0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра вычислительной техники

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
__________ О.Г. Локтионова
« 6 » 09 2021 г.

ЛОГИЧЕСКОЕ СЛЕДСТВИЕ

Методические рекомендации
к практическим занятиям
по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов»
для студентов направления подготовки
09.03.01 Информатика и вычислительная техника

Курск 2021

УДК 510.6
Составители: С. В. Дегтярев, Е.Н. Иванова

Рецензент
Доцент кафедры программной инженерии,
кандидат технических наук
Ю.А. Халин

Логическое следствие: методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» для студентов направления подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: С.В. Дегтярев, Е.Н. Иванова. – Курск, 2021. - 15 с. - Библиограф.: с. 14.

Рассматриваются практические приложения относительно использования законов логики высказываний и логики предикатов при формировании выводов, доказательстве теорем. Пособие содержит вопросы для самопроверки, задания для выполнения.

Пособие содержит теоретический материал, поясняемый примерами, вопросы для самопроверки, задания для самостоятельного выполнения.

Предназначены для студентов направления 09.03.01 Информатика и вычислительная техника очной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 6.09.21 . Формат 60x84 1/16.
Усл.печ.л. Уч.-изд.л. . Тираж 20 экз. Заказ 1046 . Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Цель практических занятий

Изучить основные понятия теории выводимости; овладеть методами преобразования логических формул в предложения; приобрести навыки частично автоматического доказательства теорем.

1 Основы метода резолюций

Алгоритм, проверяющий отношение

$\Gamma \vdash_T S$,

называется автоматическим доказательством теорем (АДТ). Здесь:
Γ – множество посылок;
S – заключение (формулы);
T – формальная теория; (1)
$\vdash$ – знак выводимости.

В общем случае такого алгоритма не существует, то есть не существует алгоритма, который для любых S, Γ, T выдавал бы ответ «Да», если выводимость (1) имеет место, и ответ «Нет» – в противном случае. В некоторых случаях подобные алгоритмы существуют. Например, в случае исчисления высказываний. Поскольку в исчислении высказываний теоремами являются общезначимые формулы (и только они), то для проверки выводимости достаточно построить таблицы истинности.

Частичным алгоритмом АДТ (из наиболее известных) является метод резолюций. Для любого прикладного исчисления предикатов первого порядка метод резолюций дает ответ «Да», если (1) имеет место, и дает ответ «Нет» или не дает никакого ответа («зависает»), в противном случае.

Прикладное исчисление предикатов есть исчисление предикатов, которое содержит предметные константы и/или функторы, и/или предикаты и связывающие их собственные аксиомы. Исчисление предикатов, не содержащее предметных констант, функторов, предикатов и собственных аксиом, называется чистым.

Исчисление высказываний является примером формальной теории. Множество правильно построенных формул (ППФ) исчисления высказываний это:

а) множество пропозициональных букв A, B, C и т. д.;

б) множество аксиом:

$$A \to (B \to A);$$

$$(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C));$$

$$(\overline{A} \to \overline{B}) \to ((\overline{A} \to B) \to A);$$

в) правила вывода:

$$\frac{\Phi(A)}{\Phi(B)}\,(\text{правило подстановки}).$$

$$\frac{\Phi, \Phi \to B}{B}\,(\text{правило } \mathit{Modus\ Ponens}).$$

В записи правил вывода над чертой располагаются формулы, называемые посылкой правила, из которых непосредственно следуют формулы, стоящие под чертой и называемые заключением правила.

Правило подстановки позволяет заменять в ППФ все вхождения некоторой буквы на другую букву. Правило *Modus Ponens* позволяет выводить формулу B из формул Φ и $\Phi \to B$.

Пример

Требуется доказать, что из A следует $B \to A$, т.е.

$$A \mid\!-_T B \to A.$$

Доказательство

Имеем A. Тогда в соответствии с аксиомой 1 по правилу *Modus Ponens* получаем

$$\frac{A,\ A \to (B \to A)}{B \to A}\ (\mathrm{MP}).$$

Интерпретацией исчисления высказываний является логика высказываний. Нетрудно проверить, что аксиомы исчисления высказываний являются тавтологиями логики высказываний. Исчисление высказываний непротиворечиво, полно и разрешимо.

Теорема

Если $\Gamma, \overline{S} \mid\!-_T F$, где F – тождественно ложная формула (противоречие), то $\Gamma \mid\!-_T S$.

Эта теорема лежит в основе метода резолюций, то есть используется идея «доказательства от противного».

В качестве противоречия принято использовать так называемую «пустую» формулу и обозначать «пустым» квадратом: $\square$.

Метод резолюций работает с предложениями. Предложение – бескванторная дизъюнкция литералов, литералы – это формулы вида $A, \overline{A}$, где A – атом.

Правило резолюции для исчисления высказываний: пусть C_1, C_2 – предложения в исчислении высказываний, причем

$C_1 = P \vee C_1'$, $C_2 = \overline{P} \vee C_2'$,

где P – пропозициональная переменная;

C_1', C_2' – предложения (в том числе, пустые).

Тогда правило вывода

$$\frac{C_1, C_2}{C_1' \vee C_2'} R$$

называется правилом резолюции.

Здесь C_1, C_2 – резольвируемые предложения;

$C_1' \vee C_2'$ – резольвента;

R – название правила;

$P, \overline{P}$ – контрарные литералы.

Теорема

Резольвента является логическим следствием резольвируемых предложений.

Правило резолюции для исчисления предикатов: пусть C_1, C_2 – предложения в исчислении предикатов, причем

$C_1 = P_1 \vee C_1'$, $C_2 = \overline{P_2} \vee C_2'$,

где P_1, P_2 – литералы, имеющие наиболее общий унификатор σ; тогда правило вывода

$$\frac{C_1, C_2}{C_1' \vee C_2'\sigma} R$$

называется правилом резолюции.

Здесь резольвента $\left(C_1' \vee C_2'\right)\sigma$ получена из предложения $C_1' \vee C_2'$ применением унификатора σ.

Формулы $A(\ldots, x_i, \ldots)$, $B(\ldots, x_i, \ldots)$ называются унифицируемыми, если существует набор подстановок, в результате которых будет выполняться равенство $A(\ldots, x_i, \ldots) = B(\ldots, x_i, \ldots)$. Указанный набор называется общим унификатором, наименьший набор из возможных называется наиболее общим унификатором (НОУ).

2 Метод резолюций в логике высказываний

Пусть требуется установить выводимость

$$S \vdash G \tag{2}$$

Тогда предварительно формулы множества S и формула $\overline{G}$ независимо преобразуются в множества предложений. (Множество предложений есть конъюнкция предложений). В полученном множестве всех предложений C отыскивается резольвируемые предложения, к ним применяется правило резолюции, и резольвента добавляется в множество С. При повторных действиях возможны случаи:

– в результате очередного применения правила резолюции получено пустое предложение. Это означает, что выводимость (2) установлена (теорема доказана);

– среди текущего множества предложений C нет резольвируемых. Это означает, что выводимости (2) нет (теорема опровергнута);

– процесс продолжается, множество C пополняется, пустых предложений нет. Здесь не ясно.

Пример

Доказать теорему: $\vdash_L \left(\left(\left(A \to B\right) \to A\right) \to A\right)$

Доказательство

Проведем тождественные преобразования:

$$\overline{\left(\left(A \to B\right) \to A\right) \to A} = \overline{\overline{\left(\left(A \to B\right) \to A\right)} \vee A} = \left(\left(A \to B\right) \to A\right) \& \overline{A} =$$

$$= \left(\overline{\left(\overline{A} \vee B\right)} \vee A\right) \& \overline{A} = \left(A \& \overline{B} \vee A\right) \& \overline{A} = \left(A \vee A\right) \& \left(\overline{B} \vee A\right) \& \overline{A}$$

Разбиваем на предложения и последовательно применяем правило резолюции:

1) $A \vee A$;

2) $\overline{B} \vee A$;

3) $\overline{A}$;
4) A (1, 3);
5) ❏ (3, 4) получена пустая формула. Теорема доказана.

Пусть имеется набор формул $\Phi_1, \ldots, \Phi_n$, имеющих вид элементарных дизъюнкций. Для доказательства логического следования формулы Φ из набора формул $\Phi_1, \ldots, \Phi_n$ необходимо построить отрицание $\Phi' = \overline{\Phi}$ также в виде элементарной дизъюнкции. Если Φ следует из $\Phi_1, \ldots, \Phi_n$, то набор формул $\Phi_1, \ldots, \Phi_n$, Φ' несовместим (т.е. их конъюнкция имеет значение *ложь*). Для доказательства несовместимости $\Phi_1, \ldots, \Phi_n$, Φ' используется *правило резолюции*, применяемое последовательно к набору $\Phi_1, \ldots, \Phi_n$, Φ' и уже полученным результатам применения этого правила. Правило резолюции основано на формуле Блейка-Порецкого[1]

Пример

Доказать, что из $A \leftrightarrow B$ и $B \leftrightarrow C$ следует $A \leftrightarrow C$

Доказательство

Для доказательства, что из $A \leftrightarrow B$ и $B \leftrightarrow C$ следует $A \leftrightarrow C$, используем соотношения:

$$A \leftrightarrow B = (A \to B) \& (B \to A) = \left(\overline{A} \vee B\right) \& \left(\overline{B} \vee A\right);$$

$$B \leftrightarrow C = (B \to C) \& (C \to B) = \left(\overline{B} \vee C\right) \& \left(\overline{C} \vee B\right);$$

$$\overline{A \leftrightarrow C} = \overline{(A \to C) \& (C \to A)} = \overline{\left(\overline{A} \vee C\right) \& \left(\overline{C} \vee A\right)} = \overline{\left(\overline{A} \vee C\right)} \vee \overline{\left(\overline{C} \vee A\right)} =$$

$$= \left(A \& \overline{C}\right) \vee \left(C \& \overline{A}\right) = (A \vee C) \& \left(A \vee \overline{A}\right) \& \left(\overline{C} \vee \overline{A}\right) \& \left(\overline{C} \vee C\right) =$$

$$= (A \vee C) \& \left(\overline{C} \vee \overline{A}\right)$$

Представим доказательство в виде схемы на рис. 1.

Доказательство успешно, поскольку в результате последовательного применения правила резолюции получено пустое предложение ❏.

---

[1] В честь русского математика Платона Сергеевича Порецкого (1846 - 1907гг.) и американского ученого А. Блейка (A. Blake), жившего в XX веке.

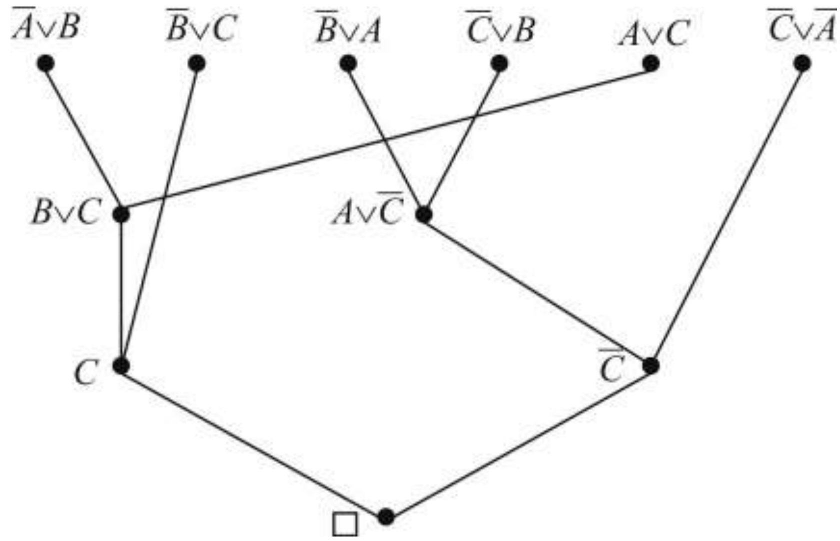

Рисунок 1 – Схема процесса получения резольвент в процессе доказательства

Вопросы для самопроверки

1. Как определяется множество правильно построенных предложений исчисления высказываний?
2. Какова связь между аксиомами исчисления высказываний и тавтологиями логики высказываний?
3. Является ли исчисление высказываний полным? Непротиворечивым? Разрешимым?
4. Что такое автоматическое доказательство теорем?
5. Назовите один из частичных алгоритмов автоматического доказательства теорем.
6. Запишите правило резолюций.
7. Что такое резольвента? Поясните на примере.
8. Какие случаи возможны на каждом шаге метода резолюций?
9. О чем свидетельствует пустое предложение, полученное в результате применения метода резолюций?
10. Как по-другому можно назвать метод резолюций?

Задания для выполнения

Доказать (или опровергнуть) логическое следствие методом резолюций.

1) $B\vee D,\ D\to B,\ C\vee D,\ D\to C,\ C\to(B\to A)\,|\!-A$;

2) $E \to \overline{D}, (A \vee C) \to D, F \leftrightarrow E, F \to (A \& B) | - F \to C$;

3) $\overline{F} \vee \overline{D}, A \vee D, F \vee C, (A \vee B) \to E | - C \vee E$;

4) $A \vee D, F \vee \overline{C}, F \to \overline{D}, (A \vee B) \to E | - C \to E$;

5) $F \to B, A \vee F, B \to D, A \to E | - E \vee D$;

6) $\overline{E} \vee D, A \to E, D \to (C \& B), A | - F \to C$;

7) $(B \vee A) \to C, C \vee A \vee D, D \to (B \vee E) | - \overline{C} \to E$;

8) $A \to (B \to C), D \to A, B | - D \to C$;

9) $(A \to C) \to (\overline{A} \& B) | - A \vee B$;

10) $C \to A, C \vee B, B \to D, D \to A | - A$;

11) $D \to E, E \to C, A \leftrightarrow D, B \leftrightarrow C | - A \to B$;

12) $A \vee B, A \to B, B \to (C \to \overline{D}), A \to D | - \overline{A \& C}$;

13) $A \to (B \to C), (C \& D) \to E, \overline{F} \to (D \& \overline{E}) | - A \to (B \to F)$;

14) $A, \overline{B} \to (A \to D), C \to (B \to E), D \to (E \vee \overline{C}) | - C \to E$;

15) $B \to C, D \to C, A \to (\overline{B} \to D) | - A \to C$;

16) $A \to B, C \to D, B \to E, D \to F, \overline{E \& F}, A \to C | - \overline{A}$;

17) $\overline{D} \vee \overline{F}, A \vee D, F \vee C, (A \vee B) \to \overline{E} | - \overline{E} \vee C$;

18) $C \to (B \to A), \overline{B} \to D, B \to C | - A \vee D$;

19) $(B \& D) \vee \overline{A}, A \to D \& F, A \vee B, B \to C | - C$;

20) $D \to E, \overline{D} \to B, E \to D \& B, B \to C \& A | - C$.

3 Метод резолюций в логике предикатов

Любая формула исчисления предикатов может быть преобразована в множество предложений с помощью следующих замен (≈> - знак замены).

1) Элиминация импликации:

$A \to B \approx> \overline{A} \vee B$ (знак «→» устранен).

2) Продвижение отрицания:

$\overline{\overline{A}} \approx> A$,
$\overline{A \vee B} \approx> \overline{A} \,\&\, \overline{B}$,
$\overline{A \,\&\, B} \approx> \overline{A} \vee \overline{B}$,
$\overline{\forall x A(x)} \approx> \exists x \overline{A(x)}$,
$\overline{\exists x A(x)} \approx> \forall x \overline{A(x)}$ (знаки $\neg$ только перед атомами).

3) Разделение связанных переменных:
$Q_1 x A(\ldots Q_2 x B(\ldots, x, \ldots)\ldots) \approx> Q_1 x A(\ldots Q_2 y B(\ldots, y, \ldots)\ldots)$, где Q_1, Q_2 – любые кванторы (теперь нет случайно совпадающих связанных переменных).

4) Распространение кванторов:
$QxA(x) \vee B \approx> Qx(A(x) \vee B)$,
$QxA(x) \,\&\, B \approx> Qx(A(x) \,\&\, B)$.

5) Элиминация кванторов существования:
$\exists x_1 Q_2 x_2 \ldots Q_n x_n A(x_1, x_2, \ldots, x_n) \approx> Q_2 x_2 \ldots Q_n x_n A(a, x_2, \ldots, x_n)$, где a – новая предметная постоянная,
$\forall x_1 \forall x_{i-1} \exists x_i Q_{i+1} x_{i+1} \ldots Q_n x_n A(x_1, x_2, \ldots, x_n) \approx>$
$\approx> \forall x_1 \forall x_{i-1} Q_2 x_2 \ldots Q_n x_n A(x_1, \ldots x_{i-1}, f(x_1, \ldots, x_{i-1}), \ldots, x_n)$,
где f – новый функтор,
Q_i – любые кванторы.

6) Элиминация кванторов всеобщности:
$\forall x_1 \ldots \forall x_n A(x_1, \ldots, x_n) \approx> A(x_1, \ldots x_n)$ (теперь нет и кванторов $\forall$).

7) Приведение к КНФ.

8) Элиминация конъюнкции:
$A \,\&\, B \approx> A, B$ (теперь, после выполнения действий 1-7, имеем множество предложений).

Теорема

Если Г – множество предложений, полученных из формулы S, то S является противоречием тогда и только тогда, когда множество Г невыполнимо. Невыполнимость множества формул означает, что не существует интерпретации, в которой все формулы множества имеют значение «истина».

Пример

Даны высказывания F, G. Доказать, что $F \vdash G$.

F: = «Каждый, кто хранит деньги, получает проценты».

G:= «Если нет процентов, то никто не хранит деньги».

Решение

Введем предикаты:

$M(x)$:=«x есть деньги»;

$I(x)$:=«x есть проценты»;

$S(x,\, y)$:=«x хранит y»;

$E(x,\, y)$:=«x получает y».

Перейдем к предложениям. При этом, очевидно,

$$F = \forall x\big(\exists y\big(M(y)\,\&\,S(x,\, y)\big) \to \exists z\big(I(z)\,\&\,E(x,\, z)\big)\big),$$

$$G = \overline{\forall x I(x)} \to \overline{\forall y \forall z\big(M(y)\,\&\,S(z,\, y)\big)}$$

Выполним преобразования

$$\overline{G} = \overline{\overline{\overline{\forall x I(x)} \to \overline{\forall y \forall z\big(M(y)\,\&\,S(z,\, y)\big)}}} = \overline{\overline{\overline{\overline{\exists x I(x)}}} \vee \overline{\exists y \exists z\big(M(y)\,\&\,S(z,\, y)\big)}} =$$

$$= \overline{\exists x I(x) \vee \overline{\overline{\exists y \exists z\big(M(y)\,\&\,S(z,\, y)\big)}}} = \overline{\exists x I(x)}\,\&\,\exists y \exists z\big(M(y)\,\&\,S(z,\, y)\big) =$$

$$= \exists y \exists z \forall x\big(\overline{I(x)}\,\&\,M(y)\,\&\,S(z,\, y)\big) = \overline{I(x)}\,\&\,M(a)\,\&\,S(b,\, a) =$$

$$= \overline{I(\tau)}\,\&\,M(a)\,\&\,S(b,\, a), \sigma = \{\tau / x,\, a / y,\, b / z\}$$

$$F = \forall x\big(\exists y\big(M(y)\,\&\,S(x,\, y)\big) \to \exists z\big(I(z)\,\&\,E(x,\, z)\big)\big) =$$

$$= \forall x\big(\overline{\exists y\big(M(y)\,\&\,S(x,\, y)\big)} \vee \exists z\big(I(z)\,\&\,E(x,\, z)\big)\big) =$$

$$= \forall x\big(\forall y\overline{\big(M(y)\,\&\,S(x,\, y)\big)} \vee \exists z\big(I(z)\,\&\,E(x,\, z)\big)\big) =$$

$$= \forall x\big(\forall y\big(\overline{M(y)} \vee \overline{S(x,\, y)}\big) \vee \exists z\big(I(z)\,\&\,E(x,\, z)\big)\big) =$$

$$= \forall x \forall y \exists z \left(\overline{M(y)} \vee \overline{S(x, y)} \vee I(z) \,\&\, E(x, z) \right) =$$

$$= \overline{M(y)} \vee \overline{S(x, y)} \vee I(f(x, y)) \,\&\, E(x, f(x, y)) =$$

$$= \left(\overline{M(y)} \vee \overline{S(x, y)} \vee I(f(x, y)) \right) \& \left(\overline{M(y)} \vee \overline{S(x, y)} \vee E(x, f(x, y)) \right),$$

$\sigma = \{ f(x, y) / z \}$

Множество предложений:

1) $\overline{M(y)} \vee \overline{S(x, y)} \vee I(f(x, y))$,

2) $\overline{M(y)} \vee \overline{S(x, y)} \vee E(x, f(x, y))$,

3) $\overline{I(\tau)}$,

4) $M(a)$,

5) $S(b, a)$.

Вывод:

6) $\overline{M(y)} \vee \overline{S(x, y)}$, $\sigma = \{ f(x, y) / \tau \}$ (из 1) и 3)),

7) $\overline{S(x, a)} \vee I(f(x, a))$, $\sigma = \{ a / y \}$ (из 1) и 4),

8) $\overline{M(a)} \vee I(f(b, a))$, $\sigma = \{ b / x, a / y \}$ (из 1) и 5)),

9) $I(f(b, a))$ (из 4) и 8)),

10) $\sqsupset$, $\sigma = \{ f(b, a) / \tau \}$ (из 3) и 9)).

Получена пустая формула. Выводимость доказана.

Пример

Даны высказывания:

F_1:=«Том не может быть хорошим студентом, если неверно, что он способный и отец помогает ему»;

F_2=«Том хороший студент только если его отец помогает ему».

Доказать что $F_1 \vdash F_2$.

Решение

Пусть

$H(x)$:=«x – хороший студент»,

$S(x)$:=«x – способный студент»,

$P(x,\ y)$:=«*y* помогает *x*».

Тогда

$$F_1 = \forall x \forall y \left(\overline{\left(S(x) \,\&\, P(x,\ y) \right)} \to \overline{H(x)} \right),$$

$$F_2 = \forall x \forall y \left(P(x,\ y) \leftrightarrow H(x) \right)$$

Выполним преобразования:

$$F_1 = \forall x \forall y \left(\overline{\left(S(x) \,\&\, P(x,\ y) \right)} \to \overline{H(x)} \right) = \forall x \forall y \left(\overline{\overline{\left(S(x) \,\&\, P(x,\ y) \right)}} \vee \overline{H(x)} \right) =$$

$$= \forall x \forall y \left(\left(S(x) \,\&\, P(x,\ y) \right) \vee \overline{H(x)} \right) = \left(S(x) \,\&\, P(x,\ y) \right) \vee \overline{H(x)} =$$

$$= \left(S(x) \vee \overline{H(x)} \right) \& \left(P(x,\ y) \vee \overline{H(x)} \right)$$

$$\overline{F_2} = \overline{\forall x \forall y \left(P(x,\ y) \leftrightarrow H(x) \right)} = \exists x \exists y \overline{\left(P(x,\ y) \leftrightarrow H(x) \right)} =$$

$$= \exists x \exists y \overline{\left(\left(\overline{P(x,\ y)} \vee H(x) \right) \vee \left(P(x,\ y) \vee \overline{H(x)} \right) \right)} =$$

$$= \exists x \exists y \left(P(x,\ y) \,\&\, \overline{H(x)} \vee \overline{P(x,\ y)} \,\&\, H(x) \right) =$$

$$= \exists x \exists y \left(\left(P(x,\ y) \vee H(x) \right) \& \left(\overline{P(x,\ y)} \vee \overline{H(x)} \right) \right) =$$

$$= \left(P(a,b) \vee H(a) \right) \& \left(\overline{P(a,b)} \vee \overline{H(a)} \right),\ \sigma = \{ a/x,\ b/y \}$$

Метод резолюций дает:

1) $S(x) \vee \overline{H(x)}$,
2) $P(x,\ y) \vee \overline{H(x)}$,
3) $P(a,b) \vee H(a)$,
4) $\overline{P(a,b)} \vee \overline{H(a)}$.

Вывод:

5) $P(a,b)$, $\sigma = \{ a/x,\ b/y \}$ (из 2) и 3)),
6) $\overline{H(a)}$, $\sigma = \{ a/x \}$ (из 2) и 4)),
7) □ (из 3) и 4)).

Выводимость доказана.

Задания для выполнения

1) Пусть F_1 и F_2 таковы:

$F_1 = \forall x\left(P(x) \to Q(x)\right)$,

$F_2 = \overline{Q(a)}$

Доказать, что $\overline{P(a)}$ есть логическое следствие F_1 и F_2.

2) Выяснить, являются ли следующие рассуждения логически правильными. Для этого проверить, является ли заключение логическим следствием конъюнкции посылок.

а) Если капиталовложения останутся постоянными, то возрастут правительственные расходы или возникнет безработица. Если правительственные расходы не возрастут, то налоги будут снижены. Если налоги будут снижены и капиталовложения останутся постоянными, то безработица не возникнет. Следовательно, правительственные расходы возрастут.

б) Люди могут мыслить. Машины – не люди. Следовательно, машины не могут мыслить.

в) Если вечер скучен, то или Алиса начинает плакать, или Анатоль рассказывает смешные истории. Если Сильвестр приходит на вечер, то или вечер скучен, или Алиса начинает плакать. Если Анатоль рассказывает смешные истории, то Алиса не начинает плакать. Сильвестр приходит на вечер тогда и только тогда, когда Анатоль не рассказывает смешные истории. Если Алиса начинает плакать, то Анатоль рассказывает смешные истории.

г) Если курс ценных бумаг растет или процентная ставка снижается, то либо падает курс акций, либо налоги не повышаются. Курс акций понижается тогда и только тогда, когда растет курс ценных бумаг и налоги растут. Если процентная ставка снижается, то либо курс акций не понижается, либо курс ценных бумаг не растет. Либо повышаются налоги, либо курс акций понижается и снижается процентная ставка.

Список использованных источников

1. Алексеев В.В, Логика предикатов [Текст] : учебно-методическое пособие / В.В. Алексеев. – Саров : СарФТИ НИЯУ МИФИ, 2019. – 49 с.

2. Шапорев С.Д. Математическая логика [Текст] : учебное пособие / С.Д. Шапорев. – СПб. : БХВ-Петербург, 2007. – 416 с.

3. Карпов, Ю.Г. Теория автоматов [Текст] : учебник для вузов / Ю.Г. Карпов. – СПб. : Питер, 2003. – 208 с.