

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна
Должность: проректор по учебной работе
Дата подписания: 20.01.2021 15:07:07
Уникальный программный ключ:
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eab73e943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра вычислительной техники



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

20 октября 2016 г.

ДИСКРЕТИЗАЦИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ СИГНАЛОВ

Методические указания к выполнению лабораторной работы для студентов
направления подготовки 09.03.01 по дисциплине
"Основы теории цепей и сигналов»

УДК 621.396.4

Составитель: В.И. Иванов

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *Пиккиев В.А.*

Дискретизация и восстановление непрерывных сигналов: методические указания к выполнению лабораторной работы по дисциплине «Основы теории цепей и сигналов» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. В.И. Иванов. - Курск: ЮЗГУ, 2016. - 16 е.: ил. 9, табл. 2. Библиогр.: с. 16.

Описывается методика исследования процессов дискретизации непрерывных сигналов и восстановления сигналов по дискретным отсчетам; приведены рекомендации по применению программы моделирования электронных схем для изучения процессов дискретизации и восстановления сигналов.

Методические указания соответствуют Федеральному государственному образовательному стандарту высшего образования направления подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, учебному плану направления подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, одобренному Ученым советом университета (протокол № 7 «29» февраля 2016 г.).

Предназначены для студентов направления подготовки 09.03.01 очной и заочной формы обучения

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать *12.10.16* . Формат 60*84 1/16.
Усл. печ.л. *0,7* . Уч.-изд.л. *0,6* Тираж 100 экз. Заказ *961*
Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

ДИСКРЕТИЗАЦИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ СИГНАЛОВ

1. Цель работы

Изучение процессов дискретизации и восстановления непрерывных сигналов по дискретным отсчётам в соответствии с теоремой отсчетов В.А.Котельникова. Исследование влияния характеристик фильтра нижних частот на качество восстановления.

2. Основные теоретические положения и расчетные формулы

В современных информационных системах (в связи, радиотелеметрии, цифровом телевидении, звукозаписи и т. д.) сигналы передают в дискретном виде. Исходные физические сигналы являются непрерывными функциями времени. Такие сигналы, определенные во все моменты времени, называют аналоговыми. Последовательность значений сигнала в отдельные (дискретные) моменты времени называется *отсчетами* сигнала. Процесс преобразования аналогового сигнала в последовательность отсчетов называется *дискретизацией*, а результат такого преобразования – *дискретным* сигналом.

Отсчеты могут передаваться как аналоговые величины в виде коротких импульсов и в виде чисел. Процесс преобразования отсчетов сигнала в числа называется *квантованием* по уровню. Сигнал, дискретный во времени и квантованный по уровню, называют *цифровым* сигналом. Числа, составляющие последовательность, являются дискретным рядом.

Дискретный сигнал $s_d(t)$ в виде импульсов образуется помощью переключателя, который периодически с *интервалами дискретизации* T замыкается на короткое время и пропускает на выход отрезки непрерывного (аналогового) сигнала $s(t)$. На выходе дискретизатора образуется последовательность импульсов длительностью $t_{и}$, амплитуда и полярность которых соответствует мгновенному значению сигнала в момент отсчета.

Этот процесс, который называют *импульсной дискретизацией*, показан на рисунке 1.

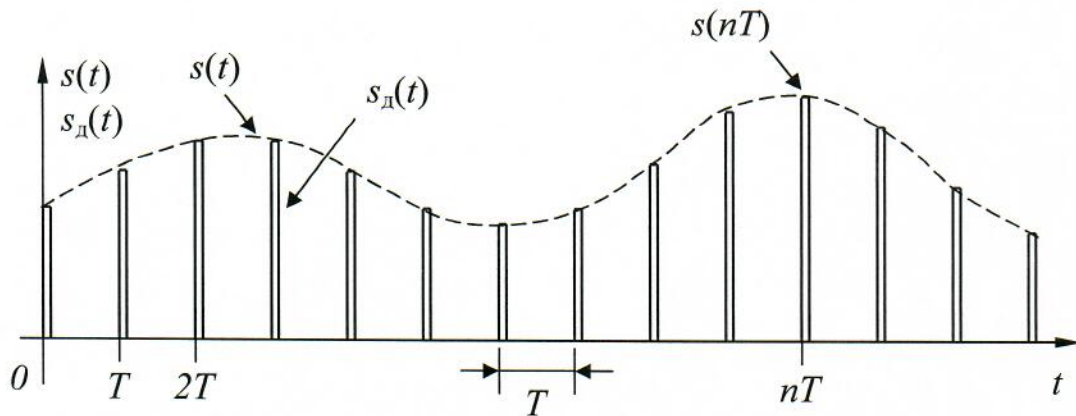


Рис. 1. Импульсная дискретизация непрерывного сигнала

Импульсный сигнал на выходе дискретизатора можно представить как произведение непрерывного сигнала $s(t)$ и периодической последовательности коротких прямоугольных импульсов длительностью t_n , с периодом T и амплитудой, равной 1. Спектр этих периодических импульсов

$$s_n(t) = \frac{t_n}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2t_n}{T} \frac{\sin\left(\frac{\pi n t_n}{T}\right)}{\frac{\pi n t_n}{T}} \cos(2\pi n F_S t) \quad (2)$$

содержит постоянную составляющую и бесконечное число гармонических колебаний с частотами nF_S , кратными частоте дискретизации $F_S = 1/T$, и убывающими с ростом номера гармоник амплитудами.

Спектр произведения непрерывного сигнала $s(t)$ и постоянной составляющей t_n/T ряда (2) повторяет спектр $S(f)$ исходного сигнала. Произведение сигнала $s(t)$ и n -ой гармоники ряда (2) эквивалентно амплитудной модуляции этой гармоники входным сигналом; при этом в окрестности каждой «несущей» частоты nF_S образуются две зеркальные боковые полосы, повторяющие спектр модулирующего сигнала. Поэтому спектр $S_d(f)$ дискретного сигнала $s_d(t)$ представляет собой бесконечный ряд сдвинутых копий спектра $S(f)$ исходного непрерывного сигнала $s(t)$, сдвинутых друг относительно друга по оси частот на величину, равную частоте дискретизации F_S (см. рис. 2).

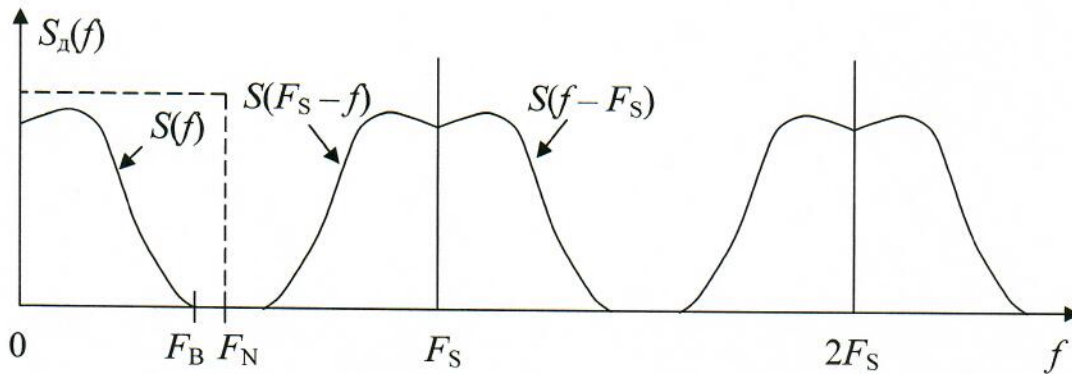


Рис. 2. Связь спектров непрерывного и дискретного сигналов

Спектры непрерывного и дискретного сигналов совпадают в диапазоне частот $[0; F_B]$, если удовлетворяется неравенство

$$F_B \leq 0,5 F_S, \quad (3)$$

где F_B – верхняя частота спектра непрерывного сигнала.

Частоту, равную половине частоты дискретизации, называют частотой Найквиста F_N .

Если условие (3) не выполняется, смежные спектры $S_d(f)$ частично перекрываются. В этом случае спектр дискретного сигнала искажается по отношению к спектру непрерывного сигнала. Эти искажения являются неустранимыми и называются *ошибками наложения*.

Непрерывный сигнал можно восстановить полностью по дискретному сигналу с помощью идеального фильтра нижних частот (ФНЧ), частота среза которого $F_C = 0,5 F_S$. Это утверждение основано на совпадении спектров дискретного сигнала на выходе ФНЧ и исходного непрерывного сигнала. Сигнал восстанавливается без искажений, если выполняется условие (3). В противном случае сигнал восстанавливается с искажениями, обусловленными ошибками наложения.

Выбор частоты дискретизации F_S осуществляется в соответствии с (3). Если частота F_B неизвестна, то выбор F_S определяется приближенно с таким расчетом, чтобы непрерывный сигнал восстанавливался без заметных искажений плавным соединением отсчетов дискретного сигнала.

Равенство в (3) соответствует утверждению теоремы Котельникова о минимальной частоте дискретизации F_S . В соответствии с теоремой Котельникова сигнал $s(t)$, не содержащий частот выше F_B , полностью определяется своими мгновенными значениями $s(nT)$, отсчитанными через

интервалы времени $T = \frac{1}{2F_B}$:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT) \cdot \frac{\sin 2\pi F_B (t - nT)}{2\pi F_B (t - nT)}. \quad (4)$$

Для реализации алгоритма (4) необходимо пропустить дискретный сигнал через ФНЧ с идеальной амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)

$$K(f) = \begin{cases} 1 & \text{при } f < F_C; \\ 0 & \text{при } f > F_C, \end{cases} \quad (5)$$

где F_C – граница полосы пропускания фильтра (частота среза).

Реакция такого идеального ФНЧ, имеющего частоту среза $F_C = 0,5F_S$, на каждый δ -импульс с “площадью”, равной отсчетному значению сигнала $s(nT)$, имеет вид соответствующего слагаемого в выражении (4). На рисунке 3 изображена импульсная характеристика идеального ФНЧ с полосой пропускания F_C .

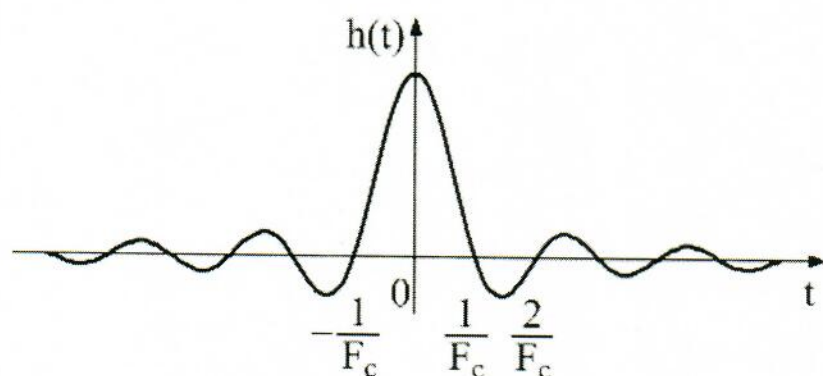


Рис. 3. Импульсная характеристика идеального ФНЧ

Выходная реакция идеального ФНЧ начинается “в прошлом времени”, при $t = -\infty$, достигает номинального значения в момент воздействия входного импульса и продолжается до $t = +\infty$. Очевидно, что в реальной физической системе это невозможно. При практическом использовании теоремы Котельникова для восстановления сигналов по дискретным отсчетам необходимо учитывать неизбежно возникающие погрешности по следующим причинам:

1. Сигналы с ограниченным спектром бесконечны во времени, и поэтому восстановление мгновенного значения $s(t)$ принципиально требует учета значений бесчисленного множества дискретных отсчетов. Использование отсчетов, взятых в ограниченном интервале времени, означает переход к конечным пределам ($n = 0, 1, \dots, N$) в ряде (4) и приводит к появлению ошибки восстановления.

2. Сигналы конечной длительности имеют бесконечные спектры. В этом случае F_B обычно выбирают так, чтобы в диапазоне частот от нуля до F_B была сосредоточена большая (заданная) часть энергии сигнала. При этом погрешность восстановления тем больше, чем медленнее убывает спектр сигнала за пределами выбранной полосы $[0, F_B]$.

3. Отклонение реальной характеристики ФНЧ от идеальной (5) приводит к

появлению дополнительных погрешностей восстановления сигнала $s(t)$ по дискретным отсчетам.

3. Программа исследований и порядок работы

3.1. Расчет и исследование фильтра нижних частот

В качестве исходного аналогового сигнала используется сумма трех гармонических колебаний разных частот, указанных в табл. 1.

Таблица 1

Варианты заданий

Вариант	Частота F_1 , кГц	Частота F_2 , кГц	Частота F_3 , кГц	Сопротивление R, кОм
1	0,5	0,9	1,5	1,5
2	0,7	1,1	2,5	1,2
3	0,8	1,4	2,0	2,0
4	0,6	1,3	2,4	2,2
5	0,7	1,7	3,0	1,7
6	0,5	0,9	1,8	1,5
7	0,9	1,3	2,5	2,0
8	0,8	1,4	2,0	1,3
9	1,0	1,9	3,3	2,3
10	0,8	1,7	2,7	1,7
11	0,5	1,3	2,2	1,9
12	1,0	1,6	3,0	2,0
13	0,8	1,5	2,5	2,2
14	1,1	2,1	3,5	3,0
15	0,7	1,3	2,0	2,4

Принять частоту самой старшей из заданных гармоник за оценку верхней частоты F_v спектра сигнала.

Фильтры Баттерворта характеризуются тем, что их АЧХ являются максимально плоскими в полосе пропускания. Выражение для АЧХ фильтра Баттерворта n -го порядка имеет вид:

$$|K(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{F_c}\right)^{2n}}}, \quad (6)$$

где F_c – частота среза на уровне 0,7 от коэффициента передачи в полосе пропускания. Чем выше порядок фильтра n , тем ближе его АЧХ к характеристике идеального ФНЧ.

В настоящей работе применяется LC-фильтр 9-го порядка, схема которого изображена на рисунке 4. Его частота среза должна соответствовать частоте дискретизации заданного сигнала, то есть $F_c = 0,5 F_s$.

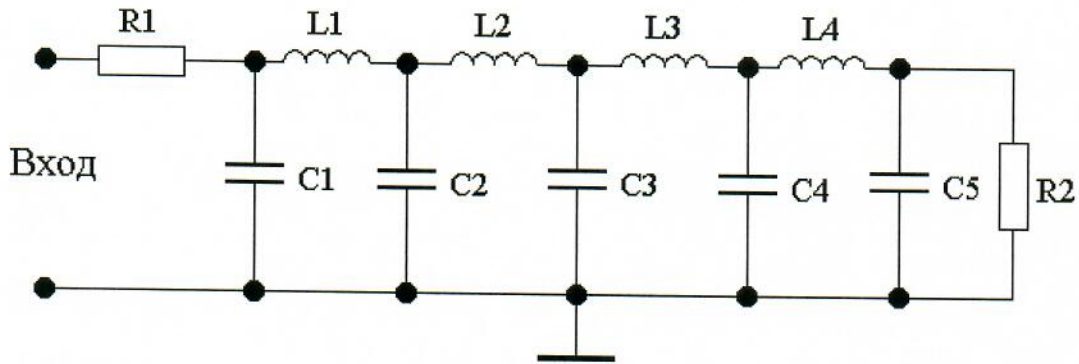


Рис. 4. Схема ФНЧ с характеристикой Баттерворта 9-го порядка

Резисторы $R1$ и $R2$ с одинаковым сопротивлением R создают делитель напряжения, поэтому коэффициент передачи в полосе пропускания равен 0,5, а на частоте среза 0,35. Значения емкостей $C1...C5$ и индуктивностей $L1...L4$ зависят от частоты среза F_c и сопротивления R указанных резисторов. В табл. 2 указаны нормированные значения $C_1^* ... C_5^*$ и $L_1^* ... L_4^*$, приведенные к частоте среза 1 кГц и сопротивлению 1 кОм.

Таблица 2

Нормированные значения емкостей и индуктивностей

C_1^* , нФ	55,27	L_1^* , мГн	159,15
C_2^* , нФ	243,84	L_2^* , мГн	299,12
C_3^* , нФ	318,3	L_3^* , мГн	299,12
C_4^* , нФ	243,84	L_4^* , мГн	159,15
C_5^* , нФ	55,27		

Для каждого варианта все емкости и индуктивности фильтра следует рассчитывать по формулам:

$$C = \frac{C^*}{R \cdot F_c}; \quad L = \frac{L^* \cdot R}{F_c}, \quad (7)$$

где сопротивление R – в кОм, а частота среза F_C – в кГц.

Учитывая неидеальную АЧХ фильтра, необходимо принять частоту дискретизации с запасом в 1,5 раза по сравнению с условием теоремы Котельникова, то есть $F_S = 3F_B$, и рассчитать по формулам (7) параметры компонентов фильтра C и L для частоты среза, равной $F_C = 0,5F_S = 1,5F_B$.

Собрать на рабочем столе программы схему фильтра нижних частот, подключить к нему генератор переменного напряжения **AC Voltage Source** и измеритель частотных характеристик **Bode Plotter**. Соединить вход IN измерителя частотных характеристик со входом фильтра, а вход OUT – с выходом фильтра, как показано на рисунке 5. Установить на генераторе напряжение 1 В, на измерителе частотных характеристик – линейные шкалы и подходящие границы диапазона частот по горизонтальной оси.

Получить график АЧХ фильтра. С помощью вертикального курсора определить частоту среза F_C фильтра, на которой значение коэффициента передачи в $\sqrt{2}$ раз ниже, чем в полосе пропускания. Сопоставить измеренное значение с расчетной величиной F_C .

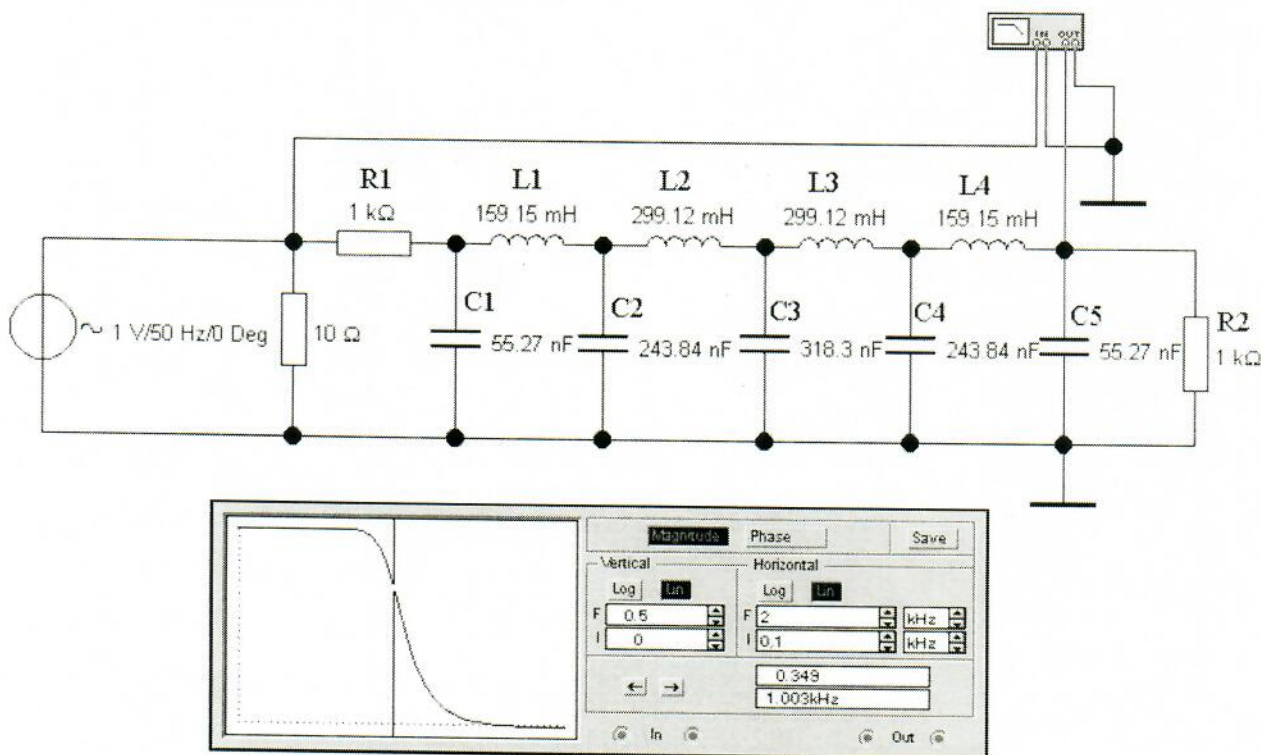


Рис. 5. Схема для измерения АЧХ и полосы пропускания F_C ФНЧ

Привести в отчете изображение частотной характеристики фильтра.

Собрать схему для исследования импульсной характеристики ФНЧ (см. рис. 6).

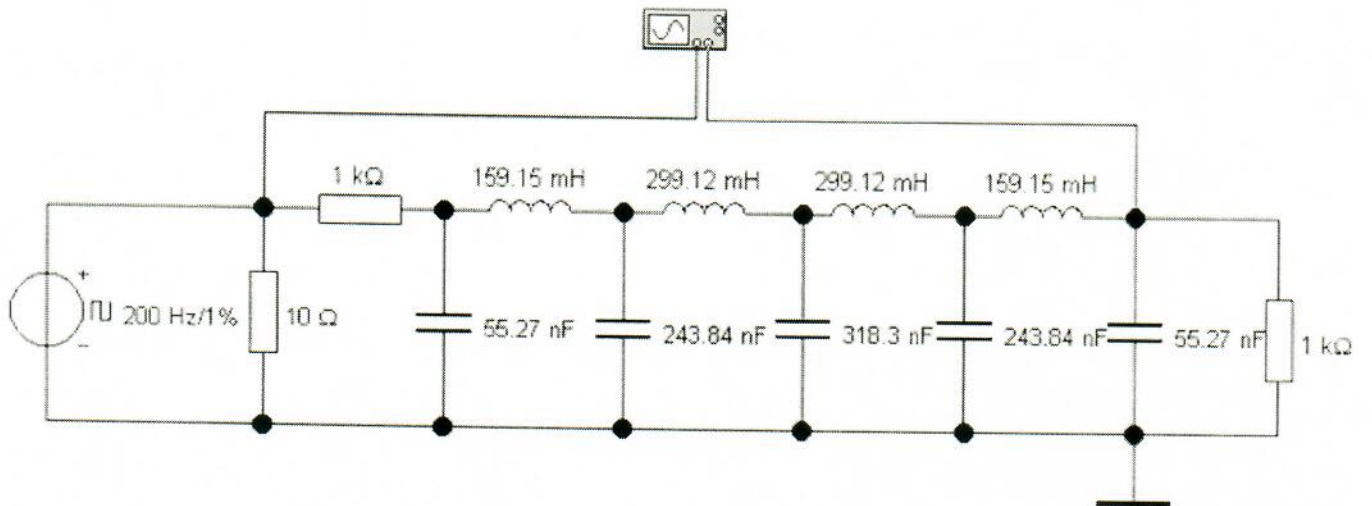


Рис. 6. Схема для исследования импульсной характеристики ФНЧ

Получить на экране осциллографа изображение импульсной характеристики как реакции фильтра на короткий импульс напряжения. Примерный вид импульсной характеристики показан на рисунке 7.



Рис. 7. Изображение импульсной характеристика ФНЧ

3.2. Исследование дискретизации и восстановления сигнала

Собрать на рабочем столе программы схему для исследования дискретизации и восстановления сигналов (рис. 8).

Установить:

1. На генераторах переменного напряжения Г1, Г2 и Г3 напряжение 1 В и частоты F_1 , F_2 и F_3 в соответствии с вариантом задания.
2. В генераторе прямоугольных импульсов **Clock** частоту, равную частоте дискретизации F_s , и длительность импульсов 1% от периода дискретизации.
3. Пороги срабатывания управляемого аналогового ключа **Voltage-Controlled Switch** из магазина **Basic** на включение (**Turn-on voltage**) 3,5 В и на выключение (**Turn-off voltage**) 2,5 В.

Подключая первый и второй входы осциллографа к соответствующим точкам схемы, получить и привести в отчете следующие диаграммы напряжений:

- 1) входного непрерывного сигнала и дискретного сигнала на выходе аналогового ключа;
- 2) дискретного сигнала на выходе ключа и восстановленного напряжения на выходе фильтра.

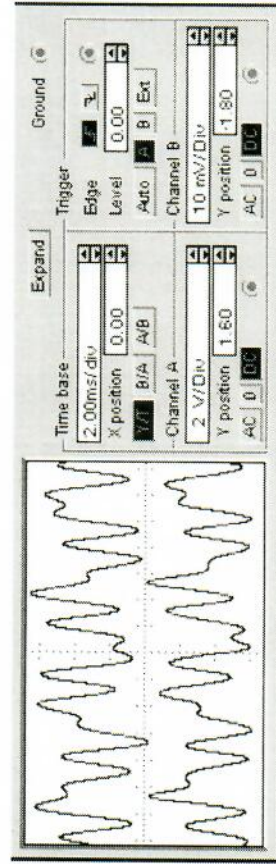
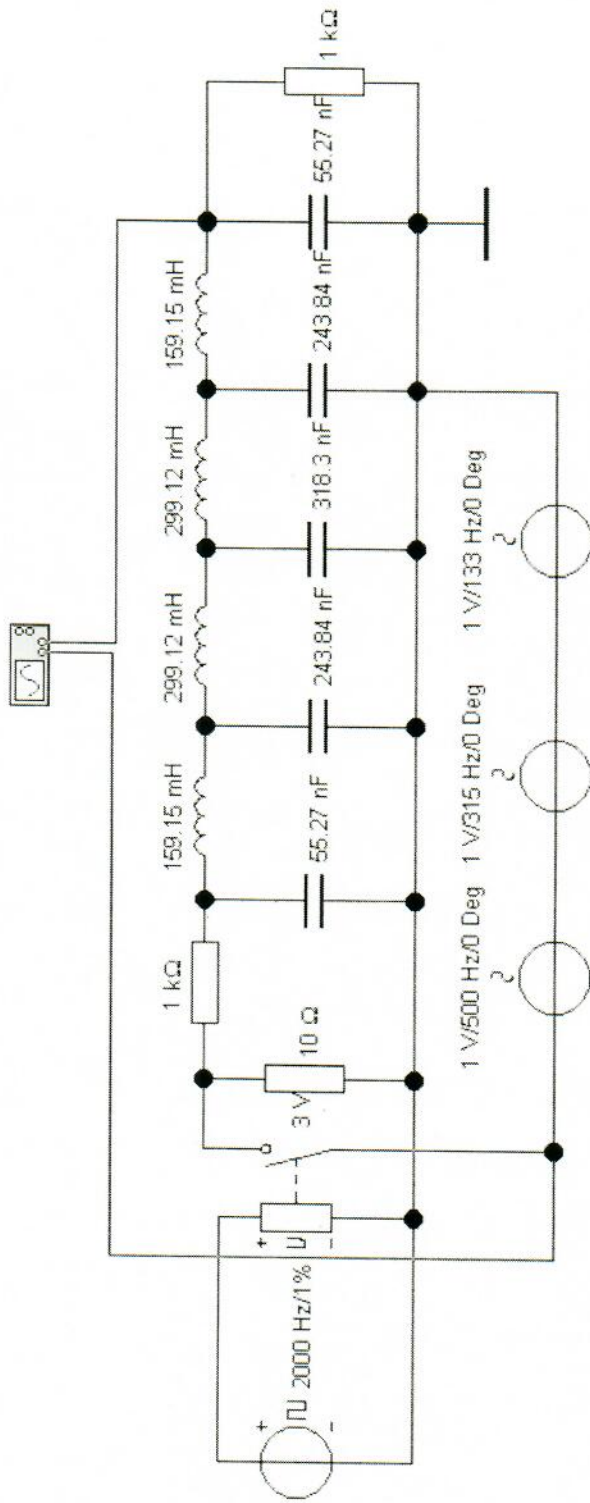


Рис. 8. Схема для исследования дискретизации и восстановления сигналов

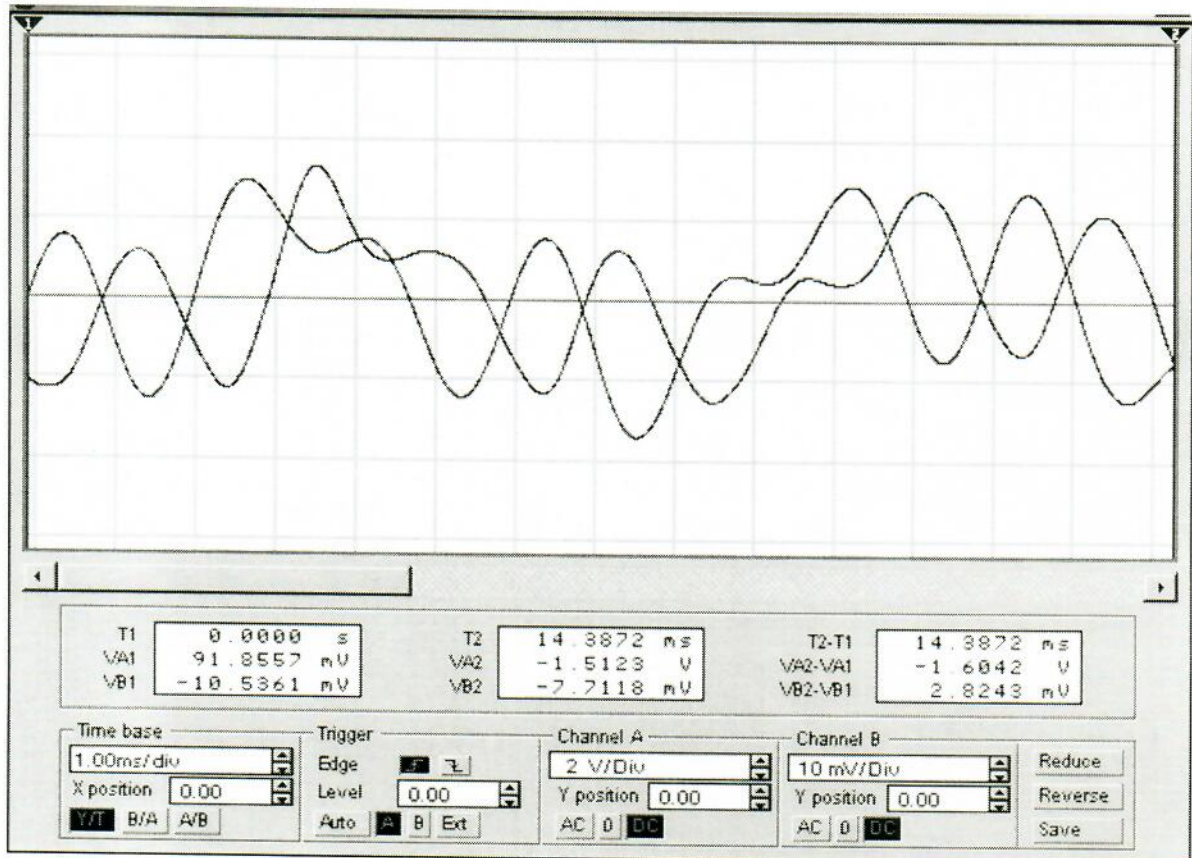


Рис. 9. Изображение аналогового и восстановленного сигналов

Сравнить результаты опытов и сделать выводы о качестве восстановления непрерывного сигнала.

4. Методические указания

При анализе осциллограмм сигналов на экране осциллографа по умолчанию рассчитываются 100 точек за один период развертки. Если необходимо получить более гладкую форму изображения, то нужно увеличить число расчетных точек до 200...500. Изменение числа расчетных точек устанавливается в меню **Analysis \ Analysis Options \ Instruments** в разделе **Osilloscope**: необходимо выключить опцию **“Generate time steps automatically”** и с помощью опции **“Minimum number of time points”** установить необходимое число точек. Увеличение числа расчетных точек снижает скорость моделирования.

5. Контрольные вопросы

1. Поясните физические процессы при дискретизации непрерывного (аналогового) сигнала.
2. Какой вид имеет спектр дискретного сигнала?
3. При каком условии можно точно восстановить исходный аналоговый сигнал по его дискретным отсчетам (выборкам)?
4. Какое устройство можно применить для восстановления непрерывного сигнала по его дискретным отсчетам? Почему?
5. Сформулируйте теорему Котельникова о возможности точного восстановления аналогового сигнала по его выборкам. Какие ограничения заложены в этой теореме?
6. Какое устройство может генерировать колебания, соответствующие каждому отсчету дискретного сигнала, для реализации теоремы Котельникова?
7. Какое соответствие должно существовать между полосой пропускания ФНЧ и частотой (интервалом) дискретизации?
8. Какой вид имеет амплитудно-частотная характеристика идеального ФНЧ и почему она не может быть реализована в физической системе? Чем отличается АЧХ реального ФНЧ от идеального?
9. Какими причинами обусловлены погрешности восстановления сигнала по его выборочным значениям?
10. Как влияет порядок ФНЧ на погрешность восстановления сигнала по его дискретным отсчетам и задержку восстановленного сигнала? Объясните, почему?
11. Сколько, согласно теореме Котельникова, необходимо получить дискретных отчетов сигнала, длительность реализации которого ограничена временным интервалом T_c ? Что можно сказать о погрешности восстановления такого сигнала в начале, в середине и в конце реализации?

6. Содержание отчёта

Отчёт должен содержать:

- 1) титульный лист;
- 2) наименование работы и цель исследований;
- 3) анализ частотного спектра заданного непрерывного сигнала и обоснование частоты дискретизации;
- 4) расчеты параметров ФНЧ 9-го порядка; схемы и результаты измерения амплитудно-частотной и импульсной характеристик фильтра;
- 5) схему для исследования дискретизации и восстановления сигналов;
- 6) осциллограммы напряжений непрерывного, дискретного и восстановленного сигналов.

Библиографический список

1. Баскаков, С.И. Радиотехнические цепи и сигналы [Текст]: учебник для вузов / С.И. Баскаков. 4-е изд. М.: Высш. шк., 2003. 462 с.
2. Гоноровский, И.С. Радиотехнические цепи и сигналы [Текст]: учебник для вузов/ И.С. Гоноровский. 4-е изд. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.
3. Иванов, В.И. Основы теории цепей и сигналов [Текст]: учеб. пособие / В.И. Иванов, В.С. Титов. Курск. гос. техн. ун-т. Курск, 2001. – 159 с.