

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич

Должность: ректор

Дата подписания: 16.12.2021 20:49:51

Уникальный программный ключ:

9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf3781953be730df2374d16f3c0ce536f0fc6

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)**

Кафедра биомедицинской инженерии

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учеб-
ной работе
О.Г. Локтионова
«__» _____ 2018 г.

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ БИОЛО-
ГИЧЕСКИХ И МЕДИЦИНСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

Методические указания к выполнению практических работ аспирантов
направления подготовки

06.06.01 Биологические науки (Математическая биология, биоинформатика)

Курск 2018

УДК 615.478

Составители: С.А. Филист, С.П. Серегин.

Рецензент:

Доктор медицинских наук, *А.Г. Коцарь*

Математические методы обработки результатов биологических и медицинских исследований: методические указания к выполнению практических работ/ Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: М.В. Артеменко, С.П. Серегин, Курск, 2018. 45 с. с ил.

Содержатся теоретические и справочные сведения, а также задания к выполнению практических работ аспирантов направления подготовки 06.06.01. Биологические науки (Математическая биология, биоинформатика)

Методические указания по структуре, содержанию и стилю изложения материала соответствуют методическим и научным требованиям, предъявляемым к учебным и методическим пособиям.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать _____. Формат 60x84 1/16
Усо.печ.л. 2,61. Уч.-изд.л. 2,36. Тираж ___ экз. Заказ: ___. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040. г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1. Практическая РАБОТА №1.
ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ФОРМИРОВАНИЯ ФАЙЛОВ
ДАННЫХ С ЦИФРОВЫМИ ОТСЧЕТАМИ СИГНАЛОВ

1.1. Краткие теоретические сведения

Во многих случаях непрерывные сигналы, поступающие с выхода измерительного устройства, не обрабатываются непосредственно, а сначала подвергаются дискретизации, то есть наблюдаются только в определенные моменты времени. В общем случае наблюдения производятся периодически через постоянный промежуток времени T – шаг дискретизации. Следовательно, для физической реализации процесса дискретизации необходимо осуществить свертку дискретизируемой функции $x(\tau)$ с импульсом Дирака:

$$x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t - \tau)dt, \quad (1.1)$$

при $\tau = 0, T, 2T, 3T \dots$

Перейдем от периода дискретизации T к частоте дискретизации $F_c = \frac{1}{T}$ и перепишем равенство (1.1) в дискретной форме:

$$x(\tau) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(t - \frac{k}{F_c}\right). \quad (1.2)$$

Учитывая формулу Пуассона, согласно которой $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(t - \frac{k}{F_c}\right) \Leftrightarrow F_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - nF_c)$, и теорему свертки, согласно которой умножение оригиналов соответствует свертка Фурье-образов, из (1.2) получим:

$$x(\tau) \Leftrightarrow F_c X(\nu) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - nF_c). \quad (1.3)$$

Из выражения (1.3) следует, что спектр дискретного сигнала $x(\tau)$ представляет собой «периодическую» функцию с периодом F_c , показанную на рис. 1.1.

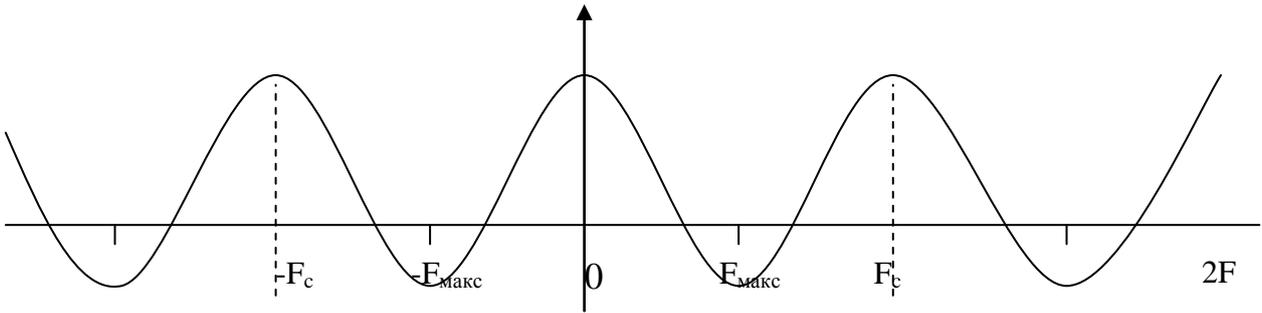


Рис. 1.1. Спектр дискретного сигнала

В данном случае спектр сигнала $x(t)$ расположен в интервале $(-F_{\text{макс}}, F_{\text{макс}})$ и, согласно теореме Шеннона, для того, чтобы периодическое повторение спектра, вызванное дискретизацией сигнала, не изменяло повторяемый спектр, необходимо и достаточно выполнения неравенства $F_c \geq 2F_{\text{макс}}$.

В этом случае сигнал может быть восстановлен по дискретным значениям по интерполяционной формуле

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x\left(\frac{k}{F_c}\right) \frac{\sin \pi F_c (t - k/F_c)}{\pi F_c (t - k/F_c)}. \quad (1.4)$$

Для ответа на вопрос «Как следует на практике производить дискретизацию сигнала?» – необходимо знать, с какой целью осуществляется эта операция: в целях дальнейших вычислений или в целях восстановления сигнала.

Пусть мы дискретизируем сигнал $x(t)$, в целях дальнейших вычислений, который имеет спектр Фурье $X(\nu)$, где ν лежит в интервале $[-F; F]$. Согласно теореме Шеннона, шаг дискретизации T

должен удовлетворять неравенству $T \leq 1/2 \cdot F$. Если дискретизация функции $x(t)$ произведена при выполнении этих условий, то по значениям $x_k = x(kT)$ функции $x(t)$ в точках дискретизации можно восстановить непрерывный сигнал $x(t)$ по интерполяционной формуле Шеннона (1.4).

Таким образом, вычисление любых значений функции $x(t)$ сводится к вычислению ее значений $x(kT)$ в точках дискретизации, то есть вся информация о функции $x(t)$ содержится в точках дискретизации.

Пусть мы дискретизируем сигнал с целью восстановления непрерывного сигнала.

Хотя интерполяционная формула Шеннона (1.4) теоретически обоснована, ее практическое применение, особенно при приближенных вычислениях, затруднительно.

Обозначим через $S(t)$ и $S_1(t)$ точный и восстановленный сигналы. Пусть $\varepsilon = \Delta S_M(t) / S_M(t) = (S_M(t) - S_1(t)) / S_M(t)$, где $S_M(t)$ – максимальное значение $S(t)$. Доказано, что для синусоидального сигнала с частотой F , частота дискретизации F_c должна удовлетворять неравенству

$$F_e \geq F \left(\frac{2,2}{\sqrt{\varepsilon}} \right),$$

где ε – допустимая ошибка.

Если $\varepsilon = 0,01$, то $F_e \geq 22F$, т.е. частота дискретизации должна быть приблизительно в 10 раз больше частоты Шеннона.

Пусть спектр сигнала обрезан максимальной частотой F_c . Доказано, что в этом случае

$$F_e \geq F_c (2,2 / \sqrt{\varepsilon}).$$

Например, если ошибка $\varepsilon \leq 0,01$, то должно быть $F_e \geq 22F_c$.

После дискретизации из непрерывного сигнала получается дискретный сигнал. Ось времени t разбивается на равные интервалы τ . Получают, как показано на рис. 1.2, а, $N - 1$ интервала дискретизации. При этом на оси времени отмечают N точек, координатами которых являются следующие значения t : $0; \tau; 2\tau; \dots, (N - 1)\tau$. Для каждой из этих точек берется отвечающее ей значение x : производится отсчет исходной функции в данной точке.

Принято изображать полученное дискретное значение переменной величины, опуская из каждой из указанных точек перпендикуляр на ось t . Таким образом, получается, так называемая, решетчатая функция в виде дискретных значений x , для которых примем обозначение $x\tau$ (рис. 1.2, б).

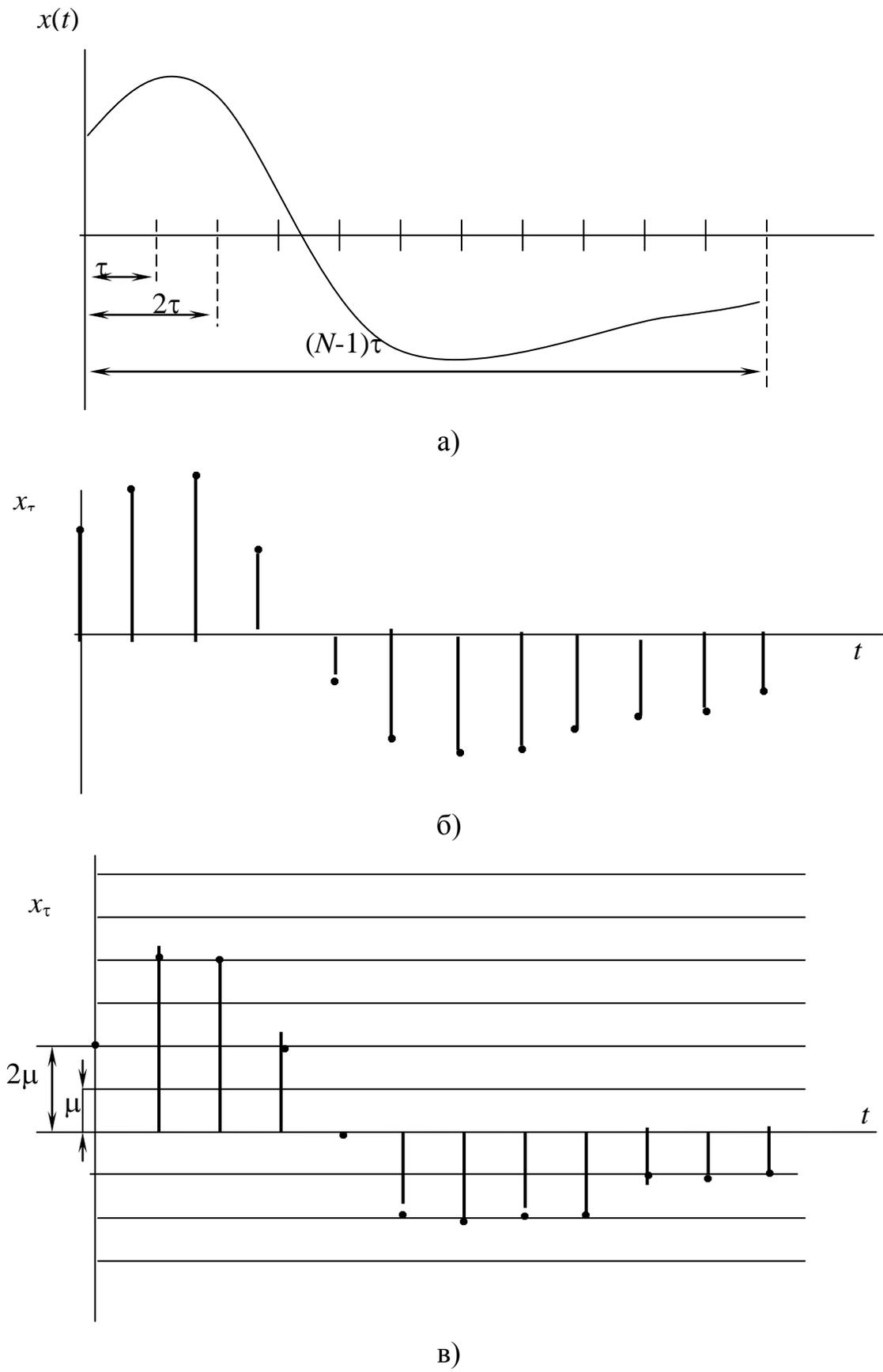


Рис. 1.2. а) исходный непрерывный сигнал; б) дискретизированный сигнал; в) цифровой сигнал

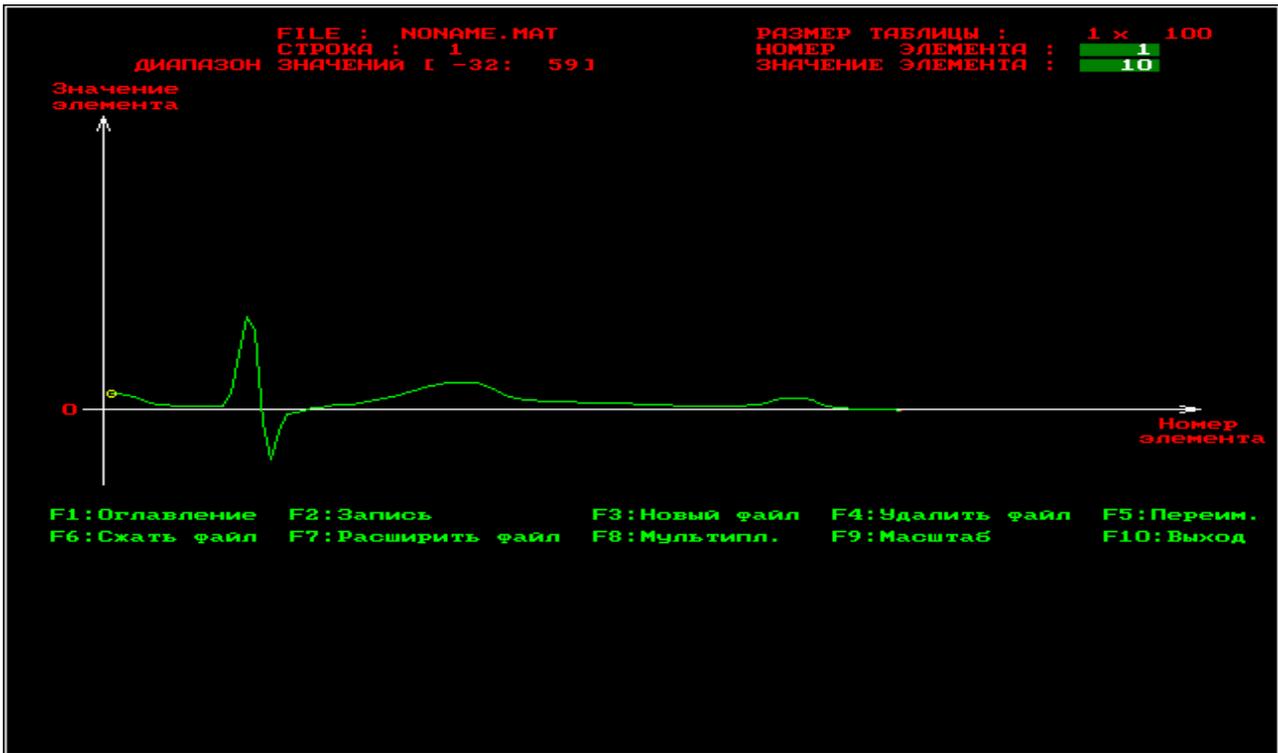
Для того, чтобы дискретизированные указанным образом величины могли быть подвергнуты обработке с помощью цифровых устройств, необходимо из дискретного сигнала получить цифровой сигнал. Для нахождения его производится квантование по уровню: ось x разбивается, как показано на рис. 1.2, в, на ряд интервалов и с точностью до единицы отсчета μ определяется величина каждой из дискрет-ординат x . Полученные значения ординат кодируются и в таком виде вводятся в цифровое устройство.

1.2. Объект исследования

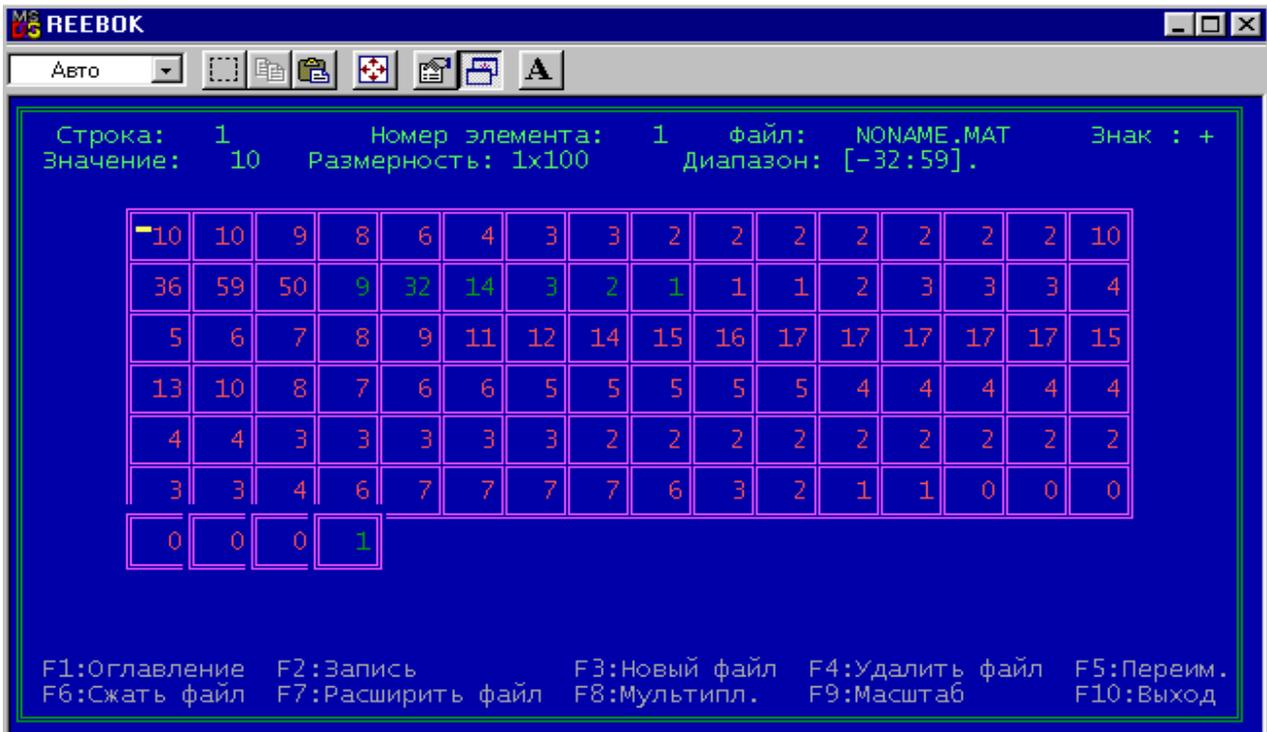
Объектом исследования в данной лабораторной работе является электрокардиосигнал с различными патологиями, взятый из атласа клинических электрокардиограмм. Рекомендуется использовать электрокардиограммы из атласа [3]. Выбранный электрокардиосигнал дискретизируется и квантуется. Необходимо сначала получить ксерокопию выбранного электрокардиосигнала, а затем с помощью программы REEВОК сохранить полученные отсчеты в файле данных.

Разрешение, с которым электрокардиосигнал представлен в атласе [3], составляет 1 мм как по вертикали, так и по горизонтали. Масштабы сигналов, представленных в атласе, составляют 25 мм/с и 10 мм/мВ. Реально, на 1 мм мы можем получить не более двух отсчетов, следовательно, частота дискретизации составит не более 50 Гц. Однако это вполне достаточно для исследуемого сигнала, так как он получен с помощью электромеханического самописца, который является фильтром нижних частот и имеет большую постоянную времени.

Оцифровка электрокардиосигнала осуществляется с помощью программы REEВОК, которая имеет два окна: окно графического редактора и окно текстового редактора. Возможные виды этих окон показаны на рис. 1.3, а и 1.3, б.



а)



б)

Рис. 1.3. Окна программы REEBOK: а) окно графического редактора
б) окно текстового редактора

В каждом окне имеется оконное меню, управляемое посредством функциональных клавиш. Процесс создания файла данных начинается с нажатия клавиши F3 – создать файл. Создаваемый файл имеет заголовок, после которого идут данные по умолчанию представляемые в виде матрицы целочисленных данных, которая может иметь произвольную размерность. Максимальная размерность матрицы файла 128x128 элементов. Если векторный сигнал имеет длину более 128 (точнее более 144) отсчетов, то его целесообразно сегментировать и представить в виде матрицы, которую записать в файле с помощью программы REEВОК. Если данные необходимо обрабатывать в векторной, а не в матричной форме, то после выборки данных из файла, полученная матрица разворачивается по строкам в вектор.

Формат файла данных, получаемый с помощью этой программы, иллюстрирует Листинг 1. Как видно из него перед размещением данных в файле вначале записывается заголовок длиной в 30 байт. Таким образом, файл данных является нетипизированным и запись и считывание из него ведется с помощью процедур работы с нетипизированными файлами, ознакомиться с которыми можно в [2].

Листинг 1.

```
PFHeader = ^FHeader;
```

```
FHeader = record
    DataType :string[4];      { заголовок файла данных }
    Cols :longint;           { тип данных REAL или INTG }
    Lines :byte;            { число столбцов }
    Frequency :longint;     { число строк }
    Time :longint;         { частота дискретизации }
    Period :longint;       { время наблюдения }
    Pause :longint;       { период наблюдения }
    Min,Max :integer;     { период паузы }
                          { минимальный и максимальный }
                          { элементы }
end;                       { всего 30 байт }
```

В программе REEВОК из элементов заголовка, представленных в Листинге 1, указываются только число столбцов, число

строк, максимальный элемент массива и минимальный элемент массива. Необходимо помнить, что хотя целочисленные переменные могут принимать значения в диапазоне $(-1024 \dots +1024)$, динамический диапазон сигнала не должен превышать 200. Это объясняется тем, что не все режимы мониторов отображают более 200 точек по вертикали.

Данные целесообразно вводить в текстовом редакторе, а корректировать в графическом редакторе. При этом в окне текстового редактора отображаются элементы только одной строки. Переход по строкам, если их больше одной, осуществляется клавишами PageUp – PageDown. Выбор элемента строки осуществляется клавишами "→", "←", "↓", "↑". После ввода числа в ячейку необходимо подтвердить ввод клавишей "Enter". В противном случае в ячейке останутся старые данные.

Подсказки и параметры ввода расположены в верхней части окна. Меню располагается в нижней части окна. После ввода данных их необходимо записать с помощью клавиши F2. Имя файла вводится после команды создать файл (F3). Расширение файла данных .mat формируется автоматически.

1.3. Цель работы

изучить методы получения цифровых сигналов и программное обеспечение для формирования файлов данных с цифровыми отсчетами сигналов.

1.4. Порядок выполнения работы

1. Изучите раздел «Дискретизация непрерывных сигналов» [1].

2. Из атласа [3] отсканируйте страницу с электрокардиосигналами выбранной патологии. Каждый студент получает свой индивидуальный вариант (номер страницы атласа с индивидуальным вариантом записывается в журнал преподавателя). Выберите три непрерывных сигнала из разных отведений (по консультации с преподавателем). В указанных трех сигналах обязательно должен присутствовать сигнал второго отведения. Изобразите теоретический спектр электрокардиосигнала. Определите теоретическую частоту дискретизации сигналов.

3. Изучите программу моделирования данных REEВОК и ее графический и символьный интерфейсы. обратите особое внимание на структуру файла и его заголовков.

4. Выбрав частоту дискретизации сигналов, полученных в п. 2, и задавшись остальными параметрами заголовка файла данных, получите с помощью программы REEВОК файлы данных согласно п. 1.

5. Сосчитайте заголовки файлов данных и сами данные с помощью программы, имеющейся в базе данных или разработанной самостоятельно. Сделайте необходимые выводы.

1.5. Содержание отчета

1. Ксерокопия исследуемого сигнала.
2. Распечатки окон графического редактора с исследуемыми сигналами.
3. Предполагаемый вид спектра исследуемого сигнала и расчет теоретических значений его частоты дискретизации.
4. Распечатка листингов созданных программ.
5. Распечатка заголовков созданных файлов данных.
6. Электронная форма на дискете 3.5".
7. Выводы.

1.6. Контрольные вопросы

1. Чем отличается дискретный сигнал от цифрового?
2. Дайте определение Найквистовской частоты дискретизации.
3. Как изменится спектр сигнала, если он дискретизирован с частотой, меньшей, чем Найквистовская?
4. С какой целью перед дискретизацией аналоговый сигнал подвергают низкочастотной фильтрации? Как выбирается частота среза этого фильтра?
5. Нарисуйте структурную схему дискретизатора. Как в ней реализуется соотношение (1.1)?
6. Какие искажения имеют место при переходе от цифрового сигнала к непрерывному? Как реализуется этот переход?

7. Какие искажения дискретного сигнала вызывает отличие дискретизирующего импульса от δ -импульса Дирака?

8. Нарисуйте частотную характеристику усилительного тракта электрокардиосигнала.

9. С чем связаны искажения сигнала при его квантовании? Как изменится спектр функции в результате квантования?

10. С чем связаны искажения сигнала при его дискретизации? Как изменится спектр функции в результате дискретизации?

1.7. Порядок защиты работы

Работа может быть зачтена, если студент представил отчет согласно п. 1.5, исследуемые в работе сигналы соответствуют индивидуальному варианту, электронная форма соответствует представленному тексту, и студент дал исчерпывающие ответы на 10 произвольных вопросов из п. 1.6.

Литература

1. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер. 2002. – 608 с.

2. Зубов В.С. Программирование на языке TURBO PASCAL (версии 6.0 и 7.0). – М.: Информационно-издательский дом «Филинъ», 1997. – 304 с.

3. Циммерман Франклин. Клиническая электрокардиография. – М.: «Издательство БИНОМ», 1997. – 448 с.

. Практическая работа №2.
ДИСКРИМИНАНТНЫЙ АНАЛИЗ В СИСТЕМЕ STATISTICA

Цель работы: *освоить дискриминантный анализ данных в системе STATISTICA*

Постановка задачи: Для предметной области и соответствующего признакового описания объектов выполнить дискриминантный анализ.

Задание 1. Выполнить дискриминантный анализ цветов ириса.

1.1. Проверить, что измеряемые характеристики объектов (цветов ириса) имеют нормальное распределение, т.е. провести специальное тестирование на нормальность, имеющееся в модуле ANOVA/ MANOVA

1.2. Прodelать 6 шагов дискриминантного анализа, описанных в п.2.4.

Задание 2. Выполнить дискриминантный анализ для исходных данных в соответствии с вариантом

2.1. Подготовить исходные данные. В качестве исходных данных взять исходную информацию о состоянии крови и группе антропометрических данных в файлах ИД-оперир и ИД-здоров в соответствии с вариантом

Вариант	Группирующая переменная – Grouping variable	Независимые переменные – Independent variables
1	Столбец Y (Объем удаления щит железы)	Столбцы C-J
2	Столбец Y (Объем удаления щит железы)	Столбцы C, H-P

3	Столбец Y (Объем удаления щит железы)	Столбцы I-P
4	Столбец Y (Объем удаления щит железы)	Столбцы C-J
5	Столбец Y (Объем удаления щит железы)	Столбцы Q-U
6	Столбец Y (Объем удаления щит железы)	Столбцы I-T
7	Столбец Y (Объем удаления щит железы)	Столбцы C-N
8	Столбец Y (Объем удаления щит железы)	Столбцы C, H- J, Q
9	Столбец Y (Объем удаления щит железы)	Столбцы C, H, K, R
10	Столбец Y (Объем удаления щит железы)	Столбцы C, H, L, S
11	Столбец Y (Объем удаления щит железы)	Столбцы C, H, N- P, T

	зы)	
12	Столбец Y (Объем удаления щит железа)	Столбцы C, H, I, U
13	Столбец Y (Объем удаления щит железа)	Столбцы H- Q
14	Столбец Y (Объем удаления щит железа)	Столбцы H-P, R
15	Столбец Y (Объем удаления щит железа)	Столбцы H, I-P

2.2. Проверить, что измеряемые характеристики заданных объектов имеют нормальное распределение, т.е. провести специальное тестирование на нормальность, имеющееся в модуле ANOVA/ MANOVA

2.3. Прodelать 7 шагов дискриминантного анализа, описанных в п.2.4.

Задание 3. Оформить отчет.

1 Пояснительная записка

2.1 Введение в дискриминантный анализ

Дискриминантный анализ является одним из методов многомерного статистического анализа. Цель дискриминантного анализа состоит в том, чтобы на основе измерения различных характеристик (признаков, параметров) объекта классифицировать его, то есть отнести к одной из нескольких групп (классов) некоторым оптимальным способом. Под оптимальным способом понимается ли-

бо минимум математического ожидания потерь, либо минимум вероятности ложной классификации. Этот вид анализа является многомерным, так как измеряется несколько параметров объекта, по крайней мере, больше одного, например, температура, влажность в технологическом процессе, давление, состав крови, температура больного и т.д.

Типичные области применения дискриминантного анализа — медицина, управление производством, экономика, геология, контроль качества. В медицине объектом исследования является пациент, когда по результатам измерений различных параметров, проведения диагностических тестов врач определяет, например, необходимо ли хирургическое вмешательство при лечении. В управлении производством принимается решение по отнесению поступающего сырья или продукции к одному из нескольких типов. В экономике важно решение по отнесению клиента к определенному классу при выдаче кредита. Чрезвычайно интересно применение дискриминантного анализа в борьбе с терроризмом. Последствия действий против террористов могут привести к одному из двух результатов: успешное освобождение заложников и случаи, когда заложники пострадали. Здесь имеются следующие дискриминантные переменные: число террористов, степень поддержки, количество оружия и так далее. Очевидно, лицам, ведущим переговоры, важно классифицировать возникшую ситуацию, с тем чтобы определить свои действия. Широкий круг задач, возникающих на практике и связанных с классификацией, можно решить методами дискриминантного анализа.

В модуле Discriminant analysis (Дискриминантный анализ) системы STATISTICA имеется широкий набор средств, обеспечивающих проведение дискриминантного анализа данных, визуализации и интерпретации результатов.

2.2 Постановка задачи дискриминантного анализа

Предположим, имеется n объектов с m характеристиками. В результате измерений каждый объект характеризуется вектором x_1, \dots, x_m , $m > 1$. Задача состоит в том, чтобы по результатам измерений отнести объект к одной из нескольких групп (классов) G_1, \dots, G_k , $k \geq 2$. Иными словами, нужно построить решающее правило, позво-

ляющее по результатам измерений параметров объекта указать группу, к которой он принадлежит. Число групп заранее известно, также известно, что объект заведомо принадлежит к определенной группе.

Пусть X — пространство значений вектора измерений. Решающее правило называется нерандомизированным, если пространство X разбито на k непересекающихся областей; при попадании измерения параметров объекта в k -ю область объект относится к k -й группе. Решающее правило называется рандомизированным, если для каждого вектора наблюдений x задана вероятность $p_i(x)$, с которой объект принадлежит i -й группе, $p_i(x) \geq 0$, $p_1(x) + \dots + p_k(x) = 1$, $i=1, \dots, k$.

Очевидно, при использовании решающего правила возникают потери, вызванные тем, что объект неправильно классифицирован — отнесен к классу i , когда в действительности он принадлежит классу j (i не равно j). Если можно измерить убыток $r(i, j)$ при неправильной классификации объекта, то вводят средние потери, к которым приводит применение данного правила, и пытаются найти правило, минимизирующее эти средние потери. Если значение потерь трудно оценить численно, то при построении оптимального правила используют критерий минимальной вероятности ложной классификации.

В дискриминантном анализе можно задать априорные вероятности принадлежности объекта к определенному классу. На практике эти вероятности оцениваются из массива экспериментальных данных.

Так как массив экспериментальных данных накапливается, то эти оценки постепенно уточняются. При этом можно учесть различные факторы, влияющие на принадлежность объекта к определенному классу, например, если поступает мука в хлебное производство, то можно учесть сезонные факторы: вероятность того, что мука будет лучшего качества осенью выше той же вероятности весной.

В случае двух групп объектов дискриминантный анализ эквивалентен множественной регрессии (зависимой переменной является номер группы). Независимые переменные с наибольшими стандартизированными коэффициентами регрессии дают наиболь-

ший вклад в предсказание принадлежности объекта к группе. В модуле *Discriminant analysis* (Дискриминантный анализ) реализовано два общих метода дискриминантного анализа: стандартный и пошаговый (включения и исключения). Данные методы дискриминантного анализа аналогичны методам множественной регрессии. В случае двух групп методом наименьших квадратов строится регрессионная прямая (зависимая переменная — номер группы, все остальные переменные — независимые). Если групп несколько, то можно представить себе, что вначале строится дискриминация между группами 1 и 2, затем между 2 и 3, и так далее.

В пошаговом методе модель строится последовательно по шагам. Для метода включения STATISTICA на каждом шаге оценивает вклад в функцию дискриминации не включенных в модель переменных. Переменная, дающая наибольший вклад, включается в модель, далее система переходит к следующему шагу. Если применяется так называемый пошаговый метод исключения, то вначале в модель включаются все переменные, затем производится их последовательное исключение.

Близкими к методам дискриминантного анализа являются методы дисперсионного анализа, кластерного и факторного анализов и методы множественной регрессии. Отличие кластерного анализа от дискриминантного в том, что в нем заранее не фиксировано число групп (кластеров).

2.3 Предположения и ограничения в дискриминантном анализе

Дискриминантный анализ «работает» при выполнении ряда предположений.

Предположение о том, что наблюдаемые величины — измеряемые характеристики объекта — имеют нормальное распределение. Это предположение следует проверять. В модуле имеются специальные опции, позволяющие быстро построить гистограммы и графики на вероятностной бумаге. Специальные тесты на нормальность имеются в модуле ANOVA/ MANOVA. Следует заметить, что умеренные отклонения от этого предположения не являются фатальными.

Предположение об однородности дисперсий и ковариаций наблюдаемых переменных в разных классах (отличие между клас-

сами имеется только в средних). Умеренные отклонения от этого предположения также допустимы.

Широкий набор статистик и опций для тестирования различных предположений дискриминантного анализа, в частности так называемый М-критерия Бокса, содержится также в модуле ANOVA/MANOVA — Дисперсионный анализ.

Методы, реализованные в модуле, являются линейными. Функции классификации и дискриминантные функции являются линейными комбинациями наблюдаемых величин.

Важное замечание о проверке предположений анализа. Дискриминантный анализ может быть проведен и когда основные предположения не выполняются (предположение о нормальности и равенстве ковариационных матриц). Задача состоит в интерпретации результатов. В конечном счете, наиболее важным критерием правильности построенного классификатора является практика. И если окажется, что в результате построен классификатор, «работающий» на практике, то это будет достижением.

2.4 Дискриминантный анализ цветов ириса в STATISTICA

Знакомство с возможностями проведения дискриминантного анализа в системе STATISTICA лучше всего начать с разбора апробированного примера. Таким примером является классический пример Фишера — анализа цветков ириса [1]. Задача состоит в том, чтобы по результатам измерения длины и ширины чашелистиков и лепестков цветков ириса отнести ирис к одному из трех типов: SETOSA, VERSICOL, VIRGINIC. Данные для этого примера имеются в файле Irisdat.sta (C:\Program-File\Statistica6\Examples\Datasets\Irisdat.sta). В файле содержатся результаты измерений 150 цветков ириса, по 50 каждого типа.

Шаг 1. Из Переключателя модулей STATISTICA открываем стартовую панель модуля Discriminant function analysis (Дискриминантный функциональный анализ).

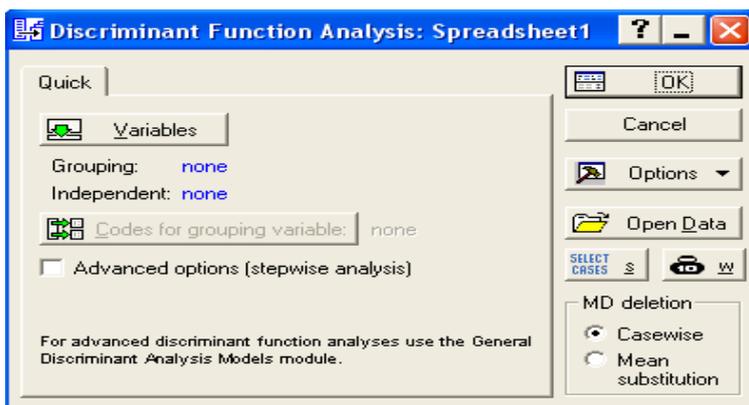


Рисунок 2.4.1 - Стартовая панель модуля Дискриминантный анализ

Шаг 2. Нажимаем кнопку Open Data (Открыть данные) и открываем файл данных Irisdat.sia из каталога *Examples*. Следующий файл данных появится на экране:

	1	2	3	4	5	
	SEPALLEN	SEPALWID	PETALLEN	PETALWID	IRISTYPE	
1	5	3,3	1,4	0,2	SETOSA	
2	6,4	2,8	5,6	2,2	VIRGINIC	
3	6,5	2,8	4,6	1,5	VERSICOL	
4	6,7	3,1	5,6	2,4	VIRGINIC	
5	6,3	2,8	5,1	1,5	VIRGINIC	
6	4,6	3,4	1,4	0,3	SETOSA	
7	6,9	3,1	5,1	2,3	VIRGINIC	
8	6,2	2,2	4,5	1,5	VERSICOL	
9	5,9	3,2	4,8	1,8	VERSICOL	
10	4,6	3,6	1	0,2	SETOSA	
11	6,1	3	4,6	1,4	VERSICOL	
12	6	2,7	5,1	1,6	VERSICOL	
13	6,5	3	5,2	2	VIRGINIC	
14	5,6	2,5	3,9	1,1	VERSICOL	
15	6,5	3	5,5	1,8	VIRGINIC	
16	5,8	2,7	5,1	1,9	VIRGINIC	

Рисунок 2.4.2 - Файл данных Iris.sta

Шаг 3. Нажимаем кнопку Variables (Переменные) и выбираем переменные, для анализа.

В качестве Группирующей переменной – Grouping variable выбираем переменную IRISTYPE – ТИПИРИСА.

В качестве Независимых переменных – Independent variables выбираем переменные SEPALLEN - ДЛИНА ЧАШЕЛИСТИКА, SEPALWD - ШИРИНА ЧАШЕЛИСТИКА, PETALLEN - ДЛИНА ПЕСТИКА, PETALWD - ШИРИНА ПЕСТИКА.

Шаг 4. Нажимаем кнопку ОК и открываем диалоговое окно Model Definition (Определение модели).

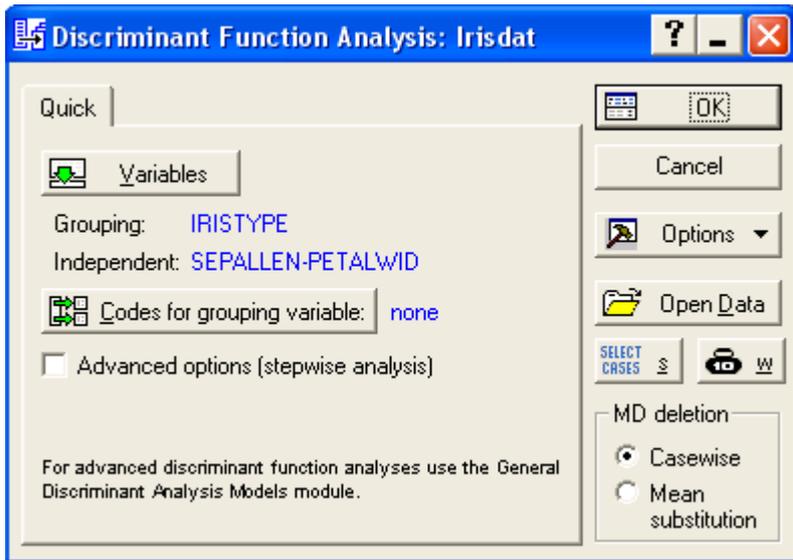


Рисунок 2.4.3 - Окно определения модели дискриминантного анализа

Делаем установки, как показано на рисунке 2.4.3. Нажимаем кнопку ОК и запускаем вычислительную процедуру, реализующую пошаговый метод включения.

Шаг 2. Рассмотрим итоги, приведенные в диалоговом окне Результаты дискриминантного анализа.

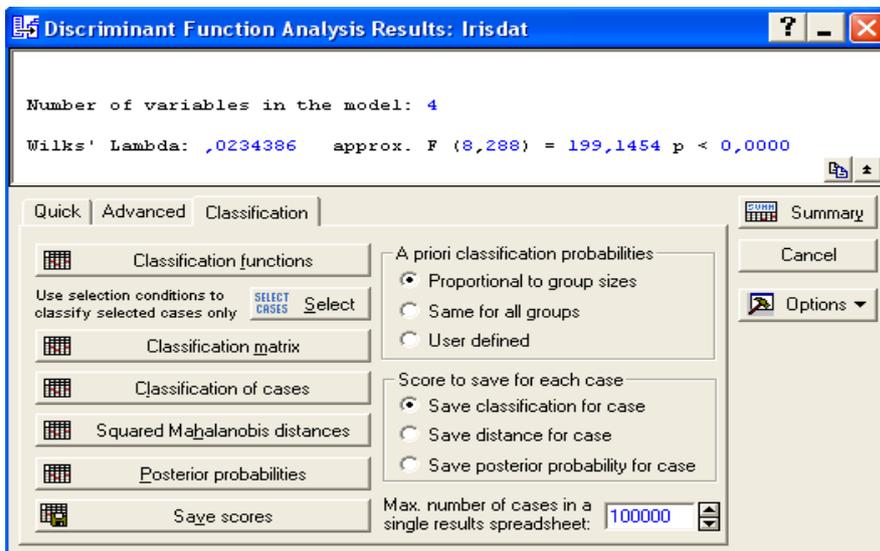


Рисунок 2.4.4 - Окно результатов дискриминантного анализа данных из файла Iris.sta

Информационная часть окна сообщает, что использован:

Number of variables in the model — Число переменных в модели: 4;

Wilks lambda — Значение лямбды Уилкса: 0.0234386;
 approx. F (8,288) = 199.1454 — Приближенное значение F- статисти-
 ки, связанной с лямбдой Уилкса;
 p — уровень значимости F-критерия для значения 199.1454.

Значения статистики лямбда Уилкса лежат в интервале [0,1]. Значения статистики Уилкса, лежащие около 0, свидетельствуют о хорошей дискриминации. Значения статистики Уилкса, лежащие около 1, свидетельствуют о плохой дискриминации. Иными словами, это можно выразить следующим образом: если значения лямбда Уилкса близки к 0, то мощность дискриминации (мощность = 1 — вероятность ошибки) близка к 1, если лямбда Уилкса близка к 1, то мощность близка к 0.

Нажимаем кнопку Variables in the model (Переменные, включенные в модель).

Discriminant Function Analysis Summary (Irisdat)
 No. of vars in model: 4; Grouping: IRISTYPE (3 grps)
 Wilks' Lambda: .02344 approx. F (8,288)=199,15 p<0,0000

N=150	Wilks' Lambda	Partial Lambda	F-remove (2,144)	p-level	Toler.	1-Toler. (R-Sqr.)
SEPALLEN	0,024976	0,938464	4,72115	0,010329	0,347993	0,652007
SEPALWID	0,030580	0,766480	21,93593	0,000000	0,608859	0,391141
PETALLEN	0,035025	0,669206	35,59018	0,000000	0,365126	0,634874
PETALWID	0,031546	0,743001	24,90433	0,000000	0,649314	0,350686

Рисунок 2.4.5 - Итоговая таблица анализа данных из файла Iris.sta

Просмотрим разделение групп на графике. Для этого инициируем кнопку Canonical analysis & graphs (Канонический анализ и графики). В появившемся диалоговом окне Canonical Analysis (Канонический анализ) нажимаем кнопку Scatterplot of canonical scores (Диаграмма рассеяния канонических значений). На экране появится следующий график:

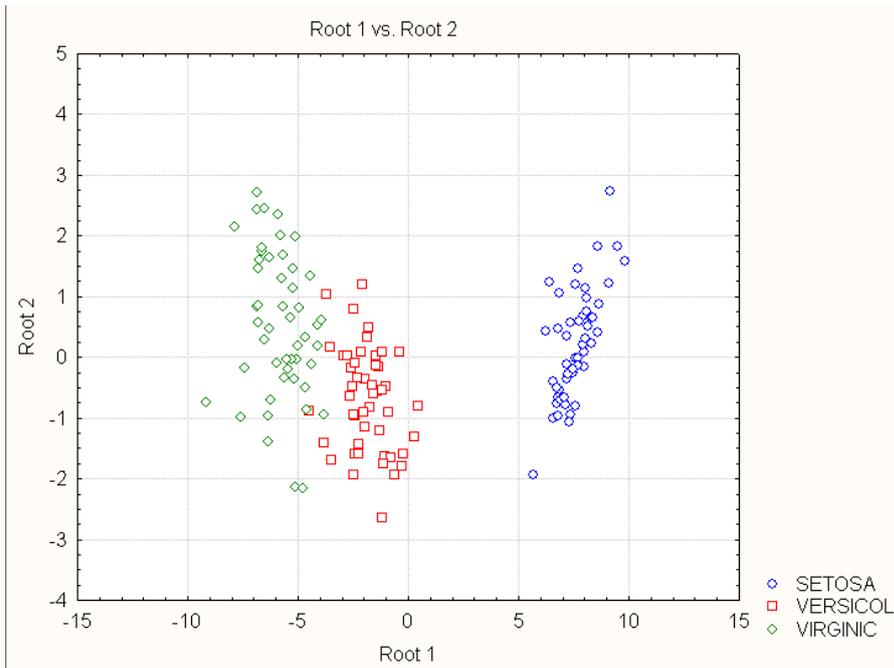


Рисунок 2.4.6 - Разделение трех типов ириса

На рисунке 2.4.6 приведена визуализация данных по 150 измерениям длины и ширины чашелистиков и лепестков цветков ириса трех типов (SETOSA, VERSICOL, VIRGINIC) на плоскости (в системе координат по двум построенным факторам Root1 и Root2 с помощью факторного анализа).

Посмотрим функции классификации. В диалоговом окне Результаты (рисунок 2.4.4) дискриминантного анализа нажимаем кнопку Classification functions (Функции классификации).

Variable	Classification Functions; grouping: IRISTYPE (Irisdat)		
	SETOSA p=,33333	VERSICOL p=,33333	VIRGINIC p=,33333
SEPALLEN	23,5442	15,6982	12,446
SEPALWID	23,5879	7,0725	3,685
PETALLEN	-16,4306	5,2115	12,767
PETALWID	-17,3984	6,4342	21,079
Constant	-86,3085	-72,8526	-104,368

Рисунок 2.4.7 - Функции классификации, построенные пошаговым методом вперед

С помощью этих функций можно вычислить классификационные значения (метки) для вновь наблюдаемых цветков по формулам:

$$\text{SETOSA} = -16.43 \cdot \text{ДЛЛЕПЕСТ} + 23.59 \cdot \text{ШИРЧАШЕЛ} - 17.4 \cdot \text{ШИРЛЕПЕС} + 23.54 \cdot \text{ДЛЧАШЕЛИ} - 86.31$$

$$\text{VERSICOL} = 2.21 \cdot \text{ДЛЛЕПЕСТ} + 7.07 \cdot \text{ШИРЧАШЕЛ} - 6.43 \cdot \text{ШИРЛЕПЕС} + 12.70 \cdot \text{ДЛЧАШЕЛИ} - 72.85$$

$$\text{VIRGINIC} = 12.76 \cdot \text{ДЛЛЕПЕСТ} + 3.69 \cdot \text{ШИРЧАШЕЛ} - 21.08 \cdot \text{ШИРЛЕПЕС} + 12.5 \cdot \text{ДЛЧАШЕЛИ} - 104.37$$

Пусть мы имеем новый цветок со значениями: ДЛЛЕПЕСТ*, ШИРЧАШЕЛ*, ШИРЛЕПЕС*, ДЛЧАШЕЛИ*. Формально следует подставить эти значения в приведенные выше формулы и вычислить классификационные значения SETOSA*, VERSICOL*, VIRGINIC*. Новый цветок относится к тому классу, для которого классификационное значение максимально.

Конечно, построенные классификационные функции могут быть определены в электронных таблицах как формулы, и для каждого добавленного случая по ним могут быть вычислены классификационные метки. Таким образом, каждый новый объект автоматически относится к определенному классу.

Расстояния Махаланобиса. Нажимаем кнопку Squared Mahalanobis distance (Квадрат расстояния Махаланобиса) (рисунок 2.4.4) и видим таблицу с квадратами расстояния Махаланобиса от точек (случаев) до центров групп:

Squared Mahalanobis Distances from Group Centroids (Irisdat)					
Incorrect classifications are marked with *					
Case	Observed Classif.	SETOSA p=.33333	VERSICOL p=.33333	VIRGINIC p=.33333	
1	SETOSA	0,2419	90,6602	181,5587	
2	VIRGINIC	208,5713	27,3188	1,8944	
3	VERSICOL	105,2663	2,2329	13,0720	
4	VIRGINIC	207,9180	31,7492	4,4506	
* 5	VIRGINIC	133,0668	5,2529	7,2359	
6	SETOSA	1,3337	84,0118	170,0569	
7	VIRGINIC	173,1838	26,5620	11,0484	
8	VERSICOL	131,6617	8,4307	14,7647	
* 9	VERSICOL	130,8624	8,6697	6,5068	
10	SETOSA	2,2864	113,6509	210,0239	
11	VERSICOL	99,2338	1,2963	13,8174	
* 12	VERSICOL	149,0303	8,4393	4,8645	

Рисунок 2.4.8 - Расстояния Махаланобиса для данных из файла iris.sta

Апостериорные вероятности. Рассмотрим группу опций внизу диалогового окна Результаты дискриминантного анализа: Apriori classifications probabilities (Априорные вероятности классификации). До анализа мы задаем для каждого случая (в данном примере цветка) вероятность, с какой он принадлежит к определенному классу. После того как анализ выполнен, можно пересчитать эти вероятности и получить апостериорные вероятности классификации. Нажав кнопку Posterior probabilities (Апостериорные вероятности) (рисунок 2.4.4), мы увидим таблицу с апостериорными вероятностями принадлежности объекта к определенному классу.

Posterior Probabilities (Irisdat)				
Incorrect classifications are marked with *				
Case	Observed Classif.	SETOSA p=,33333	VERSICOL p=,33333	VIRGINIC p=,33333
1	SETOSA	1,000000	0,000000	0,000000
2	VIRGINIC	0,000000	0,000003	0,999997
3	VERSICOL	0,000000	0,995590	0,004410
4	VIRGINIC	0,000000	0,000001	0,999999
* 5	VIRGINIC	0,000000	0,729388	0,270612
6	SETOSA	1,000000	0,000000	0,000000
7	VIRGINIC	0,000000	0,000428	0,999572
8	VERSICOL	0,000000	0,959573	0,040427
* 9	VERSICOL	0,000000	0,253228	0,746772
10	SETOSA	1,000000	0,000000	0,000000
11	VERSICOL	0,000000	0,998093	0,001907
* 12	VERSICOL	0,000000	0,143392	0,856608
13	VIRGINIC	0,000000	0,003146	0,996854
14	VERSICOL	0,000000	0,999997	0,000003
15	VIRGINIC	0,000000	0,006084	0,993916
16	VIRGINIC	0,000000	0,001078	0,998922
17	VIRGINIC	0,000000	0,000001	0,999999

Рисунок 2.4.9 - Таблица апостериорных вероятностей

В первом столбце таблицы, приведенной на рисунке 2.4.9, указан тип ириса для каждого случая. Во втором, третьем, четвертом столбце даны апостериорные вероятности отнесения каждого цветка к соответствующему типу. Цветок относится к группе с максимальной апостериорной вероятностью. Знаком * отмечаются неправильно классифицированные при использовании данного правила случаи.

Шаг 6. Классификация новых случаев. Не закрывая диалога Результаты дискриминантного анализа (рисунок 2.4.4), добавим в таблицу исходных данных новый случай, например, так:

151	5,3	3,1	2,7	0,5
-----	-----	-----	-----	-----

Рисунок 2.4.10 - Новое наблюдение в данных iris.sta

Для того чтобы понять, к какому классу относится этот объект, нажмите кнопку Posterior probabilities (Апостериорные вероятности) (рисунок 2.4.4), мы увидим ту же таблицу с апостериорными вероятностями, к которой будет добавлена строка:

151	---	0,999874	0,000126	0,000000
-----	-----	----------	----------	----------

Рисунок 2.4.11 - Классификация нового наблюдения

Итак, новое наблюдение с вероятностью 0.999874 можно отнести к типу SETOSA.

Шаг 7. Оценка точности полученных решающих правил методом скользящего экзамена.

По аналогии, как в шаге 6 на рисунке 2.4.10 группа значений удаляется при построении решающих правил и по ним принимают решение о принадлежности к классу. Но по этим объектам есть информация о принадлежности к классам. Находится средневзвешенная доля неверно отнесенных к классу объектов. В качестве весов берутся априорные вероятности классов.

2 Контрольные вопросы

1. Цель дискриминантного анализа
2. Постановка задачи дискриминантного анализа
3. Что такое априорные и апостериорные вероятности
4. Предположения и ограничения в дискриминантном анализе
5. Как называется место типичных наблюдений для данных классов и их использование для описания различий между классами?
6. Как происходит анализ канонических функций?
7. Как называется мера классификации, являющаяся производной от расстояния?

3. Литература

- 1 Боровиков В.П. Популярное введение в программу STATISTICA . -М.: Финансы и статистика. 1999. -239с.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

3.1. Краткие теоретические сведения

При модуляции параметров немодулированного (несущего) колебания

$$u_{\omega} = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (3.1)$$

формируется модулированное колебание, которое в общем случае можно записать в виде

$$u = U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] = U(t) \cos \Phi(t) \quad (3.2)$$

где $(\omega_0$ – несущая частота; $\Phi(t) = (\omega_0 t + \varphi(t))$ – мгновенная фаза колебания.

Амплитуда $U(t)$ и фазовый сдвиг $\varphi(t)$ колебания (3.2) изменяются в зависимости от модулирующего сигнала $s(t)$.

Спектр модулированного колебания (3.2) обычно оказывается шире спектра модулирующего сигнала.

3.1.1. Амплитудно-модулированные колебания

При амплитудной модуляции происходит изменение амплитуды $U(t)$ модулированного колебания при постоянной начальной фазе φ . Выражение (3.2) принимает вид

$$u_{AM} = U(t) \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (3.3)$$

Огибающая (амплитуда) модулированного колебания изменяется вокруг среднего значения U_0 и связана с модулирующим сигналом $s(t)$ линейным соотношением

$$U(t) = U_0 + k_A s(t), \quad (3.4)$$

где k_A – коэффициент пропорциональности, такой, что при любых t обеспечивается $U(t) \geq 0$.

Модуляция гармоническим сигналом (тональная модуляция). Если модулирующий сигнал $s(t)$ является гармоническим колебанием, т. е.

$$s(t) = S \cos(\Omega t + \psi), \quad (3.5)$$

то, согласно (3.4), огибающая модулированного колебания имеет вид

$$U(t) = U_0 + \Delta U \cos(\Omega t + \psi), \quad (3.6)$$

где Ω – частота модуляции ($\Omega \ll \omega_0$); ψ – начальная фаза огибающей; $\Delta U = k_A S$ – наибольшее отклонение амплитуды от среднего значения. Мгновенное значение подобного тонально-модулированного колебания выражается как

$$u_{AM} = U_0[1 + M \cos(\Omega t + \psi)]\cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (3.7)$$

где отношение $M = \Delta U/U_0$, называемое коэффициентом модуляции, является одним из основных параметров АМ колебания.

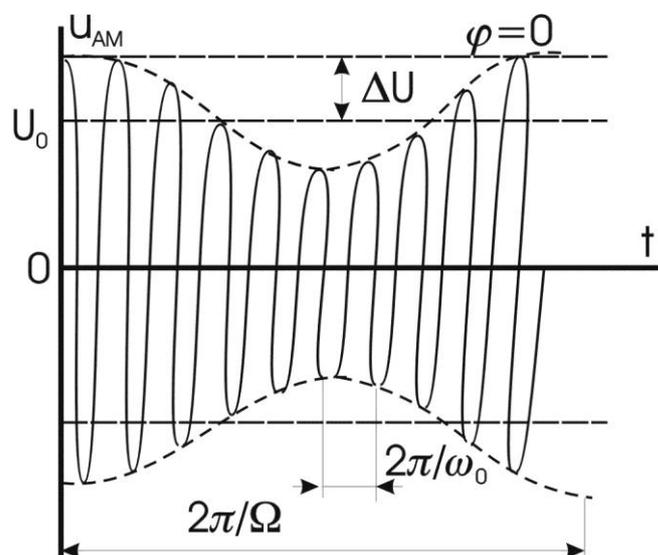


Рис. 3.2. Временная диаграмма колебания (3.7)

Колебание u_{AM} имеет дискретный спектр, состоящий из трех высокочастотных спектральных составляющих. Первое слагаемое в правой части представляет собой исходное немодулированное колебание с частотой ω_0 и начальной фазой φ . Второе и третье слагаемые называют соответственно верхней и нижней боковыми составляющими. Они расположены симметрично относительно несущего колебания на верхней ($\omega_0 + \Omega$) и нижней ($\omega_0 - \Omega$) боковых частотах модуляции и имеют соответственно начальной фазы $(\varphi + \psi)$ и $(\varphi - \psi)$. Амплитуды боковых составляющих равны $U_0 M/2$. При неискаженной модуляции $U_0 M/2 \leq U_0/2$ ($M \leq 1$). Рис. 3.3 иллюстрирует формирование спектра АМ колебания. На рис. 3.3, а изображен спектр колебаний до модуляции. При модуляции (в ре-

в результате перемножения функций $\cos \Omega t - \cos \omega_0 t$ происходит сдвиг спектра модулирующего сигнала на величину ω_0 и расширение спектра (рис. 3.3, б). Ширина полосы частот $2\Delta\omega_{AM}$, занимаемой АМ колебанием, определяется удвоенной частотой модулирующего сигнала.

$$2\Delta\omega_{AM} = 2\Omega$$

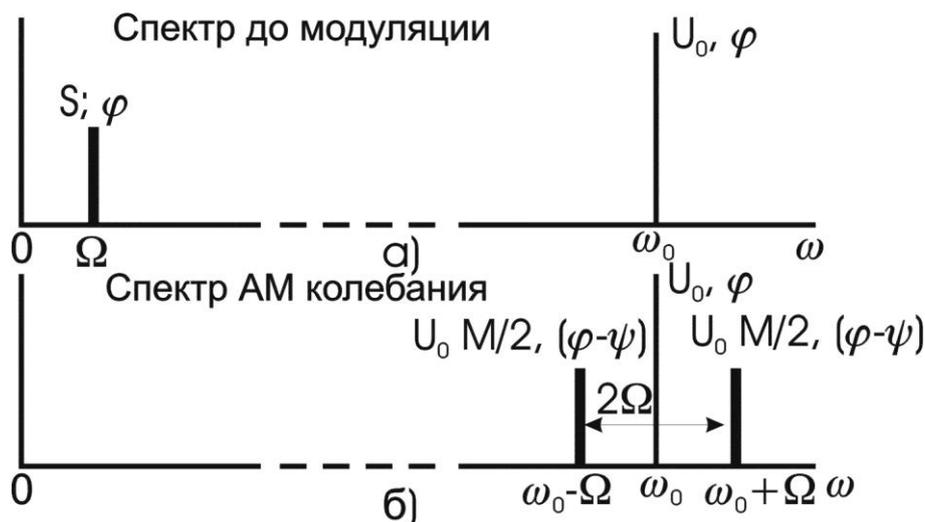


Рис. 3.3. Спектр колебаний до модуляции

Модуляция произвольным периодическим сигналом. Периодический модулирующий сигнал $s_n(t)$ может быть представлен рядом Фурье вида (2.8):

$$s_n(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t + \psi_n), \quad (3.9)$$

где Ω – основная частота модулирующего сигнала.

Если отнести постоянную составляющую $A_0/2$ ряда Фурье к амплитуде несущего колебания U_0 , то огибающую $U(t)$ модулированного колебания можно записать так:

$$U(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta U_n \cos(n\Omega t + \psi_n), \quad (3.10)$$

где $\Delta U_n = k_A A_n$.

Каждая спектральная составляющая модулирующего сигнала (3.9) так же, как при тональной модуляции, создает две боковые частоты в спектре модулированного колебания.

Если ширину спектра $\Delta\Omega$ модулирующего сигнала определить как

$$\Delta\Omega = \Omega_{\max} = m\Omega,$$

где Ω_{\max} – максимальная частота, которая учитывается в спектре этого сигнала, соответствующая m -й гармонике, то ширина спектра АМ колебания равна

$$2\Delta\omega_{\text{АМ}} = 2\Omega_{\max}.$$

Модуляция непериодическим сигналом. В случае модуляции непериодическим сигналом $s(t)$ со спектральной плотностью $G(\omega)$ огибающую $U(t)$ и АМ колебание $u_{\text{АМ}}(t)$ можно записать в виде

$$U(t) = U_0 + k_A s(t), \quad (3.12)$$

$$u_{\text{АМ}}(t) = [U_0 + k_A s(t)] \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (3.13)$$

спектральная плотность огибающей, сосредоточенная в области нижних частот, «раздваивается» и переносится в область высоких частот, смещаясь на $\pm\omega_0$. спектральная плотность $G_{\text{АМ}}(\omega)$ АМ колебания имеет две составляющие: $1/2G_u(\omega - \omega_0)$ и $1/2G_u(\omega + \omega_0)$, сконцентрированные вблизи частот ω_0 и $-\omega_0$ соответственно. Ширина спектра $2\Delta\omega_{\text{АМ}}$ АМ колебания вдвое превышает ширину спектра $\Delta\omega_U$ огибающей.

2.1.2. Колебания с угловой модуляцией

Общие понятия. При угловой модуляции под действием модулирующего сигнала происходит изменение фазового сдвига $\varphi(t)$ несущего колебания (3.1) при постоянной амплитуде U_0 . Модулированное колебание (3.2) принимает вид

$$u(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + \varphi] = U_0 \cos\Phi(t) \quad (3.23)$$

Изменение фазового сдвига $\varphi(t)$ происходит как при модуляции мгновенной частоты $\omega(t)$, так и при модуляции непосредственно фазового сдвига $\omega(t)$ колебания (3.23). Поэтому различают два вида угловой модуляции: частотную модуляцию (ЧМ) и фазовую модуляцию (ФМ).

При частотной модуляции имеет место линейная связь между мгновенной частотой $\omega(t)$ колебания (3.23) и модулирующим сигналом $s(t)$:

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega_d s(t)^*, \quad (3.25)$$

где ω_d – девиация частоты, т. е. максимальное отклонение частоты $\omega(t)$ от ω_0 .

Полная фаза $\Phi(t)$ ЧМ колебания определяется как интеграл от мгновенной частоты (3.25)

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \int \omega(t) dt + \varphi = \int [\omega_0 + \omega_d s(t)] dt + \varphi = \\ &= \omega_0 t + \omega_d \int s(t) dt + \varphi = \omega_0 t + \varphi(t), \end{aligned} \quad (3.26)$$

где фазовый сдвиг

$$\varphi(t) = \omega_d \int s(t) dt + \varphi. \quad (3.27)$$

При этом ЧМ колебание принимает вид

$$u_{\text{ЧМ}} = U_0 \cos \left[\omega_0 t + \omega_d \int s(t) dt + \varphi \right]. \quad (3.28)$$

Таким образом, фазовый сдвиг $\varphi(t)$ ЧМ колебания изменяется по закону интеграла от модулирующего сигнала $s(t)$.

Частотно-модулированный сигнал можно получить на выходе частотного модулятора, в котором модулирующий сигнал $s(t)$ либо непосредственно управляет угловой частотой $\omega(t)$ несущего колебания в соответствии с выражением (3.25), либо после интегрирования управляет фазовым сдвигом $\varphi(t)$ несущего колебания согласно выражению (3.27).

При фазовой модуляции в соответствии с модулирующим сигналом $s(t)$ изменяется фазовый сдвиг

$$\varphi(t) = \varphi + ms(t), \quad (3.29)$$

где φ – начальная фаза немодулированного колебания; m – индекс угловой модуляции, т. е. максимальное отклонение фазы колебания (3.23) от начальной фазы φ . Учитывая (3.29), полную фазу $\Phi(t)$ модулированного колебания (3.23) можно определить по формуле

$$\Phi(t) = \omega_0 t + ms(t) + \varphi. \quad (3.30)$$

При этом фазомодулированное колебание принимает вид:

$$u_{\text{ФМ}} = U_0 \cos[\omega_0 t + ms(t) + \varphi]. \quad (3.31)$$

Мгновенная частота ФМ колебания, равная

$$\omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \omega_0 + m \frac{ds(t)}{dt}. \quad (3.32)$$

изменяется по закону производной от модулирующего сигнала $s(t)$.

Следовательно, ФМ сигнал можно получить на выходе фазового модулятора, в котором модулирующий сигнал $s(t)$ либо непосредственно управляет фазовым сдвигом $\varphi(t)$ несущего колебания согласно выражению (3.29), либо после дифференцирования управляет угловой частотой $\omega(t)$ несущего колебания в соответствии с (3.32).

Ограничимся рассмотрением ЧМ и ФМ колебаний при модуляции гармоническим сигналом

$$s(t) = S \cos \Omega t. \quad (3.33)$$

Сравним основные характеристики сигналов с частотной и фазовой модуляцией.

ЧМ колебание

Согласно (3.25)

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega_d \cos \Omega t. \quad (3.34)$$

Здесь $\omega_d = k_{\text{чм}} S$, т. е. девиация частоты ЧМ колебания пропорциональна амплитуде S модулирующего сигнала и не зависит от частоты модуляции Ω . Тогда

$$\varphi(t) = m \sin \Omega t + \varphi, \quad (3.36)$$

где $m = \omega_d / \Omega$. (3.37)

То есть индекс угловой модуляции m ЧМК пропорционален амплитуде модулирующего сигнала и обратно пропорционален частоте модуляции.

Таким образом

$$u_{\text{чм}} = U_0 \cos(\omega_0 t + m \sin \Omega t + \varphi). \quad (3.38)$$

ФМ колебание

Согласно (3.29)

$$\varphi(t) = \varphi + m \cos \Omega t. \quad (3.39)$$

Здесь $m = k_{\text{ФМ}} S$, т. е. индекс угловой модуляции ФМ колебания пропорционален амплитуде S модулирующего сигнала и не зависит от частоты модуляции Ω . Тогда

$$\Phi(t) = \omega_0 t + \varphi(t) = \omega_0 t + m \cos \Omega t + \varphi, \quad (3.40)$$

$$\omega(t) = \frac{d}{dt} [\omega_0 t + \varphi(t)] = \omega_0 - m \Omega \sin \Omega t = \omega_0 - \omega_d \sin \Omega t. \quad (3.41)$$

где

$$\omega_d = m \Omega. \quad (3.42)$$

Следовательно, девиация частоты ω_d ФМК пропорциональна амплитуде и частоте модулирующего сигнала.

Таким образом имеем

$$u_{\text{ФМ}} = U_0 \cos(\omega_0 t + m \cos \Omega t + \varphi). \quad (3.43)$$

Из выражений (3.38) и (3.43) и приведенных графиков видно, что при тональной модуляции нельзя определить, является ли сигнал частотно- или фазомодулированным. Различие между этими видами модуляции проявляется только при изменении частоты модуляции Ω . При ЧМ с увеличением Ω девиация частоты ω_d остается постоянной, а индекс модуляции m в соответствии с (3.37) уменьшается по закону гиперболы (рис. 3.4, а), в то время как при ФМ постоянным остается индекс модуляции m , а девиация частоты ω_d в соответствии с (3.42) растет по линейному закону (рис. 3.4, б).

Если модулирующий сигнал $s(t)$ негармонический, то ЧМ и ФМ колебания различаются по характеру изменения параметров $\omega(t)$ и $\varphi(t)$. На рис. 5 приведены графики мгновенной частоты $\omega(t)$ и фазового сдвига $\varphi(t)$ ЧМ и ФМ колебаний для случая, когда модулирующий сигнал $s(t)$ имеет вид пилообразной функции. Как следует из рис. 3.5, б, е, угловая частота ЧМ сигнала изменяется монотонно в соответствии с модулирующим сигналом $s(t)$, тогда как частота $\omega(t)$ ФМ сигнала изменяется скачками.

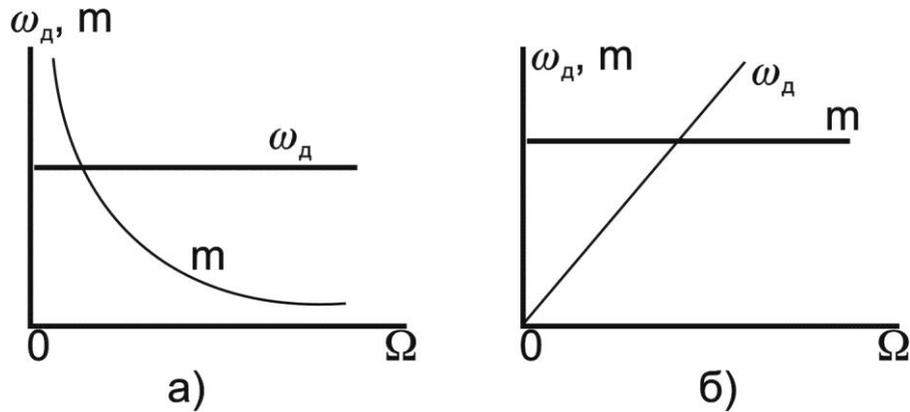


Рис. 3.4. График изменения модуляции по закон гиперболы (а) и по линейному закону (б)

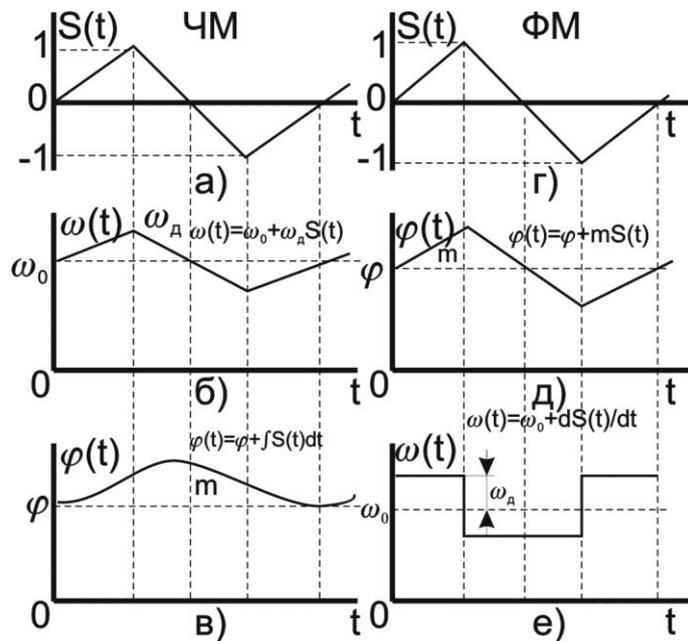


Рис. 3.5. Графики мгновенной частоты $\omega(t)$ и фазового сдвига $\varphi(t)$ ЧМ и ФМ колебаний

Спектр колебания при гармонической угловой модуляции. Как уже указывалось, модулированное колебание, представленное в виде

$$u = U_0 \cos[\omega_0 t + m \sin(\Omega t + \psi) + \varphi] \quad (3.44)$$

в равной степени соответствует ЧМ и ФМ колебаниям.

Спектр колебания, изображенный на рис. 3.6, состоит из бесконечного числа боковых составляющих, расположенных попарно симметрично относительно несущей частоты ω_0 и имеющих частоты $(\omega_0 + n\Omega)$

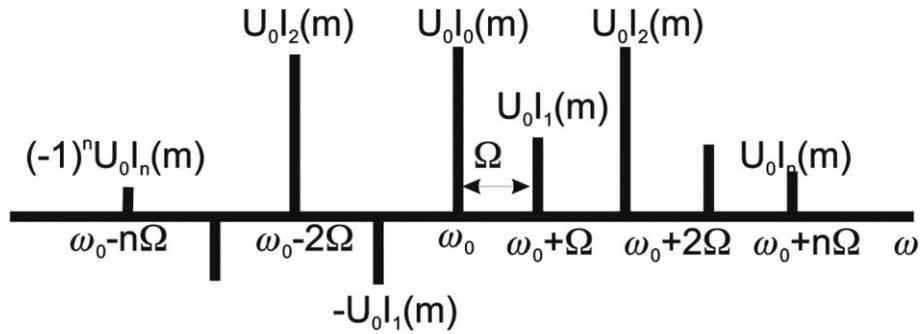


Рис. 3.6. Спектр колебания

Теоретически колебание с угловой модуляцией занимает бесконечную полосу частот. Однако для заданного индекса модуляции m практически можно не учитывать боковые составляющие порядка $n = m + 2$ и выше из-за малости их амплитуд.

Ширина спектра $2\Delta\omega$ колебания, ограниченного $(m + 1)$ парой боковых составляющих, выражается приближенным равенством

$$2\Delta\omega \approx 2\Omega(m + 1) \quad (3.48)$$

а при $m \gg 1$ примерно равна удвоенному значению девиации частоты ω_d

$$2\Delta\omega \approx 2m\Omega = 2\omega_d. \quad (3.49)$$

При изменении амплитуды S модулирующего сигнала ($\Omega = \text{const}$) в ЧМ и ФМ колебаниях изменяется индекс модуляции m , и, следовательно, изменяются число боковых составляющих, ширина спектра $2\Delta\omega = 2\Omega(m + 1)$ и амплитуды $U_0 J_n(m)$ составляющих спектра.

При изменении частоты модуляции Ω ($S = \text{const}$) в случае ЧМ изменяется согласно (3.37) индекс модуляции m , следовательно, число и амплитуды составляющих спектра. Ширина спектра $2\Delta\omega_{\text{ЧМ}}$, практически не меняется. При ФМ амплитуды составляющих и их число остаются без изменения (так как $m = \text{const}$), а ширина спектра $2\Delta\omega_{\text{ФМ}}$ изменяется пропорционально частоте модуляции.

3.2. Объект исследования

Объектом исследования является спектр модулированного сигнала. В этих целях предлагается использовать модулированный сигнал, полученный с помощью программы MODEL. Программа

MODEL позволяет синтезировать сигнал, состоящий из десяти гармоник, причем каждая гармоника может модулироваться отдельно моногармоническим сигналом. Предусмотрена возможность как амплитудной, так и фазовой модуляции. Окно программы MODEL показано на рис. 3.7.

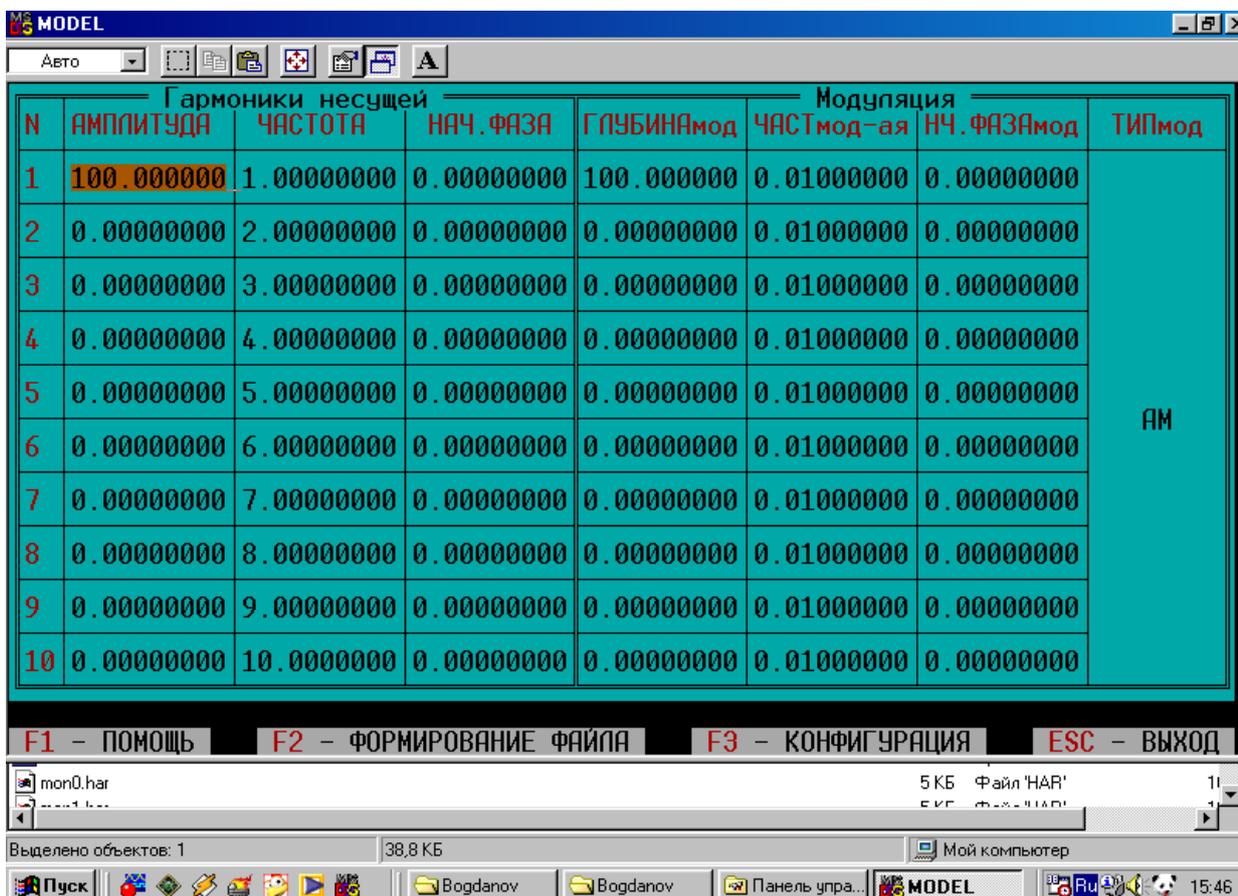


Рис.3.7. Окно программы MODEL

С помощью клавиш перемещения курсора можно выбрать любую комбинацию из десяти несущих частот (исключение несущей частоты из континуума осуществляется путем задания нулевой амплитуды). Используя данные лабораторной работы №2 нужно выбрать такие частоты, которые вошли в спектр электрокардиосигнала. В работе используется только амплитудная модуляция. Модулирующие частоты выбираются на основе анализа медленных волн, модулирующих электрокардиосигнал.

После заполнения таблицы, показанной на рис. 3.7., нажимается клавиша F2, и появляется окно, показанное на рис.3.8.

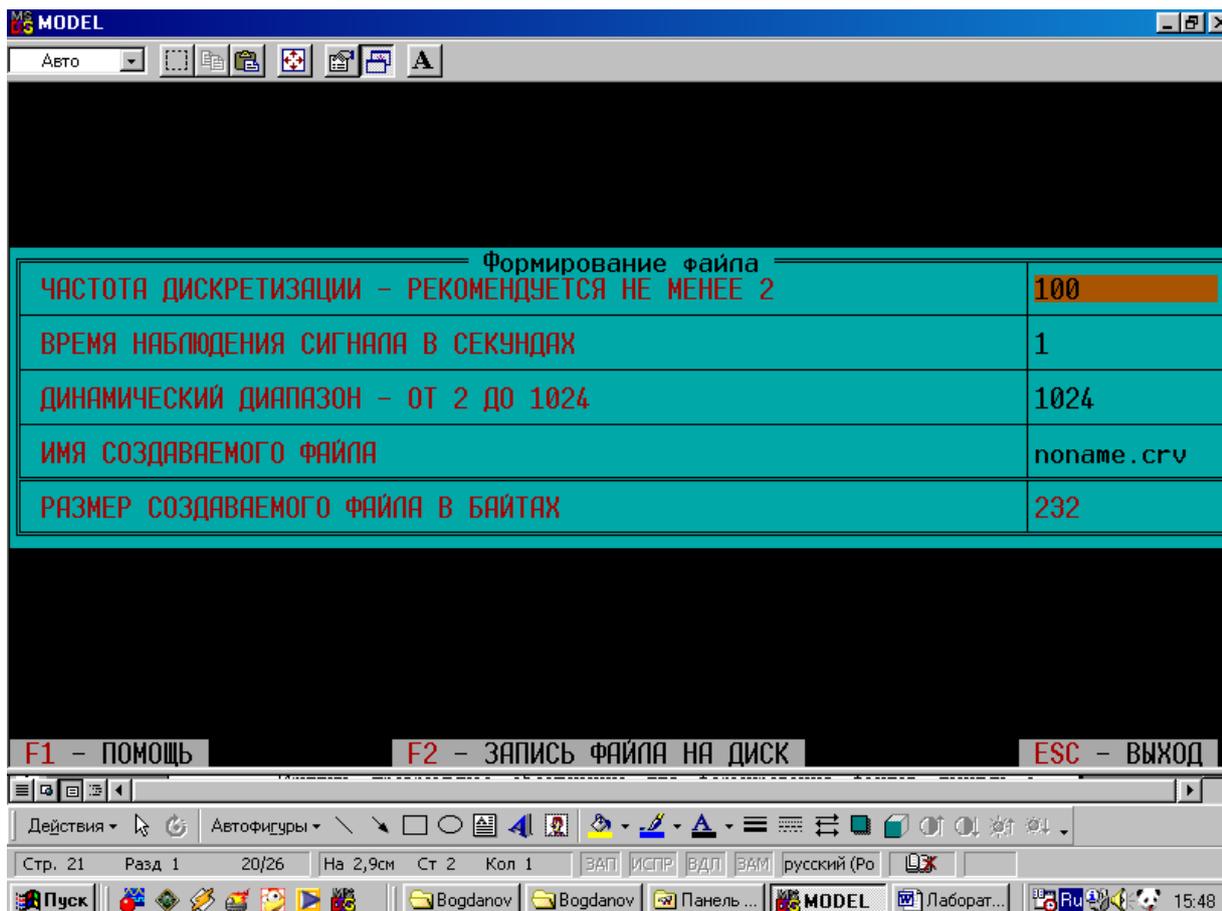


Рис. 3.8. Окно формирования файла данных программы MODEL

Частота дискретизации сигнала выбирается на основе соображений, изложенных в материалах лабораторной работы №2. Время наблюдения сигнала и его динамический диапазон выбирается близкими к параметрам сигнала, файл которого был получен при выполнении лабораторной работы №1. При нажатии клавиши F2 формируется файл, структура которого описана в материалах лаборатории №1.

3.3. Цель работы

Изучить методы модуляции сигналов и программное обеспечение для формирования файлов данных с цифровыми отсчетами модулированных сигналов.

3.4. Содержание работы и порядок ее выполнения

Изучите раздел «Модуляция сигналов» [1].

Изучите программу моделирования данных MODEL, обращая особое внимание на структуру файла данных и его заголовков.

Запишите математические выражения амплитудно-модулированного и частотно - модулированного сигналов. Зарисуйте их спектры.

Изучите спектр электрокардиосигнала, полученный при выполнении лабораторной работы №1. Выберите 5...10 значимых гармоник и задайте их значения и величину, согласно полученным спектральным характеристикам реального электрокардиосигнала.

Выберите модулирующие частоты и глубину модуляции для каждой несущей гармонике исходя из свойств реальных сигналов, которые модулируют электрокардиосигнал.

Исходя из п. 4, задайтесь частотой дискретизации синтезированного сигнала и с помощью программы MODEL создайте файл данных с этим сигналом.

Сосчитайте заголовок файла данных и сами данные с помощью программы, имеющейся в базе данных или разработанной самостоятельно при выполнении лабораторной работы №1 и №2. Сделайте необходимые выводы.

3.5. Содержание отчета

1. Спектр исходного немодулированного сигнала.
2. Представление рядом Фурье модели немодулированного электрокардиосигнала.
3. Спектр медленных волн, модулирующих гармоники электрокардиосигнала
4. Распечатка графика модели электрокардиосигнала, полученного в результате выполнения п. 2.
5. Распечатка графика модели электрокардиосигнала, полученного в результате выполнения п. 2 и п. 3.
6. Электронная форма на дискете 3.5” с файлом .CRV.
7. Выводы.

3.6. Вопросы для самопроверки

1. Что понимается под несущим и модулирующим колебаниями? В чем заключается процесс модуляции?
2. Как записать АМ колебание при модуляции:
 - а) гармоническим колебанием;
 - б) произвольным периодическим колебанием;

в) непериодическим сигналом?

3. Как определяется коэффициент модуляции АМ колебаний?

4. Как формируется спектр АМ колебания при модуляции:

а) гармоническим колебанием;

б) произвольным периодическим колебанием;

в) непериодическим сигналом?

Дайте графическое представление спектра.

5. Запишите выражение для колебания с угловой модуляцией.

Какими соотношениями связаны полная фаза и мгновенная частота колебания?

6. Как определяются и чем отличаются ЧМ и ФМ колебания?

7. Какой физический смысл имеют понятия «девиация частоты» ω_d и «индекс модуляции» m ? Как они определяются при частотной и фазовой модуляции гармоническим сигналом?

8. По каким приближенным формулам можно определить ширину спектра ЧМ и ФМ колебаний при гармонической модуляции в случаях $m \ll 1$ и $m > 1$?

9. От каких параметров модулирующего гармонического сигнала и как зависят спектры ЧМ, ФМ и АМ колебаний?

10. Дайте определение АЧМ сигнала.

3.7. Порядок защиты работы

Работа может быть зачтена, если студент представил отчет согласно п. 3.5, исследуемые в работе сигналы соответствуют индивидуальному варианту, электронная форма соответствует представленному тексту, и студент дал исчерпывающие ответы на 10 произвольных вопросов из п. 3.6.

Литература

1. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. пособие для вузов / Д.В. Васильев, М.Р. Витоль, Ю.И. Горшенков [и др.]; под ред. К.А. Самойло. – М.: Радио и связь, 1982. – 528 с.

Приложение 1

	Y1	Y2	Y3	X4	X5	X6	X7	X8
1	9.26	204.20	13.26	0.89	0.34	1.73	0.31	0.28
2	9.44	209.60	10.16	0.93	0.33	0.99	0.15	0.25
3	12.11	223.54	13.72	1.33	0.17	1.73	0.14	0.47
4	10.81	236.70	12.83	0.68	0.32	0.47	0.18	1.53
5	9.33	62.00	10.63	0.89	0.36	1.73	0.31	0.21
6	9.87	53.10	9.12	1.53	0.33	1.33	0.17	0.13
7	8.17	172.10	25.95	1.12	0.15	0.97	0.26	0.38
8	9.12	56.50	23.39	0.99	0.32	1.82	0.29	0.38
9	5.88	52.60	14.68	1.65	0.31	0.68	0.26	0.20
10	6.30	46.60	10.05	0.56	0.15	1.80	0.28	0.35
11	6.19	53.20	13.89	0.58	0.17	1.19	0.25	0.20
12	5.46	30.10	9.68	1.53	0.15	0.97	0.49	0.20
13	6.50	146.40	10.03	0.70	0.16	1.15	0.26	0.17
14	6.61	18.10	9.13	1.77	0.15	0.02	0.28	0.25
15	4.32	13.60	5.37	0.74	0.17	0.06	0.17	0.16
16	7.37	89.80	9.86	1.08	0.34	1.39	0.17	0.21
17	7.02	62.50	12.62	1.15	0.34	0.08	0.31	0.19
18	8.25	46.30	5.02	0.97	0.34	0.77	0.18	1.24
19	8.15	103.47	21.18	1.12	0.19	0.77	0.31	0.43
20	8.72	73.30	25.17	0.99	0.19	1.08	0.18	0.14
21	6.64	76.60	19.40	0.58	0.34	0.93	0.31	0.29
22	8.10	73.01	21.00	1.03	0.34	0.10	0.15	0.43
23	5.52	32.30	6.57	1.24	0.15	0.11	0.28	0.17
24	9.37	198.54	14.19	0.89	0.19	1.44	0.18	0.21
25	13.17	598.12	15.81	0.68	0.34	0.48	0.14	0.42
26	6.67	71.69	5.20	1.03	0.19	1.24	0.18	1.19
27	5.68	90.63	7.96	0.73	0.32	0.77	0.29	1.87
28	5.19	82.10	17.50	0.73	0.19	0.93	0.30	0.15
29	10.02	76.20	17.16	0.85	0.33	0.13	0.27	0.03
30	8.16	119.47	14.54	1.03	0.34	1.73	0.29	0.24
31	3.78	21.83	6.21	0.47	0.36	0.77	0.14	0.93
32	6.45	48.40	12.08	0.56	0.33	0.16	0.29	0.13
33	10.38	173.50	9.39	0.89	0.32	0.74	0.44	0.27
34	7.65	74.10	9.28	0.99	0.15	1.95	0.14	0.17
35	8.77	68.60	11.44	1.95	0.16	0.58	0.29	0.24
36	7.00	60.80	10.31	1.03	0.16	1.77	0.18	0.19
37	11.06	355.60	8.65	0.01	0.20	0.70	0.44	0.29
38	9.02	264.81	10.88	0.02	0.15	0.74	0.31	0.25
39	13.28	526.62	9.87	0.60	0.33	1.15	0.18	0.36
40	9.27	118.60	6.14	0.97	0.33	1.19	0.14	0.17
41	6.73	37.10	12.99	1.12	0.19	1.03	0.31	0.23
42	6.72	57.97	9.78	1.77	0.15	1.08	0.18	0.17
43	9.44	51.84	13.22	0.93	0.32	0.13	0.27	0.24
44	7.21	64.70	17.29	1.12	0.16	0.74	0.26	0.26
45	5.39	48.30	7.11	0.74	0.31	0.99	0.49	0.13
46	5.61	15.00	22.49	0.47	0.32	0.64	0.28	0.28
47	5.59	87.47	12.14	1.12	0.15	1.87	0.31	0.34

48	6.57	108.40	15.25	0.58	0.16	1.12	0.26	0.26	
49	6.54	267.31	31.34	0.64	0.20	0.08	0.40	4.47	
50	4.20	34.20	11.56	0.60	0.19	0.17	0.26	0.25	
51	5.19	26.92	30.14	1.53	0.20	0.03	0.44	2.13	
52	18.00	43.84	19.71	1.73	0.32	0.02	0.30	0.27	
53	11.03	72.00	23.56	1.12	0.15	0.85	0.27	2.20	
	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17
1	0.89	0.14	112216.00	166.19	9889.98	6.40	167.29	10.08	17.72
2	1.80	0.30	37631.94	186.10	22123.47	7.80	92.88	14.76	18.39
3	1.53	0.31	45178.00	220.45	10787.25	9.76	159.01	6.45	26.46
4	0.60	0.18	76688.00	169.30	10272.25	7.90	93.96	21.83	22.37
5	1.39	0.37	7361.00	39.93	55268.00	5.35	173.88	11.94	28.13
6	1.24	0.19	84496.00	40.41	45322.00	9.96	162.30	12.60	17.55
7	1.77	0.41	114132.00	102.96	12657.25	4.50	88.56	11.52	21.79
8	0.09	0.36	7801.00	37.02	57564.00	4.88	101.16	8.28	19.52
9	0.52	0.41	84504.00	45.94	118239.88	3.46	167.29	11.52	23.85
10	0.80	2.06	35852.00	40.07	64362.00	3.62	140.76	32.40	21.88
11	0.74	0.41	43244.00	45.44	69647.88	3.56	128.52	11.52	25.68
12	0.05	0.24	6358.00	41.08	49844.00	5.65	177.84	17.28	18.13
13	1.03	0.40	47378.00	136.14	22497.50	4.28	114.48	16.20	25.74
14	1.48	0.21	4210.00	42.39	6920.00	8.83	93.24	13.36	21.21
15	0.73	0.36	3572.50	37.39	5736.00	8.52	126.72	17.28	22.86
16	0.36	0.49	54544.00	101.78	47266.00	7.22	91.27	9.72	16.38
17	0.13	0.43	91264.00	47.91	72080.00	4.82	69.12	16.20	13.21
18	0.46	0.44	5975.00	32.61	83704.00	5.47	66.24	24.88	14.41
19	0.29	0.18	64044.00	103.73	107636.00	6.23	67.16	14.76	13.44
20	1.87	2.24	34328.00	38.95	67592.00	4.25	50.40	7.56	13.69
21	0.47	0.30	58424.00	81.32	99812.00	5.38	70.89	8.64	16.66
22	0.34	0.15	83240.00	67.75	75680.00	5.88	72.00	8.64	15.06
23	0.27	0.17	6462.00	59.66	44196.00	9.27	97.20	9.00	20.09
24	0.80	2.30	114896.00	107.81	20898.50	4.36	80.28	14.76	15.91
25	0.97	0.31	21791.47	512.62	28946.00	10.31	51.48	10.08	18.27
26	1.39	0.44	83568.00	53.53	74687.88	4.72	105.12	14.76	14.44
27	0.16	0.18	68976.00	80.83	8631.25	4.18	128.52	10.38	22.88
28	0.15	0.39	67663.88	59.42	31314.00	3.13	94.68	14.76	15.50
29	1.15	2.60	34428.00	36.96	64752.00	4.02	85.32	20.52	19.35
30	0.21	0.45	127256.00	91.88	8206.25	5.20	76.32	14.46	16.95
31	0.89	0.45	6265.00	17.16	44676.00	2.72	153.00	24.88	30.53
32	1.15	2.25	33192.00	27.29	65188.00	3.12	107.34	11.16	17.78
33	0.13	0.49	127983.88	184.33	22697.00	10.38	90.72	6.45	22.09
34	0.33	0.14	41368.00	58.42	68104.00	5.65	82.44	9.72	18.29
35	0.64	0.18	33556.00	59.31	65616.00	6.67	79.12	3.24	26.05
36	0.93	0.29	124560.00	49.87	127344.00	5.93	120.96	6.45	26.20
37	0.14	0.50	110548.00	391.27	7919.00	11.89	84.60	5.40	17.26
38	0.13	0.26	95968.00	258.61	14314.75	8.30	85.32	6.12	18.95
39	0.16	0.21	21182.50	75.14	9277.13	0.18	101.52	8.64	19.66
40	0.49	0.49	53284.00	123.16	122072.00	8.88	107.34	11.94	16.97
41	1.80	0.28	6338.00	37.21	85792.00	5.82	85.32	7.92	14.63
42	0.15	0.15	44460.00	53.37	79631.88	4.80	131.76	10.08	22.17

43	1.99	2.03	6555.00	32.87	40516.00	5.01	116.64	18.72	22.62
44	0.10	0.40	44340.00	45.87	72580.00	4.12	138.24	13.68	26.44
45	0.17	0.27	35888.00	48.41	72296.00	5.10	156.96	16.56	22.26
46	0.21	0.38	3947.50	13.58	7612.00	3.47	137.52	14.76	19.13
47	1.65	0.45	59356.00	63.69	49072.00	4.22	134.06	7.92	18.28
48	0.64	0.14	75304.00	104.55	22896.00	5.01	155.52	18.36	28.23
49	0.20	0.43	68712.00	223.70	10949.73	11.38	48.60	8.28	12.44
50	1.92	0.14	3351.00	25.88	6235.00	7.67	42.84	14.04	11.64
51	1.65	0.17	6369.00	29.52	84000.00	4.68	143.64	16.79	8.62
52	0.09	0.18	90336.00	41.69	65050.00	4.30	145.80	11.16	20.10
53	0.19	0.17	38988.00	78.11	80708.00	6.62	120.52	14.76	19.41

Приложение 2

	<i>X1</i>	<i>X2</i>	<i>X3</i>	<i>X4</i>	<i>X5</i>	<i>X6</i>	<i>X7</i>	<i>CLASSI</i>
1	2174.000	9658.000	466.000	386.000	35.000	36.400	1756.000	1
2	274.000	10477.000	2321.000	767.000	56.000	35.600	7884.000	1
3	-146.000	6567.000	713.000	581.000	74.000	13.800	1501.000	1
4	-338.000	10282.000	499.000	764.000	51.000	30.200	1466.000	1
5	-716.000	9316.000	677.000	533.000	109.000	20.500	1486.000	1
6	892.800	6425.000	944.000	1390.000	78.000	13.200	1936.000	1
7	191.000	5367.000	786.000	819.000	104.000	13.700	2011.000	1
8	0.000	6342.000	486.000	261.000	52.000	24.100	1841.000	1
9	-107.000	5868.000	531.000	450.000	63.000	22.300	1608.000	1
10	-903.000	6330.000	636.000	401.000	69.000	17.600	1768.000	1
11	-765.000	12573.000	669.000	713.000	47.000	33.900	1806.000	1
12	326.000	4110.000	600.000	373.000	74.000	8.000	1172.000	2
13	150.000	7832.000	288.000	336.000	49.000	20.000	736.000	2
14	-18.000	6793.000	620.000	487.000	104.000	19.400	1775.000	2
15	1.300	4731.000	447.000	405.000	64.000	10.400	979.000	2
16	-380.000	5564.000	565.000	400.000	48.000	14.900	1517.000	2
17	-790.000	5470.000	432.000	509.000	85.000	11.800	935.000	2
18	-666.800	3988.000	364.000	213.000	35.000	10.300	943.000	2
19	-204.500	5121.000	495.000	628.000	77.000	16.700	1616.000	2
20	-094.000	3900.000	420.000	359.000	53.000	9.600	1034.000	2
21	-034.000	5871.000	495.000	353.000	92.000	14.300	1206.000	2
22	-784.000	4352.000	429.000	197.000	62.000	10.900	1070.000	2
23	-403.800	4635.000	378.000	221.000	46.000	10.500	856.000	3
24	-717.000	6056.000	247.700	150.000	24.100	15.600	640.000	3
25	-458.000	5180.000	433.600	429.000	44.400	10.500	880.000	3
26	-908.000	6295.000	206.000	127.000	17.000	22.800	743.000	3
27	-514.000	5340.000	364.000	411.000	17.000	14.400	984.000	3
28	-205.000	5357.000	583.000	716.000	87.000	14.800	1606.600	3
29	403.100	2969.000	382.000	274.000	29.000	5.700	728.000	3
30	-205.000	4924.000	284.000	292.000	35.000	17.500	1010.000	3
31	-256.000	7622.000	342.000	223.000	26.000	14.100	634.000	3
32	-314.000	4394.000	471.000	396.000	68.000	9.900	1065.000	3
33	-027.000	3312.000	284.000	229.000	39.000	11.100	948.000	3
34	1779.000	5001.000	304.400	286.000	37.600	12.000	732.000	3

35	-842.000	4247.000	233.000	189.000	28.000	12.800	757.000	3
36	-542.000	4025.000	199.300	145.000	14.400	12.000	596.000	4
37	-298.000	3429.000	184.000	105.000	18.000	6.700	357.300	4
38	-446.000	3047.000	310.000	244.000	47.000	5.500	560.000	4
39	-236.000	3410.000	181.000	147.000	20.000	10.900	576.000	4
40	-493.000	4551.000	212.000	169.000	22.000	13.800	645.000	4
41	-900.000	4573.000	284.000	254.000	37.000	11.300	698.000	4
42	-586.000	3924.000	212.000	154.000	17.000	13.000	704.000	4
43	-634.000	3751.000	212.000	125.000	17.000	5.400	303.000	4
44	-142.000	4318.000	257.000	151.000	33.000	16.500	985.000	4
45	-394.000	3140.000	218.000	241.000	47.000	8.500	592.000	4
46	-571.000	4617.000	171.000	137.000	13.000	13.100	484.000	4
47	-728.300	5448.000	348.000	215.000	28.000	5.700	367.000	4
48	-796.000	2902.000	161.000	182.000	22.000	11.400	631.000	4
49	-955.200	3634.000	334.000	361.000	59.000	10.100	925.000	4
50	-294.000	3499.000	204.000	129.000	27.000	6.800	398.000	4
51	-500.000	6368.000	288.000	169.000	27.000	13.300	601.000	4
52	-961.000	4194.000	328.000	312.000	44.000	9.500	744.000	4
53	-934.000	6322.000	510.000	548.000	41.000	14.700	1187.000	4
54	-161.600	3196.000	288.000	149.000	55.000	7.600	684.000	5
55	-004.000	3666.000	168.000	131.000	19.000	8.300	382.000	5
56	-879.000	3058.000	169.000	86.000	23.000	5.600	307.000	5
57	-197.000	5110.000	82.000	57.000	11.000	1.100	174.000	5
58	-310.700	4166.000	207.000	183.000	32.000	9.800	487.000	5
59	-437.000	5168.000	151.000	96.000	8.000	10.700	359.000	5
60	-482.000	2061.000	78.000	47.000	4.000	2.900	110.300	5
61	-855.000	3483.000	109.000	90.000	16.000	7.600	237.000	5
62	-892.200	1917.000	98.000	64.000	9.000	4.000	174.000	5
63	-766.000	2001.000	95.000	87.000	18.000	5.000	239.000	5
64	-950.000	1728.000	87.000	75.000	13.000	3.400	172.300	5
65	-369.000	1094.000	38.000	1.200	3.200	3.300	114.000	5