МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
____________ О.Г. Локтионова
«15» 12 2017 г.

ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ И ХАРАКТЕРИСТИК ПУАССОНОВСКОГО ПОТОКА

Методические указания по выполнению лабораторной работы №1 для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» по курсу «Теория телетрафика»

Курск 2017

2

УДК 621.391

Составители: А.В. Хмелевская, А.Н. Шевцов

Рецензент
Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
профессор кафедры *В.Г. Андронов*

Изучение свойств и характеристик Пуассоновского потока: методические указания по выполнению лабораторной работы №1 по курсу «Теория телетрафика» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. А.В. Хмелевская, А.Н. Шевцов. Курск, 2017. – 10 с.: табл. 3. – Библиогр.: с. 10.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о свойствах и характеристиках пуассоновского (простейшего) потока. Сравнительные теоретические и модельные значения полученных характеристик, а также задания для выполнения работы и самоконтроля.

Методические указания полностью соответствуют требованиям типовой программы, утвержденной УМО по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», а также рабочей программе дисциплины «Теория телетрафика».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 очной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.12.17 . Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. 0,58 .Уч.-изд. л.0,526Тираж 100 экз. Заказ.3252Бесплатно
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

1 Цель работы

– изучить свойства и характеристики пуассоновского (простейшего) потока. Сравнить теоретические и модельные значения полученных характеристик.

2 Краткие теоретические сведения

Простейший поток обладает следующими свойствами: стационарность, ординарность и отсутствие последействия.

Свойство стационарности означает, что с течением времени вероятностные характеристики потока не меняются. Поток можно назвать стационарным, если для любого числа k требований, поступивших за промежуток времени длиной Δt, вероятность поступления требований зависит только от величины промежутка и не зависит от его расположения на оси времени (1).

$$P_k(t+\Delta t) = P_k(t+\Delta t) = P_k(\Delta t), \qquad (1)$$

где $P_k(t)$ – вероятность поступления k требований.

Свойство ординарности означает практическую невозможность группового поступления требований. Поэтому поток требований можно назвать ординарным тогда, когда вероятность поступления двух или более требований за любой бесконечно малый промежуток времени Δt есть величина бесконечно малая, более высокого порядка, чем Δt, т.е.

$$P_{i\geq 2}(\Delta t) = 0(\Delta t). \qquad (2)$$

Свойство отсутствия последействия означает независимость вероятностных характеристик потока от предыдущих событий. Иными словами, вероятность поступления k требований в промежуток $[t_1,t_2]$ зависит от числа, времени поступления и длительности обслуживания требований до момента t_1. Для случайного потока без последействия условная вероятность поступления требований в промежутке $[t_1,t_2]$, вычисленная при любых предположениях о течении процесса обслуживания требований до момента t_1, равна безусловной

$$P_i([t_1,t_2]) = P_i([t_1,t_2]) \tag{3}$$

К основным характеристикам случайного потока относят ведущую функцию, параметр и интенсивность. Ведущая функция случайного потока $\bar{x}(0,t)$ есть математическое ожидание числа требований в промежутке $[0,t)$. Функция $\bar{x}(0,t)$ - неотрицательная, неубывающая, в практических задачах теории распределения информации непрерывна и принимает только конечные значения.

Параметр потока $\lambda(t)$ в момент времени t есть предел отношения вероятности поступления не менее одного требования в промежутке $[t,t+\Delta t]$ к величине этого промежутка Δt при $\Delta t \to 0$

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{k\geq 1}(t,t+\Delta t)}{\Delta t}. \tag{4}$$

Параметр потока определяет плотность вероятности наступления вызывающего момента в момент t. Определение параметра равносильно предположению, что вероятность поступления хотя бы одного требования в промежутке $[t,t+\Delta t]$ с точностью до бесконечно малой величины пропорциональна промежутку и параметру потока $\lambda(t)$:

$$P_{k\geq 1}(t,t+\Delta t) = \lambda(t)\Delta t + 0(\Delta t). \tag{5}$$

Для стационарных потоков вероятность поступления требований не зависит от времени, т. е., $P_{k\geq 1}(t,t+\Delta t) = P_{k\geq 1}(\Delta t)$, поэтому параметр стационарного потока постоянен.

Соответственно получаем:

$$P_{k\geq 1}(\Delta t) = \lambda\Delta t + 0(\Delta t). \tag{6}$$

Интенсивность стационарного потока μ есть математическое ожидание числа требований в единицу времени.

Если интенсивность характеризует поток требований, то параметр - поток вызывающих моментов. Поэтому всегда $\mu(t) \geq \lambda(t)$, а равенство имеет место только для ординарных потоков, когда в каждый вызывающий момент поступает только одно требование.

3 Моделирование простейшего потока

Для простейшего потока требований длины промежутков времени между последовательными требованиями потока $z_i = t_i - t_{i-1} > 0$ распределены по показательному закону с тем же параметром λ:

$$P(z < t) = F(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, t > 0 \\ 0, t < 0 \end{cases} \tag{7}$$

Это утверждение позволяет моделировать простейший поток требований на заданном промежутке времени при помощи метода Монте-Карло, в основе которого лежит следующая теорема.

Если r_i – случайные числа, равномерно распределенные на $(0,1)$, то возможное значение x_i получаемой случайно непрерывной величины X с заданной функцией распределения $F(x)$, соответствующее r_i, является корнем уравнения

$$F(x_i) = r_i \tag{8}$$

Согласно этой теореме для получения последовательности случайных значений z_i, распределенных по показательному закону с параметром λ, требуется для каждого случайного числа $r_i(0,1)$, генерируемого на ПЭВМ датчиком псевдослучайных чисел, решить уравнение

$$1 - e^{-\lambda z_i} = r_i, i = 1,2,.. \tag{9}$$

Решая это уравнение относительно z_i, имеем

$$z_i = -\frac{1}{\lambda}\ln(1 - r_i) \tag{10}$$

или

$$z_i = -\frac{1}{\lambda}\ln r_i, i = 1,2,... \tag{11}$$

4 Порядок выполнения работы

1) Сгенерировать случайные равномерно распределённые числа $r_i(0,1)$.

2) Вычислить $\lambda = 10 \cdot m / N_n$ (треб/мин); где Nn – номер студента по журналу, m - номер группы (пример: для группы ИТ-21 m = = 2+1=3).

3) По формуле $Z_i = -\frac{1}{\lambda}\ln(r_i)$, где $i = 1,2,\ldots$, получить Z_i для промежутков между требованиями.

4) На промежутке $[T_1, T_2]$, $T_1 = N + 1$, $T_2 = N + 5$ мин., получить последовательность t_k моментов поступления требований, где $t_k = T_1 + \sum_{i=1}^{k} Z_i$ до тех пор, пока $t_k \le T_2$.

Полученные результаты занести в таблицу 1.

Таблица 1 – Результаты полученные в ходе выполнения работы

r_i	Z_i	t_k
r_1	z_1	t_1
r_2	z_2	t_2
.	.	.

5) Провести статистическую обработку полученных результатов, для этого разделить заданный интервал на 25 равных промежутков длиной

$$\tau = \frac{T_2 - T_1}{25} \text{ (мин).}$$

Для каждого промежутка определить $x(\tau)$ – количество требований, попавших в промежуток длиной τ, занести в таблицу 2.

Таблица 2 – Количество требований попавших в промежуток длинной τ

№ интервала	1	2	…	25
$X_N(\tau)$				

Из таблицы 2 определить параметры статистического распределения случайной величины и занести их в таблицу 3.

Таблица 3 – Параметры статистического распределения случайной величины

$X_k(\tau)$	0	1	2	…	k
n_k	n_1	n_2	n_3	…	k

$\sum n_k = N$, где n_k – количество интервалов, в которое попало k требований.

6) Определить модельное значение параметра потока:

$a = \bar{x}(\tau) = \frac{1}{N}\sum_k x_k(\tau) n_k$ – мат. ожидание числа требований в k интервале, отсюда следует $a = \bar{\lambda}\tau \Rightarrow \bar{\lambda} = \frac{a}{\tau}$.

7) Для заданного (λ) и модельного значения $(\bar{\lambda})$ определить:

а) Вероятность отсутствия требования $P_0(t)$ за промежуток $t = T_2 - T_1$.

б) Вероятность поступления одного требования $P_1(t)$.

в) Вероятность поступления четырёх требований $P_4(t)$.

г) Вероятность поступления не менее пяти требований $P_{\geq 5}(t) = 1 - (P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4)$.

д) Вероятность поступления менее трёх требований $P_{<3}(t) = P_0 + P_1 + P_2$.

е) Вероятность поступления не более семи требований $P_{\leq 7}(t) = P_0 + ... + P_7$.

ж) Вероятность, что промежуток между требованием z_k

$P[0{,}1 < z_k < 0{,}5] = F(0{,}5) - F(0{,}1)$.

5 Содержание отчета

Лабораторная работа рассчитана на 2 часа у очной и заочной форм обучения направления подготовки 11.03.02. Выполняется в 1й контрольной точке.

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1) Цель работы;
2) Краткие теоретические сведения;
3) Порядок выполнения работы;
4) Исходные данные для моделирования;
5) Результаты моделирования (таблицы 1, 2, 3 с пояснениями);
6) Результаты расчетов;
7) Ответы на контрольные вопросы;
8) Выводы о проделанной работе с анализом полученных результатов.

Минимальный балл за лабораторную работу составляет 0.5 балла (выполнил работу, но не защитил). Максимальный балл – 3 (выполнил работу и защитил без замечаний).

Примерные критерии оценки качества отчётов по лабораторной работе:

– оформление отчёта не соответствует предъявляемым требованиям – минус 0,5 балла;

– полученные экспериментальные материалы не обработаны (осциллограммы, спектрограммы и т. п.) – минус 0.5 балла;

– выводы не соответствуют результатам работы – минус 0,5 балла;

– работа защищена не вовремя (после окончания 1й контрольной точки) – минус 0.5 балла.

6 Контрольные вопросы

1) По каким свойствам классифицируются случайные потоки?

2) Дать определение свойствам: стационарность; ординарность; отсутствие последействия.

3) Дать определения числовым характеристикам случайных потоков: параметр потока λ; интенсивность потока μ; ведущая функция потока.

4) Для каких потоков совпадают значения параметра потока и интенсивности: $\lambda = \mu$?

5) По какому закону распределён промежуток между соседними требованиями в простейшем потоке?

6) По какому закону распределена случайная величина, характеризующая количество требований простейшего потока, попавших в некоторый промежуток?

7 Список используемых источников

1) Козликин, В.И. Теория массового обслуживания [Текст] : учебное пособие / В. И. Козликин, Л. П. Кузнецова ; Минобрнауки России, Юго-Западный государственный университет. - Курск : ЮЗГУ, 2013. - 143 с

2) Кирпичников, А. П. Методы прикладной теории массового обслуживания [Текст] / А. П. Кирпичников. - Казань : Казанский университет, 2011. - 200 с.

3) Теория вероятностей [Текст] : учебное пособие : [для студентов техн. и экон. спец. дневной, заочной и дистан. форм обучения] / Е. В. Журавлева [и др.] ; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск : ЮЗГУ, 2015. - 175 с

4) Крылов, В.В. Теория телетрафика и ее приложения [Текст] : учебное пособие / В. В. Крылов, С. С. Самохвалова. - СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 288 с

5) Вентцель, Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология [Текст] : учебное пособие / Е. С. Вентцель. - М. : Высшая школа, 2001. - 208 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____________ О.Г. Локтионова

«15» 12 2017 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОТКАЗАМИ

Методические указания по выполнению лабораторной работы №3
для студентов, обучающихся по направлению подготовки
11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»
по курсу «Теория телетрафика»

Курск 2017

2

УДК 621.391

Составители: А.В. Хмелевская, А.Н. Шевцов

Рецензент
Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
профессор кафедры *В.Г. Андронов*

Исследование системы массового обслуживания с отказами: методические указания по выполнению лабораторной работы №3 по курсу «Теория телетрафика» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. А.В. Хмелевская, А.Н. Шевцов. Курск, 2017. – 9 с.: ил. 1. табл. 1. – Библиогр.: с. 9.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о системе массового обслуживания с отказами и ее характеристики качества, а также задания для выполнения лабораторной работы и самоконтроля.

Методические указания полностью соответствуют требованиям типовой программы, утвержденной УМО по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», а также рабочей программе дисциплины «Теория телетрафика».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.12.17 . Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. 0,523 .Уч.-изд. л. 0,47 Тираж 100 экз. Заказ. 3254 Бесплатно
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

1 Цель работы

– исследовать систему массового обслуживания с отказами и ее характеристики качества.

2 Краткие теоретические сведения

N-канальной СМО с отказами является такая система, в которой в момент прихода требования все узлы обслуживания заняты и требование получает отказ и сразу покидает систему. Для такой системы вероятность всех состояний системы (в установившемся режиме) дает первое распределение Эрланга:

$$P_k = \frac{p^k / k!}{\sum_{i=0}^{N} p^i / i!},$$

где $p = \lambda / \nu$ - нагрузка СМО, λ- интенсивность поступления требований, ν - интенсивность обслуживания.

К основным характеристикам качества обслуживания рассматриваемой СМО относятся: вероятность отказа $P_{отк}$

$$P_{отк} = P_N = \frac{p^n / N!}{\sum_{i=0}^{N} p^i / i!};$$

среднее число занятых узлов обслуживания *Мзан:*

$$M_{зан} = p(1 - P_N):$$

среднее число свободных узлов обслуживания *Мсв:*

$$M_{св} = N - M_{зан}.$$

В системах с отказами события отказа и обслуживания составляют полную группу событий, отсюда:

$$P_{отк} + P_{обс} = 1.$$

На основании приведенного выше выражения относительная пропускная способность определяется по формуле:

$$Q = P_{обс} = 1 - P_{отк} = 1 - P_N \, .$$

Абсолютная пропускная способность СМО с отказами равняется:

$$A = \lambda P_{обс} \, .$$

Коэффициент занятости узлов обслуживания определяется отношением среднего числа занятых каналов к общему числу каналов:

$$K_з = \frac{M_{зан}}{N} \, .$$

3 Порядок выполнения работы

1) Построить график распределения *Pk* для *N*-канальной СМО с отказами, если на вход системы поступает простейший поток требований с интенсивностью $\lambda = 10\frac{m}{N_n N}$ и обслуживание требований производится с интенсивностью $\nu = 5\frac{m}{N_n N}$, где *m*-номер группы (пример: для группы ИТ-21 *m* = 2+1=3), *N*-количество каналов обслуживания (определяется по вариантам из таблицы 1, вариант соответствует номеру студента по журналу), *Nn* - номер студента по журналу.

Таблица 1 – Число каналов обслуживания

N_n	*1,5,9,13,17,21*	*2,6,10,14,18,22*	*3,7,11,15,19,23*	*4,8,12,16,20,24*
N	*4*	*5*	*6*	*3*

Для СМО с отказами график распределения *Pk*, построенный в системе MathCad, показан на рисунке 1.

$\lambda := 8 \qquad \nu := 5 \qquad N := 7$

$\rho := \frac{\lambda}{\nu} \qquad \rho = 1.6$

$$P0 := \left(\sum_{i=0}^{N} \frac{\rho^i}{i!}\right)^{-1} \qquad P0 = 0.202$$

$k := 1 .. N$

$$P(k) := \frac{\rho^k}{k!} \cdot P0$$

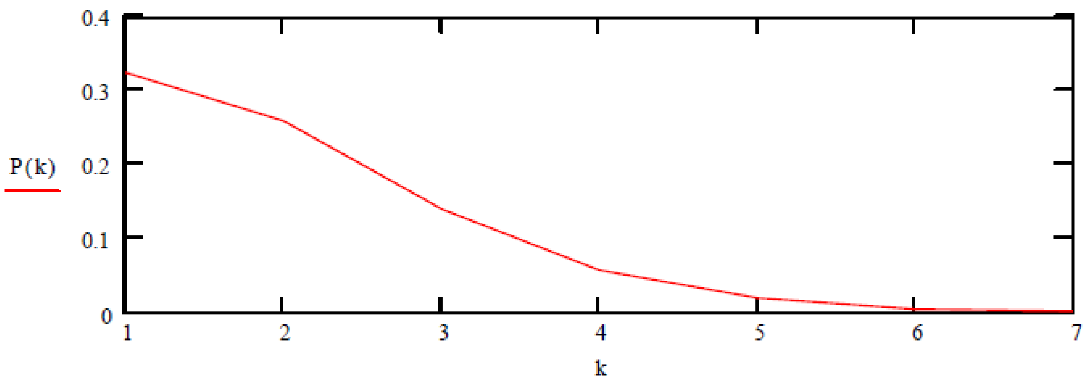

Рисунок 1 – График вероятностей P_k

2) Определить характеристики качества обслуживания:

- вероятность отказа *Ротк*.
- среднее число занятых узлов *Мзан*.
- среднее число свободных узлов *Мсв*.
- относительную пропускную способность *Q*.
- абсолютную пропускную способность *A*.
- коэффициент занятости узлов *Кз*.

4 Содержание отчета

Лабораторная работа рассчитана на 2 часа у очной формы обучения направления подготовки 11.03.02. Выполняется во 2й контрольной точке.

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1) Цель работы;
2) Краткие теоретические сведения;
3) Порядок выполнения работы;
4) Исходные данные для моделирования;
5) Результаты моделирования (таблицы 1, 2, 3 с пояснениями);
6) Результаты расчетов;
7) Ответы на контрольные вопросы;
8) Выводы о проделанной работе с анализом полученных результатов.

Минимальный балл за лабораторную работу составляет 0.5 балла (выполнил работу, но не защитил). Максимальный балл – 3 (выполнил работу и защитил без замечаний).

Примерные критерии оценки качества отчётов по лабораторной работе:

– оформление отчёта не соответствует предъявляемым требованиям – минус 0,5 балла;

– полученные экспериментальные материалы не обработаны (осциллограммы, спектрограммы и т. п.) – минус 0.5 балла;

– выводы не соответствуют результатам работы – минус 0,5 балла;

– работа защищена не вовремя (после окончания 2й контрольной точки) – минус 0.5 балла.

5 Контрольные вопросы

1) Дать понятие нагрузки системы.
2) Дать понятие коэффициента занятости узлов.
3) Привести формулу первого распределения Эрланга.
4) Дать понятие вероятности отказа.
5) Дать определение характеристикам качества СМО с отказами.

6 Список используемых источников

1) Козликин, В.И. Теория массового обслуживания [Текст] : учебное пособие / В. И. Козликин, Л. П. Кузнецова ; Минобрнауки России, Юго-Западный государственный университет. - Курск : ЮЗГУ, 2013. - 143 с

2) Кирпичников, А. П. Методы прикладной теории массового обслуживания [Текст] / А. П. Кирпичников. - Казань : Казанский университет, 2011. - 200 с.

3) Теория вероятностей [Текст] : учебное пособие : [для студентов техн. и экон. спец. дневной, заочной и дистан. форм обучения] / Е. В. Журавлева [и др.] ; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск : ЮЗГУ, 2015. - 175 с

4) Крылов, В.В. Теория телетрафика и ее приложения [Текст] : учебное пособие / В. В. Крылов, С. С. Самохвалова. - СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 288 с

5) Вентцель, Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология [Текст] : учебное пособие / Е. С. Вентцель. - М. : Высшая школа, 2001. - 208 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_________ О.Г. Локтионова
«15» 12 2017 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СМО С ОЖИДАНИЕМ

Методические указания по выполнению лабораторной работы №4 для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» по курсу «Теория телетрафика»

Курск 2017

2

УДК 621.391

Составители: А.В. Хмелевская, А.Н. Шевцов

Рецензент
Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
профессор кафедры *В.Г. Андронов*

Исследование многоканальной СМО с ожиданием: методические указания по выполнению лабораторной работы №4 по курсу «Теория телетрафика» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. А.В. Хмелевская, А.Н. Шевцов. Курск, 2017. – 10 с.: ил. 1, табл. 1. – Библиогр.: с. 10.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения о системах массового обслуживания с ожиданием, задания для выполнения работы, а также вопросы для самоконтроля.

Методические указания полностью соответствуют требованиям типовой программы, утвержденной УМО по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», а также рабочей программе дисциплины «Теория телетрафика».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.12.17 . Формат 60x841/16.
Усл. печ. л. 0,58 .Уч.-изд. л.0,52Тираж 100 экз. Заказ.3256 Бесплатно
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

1 Цель работы

- изучить систему массового обслуживания с ожиданием и ее характеристики.

2 Краткие теоретические сведения

СМО с N – каналами обслуживает простейший поток требований. При занятости всех n узлов обслуживания поступившее требование ставится в очередь и обслуживается после некоторого ожидания. Общее число требований, находящихся в системе на обслуживании и в очереди, обозначим $k(k=\overline{0,\infty})$ и назовем состоянием системы. При $k=\overline{0,N}$ величина k характеризует число занятых каналов в системе, при $k=\overline{0,\infty}$ число занятых каналов равно N, а разность $k-N$ определяет длину очереди. Параметр интенсивности обслуживания потока ν определяется числом занятых узлов, и в первом случае $k=\overline{0,N}$ зависит от состояния системы k, а во втором $k=\overline{N,\infty}$ имеет постоянное значение ν.

Введем понятие загрузки системы p равное отношению интенсивности входящего потока к интенсивности обслуживания:

$$p=\frac{\lambda}{\nu}. \tag{1}$$

Отметим, что при интенсивности поступающей нагрузки p, равной или больше числа узлов обслуживания системы N, с вероятностью равной 1 постоянно будут заняты все узлы обслуживания и длина очереди будет бесконечной – явление «взрыва». Поэтому, чтобы система могла функционировать нормально и очередь не росла безгранично, необходимо выполнить условие $\underline{p<N}$.

Вероятность того, что система в установившемся режиме находится в состоянии k (Pk) определяем по формуле (второе распределение Эрланга)

$$P_k = \begin{cases} \dfrac{\frac{p^k}{k!} P_0, при k = \overline{0, N},}{\frac{p^k}{N^{k-N} N!}, при k = \overline{N, \infty}} \end{cases}, \qquad (2)$$

где

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{k=0}^{N} \frac{p^k}{k!} + \frac{p^{N+1}}{N!(N-p)}}. \qquad (4)$$

К основным характеристикам качества обслуживания СМО с ожиданием относят следующие.

Вероятность наличия очереди *Роч* есть вероятность того, что число требований в системе больше числа узлов:

$$P_{оч} = \frac{p^{N+1}}{N!(N-p)} P_0. \qquad (5)$$

Вероятность занятости всех узлов системы *Рзан*.

$$P_{зан} = \frac{p^n}{(N-1)!(N-p)} P_0 \qquad (6)$$

Среднее число требований в системе *МТР*

$$M_{TP} = P_0 \left(p \sum_{k=0}^{N-1} \frac{p^k}{k!} + \frac{p^{N+1}(N+1-p)}{(N-1)!(N-p)^2} \right). \qquad (7)$$

Средняя длина очереди *Моч*

$$M_{оч} = \frac{p^{N+1} P_0}{(N-1)!(N-p)^2}. \qquad (8)$$

Среднее число свободных узлов *Мсв*

$$M_{св} = P_0 \sum_{k=1}^{N} k \frac{p^k}{(N-k)!}. \qquad (9)$$

Среднее число занятых узлов *Мзан*

$$M_{зан} = N - M_{св}. \qquad (10)$$

Среднее время ожидания начала обслуживания *Тож* для требования, поступившего в систему

$$T_{ож} = \frac{p^n}{\nu(N-1)!(N-p)^2} P_0 . \quad (11)$$

Общее время, которое проводят в очереди все требования, поступившие в систему за единицу времени, *Тоож*

$$T_{ооож} = \frac{p^{N+1}}{(N-1)!(N-p)^2} P_0 . \quad (12)$$

Среднее время *Тmp*, которое требование проводит в системе обслуживания

$$T_{тр} = T_{ооож} + \frac{1}{\nu} . \quad (13)$$

Суммарное время, которое в среднем проводят в системе все требования, поступившие за единицу времени, *Тсmp*

$$T_{стр} = T_{ооож} + p . \quad (14)$$

3 Порядок выполнения работы

1. Построить график вероятности состояний *Pk* от *k* для *N*-канальной СМО с ожиданием, если на вход поступает простейший поток требований с интенсивностью $\lambda = 15\frac{m}{N_n N}$ и обслуживание требований производится с интенсивностью $\nu = 5\frac{m}{N_n N}$, где *Nn* – номер студента по журналу, *m* - номер группы (пример: для группы ИТ-21 *m* = 2+1=3), *N* - число каналов обслуживания (определяется из таблицы 1).

Таблица 1 – Исходные данные

N_n	1,5,9,13,17,21	2,6,10,14,18,22	3,7,11,15,19,23	4,8,12,16, 20,24
N	3	4	5	6

Для СМО с ожиданием график распределения *Pk*, построенный в системе MathCad, показан на рисунке 1.

$\lambda := 30 \qquad \nu := 4 \qquad N := 8$

$\rho := \frac{\lambda}{\nu} \qquad \rho = 7.5$

$$P0 := \left[\sum_{i=0}^{N} \frac{\rho^i}{i!} + \frac{\rho^{N+1}}{N! \cdot (N - \rho)} \right]^{-1} \qquad P0 = 2.032 \times 10^{-4}$$

$k := 1 .. 50$

$$P(k) := \frac{\rho^k}{N! \cdot N^{k-N}} \cdot P0$$

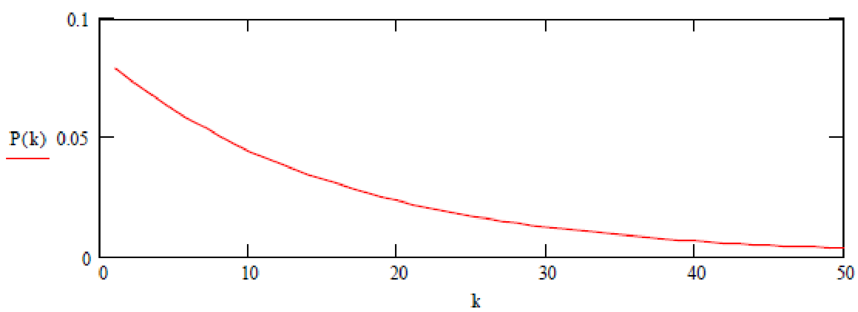

Рисунок 1 – График вероятностей *Pk*

2 Определить характеристики качества обслуживания:
- Вероятность наличия очереди *Pk*.
- Вероятность занятости всех узлов системы *Pзан*.
- Среднее число требований в системе *MTP*.

- Среднюю длину очереди *Моч*.
- Среднее число свободных узлов *Мсв*.
- Среднее число занятых узлов *Мзан*.
- Среднее время ожидания *Тож*.
- Общее время пребывания требований в очереди за единицу времени *Тоож*.
- Среднее время пребывания требований в системе *Ттр*.
- Суммарное время, которое проводят все требования в системе за единицу времени, *Тстр*.

4 Содержание отчета

Лабораторная работа рассчитана на 2 часа у очной и заочной форм обучения направления подготовки 11.03.02. Выполняется во 2й контрольной точке.

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1) Цель работы;
2) Краткие теоретические сведения;
3) Порядок выполнения работы;
4) Исходные данные для моделирования;
5) Результаты моделирования (таблицы 1, 2, 3 с пояснениями);
6) Результаты расчетов;
7) Ответы на контрольные вопросы;
8) Выводы о проделанной работе с анализом полученных результатов.

Минимальный балл за лабораторную работу составляет 0.5 балла (выполнил работу, но не защитил). Максимальный балл – 3 (выполнил работу и защитил без замечаний).

Примерные критерии оценки качества отчётов по лабораторной работе:

– оформление отчёта не соответствует предъявляемым требованиям – минус 0,5 балла;

– полученные экспериментальные материалы не обработаны (осциллограммы, спектрограммы и т. п.) – минус 0.5 балла;

– выводы не соответствуют результатам работы – минус 0,5 балла;

– работа защищена не вовремя (после окончания 2й контрольной точки) – минус 0.5 балла.

5 Контрольные вопросы

1. Что такое явление «взрыва» в СМО с ожиданием?
2. Определить вероятность любого состояния системы с ожиданием.
3. Дать понятие состояния СМО с ожиданием.

6 Список используемых источников

1) Козликин, В.И. Теория массового обслуживания [Текст] : учебное пособие / В. И. Козликин, Л. П. Кузнецова ; Минобрнауки России, Юго-Западный государственный университет. - Курск : ЮЗГУ, 2013. - 143 с

2) Кирпичников, А. П. Методы прикладной теории массового обслуживания [Текст] / А. П. Кирпичников. - Казань : Казанский университет, 2011. - 200 с.

3) Теория вероятностей [Текст] : учебное пособие : [для студентов техн. и экон. спец. дневной, заочной и дистан. форм обучения] / Е. В. Журавлева [и др.] ; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск : ЮЗГУ, 2015. - 175 с

4) Крылов, В.В. Теория телетрафика и ее приложения [Текст] : учебное пособие / В. В. Крылов, С. С. Самохвалова. - СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 288 с

5) Вентцель, Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология [Текст] : учебное пособие / Е. С. Вентцель. - М. : Высшая школа, 2001. - 208 с.