C1} \cdot R_2}{R_2 - jX_{C1}} + \frac{-jX_{C4} R_5}{R_5 - jX_{C4}} = (225 - j260) \Omega.$$

Напряжение холостого хода \underline{U}_{dexx}

$$\underline{U}_{dbxx} = R_2 I_{1xx} = R_2 \frac{\underline{U}_{ab}}{R_2 - jX_{C1}} = (7,5 + j4,33) B,$$

$$\underline{U}_{ebxx} = -jX_{C4} I_{5xx} = -jX_{C4} \frac{\underline{U}_{cb}}{R_5 - jX_{C4}} = -j8,66 B,$$

$$\underline{U}_{dexx} = \underline{U}_{dbxx} - \underline{U}_{ebxx} = 7,5 + j13 = 15e^{j60^\circ} B.$$

По теореме эквивалентного генератора $\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{dexx}}{\underline{Z}_{BH} + (R_3 + jX_{L3})}$,

Напряжение $\underline{U}_{de} = \underline{I}_3 (R_3 + jX_{L3}) = 12,96e^{j14^\circ 50'} B$.

25р. Индуктивные и емкостные сопротивления:

$$X_{L1} = \omega L_1 = 628 \Omega; \quad X_{L2} = \omega L_2 = 12,57 \Omega;$$

$$X_{L3} = \omega L_3 = 15,71 \Omega; \quad X_{C1} = X_{C3} = 1/(\omega \cdot C_1) = 15,91 \Omega.$$

Полное комплексное сопротивление цепи с параллельно включенными активным сопротивлением R_3 и емкостью C_3

$$\underline{Z} = \frac{R_3 \cdot (-j \cdot X_{C3})}{R_3 - j \cdot X_{C3}} = (6,59 - 12,31 \cdot j) \Omega.$$

Ток в электрической схеме определим по методу контурных токов. Выберем контура – I и II и направление в них контурных токов – I_{11} и I_{22} по часовой стрелке. Составим систему уравнений по методу контурных токов:

$$\begin{cases} I_{11} \underline{Z}_{11} + I_{12} \underline{Z}_{12} = E_{11}, \\ I_{12} \underline{Z}_{21} + I_{22} \underline{Z}_{22} = E_{22}, \end{cases}$$

где $\underline{Z}_{11} = j \cdot X_{L1} - j \cdot X_{C1} + j \cdot X_{R3} + \underline{Z} = (6,59 - 6,23 \cdot j) \Omega$;

$$\underline{Z}_{22}=R_2+j\cdot X_{L2}+j\cdot X_{L3}+\underline{Z}=(36,59+15,97\cdot j) \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{12}=\underline{Z}_{21}=-(j\cdot X_{L3}+Z)=(-6,59-3,4\cdot j) \text{ Ом};$$

$$\underline{E}_1=\underline{E}_{11}=1000e^{j60}\text{В}; \quad \underline{E}_{22}=\underline{E}_2=1200\text{В}.$$

Решая систему уравнений, получим:

$$\underline{I}_{11}=129,44e^{102,7j}=(-28,46+126,27\cdot j) \text{ А};$$

$$\underline{I}_{22}=25,52e^{28,04j}=(20,76+11,06\cdot j) \text{ А.}$$

Действительные токи:

$$I_1=\underline{I}_{11}; \quad I_2=\underline{I}_{22},$$

$$I_3=\underline{I}_{11}-\underline{I}_{22}=-49,22+115,21\cdot j=125,28e^{113,13j}(\text{А}).$$

Составим баланс мощностей для исследуемой электрической схемы. Из закона сохранения энергии следует, что в любой цепи сумма всех отдаваемых активных мощностей равна сумме всех потребляемых активных мощностей, тоже и для реактивных мощностей.

Полное комплексное значение мощности источников

$$\tilde{S}_{\dot{E}} = \underline{E}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{E}_2 \cdot \underline{I}_2^*$$

$$\text{где } I_1^*=-28,46-126,27\cdot j=129,44e^{257,3j}\text{А}; \quad I_2^*=20,76-11,06\cdot j=23,52e^{-28,04j}\text{А};$$

$$\tilde{S}_{\dot{E}} = P_{\dot{E}} + Q_{\dot{E}} \cdot j; \quad \tilde{S}_{\dot{E}} = 120038,41 - 101048,75 \cdot j.$$

Активная мощность, потребляемая нагрузкой

$$P_H=I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot \operatorname{Re} Z$$

$$P_H=1200026,29\text{Вт.}$$

Реактивная мощность, потребляемая нагрузкой

$$Q_H=I_1^2 \cdot (X_{L1}-X_{C1}) + I_2^2 \cdot X_{L2} + I_3^2 \cdot (j_m Z + X_{L3}).$$

$$Q_H = -101031,02 \text{ ВАр.}$$

Анализируя полученные результаты, видим, что баланс мощностей в электрической цепи соблюдается.

Показания ваттметра

$$P = U \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi) \text{ Вт},$$

где $U = E_1 - I_1 \cdot (-j \cdot X_{C1})$;

$$U = 1564,58 e^{164,68j} \text{ В.}$$

$\varphi = 61,28^\circ$ - угол сдвига фаз между напряжением U и током I_1 . Ваттметр показывает активную мощность $P = 95139,43 \text{ Вт}$.

26р. Резонансная частота:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{5,05 \cdot 10^{-3} \cdot 0,05 \cdot 10^{-6}}} = 6,28 \text{ С}^{-1}, \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{6,28 \cdot 10^4}{6,28} = 10^4 \text{ Гц.}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{5,05 \cdot 10^{-3}}{0,05 \cdot 10^{-6}}} = 318 \Omega, \quad d = \frac{R}{\rho} = \frac{100}{318} = 0,314.$$

$$U_{L0} = U_{C0} = I_0 \rho = \frac{U}{R} \rho = \frac{10}{100} \cdot 318 = 31,8 \text{ В.}$$

32р. При малых потерях ($Q \gg 1$) можно считать, что $\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Определяем индуктивность $L = \frac{1}{\omega_0 C} = 338 \text{ мкГн.}$

Сопротивление такого контура при резонансе, имея в виду, что по условию

$$R_B = R_1 R_0 = \frac{\rho^2}{R_1} = \frac{L}{C R_1} = \frac{338 \cdot 10^{-6}}{300 \cdot 10^{-12} \cdot 69 \cdot 103} = 16,3 \Omega.$$

Ток генератора и напряжения на параллельном контуре при резонансе

$$I_P = \frac{E}{R_{BH} + R_1} = \frac{200}{2 \cdot 69 \cdot 10^3} = 1,45 \cdot 10^{-3} \text{ А}, \quad U_P = I_P R_1 = 1,45 \cdot 10^{-3} \cdot 69 \cdot 10^3 = 100 \text{ В}.$$

Токи в каждой из ветвей контура

$$I_{IP} = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + (\omega_0 L)^2}} = \frac{100}{\sqrt{16,3^2 + 1060^2}} = 94,2 \cdot 10^{-3} \text{ А},$$

$$I_{2P} = U \cdot 6,28 \cdot 500 \cdot 10^3 \cdot 300 \cdot 10^{-12} = 94,2 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

Мощность, доставляемая генератором ($P_{г.р.}$), расходуемая в нем (P_{BH}) и выделяемая в контуре (P_p):

$$P_{г.р.} = EI_P = 200 \cdot 1,45 \cdot 10^{-3} = 0,29 \text{ Вт},$$

$$P_{BH} = I_P^2 R_{BH} = (1,45 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 69 \cdot 10^3 = 0,145 \text{ Вт},$$

$$P_p = I_P^2 \cdot R_0 = (1,45 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 69 \cdot 10^3 = 0,145 \text{ Вт.}$$

37р. Подводимая к электродвигателю мощность

$$P_1 = \frac{P_2}{0,8} = \frac{240}{0,8} = 300 \text{ Вт.}$$

Полная мощность

$$S = UI = 220 \cdot 1,95 = 429 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{S} = \frac{300}{429} = 0,7.$$

Реактивная составляющая тока

$$I_P = I \sin \varphi_1 = 1,95 \cdot 0,71 = 1,385 \text{ А.}$$

Чтобы сделать $\cos\varphi=1$, ток конденсатора должен быть равен реактивной составляющей тока

$$I_C = \frac{U}{1/\omega C} = I_p.$$

Отсюда емкость конденсатора при частоте $f = 50\text{ Гц}$

$$C = \frac{I_C}{U\omega} = \frac{1,385}{220 \cdot 314} = 20\text{ мкФ}.$$

При параллельном подсоединении к двигателю конденсатора емкостью 20 мкФ $\cos\varphi=1$ а ток сети равен активному току

$$I_a = I \cos\varphi_1 = 1,95 \cdot 0,7 = 1,365\text{ А}.$$

40р. Эквивалентная продуктивность цепи при встречном включении катушек равна $L_{\text{эк.}} = L_1 + L_2 - 2k\sqrt{L_1 L_2} = L_1 + L_2 - 2M$.

Умножим левую и правую части на ω , получим

$$\omega L_{\text{эк.}} = \omega L_1 + \omega L_2 - 2k\sqrt{\omega L_1 \cdot \omega L_2} = \omega L_1 + \omega L_2 - 2\omega M.$$

Эквивалентное индуктивное сопротивление цепи равно

$$X_{y\hat{e}.} = X_1 - X_2 - 2k\sqrt{X_1 X_2} = X_1 + X_2 - 2XM = 5 + 20 - 2 \cdot 0,8\sqrt{5 \cdot 20} = 9 \quad \hat{I}l$$

Индуктивное сопротивление, обусловленное взаимной индукцией,

$$2X_M = 2k\sqrt{X_1 - X_2} = 2 \cdot 0,8\sqrt{5 \cdot 20} = 16\text{ Ом}, \quad X_M = 8\text{ Ом}.$$

Эквивалентные сопротивления катушек равны

$$X_{\text{эк.1}} = X_1 - X_M = 5 - 8 = -3\text{ Ом},$$

$$X_{\text{эк.2}} = X_2 - X_M = 20 - 8 = 12\text{ Ом}.$$

Ток в цепи равен $I = \frac{U}{X_{\text{ЭК}}} = \frac{180}{9} = 20 \text{ А}.$

Напряжение на катушках \underline{U}_1 и \underline{U}_2

$$\underline{U}_1 = I \cdot jX_{\text{ЭК},1} = 20j(-3) = -j60 \text{ В}, \quad U_1 = 60 \text{ В}$$

$$\underline{U}_2 = I \cdot jX_{\text{ЭК},2} = 20 \cdot j12 = j240 \text{ В}, \quad U_2 = 240 \text{ В.}$$

41р. Эквивалентная индуктивность включенных встречно катушек

$$L_{\text{ЭК}} = L_1 + L_2 - 2M = L_1 + L_2 - 2k\sqrt{L_1 L_2}.$$

При увеличении расстояния между катушками магнитная связь между ними и, следовательно, коэффициент связи k уменьшаются. В результате увеличиваются эквивалентные индуктивность и индуктивное сопротивление $X_{\text{ЭК}} = \omega L_{\text{ЭК}}$. Ток в цепи и напряжение на активном

сопротивлении при этом уменьшаются, так как $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_{\text{ЭК}}^2}}$, $U_R = IR$. Из

уравнения $U = U_{\text{ЭК}} + U_R = U_1 + U_2 + U_R$ следует, что для соблюдения второго закона, например, с уменьшением напряжения \underline{U}_2 при неизменном входном напряжении \underline{U} , напряжение U_1 будет увеличиваться и наоборот.

Показания ваттметра, измеряющего активную мощность, уменьшится, так как $P = I^2 R$.

43р. Катушки соединены согласно, так как каждую из них магнитные потоки само и взаимной индукции пронизывают в одном и том же направлении.

Введем обозначения:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 = (20 + j10) \text{ Ом}, \quad \underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2 = (20 + j20) \text{ Ом}, \quad Z_M = j\omega M = j10 \text{ Ом.}$$

По законам Кирхгофа

$$\underline{U} = \underline{I}_1 \underline{Z}_1 + \underline{I}_2 \underline{Z}_M,$$

$$\underline{U} = \underline{I}_2 \underline{Z}_2 + \underline{I}_1 + \underline{Z}_M,$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2.$$

Решив совместно уравнение и приняв $\underline{U}=U=150V$, получим:

$$\underline{I}_1 = \underline{U} \frac{\underline{Z}_2 - \underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} = 4 - j3 = 5e^{-j36^\circ 50'} A,$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U} \frac{\underline{Z}_1 - \underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} = 2 - j4 = 4,47e^{-j63^\circ 30'} A,$$

$$\underline{I} = 6 - j7 = 9,22e^{-j49^\circ 25'} A.$$

44р. Обозначим: $\underline{Z}_1 = j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C})$, $\underline{Z}_2 = j\omega L_2$, $\underline{Z}_M = j\omega M$.

По законам Кирхгофа $\underline{U} = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 + \underline{Z}_M \underline{I}_2$,

$$U = \underline{Z}_2 \underline{I}_2 + \underline{Z}_M \underline{I}_2,$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2.$$

Совместное решение уравнений дает:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}(\underline{Z}_2 - \underline{Z}_M)}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}(\underline{Z}_1 - \underline{Z}_M)}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}; \quad \underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{U} \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 - 2\underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}.$$

Так как цепь содержит только реактивные элементы, то условие резонанса токов сводится к тому, что ток \underline{I} в неразветвленной части цепи должен равняться нулю. Представляя значения комплексных сопротивлений в числитель формулы общего тока \underline{I} и приравнивая его к нулю, найдем

$$C = \frac{1}{\omega^2(L_1 + L_2 - 2M)} = \frac{1}{(6,28 \cdot 10^4)^2 (318 + 159 - 2 \cdot 124) \cdot 10^{-6}} = 1,1 \mu\Phi$$

При этом необходимо проверить, что знаменатель не обращается в нуль. В данном случае это условие удовлетворено.

Тогда токи равны $\underline{I}_1 = j17,6 \cdot 10^{-3} \text{ A}$; $\underline{I}_2 = -j17,6 \cdot 10^{-3} \text{ A}$.

45р. По второму закону Кирхгофа

$$\underline{I}_1 \underline{Z}_1 - \underline{I}_2 \underline{Z}_M = \underline{U}_1,$$

$$\underline{I}_2 (\underline{Z}_2 + \underline{Z}) - \underline{I}_1 \underline{Z}_M = 0$$

Решая эти два уравнения получим:

$$\underline{I}_1 = 1 - j3 = 3,16 e^{-j71^\circ 35'} \text{ A}; \quad \underline{I}_2 = 0,6 - j0,8 = 1 e^{-j53^\circ 10'} \text{ A}.$$

Напряжение на нагрузке \underline{t}

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_2 \underline{Z} = -5 - j10 = 11,2 e^{-j116^\circ 30'} \text{ B}$$

Замечание. Порядок построения векторной диаграммы следующий: на основе расчетов отложены векторы токов \underline{I}_1 и \underline{I}_2 , далее в соответствии с уравнениями, составленными по второму закону Кирхгофа, отложены векторы $\underline{I}_1 R_1$, $\underline{I}_1 j\omega L_1$, $-\underline{I}_2 j\omega M$ их сумма дает вектор \underline{U}_1 , аналогично построены векторы для вторичной обмотки трансформатора.

ОТВЕТЫ

2. $X_L = \omega L = 314 \text{ Ом}$, $\underline{U} = 314e^{j135^\circ} \text{ В}$, $Q_L = 314 \text{ ВАп.}$

4. а) индуктивный характер, $i(t) = 14,1 \sin(314t - 90^\circ)$ б)

емкостный характер, $i(t) = 14,1 \sin(314t + 90^\circ)$.

5. $\underline{U}_R = 212,76e^{j30^\circ}$, $P = 4526,8 \text{ Вт.}$

6. $\underline{U} = 7,07 e^{j30^\circ} \text{ В}$, $X_C = 100 \text{ Ом}$, $Q_C = 0,5 \text{ ВАп.}$

10. $Z = 17,8 \text{ Ом}$, $I = 1,68 \text{ А}$, $S = 50,5 \text{ ВА}$, $\cos\varphi = 0,366$.

11. $U = 125 \text{ В}$, $Z = 25 \text{ Ом}$, $\varphi = 36^\circ 50'$.

14. $\cos\varphi = 0,6$. Сопротивление двухполюсника носит индуктивный характер;

17. $U_{BX} = 175 \text{ В}$, $I_R = 0,83 \text{ А}$, $R = 210 \text{ Ом}$, $S = 192 \text{ ВА}$, $P = 145 \text{ Вт}$, $Q = -126 \text{ ВАп}$, $\cos\varphi = 0,756$;

18. $I = 2,16 \text{ А}$, $I_R = 2,06 \text{ А}$, $I_L = 1,25 \text{ А}$, $I_C = 1,87 \text{ А}$, $S = 108,5 \text{ В·А}$, $P = 102 \text{ Вт}$, $Q = 31,4 \text{ ВАп}$, $\cos\varphi = 0,945$,

$I_a = 2,04 \text{ А}$, $I_p = 0,7 \text{ А}$;

21. 1. $\underline{I}_1 = 5e^{j53^\circ 10'} \text{ А}$, $\underline{I}_2 = 4e^{j73^\circ 45'} \text{ А}$, $\underline{I} = 8,85e^{j62^\circ 20'} \text{ А}$. 2. $U_V = 35,2 \text{ В}$,

$I_A = 1,2 \text{ А}$. 3. $U_V = 93,5 \text{ В}$;

23. $C = 53 \text{ мкФ}$;

27. $C_{рез} = 39 \text{ мкФ}$, $I_{рез} = 6,25 \text{ А}$, $S = P = 625 \text{ Вт}$, $Q = 0$;

28. $L_{pe3}=29\text{mH}$, $I_{pe3}=0,27\text{A}$;

29. $Q=50$;

30. $I=1\text{A}$.

31. $I_1=3\text{A}$, $I_2=0$.

33. $C_{pe3}=0,42 \text{мкФ}$, $I=1,125 \text{А}$, $I_1=1,5 \text{А}$, $I_C=0,99 \text{А}$, $S=Pp171 \text{Вт}$,
 $\cos\varphi=1$.

34. $C=130 \text{мкФ}$, $G=0,025 \text{ Ом}^{-1}$, $B=0,012 \text{ Ом}^{-1}$, $Y=0,0278 \text{ Ом}^{-1}$, $B_L=0,125 \text{ Ом}^{-1}$, $B_C=-0,113 \text{ Ом}^{-1}$.

35. $C_{рез.}=2 \text{мкФ}$, $f_0=615 \text{Гц}$, $S_{рез.}=P_{рез.}=64,5 \text{Вт}$, $Q_{рез.}=0$, $U_{вх.}=75 \text{В}$,
 $I_{рез.}=0,86 \text{А}$, $I_a \text{рез.}=0,86 \text{А}$, $I_{ppрез.}=0$.

36. $I=1500 \text{А}$, $P_1=330 \text{kВт}$, $P_2=264 \text{Вт}$, $P_3=165 \text{kВт}$.

38. $C=165 \text{мкФ}$. **39.**

$C=27,7 \text{мкФ}$. **42.**

$I=3 \text{А}$, $U_1=30 \text{В}$.

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Зевеке, Г.В.** Основы теории цепей: / **П.А. Ионкин, С.В. Нетушил, С.В. Страхов;** - М.: Энергия, 1975.-750с.
2. **Бессонов Л.А.** Теоретические основы электротехники: электрические цепи; - М.: Высшая школа, 1984.-420с.
3. **Ионкин, П.А.** Теоретические основы электротехники, подред. П.А. Ионкина. т.1: / **А.И. Деровский, Е.С. Кухаркин идр.;**
М.: Высшая школа, 1976.- 544с.
4. **Матханов П.Н.** Основы анализа электрических цепей; - М.: Высшая школа, 1981.-333с.
5. **Белецкий А.Ф.** Теория линейных электрических цепей; - М.: Радио и связь, 1986.-540с.
6. **Татур Т.А.** Основы теории электрических цепей; - М.: Высшая школа, 1980.-270с.
7. **Атабеков Г.И.** Теоретические основы электротехники, т.1;- М.: Энергия, 1978.-592с.
8. **Нейман, Л.Р.** Теоретические основы электротехники, т.2:/ **К.С. Денирчян;** - М.: Энергия, 1966.-407с.