

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 22.01.2021 16:03:00

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра механики, мехатроники и робототехники

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____ О.Г. Локтионова

« ____ » _____ 2017 г.

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Методические указания по выполнению практических
и самостоятельных работ для студентов направления подготовки
15.03.06. «Мехатроника и робототехника»

Курск 2017

УДК 621

Составители: Е.Н. Политов, О.В. Емельянова

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент В.Я. Мищенко

Прикладная механика: методические указания по выполнению практических и самостоятельных работ для студентов направления подготовки 15.03.06. «Мехатроника и робототехника» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. Е.Н. Политов, О.В. Емельянова. Курск, 2017. 57 с.: ил. 17, табл. 6. Библиогр.: с. 57.

Методические указания содержат сведения по решению задач прикладной механики.

Приведены варианты расчётных схем и примеры решения задач, а также правила оформления расчётной (самостоятельной) работы.

Методические указания соответствуют требованиям программы, утверждённой учебно-методическим объединением (УМО).

Предназначены для студентов направления 15.03.06 Мехатроника и робототехника и других родственных направлений всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 09.01.2017. Формат 60x84 1/16
Усл.печ.л. 3,17 Уч.-изд.л.2,85 Тираж 30 экз. Заказ. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

Содержание

Введение	4
1. Основные требования по выполнению и защите расчётных (самостоятельных) работ	7
2. Расчёт стержней на растяжение-сжатие	9
3. Расчёт валов мехатронных модулей на кручение	23
4. Расчёт звена манипулятора на плоский изгиб	32
5. Расчёт направляющей манипулятора на плоский изгиб	43
6. Геометрические характеристики плоских сечений	51
7 Тестовые задания для самоконтроля	53
Библиографический список	57

Введение

При изучении дисциплин «Техническая механика» и «Прикладная механика» наибольшие трудности у студентов возникают при решении практических задач.

Вместе с тем, именно решение задач в значительной степени способствует развитию инженерного мышления у студентов, приобретение ими необходимых навыков прочностных расчётов элементов мехатронных модулей, роботов и инженерных конструкций.

В настоящей методической разработке подробно рассмотрено решение типовых задач о расчете простейших элементов мехатронных модулей и роботов, а также изложены требования по выполнению и оформлению индивидуальных расчётно-графических работ по дисциплине «Прикладная механика».

Основные компетенции в соответствии с ФГОС ВО по направлению 15.03.06 Мехатроника и робототехника [1] и рабочей программой дисциплины «Прикладная механика» для данного направления, формируемые у студентов в ходе выполнения данной работы, показатели и критерии определения уровня их сформированности приведены в табл. 1:

Таблица В.1 - Показатели и критерии определения уровня сформированности компетенций (частей компетенций)

№ п / п	Код компетенции (или её части)	Уровни сформированности компетенций		
		Пороговый (удовлетворительный)	Продвинутый (хороший)	Высокий (отличный)
1	2	3	4	5
	ОПК-1 - способностью представлять адекватную	Знать: основные понятия прикладной механики, историю развития механики	Знать: предметное содержание разделов механики, её основные понятия, важнейшие	Знать: основные подходы к формализации и моделированию движения и равновесия ма-

1	2	3	4	5
	современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики		теоремы механики и их следствия	териальных тел; постановку и методы решения задач о движении и равновесии механических систем
		Уметь: структурировать и схематизировать расчетные схемы исследуемых объектов	Уметь: работать с моделями механических систем, как в абстрактном, так и в конкретном плане	Уметь: применять методы расчета механических систем в приложении к конкретным инженерным задачам
		Владеть: основными понятиями и законами механики, понимать их значимость как теоретического фундамента современной техники	Владеть: способностью определять основные характеристики исследуемых объектов на основе разработанных моделей	Владеть: основными современными методами постановки, исследования и решения задач механики
1	ПК-1 способность составлять математические модели мехатронных и робототехнических систем, их подсистем и отдель-	знать: модели типовых элементов мехатронных и робототехнических систем	знать: принципы составления расчетных схем и математических моделей отдельных элементов и модулей	знать: принципы составления расчетных схем и математических моделей мехатронных и робототехнических систем
		уметь: составлять математические модели подсистем и отдельных элементов и	уметь: составлять мат. модели мехатронных и робототехнических систем, их	уметь: составлять математические модели, применять методы математиче-

1	2	3	4	5
	ных элементов и модулей	модулей	подсистем и отдельных элементов и модулей, применять методы математического анализа и моделирования	ского анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования
		владеть: навыками составления математических моделей подсистем и отдельных элементов и модулей	владеть: способностью определять основные характеристики элементов мехатронных и робототехнических систем на основе разработанных моделей.	владеть: способностью определять основные характеристики элементов мехатронных и робототехнических систем на основе разработанных моделей; способностью теоретического и экспериментального исследования систем
2	ПК-11 способность производить расчеты и проектирование отдельных устройств и подсистем мехатронных и робото-	знать: принципы расчета простейших типовых элементов мехатронных и робототехнических систем	знать: принципы определения способов расчета отдельных устройств и подсистем мехатронных и робототехнических систем	знать: современные методы расчета отдельных устройств и подсистем с использованием стандартных средств вычислительной техники
	устройств и подсистем мехатронных и робото-	уметь: производить расчеты и проектирование отдельных устройств и под-	уметь: производить расчеты и проектирование отдельных устройств и под-	уметь: определять и применять методы расчета механических систем в приложе-

1	2	3	4	5
	<p>технических систем с использованием стандартных средств измерительной и вычислительной техники</p>	<p>систем мехатронных и робототехнических систем</p>	<p>систем мехатронных и робототехнических систем с использованием стандартных средств измерительной и вычислительной техники</p>	<p>нии к конкретным инженерным задачам в профессиональной деятельности</p>
		<p>владеть: навыками расчета простейших типовых элементов мехатронных и робототехнических систем</p>	<p>владеть: способностью производить расчеты простейших типовых элементов мехатронных и робототехнических систем с использованием стандартных средств вычислительной техники</p>	<p>владеть: способностью определять и применять различные способы расчета отдельных устройств и подсистем мехатронных и робототехнических систем с использованием стандартных средств ВТ</p>

1. Основные требования по выполнению и защите расчётных (самостоятельных) работ

Все расчётно-графические работы выполняются на стандартных листах формата А4, скреплённых в тетрадь. Титульный лист оформляется в соответствии с требованиями ЕСКД. Пример оформления титульного листа приведен на рис. 1.1

МИНОБРНАУКИ РОССИИ		
Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования «Юго-Западный государственный университет» (ЮЗГУ)		
<i>Кафедра механики, мехатроники и робототехники</i>		
Расчётная работа		
<i>Расчёт на прочность типовых элементов мехатронных модулей и роботов</i>		
<i>Вариант 10</i>		
Выполнил:	ст. гр. МТ-616	Иванов А.С.
Проверил:	к.т.н., доц.	Петров Е.Н.
Курск 2017		

Рис. 1.1. Пример оформления титульного листа

Расчётно-пояснительная записка должна быть достаточно краткой, без лишних подробных пояснений и теоретических выводов, имеющих в учебниках и других учебных пособиях, но не слишком краткой, содержащей одни только формулы и вычисления.

Формулы, приводимые в записке, должны быть, как правило, записаны сначала в общем виде, а затем уже должна быть произведена подстановка исходных данных и выполнены необходимые вычисления. При подстановке исходных данных нужно внимательно следить за соблюдением одинаковой размерности.

Все записи в расчётно-пояснительной записке ведутся чернилами синего или чёрного цвета на одной стороне писчей бумаги чётким разборчивым почерком, с расстоянием между строками 10-12 мм. Более предпочтительным является оформление записки с применением ЭВМ в любом текстовом редакторе (MS Word, Open Office и др.), при этом желательно применение шрифтов 12 или 14 кегля и полуторный интервал между строками.

Изложение текстового материала записки следует вести от первого лица или в безличной форме. Текст всей записки должен быть выдержан в едином стиле.

Графическая часть работы выполняется на бумаге формата А4 карандашом или гелевой ручкой чёрного цвета с применением необходимых чертёжных инструментов. Приветствуется использование компьютерных графических редакторов (Компас, AutoCad, MS Word, Corel Draw и др.).

В соответствии с заданной схемой по числовым данным вычерчивается в масштабе схема элемента конструкции, на которой проставляются исходные данные (размеры), а также наносится заданная нагрузка. Эпюры внутренних усилий (напряжений, деформаций) должны вычерчиваться строго под расчётной схемой (бруса, балки, вала) или рядом с ней. На расчётной схеме должны быть отмечены все сечения, для которых определяются внутренние усилия, на эпюрах обязательно проставляются значения вычисленных характерных ординат.

Каждым студентом все задачи расчётно-графической работы должны выполняться и отдаваться преподавателю на проверку в сроки, предусмотренные графиком работы студентов в текущем семестре. После исправления всех ошибок, отмеченных преподавателем при проверке, каждая задача расчётно-графической работы должна быть защищена.

На защиту студент получает задание на решение задачи по соответствующему разделу курса. Если студент решил задачу, и у преподавателя нет никаких дополнительных замечаний по расчётно-графической работе, то защита считается законченной. В случае если студент при защите не справляется с решением типовых задач, то преподавателем назначается дополнительная защита (не более двух раз).

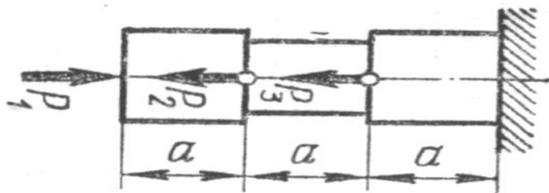
2. Расчёт стержней на растяжение-сжатие

2.1 Условие задачи

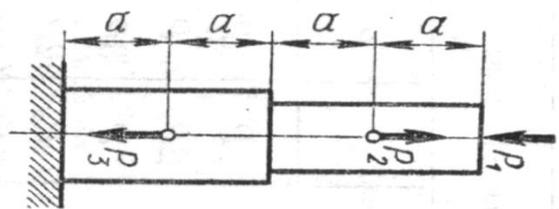
Для заданной схемы (рис.2.1) требуется:

1. Построить эпюру осевых нагрузок.
2. Определить размер *квадратного* сечения стержня исходя из условий прочности.
3. Для выбранного размера сечения построить эпюру деформаций стержня. При этом принять: модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа

Данные для расчёта взять из таблицы 2.1.



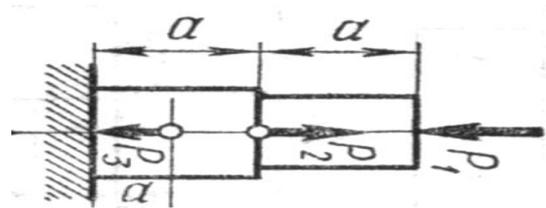
1



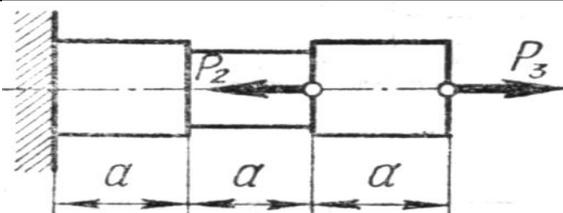
2



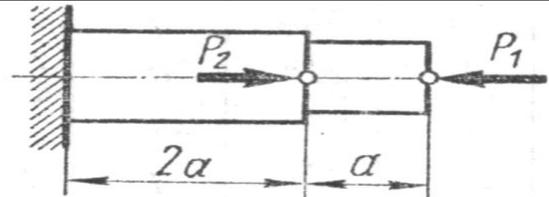
3



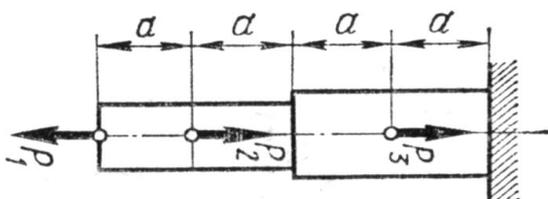
4



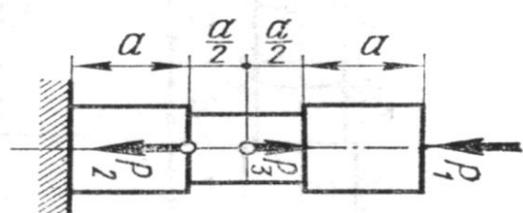
5



6



7



8

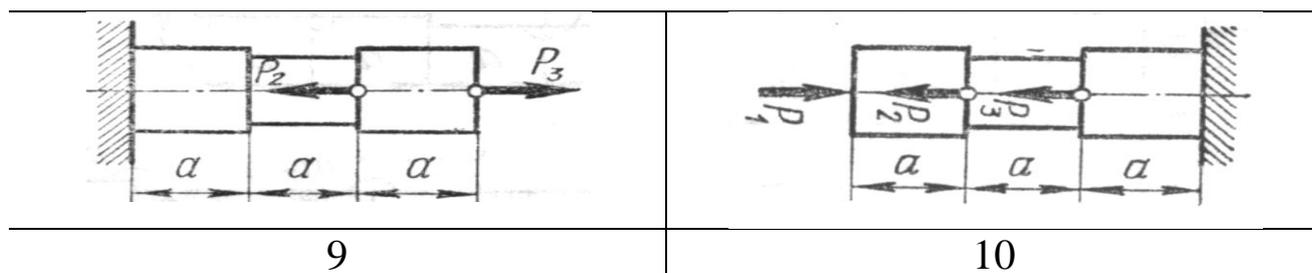


Рис. 2.1. Варианты расчётных схем стержней

Табл. 2.1 - Исходные данные для расчетов

Вариант	Сила, кН			Продольный размер a , м	Допускаемое нормальное напряжение $[\sigma]$, МПа
	P_1	P_2	P_3		
1	10	20	30	1	100
2	8	16	24	1,5	110
3	6	12	18	2	120
4	3	10	6	0,8	90
5	15	4	9	1,2	130
6	12	7	8	1,6	95
7	10	7	20	1	105
8	12	14	5	1,5	140
9	6	9	12	2	125
10	12	9	6	0,8	120

2.2 Общие теоретические сведения

Исполнительные звенья и органы манипуляторов в процессе выполнения технологических операций испытывают различные по характеру и величине воздействия со стороны обрабатываемых деталей и сред.

Форма исполнительного органа может быть разной в зависимости от его функционального назначения, однако, в ряде случаев его можно представить в виде стержня определенных размеров, к которому приложены разные силы. Весом стержня во многих случаях можно пренебречь.

При решении задач на прочность вводятся следующие допущения:

- материал однороден – обладает во всех точках одинаковыми свойствами;
- материал имеет сплошное строение;
- материал изотропен – обладает во всех направлениях одинаковыми свойствами
- деформации элемента конструкции существенно меньше размеров элемента

Внутренние силы.

Под действием внешних сил элементы конструкции и сами конструкции могут испытывать смещения и изменять свою форму. При этом взаимодействие между частями внутри элемента конструкции характеризуется внутренними силами. На практике внутренние силы могут характеризовать прочностную надежность детали или конструкции и их определение имеет важное значение.

Для нахождения внутренних сил используется метод сечений, при котором тело мысленно рассекается на две части и рассматривается равновесие какой-то части, а действие отброшенной части заменяется действием реакции. На рис. 2.2 показаны основные типы сил, действующих в сечениях.

Составляющая \bar{N} называется нормальной или продольной силой и вызывает деформацию растяжения или сжатия. Составляющие \bar{Q} , \bar{Q}_x , \bar{Q}_y называются поперечными, перпендикулярны нормалю и стремятся сдвинуть одну часть тела относительно другой. Составляющая $M_z = T$ называется крутящим моментом и скручивает тело. Моменты M , M_y , M_x называются изгибающими моментами и изгибают тело.

Для определения внутренних силовых факторов составляются уравнения равновесия отсеченной части тела.

Растяжением (сжатием) называется такой вид деформации, при котором в любом поперечном сечении стержня возникает только продольная растягивающая (сжимающая) сила.

Такая нагрузка возникает, например, при сверлении отверстий, обработке деталей давлением, сварке и т.п.

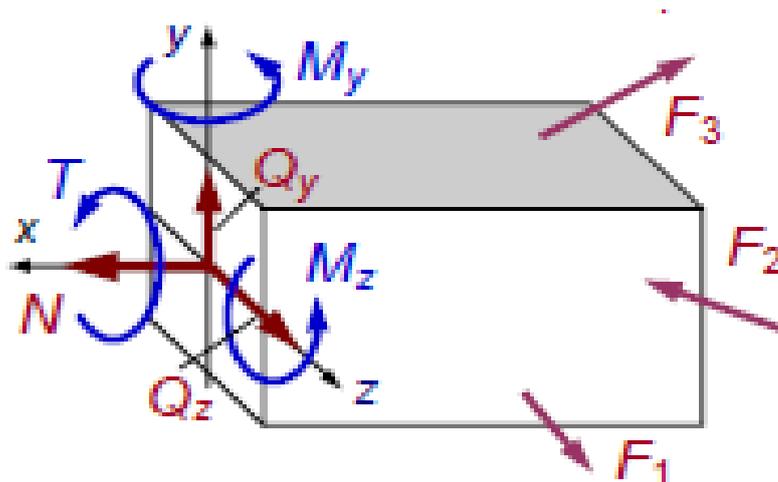


Рис. 2.2. Схемы внутренних и внешних сил

При такой деформации вводятся следующие допущения: поперечные сечения стержня плоские и нормальные к его оси до деформации остаются плоскими и нормальными после деформации – гипотеза плоских сечений, или *гипотеза Бернулли*.

В соответствии с этой гипотезой в поперечном сечении возникают только нормальные напряжения, равномерно распределенные по сечению:

$$\sigma = N/F,$$

где N – продольная сила; F – площадь поперечного сечения.

Для наглядного изображения изменения нормальных напряжений в поперечных сечениях стержня (по его длине) строится эпюра нормальных напряжений. При этом считают, что продольная сила при растяжении имеет знак «плюс», а при сжатии – знак «минус».

Осью этой эпюры является отрезок прямой, равный длине стержня и параллельный его оси. При стержне постоянного сечения эпюра нормальных напряжений имеет такой же вид, как и эпюра продольных сил (она отличается от нее лишь принятым масштабом). При стержне же переменного сечения вид этих двух эпюр различен; в частности, для стержня со ступенчатым законом изменения поперечных сечений эпюра нормальных напряжений имеет скачки не только в сечениях, в которых приложены сосредоточенные осевые нагрузки (где имеет скачки эпюра продольных сил), но и в местах изменения размеров поперечных сечений.

Под действием силы P брус удлиняется на некоторую величину Δl , которая называется полным (или абсолютным) удлинением (абсолютной продольной деформацией):

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}.$$

Брусья из различных материалов удлиняются различно. Для случаев, когда напряжения в бруссе не превышают предела пропорциональности, опытом установлена следующая зависимость:

$$\varepsilon = \frac{N}{EF},$$

где N – продольная сила в поперечных сечениях бруса; F – площадь поперечного сечения бруса; E – коэффициент, зависящий от физических свойств материала.

Учитывая, что нормальное напряжение в поперечном сечении бруса $\sigma = N/F$, получаем $\varepsilon = \sigma/E$. Откуда $\sigma = \varepsilon E$.

Абсолютное удлинение бруса выражается формулой:

$$\Delta l = \varepsilon l = \frac{Nl}{EF}.$$

Более общей является следующая формулировка *закона Гука*: относительная продольная деформация прямо пропорциональна нормальному напряжению. В такой формулировке закон Гука используется не только при изучении растяжения и сжатия брусьев, но и в других разделах курса.

Величина E называется *модулем упругости первого рода*. Это физическая постоянная материала, характеризующая его жесткость. Чем больше значение E , тем меньше при прочих равных условиях продольная деформация. Модуль упругости выражается в тех же единицах, что и напряжение, т.е. в паскалях (Па).

Произведение EF называется *жесткостью* поперечного сечения бруса при растяжении и сжатии.

Кроме продольной деформации, при действии на брус сжимающей или растягивающей силы наблюдается также поперечная деформация. При сжатии бруса поперечные размеры его увеличиваются, а при растяжении – уменьшаются. Если поперечный размер бруса до приложения к нему сжимающих сил P обозначить B , а после приложения этих сил $B - \Delta B$, то величина ΔB будет обозначать абсолютную поперечную деформацию бруса.

Отношение $\varepsilon' = \Delta B / B$ является *относительной поперечной деформацией*.

Опыт показывает, что при напряжениях, не превышающих предела упругости, относительная поперечная деформация прямо пропорциональна относительной продольной деформации, но имеет обратный знак: $\varepsilon' = -\mu\varepsilon$.

Коэффициент пропорциональности μ зависит от материала бруса. Он называется *коэффициентом поперечной деформации* (или коэффициентом Пуассона) и представляет собой отношение относительной поперечной деформации к продольной, взятое по абсолютной величине, т.е. коэффициент Пуассона наряду с модулем упругости E характеризует упругие свойства материала.

Коэффициент Пуассона определяется экспериментально. Для различных материалов он имеет значения от нуля (для пробки) до величины, близкой к 0,50 (для резины и парафина). Для стали коэффициент Пуассона равен 0,25...0,30; для ряда других металлов (чугуна, цинка, бронзы, меди) он имеет значения от 0,23 до 0,36.

Определение величины поперечного сечения стержня выполняется на основании условия прочности:

$$\sigma_{\max} = NF \leq [\sigma],$$

где $[\sigma]$ – допускаемое напряжение.

Прочность конструкции, выполненной из хрупкого металла, считается обеспеченной, если во всех поперечных сечениях всех ее элементов фактические напряжения меньше предела прочности материала.

Поэтому необходимо, чтобы наибольшие напряжения, полученные в результате расчета конструкции (*расчетные напряжения*), не превышали некоторой величины, меньшей предела прочности, называемой *допускаемым напряжением*. Значение допускаемого напряжения устанавливается путем деления предела прочности на величину, большую единицы, называемую *коэффициентом запаса*. В соответствии с изложенным *условие прочности* конструкции, выполненной из *хрупкого* материала, выражается в виде:

$$\sigma_p \leq [\sigma_p]; \sigma_c \leq [\sigma_c],$$

где σ_p и σ_c – наибольшие расчетные растягивающие и сжимающие напряжения в конструкции; $[\sigma_p]$ и $[\sigma_c]$ – допускаемые напряжения при растяжении и сжатии, соответственно. (В случае, когда решаю-

щими для прочности конструкции являются не нормальные, а касательные напряжения, условие прочности имеет вид $\tau \leq [\tau]$.)

Допускаемые напряжения $[\sigma_p]$ и $[\sigma_c]$ зависят от пределов прочности материала на растяжение $\sigma_{\text{вр}}$ и сжатие $\sigma_{\text{вс}}$ и определяются выражениями

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_{\hat{a}\delta}}{[n_{\hat{a}}]}; \quad [\sigma_{\tilde{n}}] = \frac{\sigma_{\hat{a}\tilde{n}}}{[n_{\hat{a}}]},$$

где $[n_{\hat{a}}]$ – нормативный (требуемый) коэффициент запаса прочности по отношению к пределу прочности.

Для конструкций из пластичных материалов (у которых пределы прочности на растяжение и сжатие одинаковы) используется следующее условие прочности:

$$\sigma \leq [\sigma],$$

где σ – наибольшее по абсолютной величине сжимающее или растягивающее расчетное напряжение в конструкции.

Допускаемое напряжение $[\sigma]$ для пластичных материалов определяется по формуле:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n_T]},$$

где $[n_T]$ – нормативный (требуемый) коэффициент запаса прочности по отношению к пределу текучести.

Расчет прочности, выполняемый с использованием условий прочности, называется расчетом по допускаемым напряжениям. Нагрузка, при которой наибольшие напряжения в конструкции равны допускаемым напряжениям, называется допускаемой.

При расчете конструкций на прочность встречаются три вида задач, различающихся формой использования условий прочности:

- а) проверка напряжений (проверочный расчет);
- б) подбор сечений (проектный расчет);
- в) определение грузоподъемности (определение допускаемой нагрузки).

При проверке напряжений площади поперечных сечений F и продольные силы N известны и расчет заключается в вычислении расчетных (фактических) напряжений σ в характерных сечениях элементов. Полученное при этом наибольшее напряжение сравнивают затем с допускаемым:

$$\sigma = \frac{N}{F} \leq [\sigma].$$

При подборе сечений определяют требуемые площади $[F]$ поперечных сечений элемента (по известным продольным силам N и допускаемому напряжению $[\sigma]$). Принимаемые площади сечений F должны удовлетворять условию прочности, выраженному в следующем виде:

$$F \geq [F] = \frac{N}{[\sigma]}.$$

При определении грузоподъемности по известным значениям F и допускаемому напряжению $[\sigma]$ вычисляют допускаемые величины $[N]$ продольных сил: $[N] = F \cdot [\sigma]$. По полученным значениям $[N]$ затем определяются допускаемые величины внешних нагрузок $[P]$.

Более подробно об основных принципах расчета стержней на прочность при растяжении (сжатии) и о процессах, происходящих при таком виде деформации, можно ознакомиться в соответствующей литературе [2-4].

2.3 Пример выполнения задания

Для заданной схемы (рис.2.3) требуется:

Построить эпюру осевых нагрузок.

Определить размер квадратного сечения стержня исходя из условий прочности.

Для выбранного размера сечения построить эпюру деформаций стержня. Принять: модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, линейные размеры $AB = BC = CD = DE = 1$ м.

Основные данные следующие.

Силы: $P_1 = 6$ кН, $P_2 = 8$ кН, $P_3 = 10$ кН

Допускаемое нормальное напряжение $[\sigma] = 200$ МПа.

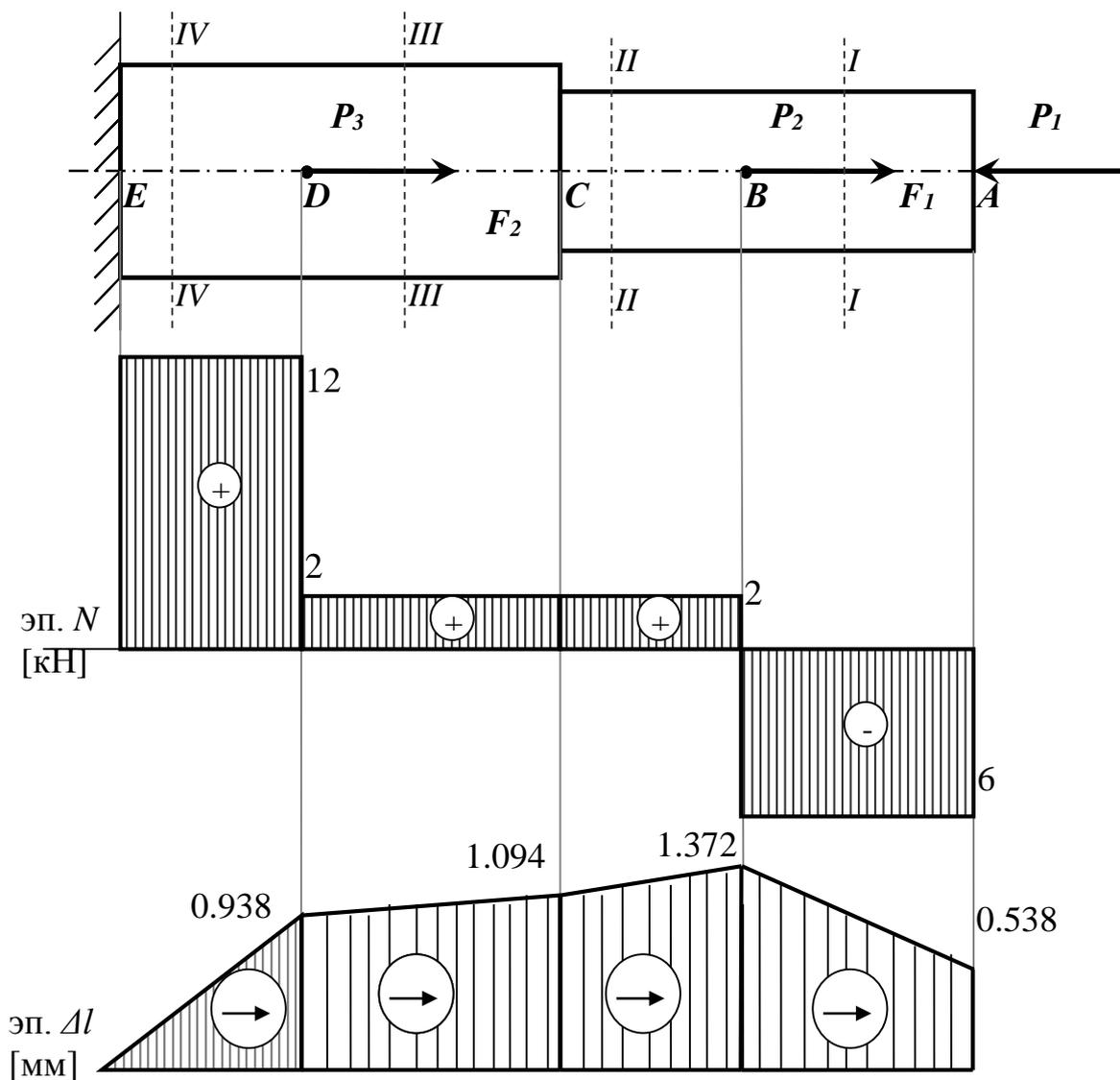


Рис. 2.3. Расчётная схема, эпюра внутренних продольных сил и эпюра перемещений сечений стержня

На рис. 2.3 обозначено: F_1 , F_2 – площадь поперечного сечения ступеней бруса.

Решение.

Расставим характерные точки (сечения) – те, в которых приложены нагрузки или изменяется характер поперечного сечения (форма, размер).

В данном случае таких характерных точек 5: A , B , C , D , E . В точках A , B , D и E приложены нагрузки: соответственно сосредоточенные силы P_1 , P_2 , P_3 и реакция заделки, вообще говоря, подлежащая определению из условия равновесия бруса.

В данном случае, когда стержень (брус) имеет опору в виде жёсткого защемления с одной стороны и является статически определимой конструкцией, продольную реакцию связи (заделки) можно не определять, если при этом начинать решение задачи с конца, наиболее удалённого от заделки и продвигаться в решении в направлении опоры.

В точке C сечение стержня согласно схеме меняет площадь поперечного сечения.

Таким образом, необходимо рассмотреть 4 характерных участка стержня, начиная с правого конца его, т.е. с точки A .

Рассмотрим характерный участок AB .

Мысленно проведём поперечное сечение стержня $I-I$ между точками A и B , отбросим левую часть бруса, оставив в рассмотрении правую, действие отброшенной части заменив реакцией.

Направив реакцию N в сторону от сечения, т.е. считая внутреннее усилие растягивающим, получим следующую картину приложенных к ней сил (рис. 11).

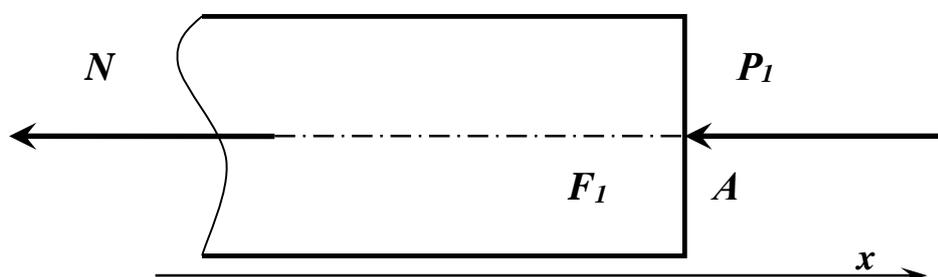


Рис. 2.4. Баланс сил, действующих в сечении $I-I$ стержня

Из условия равновесия (равенство проекций сил на ось x , получим:

$$N = -P_1 = -6 \text{ кН},$$

т.е. внутренняя продольная сила в сечении $I-I$ является не растягивающей, а сжимающей.

Для определения знака внутренней силы при растяжении (сжатии) стержня можно пользоваться правилом: если приложенная к брусу внешняя продольная нагрузка направлена в сторону его сжатия, то внутренняя сила также будет сжимающей и иметь знак «-».

Не сложно установить, что значение внутренней силы N неизменно на всём участке AB .

Выбирая масштаб, строим соответствующий участок эпюры продольных сил (в размерности кН), сила N на участке AB постоянна.

Далее рассмотрим участок BC .

Проведем сечение $II-II$ в произвольном месте между точками B и C . Отбросим левую часть, её действие заменим реакцией, направим реакцию в сторону от сечения, считая её растягивающей силой.

Получим баланс сил, показанный на рис. 2.5.

Из условия равновесия имеем:

$$N = -P_1 + P_2 = -6 + 8 = 2 \text{ кН},$$

т.е. внутренняя продольная сила в сечении $II-II$ является растягивающей.

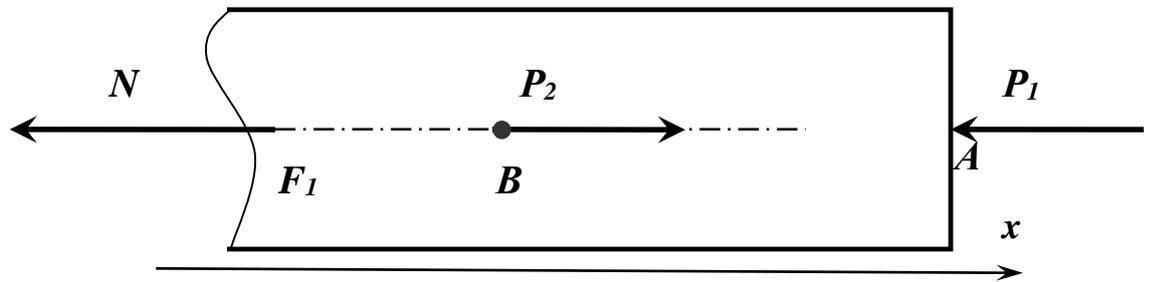


Рис. 2.5. Баланс сил, действующих в сечении $II-II$ стержня

Строим соответствующий участок эпюры продольных сил, сила N на участке BC постоянна.

Аналогично рассматриваем остальные участки стержня, проводя сечения $III-III$ и $IV-IV$ соответственно и вновь отбрасывая левую часть бруса.

Участок CD :

$$N = -P_1 + P_2 = -6 + 8 = 2 \text{ кН}$$

Участок DE :

$$N = -P_1 + P_2 + P_3 = -6 + 8 + 10 = 12 \text{ кН}$$

Строим соответствующие участки эпюры продольных сил.

Условие прочности при растяжении (сжатии) стержня имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N}{A} \right|_{\max} \leq [\sigma], \quad (2.1)$$

где σ_{\max} – наибольшее по модулю нормальное напряжение на соответствующей ступени стержня, N – продольное усилие в сечении

стержня, A – площадь поперечного сечения соответствующей ступени бруса, $[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение, зависящее от материала стержня.

Поскольку поперечные сечения стержня квадратные, то сторона квадрата h определится как: $h = \sqrt{A}$.

В данном случае брус имеет две ступени, соответственно необходимо рассмотреть условия равновесия (2.1) для каждой из ступеней.

Для ступени 1:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_{II}}{F_1} \right|_{\max} \leq [\sigma],$$

где N_{II} – продольная внутренняя сила в сечении II (наибольшая по модулю для участка AC), F_1 – площадь поперечного сечения ступени 1. Тогда размер сечения для ступени 1 определится из выражения:

$$h_1 \geq \sqrt{\frac{N_{II}}{[\sigma]}} \quad (2.2)$$

Для ступени 2:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N_{IV}}{F_2} \right|_{\max} \leq [\sigma],$$

где N_{IV} – продольная внутренняя сила в сечении IV (наибольшая по модулю для участка CE), F_2 – площадь поперечного сечения ступени 2. Тогда размер сечения для ступени 2 определится из выражения:

$$h_2 \geq \sqrt{\frac{N_{IV}}{[\sigma]}} \quad (2.3)$$

Подставляя числовые данные в выражения (2.2) и (2.3), определим размеры поперечных сечений стержня, при которых прочность бруса будет обеспеченной.

$$h_1 \geq \sqrt{\frac{6 \cdot 10^3 H}{200 \cdot 10^6 Pa}} = 0,0055 \text{ (м) или } 6 \text{ мм}$$

$$h_2 \geq \sqrt{\frac{12 \cdot 10^3 H}{200 \cdot 10^6 Pa}} = 0,0077 \text{ (м) или } 8 \text{ мм}$$

Теперь определим деформацию характерных сечений стержня.

Деформация участка стержня с неизменными площадью и модулем упругостью определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F}, \quad (2.4)$$

где N – продольная сила, действующая на данном участке (алгебраическое её значение), Н

l – длина участка, м

E – модуль упругости материала стержня, Па

F – площадь поперечного сечения стержня на данном участке, м².

Определение деформаций стержня начнем с точки E , т.к. жесткая заделка препятствует перемещению стержня вдоль продольной оси, т.е. точка E не изменит своего положения под действием приложенных сил.

Следовательно, $\Delta l_E = 0$

Найдем перемещение точки D относительно точки E по формуле (2.4).

Для данного участка $N = N_{IV} = 12$ кН (см. эпюру N), а площадь поперечного сечения равна $F_2 = h_2^2$

$$\text{Получим } \Delta l_{DE} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0.008^2} = 0.0009375 \text{ м} = 0,9375 \text{ мм},$$

$$\text{тогда } \Delta l_D = \Delta l_E + \Delta l_{DE} = 0 + 0,9375 = 0,9375 \text{ мм}$$

Аналогично найдем перемещения остальных характерных точек.

$$\Delta l_{CD} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0.008^2} = 0.0001563 \text{ м} = 0,1563 \text{ мм},$$

$$\text{тогда } \Delta l_C = \Delta l_D + \Delta l_{CD} = 0,9375 + 0,1563 = 1,0938 \text{ мм}$$

Для участка CA размер поперечного сечения равен h_1 , и это необходимо учитывать в расчетах.

$$\Delta l_{CB} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0.006^2} = 0.000278 \text{ м} = 0,278 \text{ мм},$$

$$\text{тогда } \Delta l_B = \Delta l_C + \Delta l_{CB} = 1.0938 + 0.278 = 1,3716 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{AB} = \frac{-6 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0.006^2} = -0.000834 \text{ м} = -0,834 \text{ мм},$$

(знак «-» соответствует знаку для силы по эпюре N на данном участке).

тогда $\Delta l_A = \Delta l_B + \Delta l_{AB} = 1.3716 - 0.834 = 0,5376$ мм

Таким образом, общее удлинение стержня составляет 0,538 мм.
Эпюра деформаций показана на рисунке 2.4.

2.4 Контрольные вопросы

1. Что такое растяжение (сжатие) стержня
2. Как определяются внутренние силы?
3. Условие прочности при растяжении
4. Как определяются деформации стержня при растяжении?

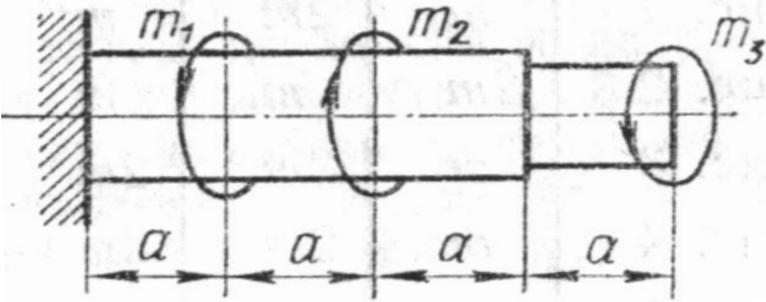
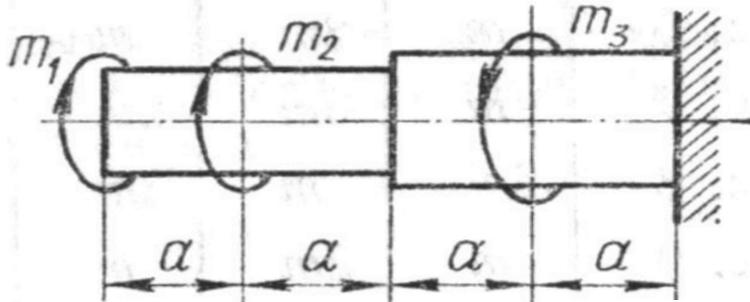
3. Расчёт валов мехатронных модулей на кручение

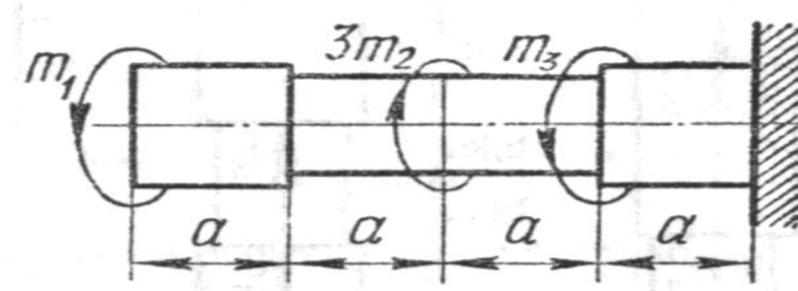
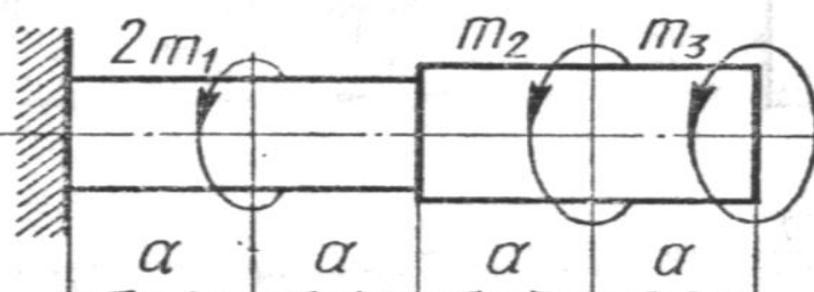
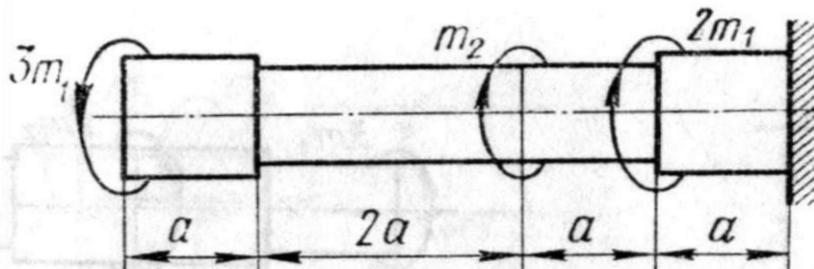
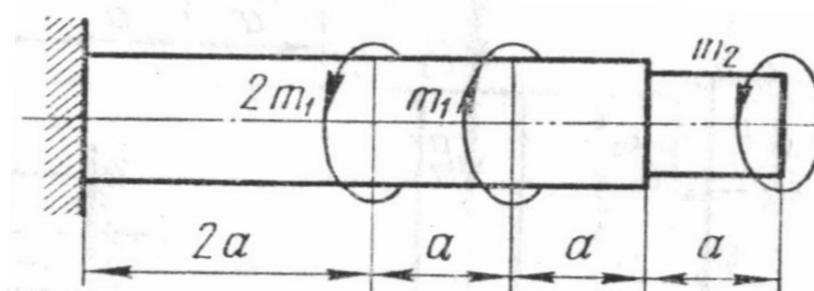
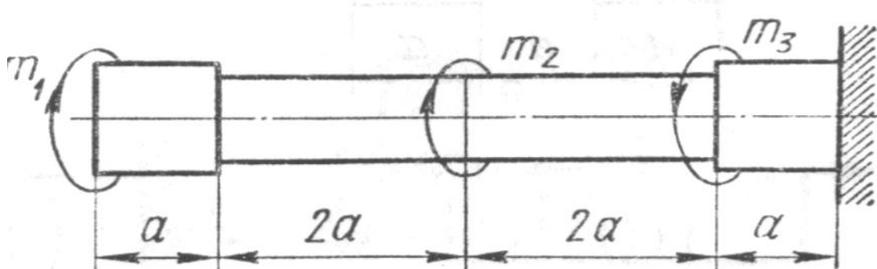
3.1 Условие задачи

К ступенчатому валу (рис. 3.1), имеющему сплошное поперечное сечение, приложено несколько крутящих моментов. Один конец вала жёстко закреплен в опоре, а противоположный конец – свободен и его торец имеет угловые перемещения относительно заделки. Требуется:

- 1) построить эпюру крутящих моментов по длине вала;
- 2) при заданном значении допускаемого напряжения на кручение определить диаметры d_1 и d_2 вала из расчёта на прочность, полученные значения округлить по ГОСТ 6636–69 до ближайшего значения из ряда Ra40: 10; 10,5; 11; 11,5; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 24; 25; 26; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40; 42; 45; 48; 50; 52; 55; 60; 63; 65; 70; 75; 80; 85; 90; 95; 100; 105; 110; 120; 125; 130; 140; 150; 160 мм.
- 3) построить эпюру действительных напряжений кручения по длине вала.

Данные для расчета взять из таблицы 3.1.

1	
2	

3	 <p>Diagram 3: A horizontal shaft of length $4a$ is fixed at the right end. It is divided into four segments of length a. Applied moments are m_1 at the left end, $3m_2$ at the first internal junction, and m_3 at the second internal junction.</p>
4	 <p>Diagram 4: A horizontal shaft of length $4a$ is fixed at the left end. It is divided into four segments of length a. Applied moments are $2m_1$ at the first internal junction, m_2 at the second internal junction, and m_3 at the right end.</p>
5	 <p>Diagram 5: A horizontal shaft of length $4a$ is fixed at the right end. It is divided into four segments of length a, $2a$, a, and a. Applied moments are $3m_1$ at the left end, m_2 at the first internal junction, and $2m_1$ at the second internal junction.</p>
6	 <p>Diagram 6: A horizontal shaft of length $4a$ is fixed at the left end. It is divided into four segments of length $2a$, a, a, and a. Applied moments are $2m_1$ at the first internal junction, m_1 at the second internal junction, and m_2 at the right end.</p>
7	 <p>Diagram 7: A horizontal shaft of length $4a$ is fixed at the right end. It is divided into four segments of length a, $2a$, $2a$, and a. Applied moments are m_1 at the left end, m_2 at the first internal junction, and m_3 at the second internal junction.</p>

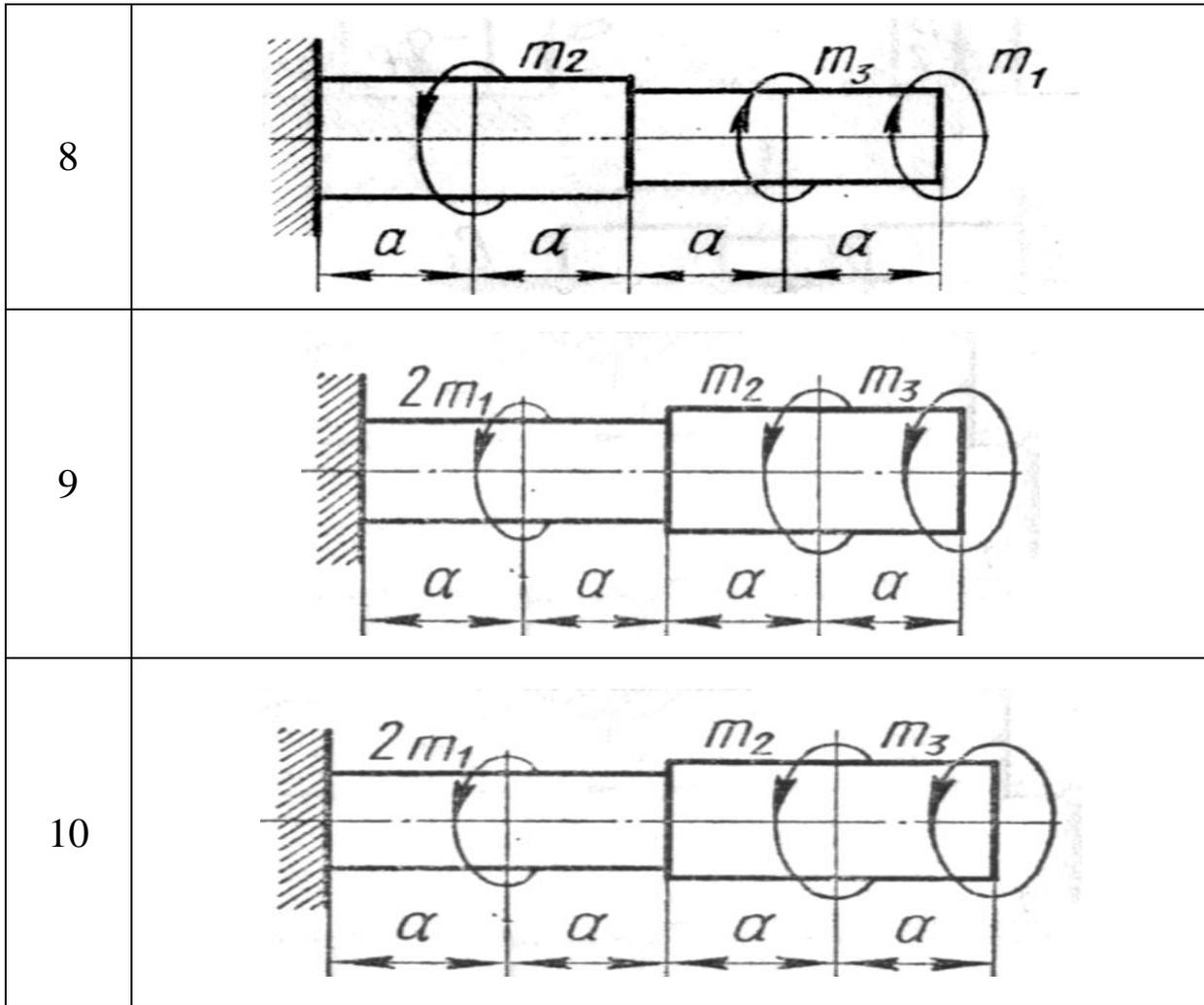


Рис. 3.1. Варианты расчётных схем валов

Таблица 3.1 - Исходные данные для расчёта вала

Вариант	Крутящий момент, Н·м			Допускаемое касательное напряжение $[\tau]$, МПа
	m_1	m_2	m_3	
1	10	20	30	10
2	10	20	40	12
3	10	30	50	15
4	20	10	30	14
5	30	20	10	11
6	20	30	10	13
7	14	22	10	10
8	12	18	30	12
9	15	11	3	15
10	12	4	16	14

3.2 Общие теоретические сведения

Кручением называется такой вид деформации, при котором в поперечных сечениях действует только крутящий момент, а остальные силовые факторы отсутствуют.

Вращающиеся и работающие на кручение стержни называются *валами*.

Для определения значений крутящих моментов по длине вала строится эпюра крутящих моментов. Знак «плюс» у крутящего момента выбирается в том случае, если наблюдатель смотрит на поперечное сечение со стороны внешней нормали и видит момент направленным по часовой стрелке. В противном случае момент считается отрицательным.

При кручении стержня происходит поворот одного сечения относительно другого на некоторый угол φ , называемый *углом закручивания* (рис. 3.2, 3.3, а).

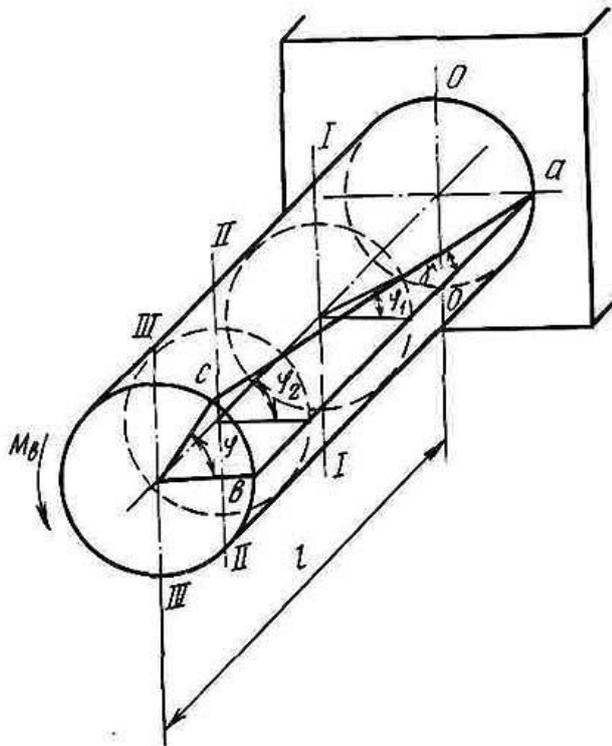


Рис. 3.2. Схема деформации вала при кручении

Относительным углом закручивания называется отношение угла закручивания на единицу длины стержня

$$\Theta = \frac{d\varphi}{dx}$$

В поперечных сечениях стержня возникают касательные напряжения, различные в разных точках поперечного сечения [2-4], значение которых пропорционально расстоянию от точки до центра сечения (рис. 3.3, б)

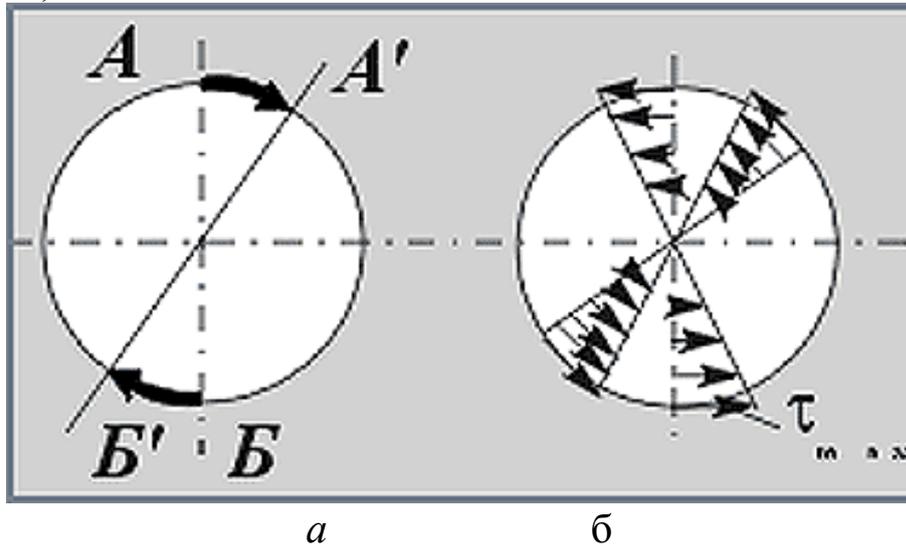


Рис. 3.3. Касательные напряжения и деформации при кручении:
а – поворот сечений при кручении; б – эпюра касательных напряжений по сечению

Наибольшее касательное напряжение τ в сечении определяется по формуле:

$$\tau = \frac{T}{W_p}, \quad (3.1)$$

где T – крутящий момент в сечении, W_p – полярный момент сопротивления или момент сопротивления при кручении (геометрическая характеристика); $W_p = 0,2d^3$ – для круглого сплошного сечения.

Условие прочности при кручении имеет вид:

$$\tau_{\max} = \frac{|T_{\max}|}{W_p} \leq [\tau], \quad (3.2)$$

где τ_{\max} – максимальное касательное напряжение в сечении вала, T_{\max} – наибольший по модулю крутящий момент по длине вала, $[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение материала вала.

При известном значении крутящего момента в сечении и заданном материале вала можно подобрать диаметр вала сплошного сечения:

$$d = 1,72 \sqrt[3]{\frac{T}{[\tau]}}. \quad (3.3)$$

На работоспособность элементов конструкций существенное влияние оказывает их жесткость – способность сопротивляться деформированию. Для валов ее оценивают путем сопоставления расчетных абсолютных или относительных углов закручивания и допускаемых:

$$\varphi \leq [\varphi].$$

Условие жесткости вала имеет вид

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_p} \leq [\varphi], \quad (3.4)$$

где l – длина вала;

G – модуль упругости 2 рода (механическая характеристика материала);

I_p – полярный момент инерции поперечного сечения; для круглого сечения $I_p = 0,1d^4$

или:

$$\Theta_{\max} = \frac{T_{\max}}{GI_p} \leq [\Theta], \quad (3.5)$$

Более подробно об основных принципах расчета стержней на прочность при кручении и о процессах, происходящих при таком виде деформации, можно ознакомиться в соответствующей литературе [2-4].

3.3 Пример выполнения задания

К стальному ступенчатому валу, имеющему сплошное поперечное сечение, приложены четыре момента (рис. 3.3). Левый конец вала жёстко закреплен в опоре, а правый конец – свободен и его торец имеет угловые перемещения относительно левого конца. Требуется:

1) построить эпюру крутящих моментов по длине вала;

2) при заданном значении допускаемого напряжения на кручение определить диаметры d_1 и d_2 вала из расчёта на прочность, полученные значения округлить;

3) построить эпюру действительных напряжений кручения по длине вала.

Дано:

$$T_1 = 5,9 \text{ кН}\cdot\text{м} \quad T_2 = 2,9 \text{ кН}\cdot\text{м} \quad T_3 = 1,9 \text{ кН}\cdot\text{м} \quad T_4 = 0,9 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$[\tau] = 50 \text{ МПа}$$

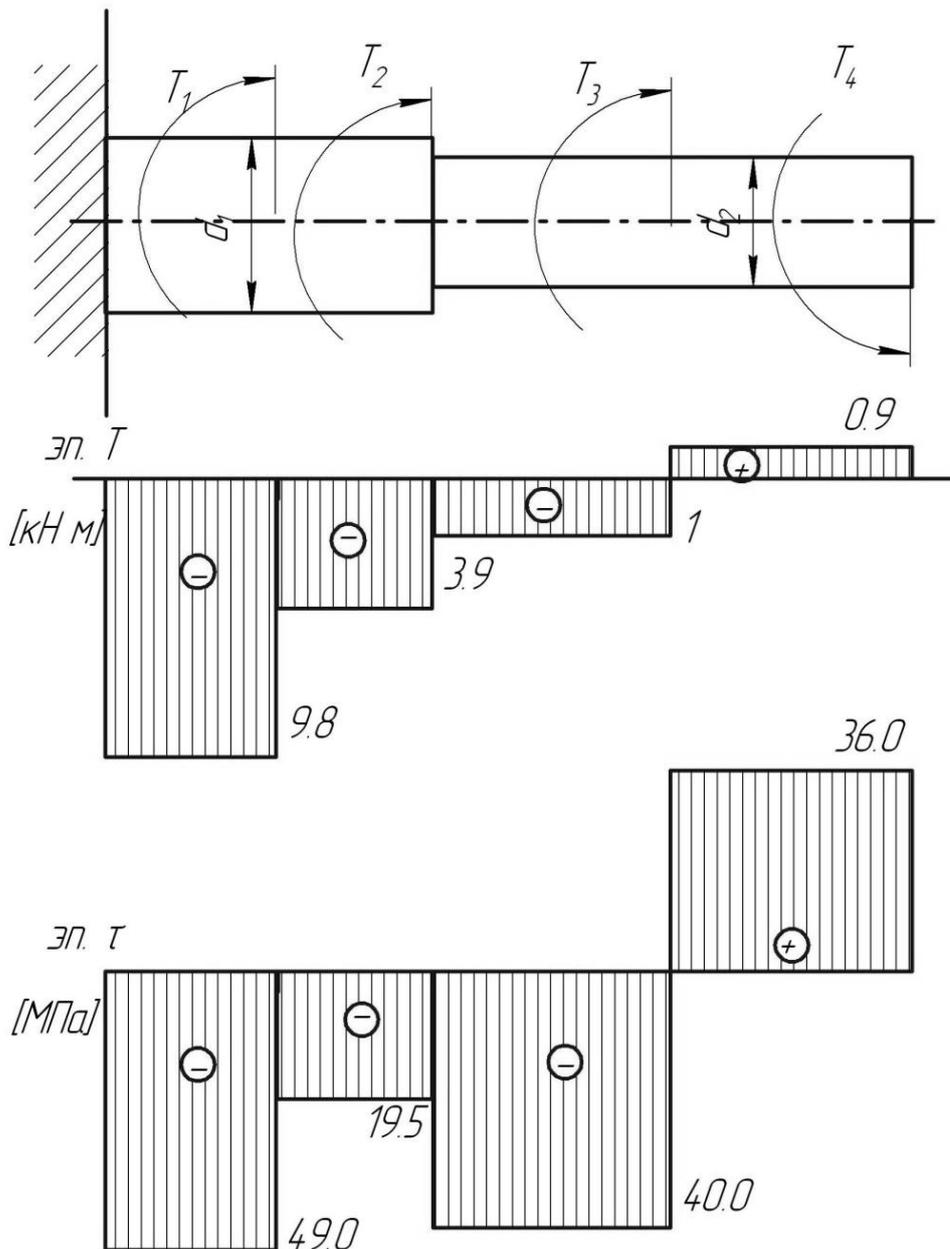


Рис. 3.3. Расчётная схема вала и эпюры крутящих моментов и касательных напряжений

Решение.

Реактивный момент в заделке можно не определять, если при этом начинать решать задачу со свободного конца, двигаясь справа налево.

Рассмотрим 4 характерных участка.

Используем метод сечений.

Участок I (1-2):

Проведем сечение между точками 1 и 2, отбросим левую часть вала, оставим в рассмотрении правую, действие отброшенной части заменим реактивным крутящим моментом. Уравновесив вырезанный участок бруса, получим:

$$T = T_4 = 0,9 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Аналогично рассмотрим остальные участки.

Участок II (2-3)

$$T = T_4 - T_3 = 0,9 - 1,9 = -1 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Участок III (3-4)

$$T = T_4 - T_3 - T_2 = 0,9 - 1,9 - 2,9 = -3,9 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Участок IV (4-5)

$$T = T_4 - T_3 - T_2 - T_1 = 0,9 - 1,9 - 2,9 - 5,9 = -9,8 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

По полученным данным строим эпюру крутящих моментов, соответствующие участки прямолинейны.

Диаметры соответствующих участков вала определим исходя из условия прочности (3.2).

где $[\tau] = 50 \text{ МПа}$ – допускаемое касательное напряжение;

T_{max} – максимальный по модулю крутящий момент соответствующий участку вала;

Тогда получим

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{T_{4-5}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{9,8 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 50 \cdot 10^6}} = 0,099 \text{ м}$$

Округлив, принимаем стандартное значение $d_1 = 100 \text{ мм}$

$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{T_{2-3}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{1 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 50 \cdot 10^6}} = 0,046 \text{ м}$$

Округлив, принимаем значение $d_2 = 50 \text{ мм}$

Действительное напряжение кручения в сечении определим по формуле (3.1):

Получим для каждого участка:

$$\tau_{1-2} = \frac{T_{1-2}}{0.2d_2^3} = \frac{0.9 \cdot 10^3}{0.2 \cdot 0.050^3} = 36 \cdot 10^6 \text{ Па} = 36,0 \text{ МПа}$$

$$\tau_{2-3} = \frac{T_{2-3}}{0.2d_2^3} = \frac{-1 \cdot 10^3}{0.2 \cdot 0.050^3} = -40 \cdot 10^6 \text{ Па} = -40,0 \text{ МПа}$$

$$\tau_{3-4} = \frac{T_{3-4}}{0.2d_1^3} = \frac{-3.9 \cdot 10^3}{0.2 \cdot 0.1^3} = -19.5 \cdot 10^6 \text{ Па} = -19.5 \text{ МПа}$$

$$\tau_{4-5} = \frac{T_{4-5}}{0.2d_1^3} = \frac{-9.8 \cdot 10^3}{0.2 \cdot 0.1^3} = -49 \cdot 10^6 \text{ Па} = -49,0 \text{ МПа}$$

Строим эпюру касательных напряжений (рис. 3.3).

Из анализа эпюры касательных напряжений следует, что наименьший коэффициент запаса имеют поперечные сечения на участках 2 и 4.

3.4 Контрольные вопросы

1. Что такое кручение стержня ?
2. Как определяются внутренние моменты?
3. Условие прочности при кручении
4. Касательные напряжения

4. Расчёт звена манипулятора на плоский изгиб

4.1 Условие задачи

Для заданной расчетной схемы руки манипулятора, которая представлена в виде консольной балки (рис. 4.1), требуется: написать выражения Q и M для каждого участка в общем виде, построить эпюры Q и M , найти M_{max} и подобрать деревянную балку круглого поперечного сечения при допуске нормального напряжения $[\sigma] = 50$ МПа.

При определении диаметра сплошного вала сечения полученные значения округляют по ГОСТ 6636–69 до ближайшего значения из ряда Ra40 (см. п. 12.1).

Параметр длины a во всех вариантах принять равным 0,2 м

Табл. 4.1 - Исходные данные для расчетов

№ варианта	Линейные размеры		Момент пары сил	Сосредоточенная сила	Распределенная нагрузка
	a_1 , м	a_2 , м	M , Н·м	P , Н	q , Н/м
1	0,1	0,8	2	8	10
2	0,2	0,8	4	12	20
3	0,3	0,6	3	18	30
4	0,2	0,8	4	24	40
5	0,5	0,5	5	20	25
6	0,6	1,2	6	26	15
7	0,7	0,5	7	30	35
8	0,4	0,8	8	34	45
9	0,4	0,6	9	16	15
10	0,5	0,8	1	10	10

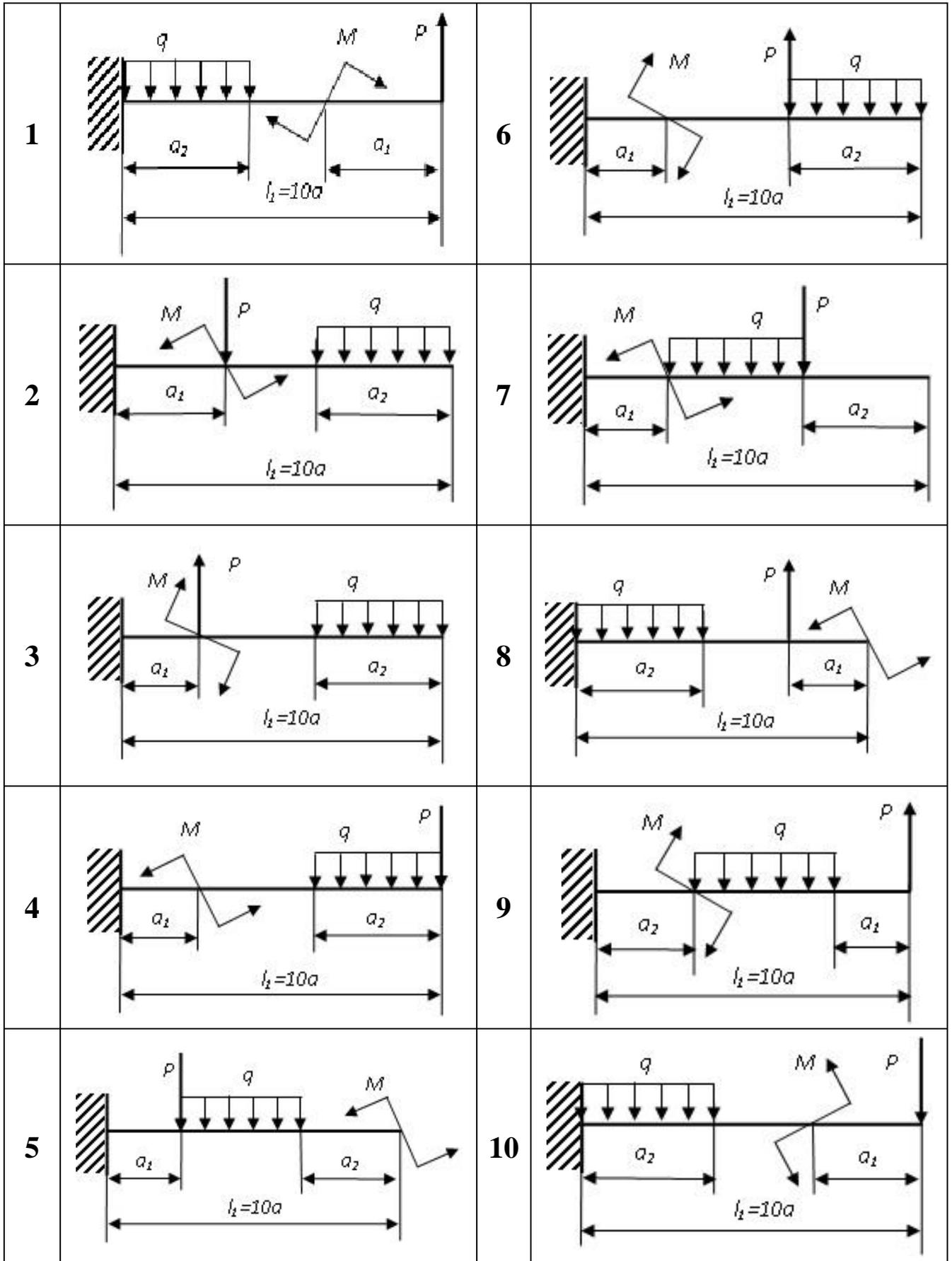


Рис. 4.1 Варианты расчётных схем консольных балок

4.2 Общие теоретические сведения

Манипулятор – техническое устройство, автоматически воспроизводящее функции руки человека.

Звенья манипуляторов в процессе выполнения технологических операций испытывают различные по характеру и величине воздействия со стороны обрабатываемых деталей и сред.

Форма звеньев, в частности, руки манипулятора, может быть разной в зависимости от их функционального назначения, конструктивных особенностей, однако, во многих случаях руку манипулятора можно представить в виде стержня определенных размеров, к которому приложены разные силы. Форма поперечного сечения руки также может быть разной: круглой, прямоугольной, двутавровой и т.д.

Для расчета руки манипулятора на прочность и жесткость необходимо определить все действующие на неё силы. Это, прежде всего, вес самой руки или её части (на рис. 4.1 это распределенная нагрузка с интенсивностью q), силы тяжести закрепляемых на ней деталей и узлов, например, схвата с грузом (на рис. 4.1 это сила P , направленная вниз), силы и моменты сил, возникающие в результате взаимодействия схвата с обрабатываемыми деталями и средами (силы полезного сопротивления, на рис. 4.1 – сила P , направленная вверх, и момент пары сил M), а также реакции опор самой руки. При этом рука, как правило, представляется в виде консольной балки с одной опорой в виде жесткой заделки.

Под *изгибом* понимается такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях бруса возникают изгибающие моменты. Если изгибающий момент в сечении является единственным силовым фактором, а поперечные и нормальные силы отсутствуют, изгиб называется *чистым*. Большей частью, однако, в поперечных сечениях бруса наряду с изгибающими моментами возникают также и поперечные силы. В этом случае изгиб называют *поперечным*. Классификация видов изгиба производится и по другим признакам, некоторые из которых будут рассмотрены в дальнейшем. Брус (стержень), работающий в основном на изгиб, часто называют *балкой*.

Деформации изгиба весьма характерны для таких элементов мехатронных и робототехнических систем, как руки манипулятора, направляющие, валы и т.п.

Для того чтобы правильно ориентироваться в вопросах, связанных с расчетом бруса на изгиб, необходимо, прежде всего, научиться определять законы изменения внутренних силовых факторов, т.е. научиться строить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

Для нахождения внутренних силовых факторов используется метод сечений, при котором стержень мысленно разрезается на две части и рассматривается равновесие какой-то одной части.

При оценке прочностной надежности стержня следует установить сечения, в которых внутренние силовые факторы максимальны. Для этого строятся эпюры поперечных сил и изгибающих моментов вдоль центральной оси стержня.

Во всех случаях поперечная сила для прямого бруса равна сумме проекций на плоскость сечения всех внешних сил, лежащих по одну сторону от сечения. Отсюда устанавливается *правило знаков для поперечных сил*. Если сумма внешних сил, лежащих по левую сторону от сечения, дает равнодействующую, направленную вверх, то поперечная сила в сечении считается *положительной* (рис. 4.2, а), вниз – *отрицательной* (рис. 4.2, б). Справа вниз – знак "плюс", справа вверх – знак "минус". Иначе: если равнодействующая внешних сил «закручивает» элемент балки относительно точки разреза по часовой стрелке, то внутренняя поперечная сила считается *положительной*, если наоборот – *отрицательной*.

Изгибающий момент в сечении может рассматриваться как сумма моментов относительно поперечной оси сечения всех сил, расположенных по одну сторону от этого сечения. Эпюра моментов строится на оси бруса и ордината момента откладывается в сторону вогнутости упругой линии, т.е., как говорят, эпюра моментов строится на сжатом волокне.

Момент считается *положительным*, если изгибает стержень выпуклостью вниз (рис. 4.2, в), *отрицательным* – выпуклостью вверх (рис. 4.2, г).

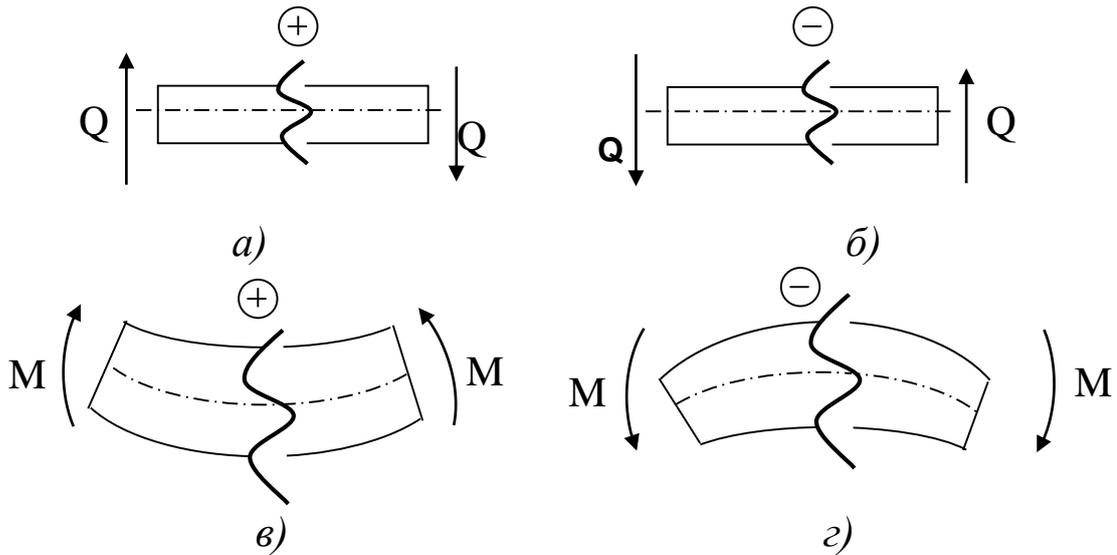


Рис.4.2. Правило знаков при изгибе:

а – поперечная сила положительна; б – поперечная сила отрицательна; в – изгибающий момент положительный; г – изгибающий момент отрицательный

Основные свойства эпюры поперечной силы Q .

На участках балки, где нет распределенной нагрузки, эпюра ограничивается прямой линией, параллельной оси балки.

На участках, где имеется распределенная нагрузка, эпюра ограничивается прямой линией, наклонной к оси. В случае неравномерно распределенной нагрузки (треугольной, произвольной и т.д.) эпюра ограничивается параболой.

Там, где приложена сосредоточенная нагрузка, на эпюре наблюдается скачок на величину и по направлению силы.

Основные свойства эпюры изгибающего момента M .

На участках балки, где нет распределенной нагрузки, эпюра ограничивается прямой линией (параллельной или наклонной к оси).

На участках балки, где имеется равномерно распределенная нагрузка, эпюра изгибающего момента ограничивается кривой – параболой второго порядка, выпуклостью навстречу нагрузке. В случае неравномерно распределенной нагрузки, эпюра ограничивается кривыми более высокого порядка.

В сечении, где приложена сосредоточенная пара сил, на эпюре наблюдается скачок на величину и по направлению знака момента

пары. В сечении, где приложена сосредоточенная сила, на эпюре изгибающего момента будет излом.

Там, где поперечная сила равна нулю, на эпюре M будет экстремум.

Для установления связи между изгибающим моментом и поперечной силой очень часто используется теорема Журавского.

Поперечная сила представляет собой *производную* от изгибающего момента по длине бруса. Производная же от поперечной силы дает интенсивность внешней распределенной нагрузки q .

$$\frac{dQ}{dz} = q; \quad \frac{dM}{dz} = Q. \quad (4.1)$$

С помощью данных дифференциальных зависимостей проверяют правильность построения эпюр.

Более подробно об основных принципах расчета балок на прочность при изгибе и о процессах, происходящих при таком виде деформации, можно ознакомиться в соответствующей литературе [2-7].

4.3 Пример расчёта руки манипулятора на изгиб

Для заданной схемы консольной балки руки манипулятора (рис. 4.3) требуется написать выражения для поперечных сил Q и изгибающего момента M на каждом участке, построить эпюры Q и M , найти M_{max} подобрать деревянную балку круглого поперечного сечения, удовлетворяющей условиям прочности.

Дано: $a = 3$ м; $b = 4$ м; $c = 2$ м; $M_1 = 8$ Н·м; $M_2 = 6$ Н·м; $P_1 = 11$ Н; $P_2 = 7$ Н; $q_1 = 3$ Н/м; $q_2 = 5$ Н/м $[\sigma] = 180$ МПа.

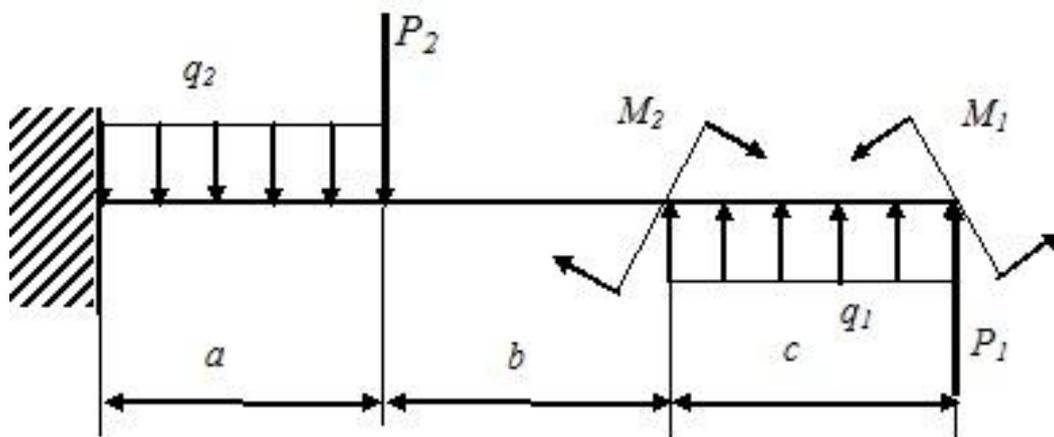


Рис.4.3. Схема консольной балки

Решение.

Для данной схемы консольной балки реакции в заделке можно не определять, если при этом начинать решение задачи с наиболее удалённого от заделки конца.

Расставим характерные точки (рис.4.3): A – точка приложения сосредоточенной силы P_1 , сосредоточенного момента пары сил M_1 , начало распределённой нагрузки q_1 , B – точка приложения сосредоточенного момента пары сил M_2 , конец распределённой нагрузки q_1 , C – точка приложения сосредоточенной силы P_2 , начало распределённой нагрузки q_2 , D – конец распределённой нагрузки q_2 , конечная точка (заделка).

Таким образом, необходимо рассмотреть 3 характерных участка, начиная с правого конца балки.

Используем метод сечений.

Рассмотрим участок AB .

Проведем сечение $I-I$ в произвольном месте балки между точками A и B , зададим положение сечения координатой x_1 , отсчитываемой от правого конца балки, отбросим левую часть балки, оставив в рассмотрение правую от сечения часть, а действие отброшенной части заменим реакцией.

В случае плоского изгиба возникают два внутренних силовых фактора: поперечная сила Q и изгибающий момент M .

Вычисляем значения Q на участке AB :

$$\begin{aligned} x_1 &\in [0; c]; \\ Q(x_1) &= -P_1 - q_1 \cdot x_1; \\ Q(x_1) &= -11 - 3x_1; \end{aligned}$$

Определим значение поперечной силы в крайних точках участка AB ; при этом, поскольку сечение проводили в произвольном месте на участке AB , необходимо рассмотреть всю совокупность возможных положений сечений, т.е.

$$\begin{aligned} Q(x_1 = 0) &= -P = -11 \text{ Н}; \\ Q(x_1 = c = 2) &= -P_1 - q_1 \cdot 2 = -17 \text{ Н}; \end{aligned}$$

Вычисляем значение M на участке AB :

$$\begin{aligned} M(x_1) &= M_1 + P_1 \cdot x_1 + q_1 \cdot x_1 \frac{x_1}{2}; \\ M(x_1) &= 8 + 11 \cdot x_1 + 3 \cdot x_1 \frac{x_1}{2}; \end{aligned}$$

Изгибающий момент на участке AB определяется квадратичной зависимостью.

График изгибающего момента на участке AB можно построить по 3 точкам, используя основные свойства эпюр Q и M : на данном участке эпюра изгибающего момента представляет собой параболу, выпуклостью направленной к распределённой нагрузке.

$$M(x_1 = 0) = 8 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M(x_1 = 1) = 20,5 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M(x_1 = 2) = 36 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Проверка:

$$\frac{dM(x_1)}{dx_1} = P_1 + q_1 \cdot x_1;$$

$$\frac{dM(x_1)}{dx_1} = Q(x_1);$$

Далее аналогично рассмотрим остальные участки.

Участок BC .

Проводим сечение $II-II$, на расстоянии x_2 от правого края балки, отбрасываем правую часть, заменив её действие реакцией.

При этом $(c + b) \geq x_2 \geq c$

Запишем уравнения для поперечной силы Q и изгибающего момента M для данного сечения.

$$Q(x_2) = -P_1 - q_1 \cdot c = -11 - 3 \cdot 2 = -17 \text{ Н}.$$

Т.е. на участке BC значение силы Q не зависит от положения сечения.

Изгибающий момент:

$$M(x_2) = M_1 + P_1 \cdot x_2 + q_1 \cdot c \cdot \left(x_2 - \frac{c}{2}\right) - M_2;$$

$$M(x_2) = 8 + 11x_2 + 6 \cdot (x_2 - 1) - 6 = 17x_2 - 4,$$

линейно зависит от координаты поперечного сечения.

$$M(x_2 = 2) = 30 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M(x_2 = 6) = 98 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Участок CD .

Проводим сечение $III-III$, на расстоянии x_3 от правого края балки, отбрасываем правую часть, заменив её действие реакцией.

При этом $(c + b + a) \geq x_2 \geq (c + b)$

Запишем уравнения для поперечной силы Q и изгибающего момента M для данного сечения.

$$Q(x_3) = -P_1 - q_1 \cdot c + P_2 + q_2 \cdot (x_3 - c - b)$$

$$Q(x_3) = -11 - 3 \cdot 2 + 7 + 5 \cdot (x_3 - 6) = 5x_3 - 40.$$

На участке BC значение силы Q зависит от положения сечения.

$$Q(x_3 = 6) = -10 \text{ Н.}$$

$$Q(x_3 = 9) = 5 \text{ Н.}$$

Эпюра поперечных сил представляет собой наклонную прямую, пересекающую нулевую линию. Определим эту точку:

$$Q(x_3) = 0; \text{ при } x_3 = \frac{40}{5} = 8 \text{ м.}$$

Изгибающий момент:

$$M(x_3) = M_1 + P_1 \cdot x_3 + q_1 \cdot c \cdot \left(x_3 - \frac{c}{2}\right) - M_2 -$$

$$-P_2(x_3 - c - b) - q_2 \cdot (x_3 - c - b) \cdot \frac{(x_3 - c - b)}{2};$$

$$M(x_3) = 8 + 11x_3 + 6(x_3 - 1) - 6 - 7(x_3 - 6) - 5 \frac{(x_3 - 6)^2}{2} =$$

$$= 38 + 10x_3 - 2,5(x_3 - 6)^2 = -2,5x_3^2 + 40x_3 - 52$$

на данном участке эпюра изгибающего момента представляет собой параболу, выпуклостью направленной к распределённой нагрузке.

$$M(x_3 = 6) = 98 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M(x_3 = 9) = 105,5 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Экстремум функции M на данном участке возникает в момент пересечения эпюры Q нулевой линии, т.е. при $x_3 = 8$:

$$M(x_3 = 8) = 108 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

По найденным значениям строим эпюры Q и M (рис.13.4).

Проверяем построение в соответствии с основными свойствами эпюр (рис.4.4) [2-5]:

- на участке AB и CD , где приложена распределённая нагрузка, эпюра Q имеет линейную зависимость, эпюра M – параболы, направленная выпуклостью к нагрузке;

- на участке BC нет распределённой нагрузки, эпюра Q – прямая, параллельная нулевой линии, эпюра M – линейная зависимость;

- в точке A и B приложен сосредоточенный изгибающий момент, на эпюре Q без изменений, на эпюре M – скачок на величину и по знаку приложенного момента;

- в точке A и C приложена сосредоточенная сила, на эюре Q скачок по величине и знаку данной силы, на эюре M – перегиб графика (изменение угла наклона).

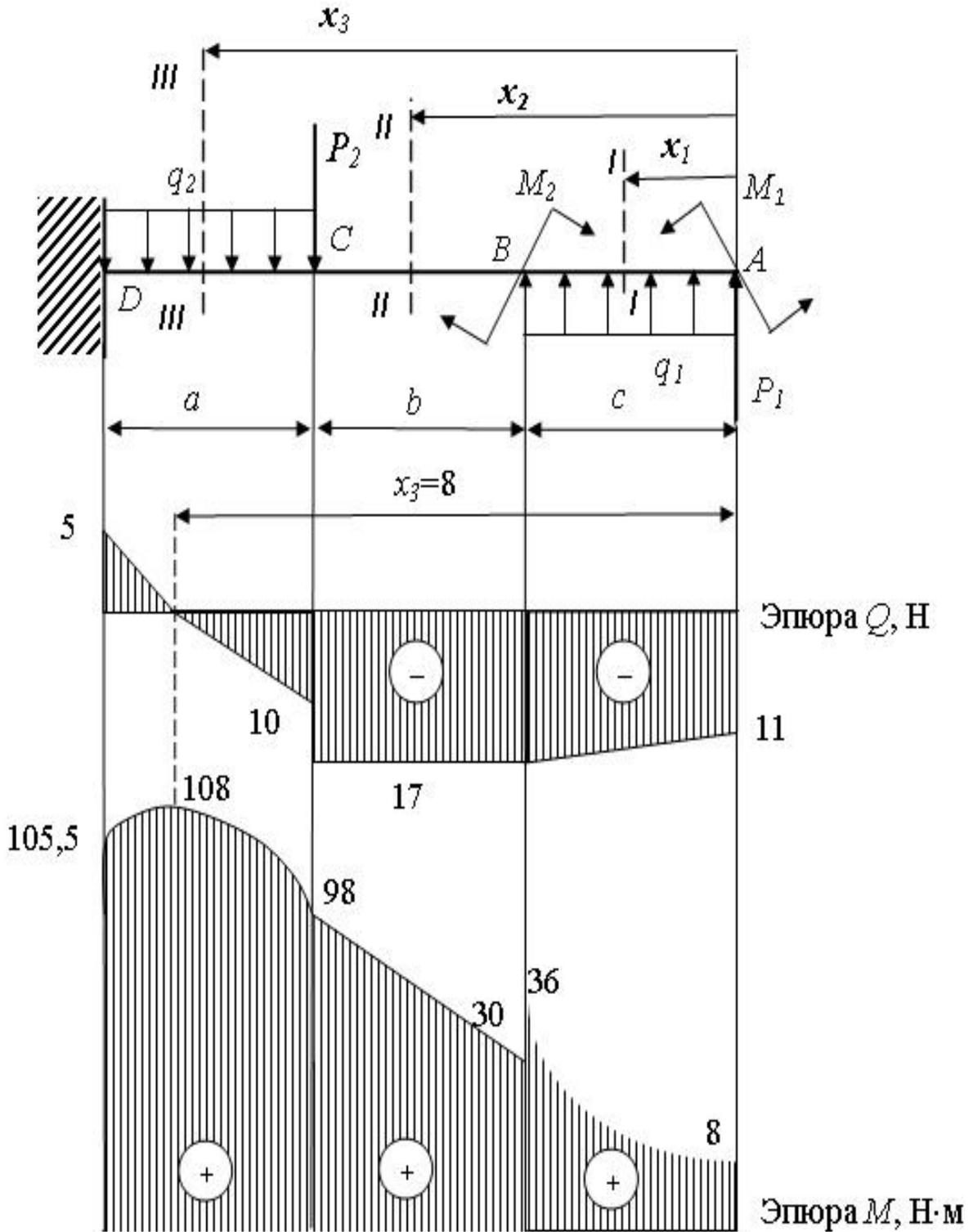


Рис.4.4. Расчётная схема и эюры

Подбор сечения. Для балки постоянного сечения опасным является сечение, для которого коэффициент запаса прочности наименьший, т.е. сечение, в котором действует максимальный по абсолютному значению изгибающий момент. В нашем случае это место находится на расстоянии 8 м от свободного конца балки и $M_{max} = 108 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

Условие изгибной прочности балки записывается выражением:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{W} \leq [\sigma] \quad (4.2)$$

где M_{max} – максимальный изгибающий момент (в опасном сечении), Н·м; W – осевой момент сопротивления поперечного сечения балки, м³, для круглого сечения $W = 0,1d^3$ (d – диаметр балки, м); $[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение, Па.

Тогда из формулы (13.2) выразим диаметр круглого сечения:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10|M_{max}|}{[\sigma]}} \quad (4.3)$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10 \cdot 108}{180 \cdot 10^6}} = 0,0184 \text{ м.}$$

Принимаем $d = 19 \text{ мм}$.

4.4 Контрольные вопросы

1. Как определяются внешние силы, действующие на руку манипулятора?
2. Что такое изгиб стержня?
3. Правила знаков для построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.
4. Какой внутренний силовой фактор влияет на прочность при изгибе?
5. Как определяются внутренние силы и моменты при изгибе?
6. Условие прочности при изгибе

5. Расчёт направляющей манипулятора на плоский изгиб

5.1 Условие задачи

Для заданной расчетной схемы направляющей манипулятора, которая представлена в виде двухопорной балки (рис. 5.1), требуется построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M на каждом участке. По требуемому моменту сопротивления W_x , из условия изгибной прочности, подобрать номер двутавра, если допустимое напряжение $[\sigma]=50$ МПа (рис.5.1).

Примечание: сосредоточенный момент пары сил M (см. рис. 5.1) на схеме приложен либо в опоре (схема 7), либо на краю консоли (схемы 5, 9), либо ровно посередине между указанными на схеме силовыми факторами (сила P , нагрузка q или опора) – для всех остальных схем.

Данные для расчёта взять из таблицы 5.1

Таблица 5.1- Исходные данные для расчёта балки

Вариант	Распределенная нагрузка q , Н/м	Сосредоточенная сила P , Н	Момент пары сил M , Н·м	Линейные размеры, м		
				a_1	a_2	a
1	500	200	100	0.4	0.2	0.1
2	700	400	50	0.2	0.4	0.1
3	800	300	100	0.3	0.3	0.1
4	600	100	50	0.1	0.2	0.1
5	600	600	100	0.4	0.2	0.1
6	800	200	50	0.3	0.5	0.1
7	400	300	100	0.5	0.2	0.1
8	1200	600	100	0.4	0.2	0.1
9	1400	800	50	0.3	0.2	0.1
10	800	200	100	0.3	0.3	0.1

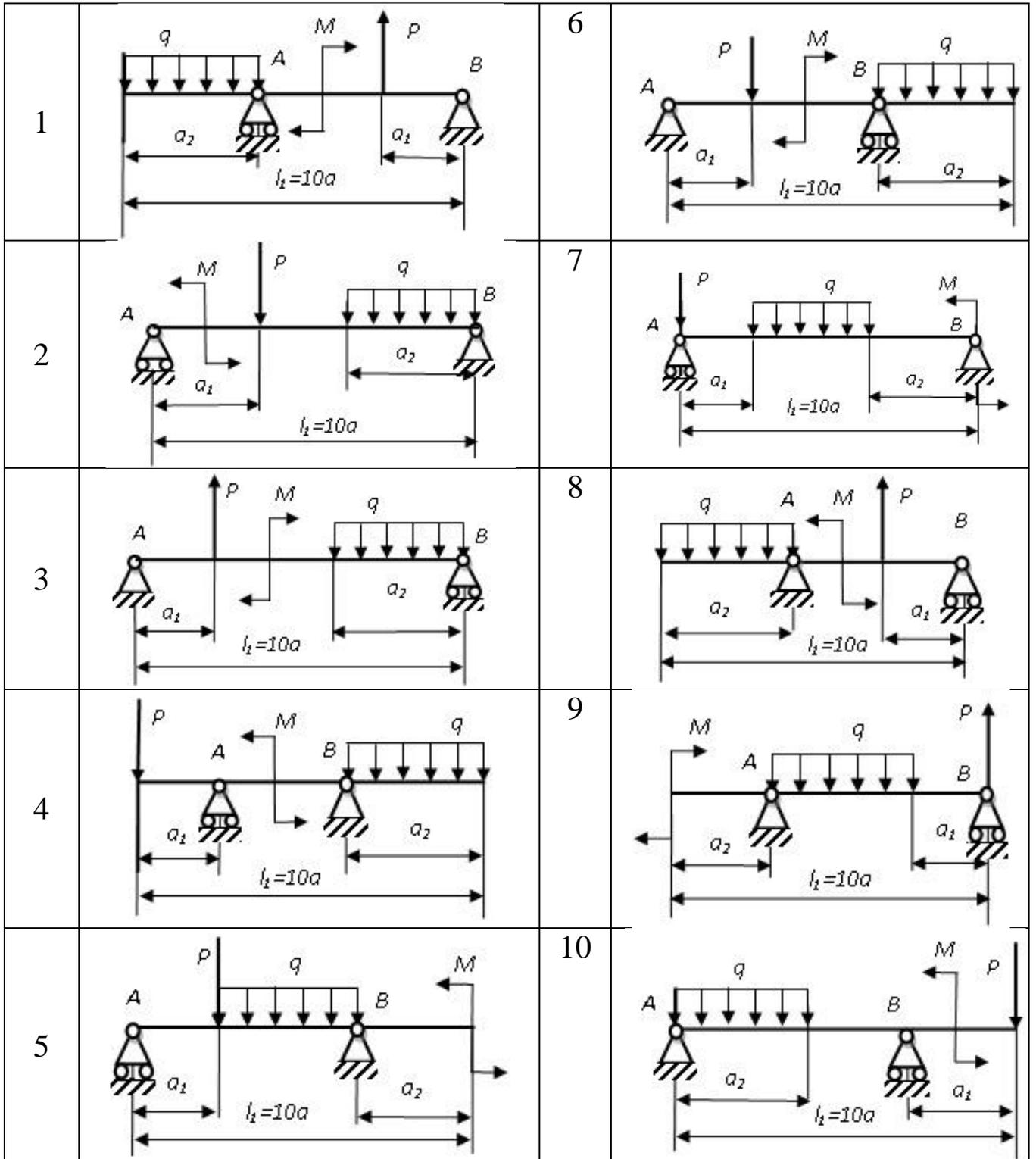


Рис. 5.1 Варианты расчётных схем балок

5.2 Общие теоретические сведения

Направляющие предназначены для поддержкидвигающихся вдоль них органов и деталей манипулятора, например захватного устройства или других приводов.

Для расчета направляющей на прочность необходимо определить все действующие на неё силы. Это, прежде всего, вес самой направляющей (на рис. 5.1 это распределенная нагрузка с интенсивностью q), силы тяжести закрепляемых на ней деталей и узлов (на рис. 5.1 сила P , направленная вниз), силы и моменты сил, возникающие в результате взаимодействия подвижных органов с обрабатываемыми деталями и средами (силы полезного сопротивления, на рис. 5.1 – момент пары сил M и сила P , направленная вверх), а также реакции опор самой направляющей. При этом направляющая, как правило, представляется в виде балки с одной опорой (жесткая заделка) или двумя (шарнирные опоры).

Основные сведения о расчете балок на поперечный изгиб приведены в п. 4.2

Способы определения опорных реакций рассматриваются в теоретической механике [6].

Более подробно об основных принципах расчета балок на прочность при изгибе и о процессах, происходящих при таком виде деформации, можно ознакомиться в соответствующей литературе [2-8].

5.3 Пример расчёта однопролётной балки на плоский изгиб

Для двухопорной однопролетной балки (рис.5.2) требуется написать выражения для Q и M на каждом участке в общем виде, построить эпюры Q и M , найти M_{max} и подобрать двутавровое сечение балки.

Дано: $a = 3\text{ м}$; $b = 4,2\text{ м}$; $c = 2,3\text{ м}$; $l = 12,5\text{ м}$; $M = 8\text{ кН}\cdot\text{м}$; $P = 11\text{ кН}$; $q = 13\text{ кН/м}$; $[\sigma] = 160\text{ МПа}$

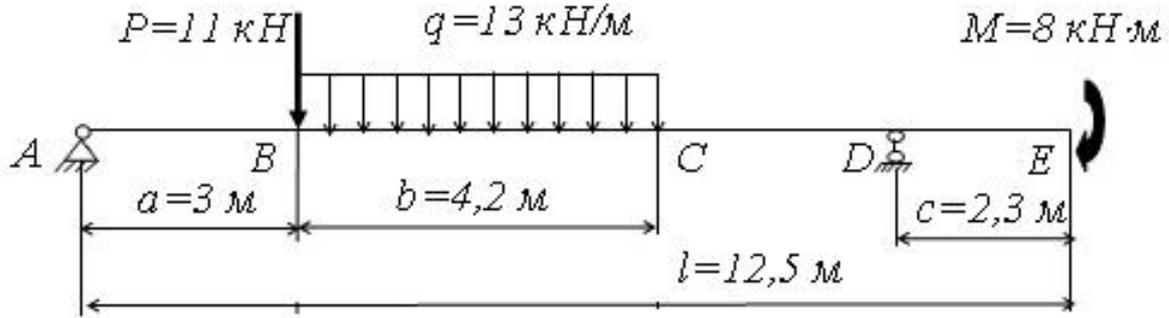


Рис. 5.2 Расчетная схема балки

Решение.

Покажем и вычислим реакции опор:

$$\sum m_A = 0;$$

$$R_D(a + b + d) - Pa - qb\left(a + \frac{b}{2}\right) - M = 0;$$

$$R_D(3 + 4,2 + 3) - 11 \cdot 3 - 13 \cdot 4,2 \cdot 5,1 - 8 = 0;$$

$$R_D = 31,32 \text{ кН.}$$

$$\sum m_D = 0;$$

$$R_A(a + b + d) - P(b + d) - qb\left(d + \frac{b}{2}\right) + M = 0;$$

$$R_A(3 + 4,2 + 3) - 11 \cdot (4,2 + 3) - 13 \cdot 4,2 \cdot 5,1 + 8 = 0;$$

$$R_A = 34,28 \text{ кН.}$$

Проверка определения реакций опор:

$$\sum y = 0;$$

$$R_A - P - qb + R_D = 0;$$

$$34,28 - 11 - 13 \cdot 4,2 + 31,32 = 65,6 - 65,6 = 0$$

Реакции опор найдены верно.

Вычисляем значения Q и M на участках.

Участок AB :

$$x_1 \in [0; 3];$$

$$Q(x_1) = R_A;$$

$$Q(x_1) = 34,28 \text{ кН;}$$

$$M(x_1) = R_A \cdot x_1;$$

$$M(x_1) = 34,28 x_1;$$

$$M(0) = 0;$$

$$M(3)=102,84 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Проверка:

$$\frac{dM(x_1)}{dx_1} = R_A;$$

$$\frac{dM(x_1)}{dx_1} = Q(x_1);$$

Участок BC:

$$x_2 \in [0; 4,2];$$

$$Q(x_2) = R_A - P - qx_2;$$

$$Q(x_2) = 34,28 - 11 - 13x_2;$$

$$Q(0) = 23,28 \text{ кН};$$

$$Q(4,2) = -31,32 \text{ кН};$$

$$Q(x_2) = 0 \text{ при } x_2 = \frac{34,28 - 11}{13} = 1,79 \text{ м};$$

$$M(x_2) = R_A(a + x_2) - Px_2 - qx_2 \frac{x_2}{2};$$

$$M(x_2) = 34,28(3 + x_2) - 11x_2 - 13x_2 \frac{x_2}{2};$$

$$M(0) = 102,84 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M(1,79) = 123,68 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M(4,2) = 85,96 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

Проверка:

$$\frac{dM(x_2)}{dx_2} = R_A - P - qx_2;$$

$$\frac{dM(x_2)}{dx_2} = Q(x_2).$$

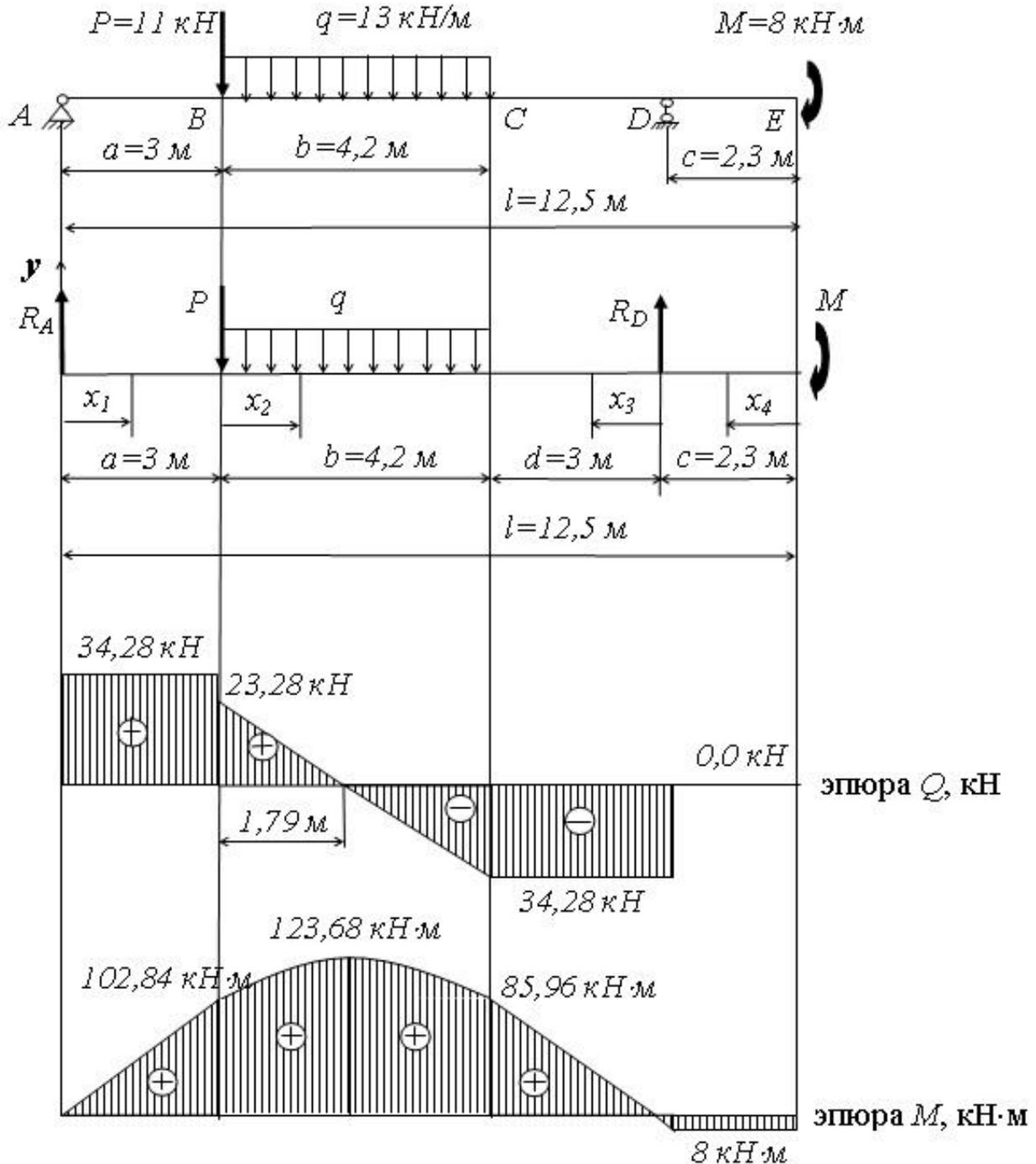


Рис. 5.3 Расчетная схема балки и эпюры внутренних силовых факторов

Участок CD:

$$\begin{aligned}
 x_3 &\in [0; 3]; \\
 Q(x_3) &= -R_D; \\
 Q(x_3) &= -31,32\text{ кН}; \\
 M(x_3) &= R_D x_3 - M; \\
 M(x_3) &= 31,32 x_3 - 8;
 \end{aligned}$$

$$M(3) = 85,95 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M(0) = -8 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

Проверка:

$$\frac{dM(x_3)}{dx_3} = R_D;$$

$$\frac{dM(x_3)}{dx_3} = -Q(x_3);$$

Участок DE :

$$x_4 \in [0; 2,3];$$

$$Q(x_4) = 0;$$

$$M(x_4) = -M;$$

$$M(x_4) = -8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По найденным значениям строим эпюры Q и M (рис. 5.3).

Подбор сечения. Для балки постоянного сечения опасным является сечение, для которого характерен наименьший запас прочности, т.е. сечение, в котором действует максимальный по абсолютному значению изгибающий момент. В нашем случае это место находится на расстоянии 4,79 м от левой опоры A и $M_{max} = 123,68 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Условие изгибной прочности балки записывается выражением (5.2).

Из условия прочности определяем требуемый момент сопротивления и подбираем номер двутавра:

$$W_z = W_{max} / [\sigma] = 123,68 \cdot 1000 / 160 = 773 \text{ см}^3.$$

В соответствии с ГОСТ 8510-86 принимаем двутавр № 36, $W_z = 743 \text{ см}^3$. Перегрузка составляет 4 %, что меньше 5 %.

Если перегрузка составляет более 5%, то необходимо выбрать двутавр большего номера.

5.5 Контрольные вопросы

1. Как определяются внешние силы, действующие на звенья манипулятора?
2. Что такое изгиб стержня ?
3. Как определяются внутренние силы и моменты при изгибе?
4. Условие прочности при изгибе
5. Как определяется размер поперечного сечения балки при изгибе?

6. Геометрические характеристики плоских сечений

Сортамент материалов

1. Поперечное сечение выбирается в соответствии с ГОСТ 8239-89, форма и размеры двутаврового сечения приведены на рис. 5.4
2. Номинальные размеры двутавров, площадь поперечного сечения, масса и справочные значения для осей должны соответствовать приведенным в табл. 5.2.

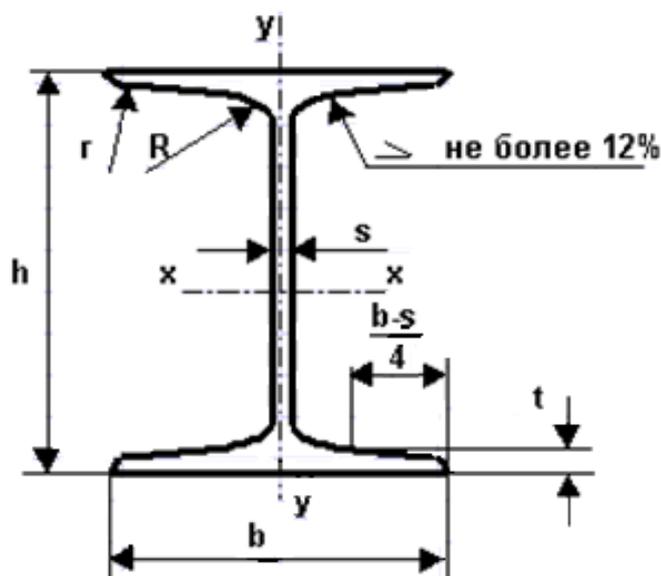


Рис. 5.4. Поперечное сечение двутавра: h — высота двутавра; b — ширина полки; s — толщина стенки; t — средняя толщина полки; R — радиус внутреннего закругления; r — радиус закругления полки

Примечания:

1. Площадь поперечного сечения и масса 1 м двутавра вычислены по номинальным размерам; плотность стали принята равной $7,85 \text{ г/см}^3$.

2. Величины радиусов закругления, уклона внутренних граней полок, толщины полок, указанные на рис.4 и в табл. 2, приведены для построения калибров и на готовом прокате не контролируется.

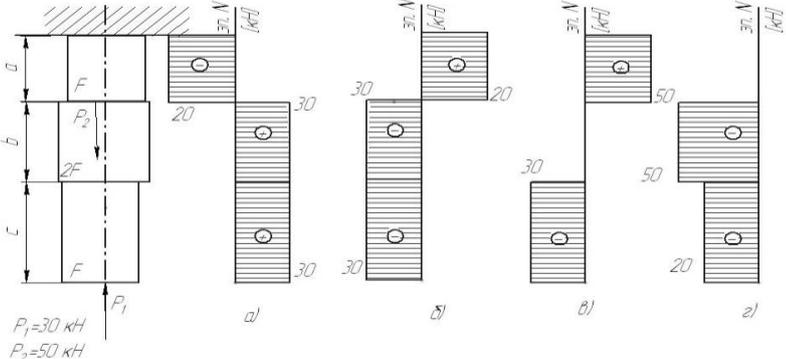
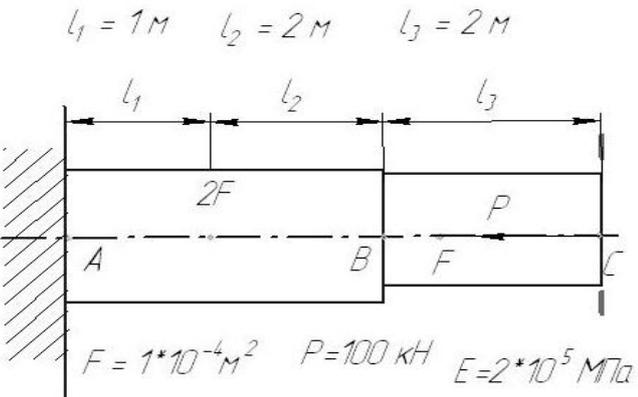
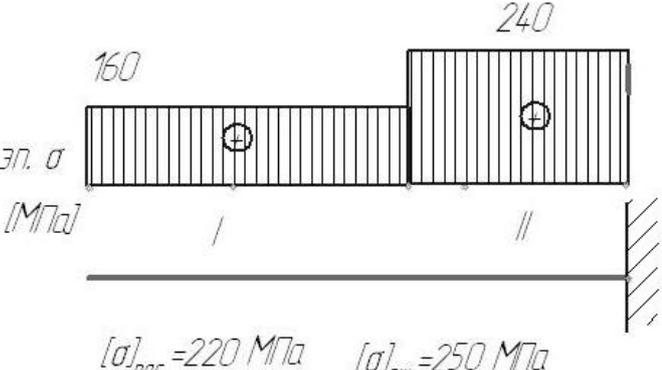
3. В таблицах используют обозначения:

I — момент инерции; W — момент сопротивления; S — статический момент полусечения; i — радиус инерции.

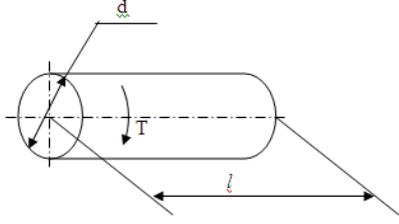
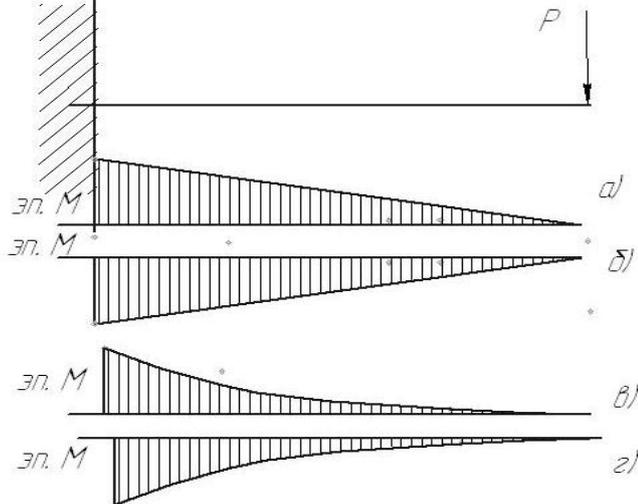
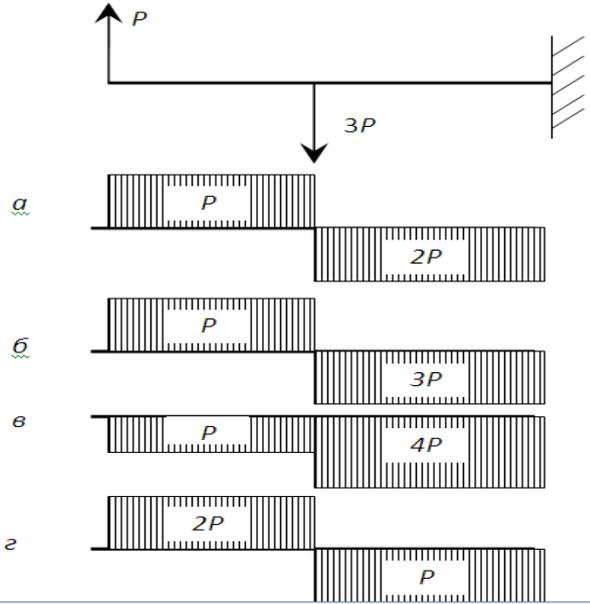
Таблица 6.1 – Геометрические характеристики двутавровых сечений

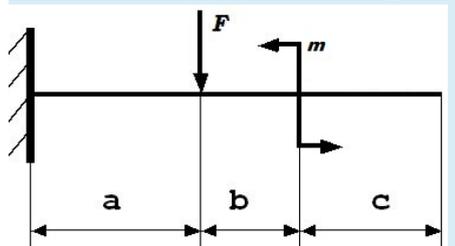
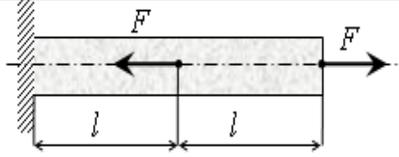
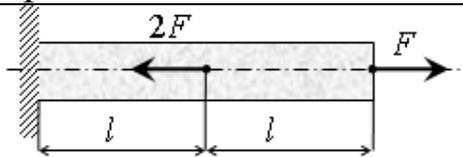
Номер двутавра	Размеры						Площадь поперечного сечения,	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей						
	h	b	s	t	R	r			X – X				Y – Y		
					не более			I_x	W_x	i_x	S_x	I_y	W_y	i_y	
	мм						см ²		см ⁴	см ³	см	см ³	см ⁴	см ³	см
10	100	66	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	84	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07
22	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
24	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
30	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,89
33	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,99
40	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54

7 Тестовые задания для самоконтроля

№	Задание	Варианты ответа
1	 <p>На рисунке показана схема продольного нагружения стержня. На каком рисунке правильно показана эпюра продольной внутренней силы?</p>	<input type="radio"/> а) <input type="radio"/> б) <input type="radio"/> в) <input type="radio"/> г)
2	 <p>На рисунке показана схема продольного нагружения стержня. Чему равно абсолютное перемещение сечения С?</p>	<input type="radio"/> 17,5 мм <input type="radio"/> -10 мм <input type="radio"/> 0 <input type="radio"/> -17,5 мм <input type="radio"/> 10 мм
3	 <p>Эп. σ [МПа]</p> <p>$[\sigma]_{рас} = 220 \text{ МПа}$ $[\sigma]_{сж} = 250 \text{ МПа}$</p>	<input type="radio"/> только на I <input type="radio"/> только на II <input type="radio"/> на I и II <input type="radio"/> ни на одном

	<p>На рисунке показана схема продольного нагружения стержня и эпюра нормальных напряжений. Заданы значения допускаемых напряжений на растяжение и сжатие. На каких участках прочность стержня обеспечивается ?</p>	
4	<p>Стержень сплошного квадратного сечения нагружен продольной растягивающей силой $P = 12$ кН, допускаемое нормальное напряжение $[\sigma] = 200$ МПа. Минимальный размер сечения стержня из расчета на прочность ...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> меньше 10 мм <input type="radio"/> 10 .. 15 мм <input type="radio"/> 15 .. 20 мм <input type="radio"/> свыше 20 мм
5	<p>На рисунке показана схема нагружения вала. На каком рисунке правильно показана эпюра крутящего момента?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> <input type="radio"/> а) <input type="radio"/> б) <input type="radio"/> в) <input type="radio"/> г)
6	<p>Стержень нагружен крутящим моментом $T = 2$ кН*м, допускаемое касательное напряжение $[\tau] = 40$ МПа. Минимальный диаметр вала из расчета на прочность ...</p>	<ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> меньше 30 мм <input type="radio"/> 30 .. 60 мм <input type="radio"/> 60 .. 100 мм <input type="radio"/> свыше 100 мм
7	<p>На рисунке показана эпюра крутящих моментов по длине вала. Задано значение допускаемого касательного напряжения. На каких</p>	<ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> только на I <input type="radio"/> только на II <input type="radio"/> на I и II <input type="radio"/> ни на одном

	участках прочность вала обеспечивается ?	
8	 <p>8. К валу длиной $l = 1$ м и диаметром $d = 100$ мм приложен крутящий момент $T = 2$ кН*м. Модуль упругости второго рода $G = 0,8 \cdot 10^5$ МПа. Допускаемый угол закручивания $[\varphi] = 3 \cdot 10^{-3}$ рад. Оцените жесткость вала.</p>	<input type="radio"/> $\varphi < [\varphi]$ <input type="radio"/> $\varphi = [\varphi]$ <input type="radio"/> $\varphi > [\varphi]$ <input type="radio"/> данных условия недостаточно
9	 <p>На каком рисунке правильно показана эпюра изгибающего момента?</p>	<input type="radio"/> а) <input type="radio"/> б) <input type="radio"/> в) <input type="radio"/> г)
10	 <p>На каком рисунке правильно показана эпюра</p>	<input type="radio"/> <input type="radio"/> а) <input type="radio"/> б) <input type="radio"/> в) <input type="radio"/> г)

	поперечной силы?	
11	<p> $M = 18 \text{ Н*м}$ $F = 6 \text{ Н}$ $a = 5 \text{ м}$ $b = 3 \text{ м}$ $c = 3 \text{ м}$ Максимальный по модулю изгибающий момент в сечениях балки равен ... Н*м </p> 	
12	 <p>Под действием приложенных к однородному стержню двух продольных сил, как показано на рисунке, длина стержня ...</p>	<input type="radio"/> уменьшится <input type="radio"/> увеличится <input type="radio"/> не изменится <input type="radio"/> данных условия недостаточно
13	 <p>Под действием приложенных к однородному стержню двух продольных сил, как показано на рисунке, длина стержня ...</p>	<input type="radio"/> уменьшится <input type="radio"/> увеличится <input type="radio"/> не изменится <input type="radio"/> данных условия недостаточно

Библиографический список

1. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника (уровень бакалавриата), утв. приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12.03.2015 г. № 206; 2015. – 23 с.
2. Яцун, С.Ф. Кинематика, динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры : учебное пособие [Текст]: С.Ф. Яцун, В.Я. Мищенко, Е.Н. Политов – М : Альфа-М : ИНФРА-М, 2015.-208с.
3. Яцун, С.Ф. Кинематика, динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры : учебное пособие [Текст]: С.Ф. Яцун, В.Я. Мищенко, Е.Н. Политов – М : Альфа-М : ИНФРА-М, 2012.-208с.
4. Яцун, С.Ф. Механика [Текст]: учебное пособие для студентов вузов: в 2 ч./ Ч.1 / С.Ф. Яцун, В.Я. Мищенко. – Курск: КГТУ, 2004.-140с.
5. Яцун С. Ф. Механика: Учебник для студентов вузов: В 2 ч. Ч. 2 / С. Ф. Яцун, В. Я. Мищенко. - Курск: КГТУ, 2004. - 140 с.
6. Локтионова О. Г. Лекции по теоретической механике [Текст] : учебное пособие : [для студентов инженерно-технических специальностей всех форм обучения] / О. Г. Локтионова, С. Ф. Яцун, О. В. Емельянова ; ЮЗГУ. - Курск : ЮЗГУ, 2014. - 187 с. : ил. - Библиогр.: с. 187 (10 назв.).
7. Дарков, А.В. Сопротивление материалов [Текст]: учебное пособие / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро; М.: Высшая школа, 1989. 626 с.
8. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов [Текст]: учебное пособие / В.И. Феодосьев; МГТУ им. Баумана, М., 1999. 592 с.