МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра «Информационная безопасность»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
___________О.Г. Локтионова
«__» ________________2016 г.

НАХОЖДЕНИЕ НОД И НОК ЧИСЕЛ

Методические указания по выполнению практической работы
для студентов специальностей 10.05.03, 10.05.02, 10.03.01

Курск 2016

УДК 511.172

Составитель М.А. Ефремов

Рецензент
Кандидат технических наук, доцент *М.О. Таныгин*

Нахождение НОД и НОК чисел: методические указания по выполнению практической работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: М.А. Ефремов. Курск, 2016. 15 с., Библиогр.: с. 15

Содержат основные сведения о понятии НОД и НОК, и способах их нахождения. Указывается порядок выполнения лабораторной работы, правила оформления и содержание отчета.

Методические указания соответствуют требованиям программы, утвержденной учебно-методическим объединением по образованию в области информационной безопасности (УМО ИБ).

Предназначены для студентов специальностей 10.05.03, 10.05.02, 10.03.01 дневной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60х84 1/16.
Усл.печ. л. . Уч.-изд.л. . Тираж 30 экз. Заказ. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Цель лабораторной работы – изучить основные свойства целых чисел, научиться находить наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.

2. ЗАДАНИЕ

Ознакомьтесь с теоретическим материалом. Разложить числа на простые множители, определить наибольший общий делитель чисел, найти произведение одинаковых простых множителей и записать ответ.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Получить задание в соответствии с вариантом.
2. Изучить теоретическую часть с примерами.
3. Найти наибольший общий делитель.
4. Найти наименьшее общее кратное.
5. Составить отчет.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Титульный лист.
2. Краткая теория.
3. Нахождение наибольшего общего делителя.
4. Нахождение наименьшего общего кратного.
5. Вывод.

5. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Если натуральное число a нацело делится на натуральное число b, то говорят, что

- a кратно b,
- b является делителем a.

Если натуральное число c является делителем для чисел a и b, то говорят, что число c общий делитель a и b.

У пары чисел может быть несколько общих делителей. Например, пара чисел 12 и 18, делятся на 2, 3, 6. Числа 2, 3 и 6 общие делители. Понятно, что никакой общий делитель не может быть больше, чем наименьшее число из пары. Однако, среди общих делителей всегда можно выделить наибольший. В приведенном примере это будет число 6, а для пары 12 и 24 это будет число 12.

Таким образом, **наибольший общий делитель** — это наибольшее натуральное число, на которое можно разделить данную пару (или несколько) натуральных чисел. Обозначается он как НОД. Например, НОД(12; 18) = 6.

Общим кратным двух натуральных чисел является число, которое они делят нацело, то есть которое кратно им обоим. Понятно, что таких чисел для пары может быть множество. Например, для тех же чисел 12 и 18 кратными будут числа 36, 72, 108 и так далее. Все они делятся и на 12 и на 18.

Однако среди общих кратных можно выделить наименьшее. Так в приведенном примере наименьшим общим кратным будет число 36.

Наименьшее общее кратное — это наименьшее натуральное число, на которое делится каждое из пары (или нескольких) натуральных чисел. Обозначается как НОК. Например, НОК(12; 18) = 36.

НОД- наибольшее число, на которое оба числа делятся без остатка.

НОК- наименьшее натуральное число, которое само делится нацело на каждое из этих чисел.

Рассмотрим сначала способ, основанный на разложении данных чисел на простые множители.

Пусть даны два числа 3600 и 288. Представим их в каноническом виде: $3600 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$;

$288 = 2^5 \cdot 3^2$. Найдем наибольший общий делитель данных чисел. В его разложение должны войти все общие простые множители, которые содержатся в разложениях чисел 3600 и 288, причем каждый из них нужно взять с наименьшим показателем, с каким он входит в оба разложения. Следовательно, $D(3600,288) = 2^4 \cdot 3^2 = 144$.

Вообще чтобы найти наибольший общий делитель данных чисел:

1) представляют каждое данное число в каноническом виде;

2) образуют произведение общих для всех данных чисел простых множителей, каждый с наименьшим показателем, каким он входит во все разложения данных чисел;

3) находят значение этого произведения – оно и будет наибольшим общим делителем данных чисел. Найдем наименьшее общее кратное чисел 3600 и 288. В его разложение должны войти все простые множители, которые содержатся хотя бы в одном из разложений чисел 3600 и 288, причем каждый из них нужно взять с наибольшим показателем, с каким он входит в оба разложения.

Следовательно, К(3600, 288) = $2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 = 7200$.

Вообще, чтобы найти наименьшее общее кратное данных чисел:

1) представляют каждое данное число в каноническом виде;

2) образуют произведение всех простых множителей, находящихся в разложениях данных чисел, каждый с наибольшим показателем, с каким он входит во все разложения данных чисел;

3) находят значения этого произведения, оно и будет наименьшим общим кратным данных чисел.

Чтобы найти наибольший общий делитель данных чисел, образуем произведение общих для всех данных разложений простых множителей, каждый с наименьшим показателем, с каким он входит во все решения данных чисел: D(60,252,264) = = $2^2 \cdot 3$= 12.

Наименьшее общее кратное чисел можно найти, образовав произведение всех простых множителей, находящихся в данных разложениях, каждый с наибольшим показателем, с каким он входит во все разложения данных чисел, т.е. К(60, 252, 264) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 27720$.

Так как разложения данных чисел не содержат общих простых множителей, то D(48, 245) = 1, а K(48, 245) = 48·245 = = 10760.

Отыскание наибольшего общего делителя двух натуральных чисел по их каноническому виду требует предварительного разложения чисел на простые множители. Это несложно сделать, если числа не велики, но для многозначных чисел найти их каноническое разложение бывает трудно. Существует способ отыскания наибольшего общего делителя, требующий лишь деления с остатком. Этот способ был предложен Евклидом, и его называют алгоритмом Евклида. Он основан на следующих трех утверждениях, доказательство которых мы опускаем:

1. Если a делится на b, то D (a, b) = b.

2. Если a = bq + r и r < b, то множество общих делителей чисел a и b совпадает с множеством общих делителей чисел b и г.

3. Если a = bq + r и r < Ь, то D(a, b) = D(b, r).

Сформулируем теперь алгоритм Евклида для нахождения наибольшего общего делителя натуральных чисел a и b.

Пусть a > b.

Если a делится на *b*, то D(a;b) – b.

Если при делении a на b, получается остаток *r,* то a = bq + r и D(a, b) = D(b,r) и задача свелась к отысканию наибольшего общего делителя чисел b и r.

Если b делится на r, то D(b, r) = r и тогда D(a, b) = r.

Если при делении b на r получается остаток r,, то b = rq, + r, и поэтому D(r,r,) = D(b,r) = D(a,b).

Продолжая описанный процесс, получаем все меньшие и меньшие остатки. В конце концов получим остаток, на который будет делиться предыдущий остаток. Этот наименьший, отличный от нуля, остаток и будет наибольшим общим делителем чисел a и b.

Найдем при помощи алгоритма Евклида наибольший общий делитель чисел 2585 и 7975. Делим уголком. Получаем:

$7975 = 2585 \cdot 3 + 220,$

$2585 = 220 \cdot 11 + 165,$

$220 = 165 \cdot 1 + 55,$

$165 = 55 \cdot 3 + 0.$

В последнем случае остаток равен нулю. Значит, D (7975, 2575) = 55.

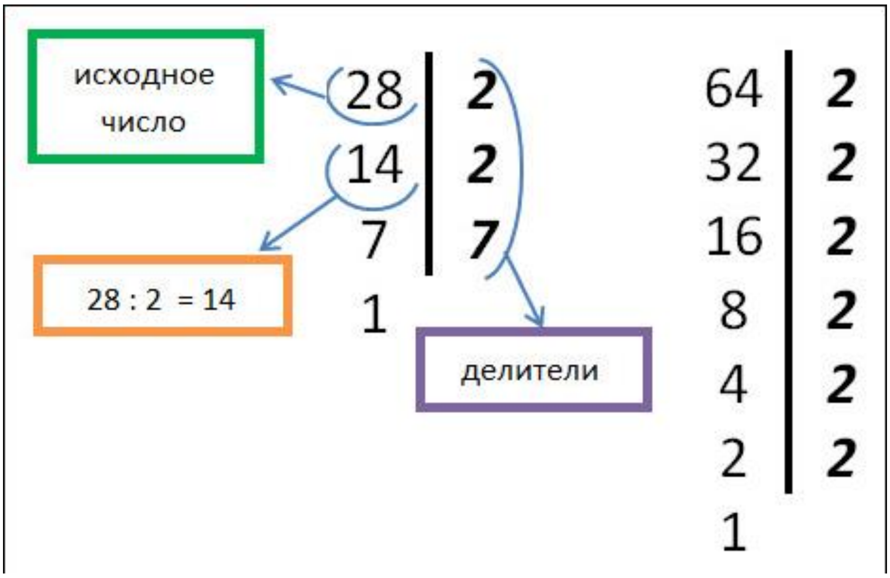
Наибольший общий делитель двух чисел можно находить двумя способами. Первый основан на разложении данных чисел на простые множители, а второй является алгоритмом Евклида.

6. ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

6.1 Пример выполнения задания

Найдем НОД для чисел 28 и 64.

1. Разложим на простые множители данные числа. Вычисления удобно записывать с помощью вертикальной черты. Слева от черты записываем делимое, справа-делитель.



2. Подчеркиваем одинаковые простые множители в обоих числах.

28=$\underline{2}\cdot\underline{2}\cdot 7$

64=$\underline{2}\cdot\underline{2}\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2$

3. Находим произведение одинаковых простых множителей и записываем ответ;

НОД (28; 64)=2·2=4

Пример для нахождения НОК

Найдем НОК для чисел 6 и 8.

1. Выписываем в строчку кратные для каждого из чисел, пока не найдется кратное, одинаковое для обоих чисел.

2. Кратное числа обозначаем большой буквой «К»

К(6)={12, 18, <u>24</u>, 30, …}

К(8)={8, 16, <u>24</u>, 32, …}

НОК (6, 8)=24

Пример для нахождения НОК среди трех и более чисел

Найдем НОК для чисел (12, 16, 24).

12	**2**	16	**2**	24	**2**
6	**2**	8	**2**	12	**2**
3	**3**	4	**2**	6	**2**
1		2	**2**	3	**3**
		1		1	

$24=2\cdot2\cdot2\cdot3$

$16=2\cdot2\cdot2\cdot\underline{2}$

$12=2\cdot2\cdot3$

Как видим из разложения чисел, все множители 12 вошли в разложение 24(самого большего из чисел), поэтому в НОК добавляем только одну 2 из разложения числа 16

НОК (12, 16, 24)$=2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot2=48$

6.2 Варианты работ

Вариант 1.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1250, 730)

Вариант 2.

Найти НОД и НОК для нескольких чисел (235, 760, 320)

Вариант 3.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1275, 240)

Вариант 4.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1470, 2550)

Вариант 5.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1286, 172)

Вариант 6.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1772, 122)

Вариант 7.

Найти НОД и НОК для пары чисел (65, 120)

Вариант 8.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1605, 110)

Вариант 9.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1500, 700)

Вариант 10.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1335, 120)

Вариант 11.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1270, 130)

Вариант 12.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1200, 750)

Вариант 13.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1585, 150)

Вариант 14.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1235, 110)

Вариант 15.

Найти НОД и НОК для нескольких чисел (500, 1200, 700)

Вариант 16.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1800, 350)

Вариант 17.

Найти НОД и НОК для нескольких чисел (1200, 550)

Вариант 18.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1190, 150)

Вариант 19.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1220, 560)

Вариант 20.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1320, 400)

Вариант 21.

Найти НОД и НОК для нескольких чисел (300, 500, 850)

Вариант 22.

Найти НОД и НОК для пары чисел (130, 1170)

Вариант 23.

Найти НОД и НОК для пары чисел (2300, 4500)

Вариант 24.

Найти НОД и НОК для нескольких чисел (120, 420, 560)

Вариант 25.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1325, 70)

Вариант 26.

Найти НОД и НОК для нескольких чисел (250, 75, 360)

Вариант 27.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1420, 350)

Вариант 28.

Найти НОД и НОК для нескольких чисел (350, 50, 70)

Вариант 29.

Найти НОД и НОК для нескольких чисел (120, 350, 180)

Вариант 30.

Найти НОД и НОК для пары чисел (1280, 250)

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. При каких условиях наибольший общий делитель существует и однозначно определён?
2. Каким соотношением связан НОД и НОК чисел?
3. Какие наиболее эффективные способы вычисления НОД?
4. Какие числа называются взаимно простыми?

8. СПИСОК ИСПОЛЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виноградов И. М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1972 -167с.
2. Виноградов И. М. «Элементы высшей математики» М., «Высшая школа», 1999
3. Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А. «Сборник задач по алгебре и теории чисел» М., «Просвещение», 1993