

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 05.06.2023 22:27:26  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра механики, мехатроники и робототехники

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

« 30 » 05



### КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТОГО МЕХАНИЗМА С НЕПОДВИЖНЫМИ ОСЯМИ

Методические рекомендации

по выполнению лабораторной работы по дисциплине

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

для студентов направления подготовки 23.03.03 «Эксплуатация  
транспортно-технологических машин и комплексов»

Курск 2023

УДК 621.(076.1)

Составители: С.Ф. Яцун, А.Н. Рукавицын

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *П.А. Безмен*

**Кинематический анализ планетарного зубчатого механизма:**  
Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы  
по дисциплине: Теория механизмов и машин / Юго-Зап. гос. ун-т;  
сост.: С.Ф. Яцун, А.Н. Рукавицын – Курск, 2023. – с. 17.

Содержат сведения по вопросам выполнения лабораторной работы студентов, подготовке и оформлению отчетных материалов.

Предназначены для студентов направления подготовки 23.03.03 «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.

Усл.печ. л. 6,16. Уч.-изд. л. 5,58.

Тираж 30 экз. Заказ 526 Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	4
1. Общие сведения о планетарных механизмах.....	5
2. Аналитический метод определения передаточного отношения планетарного механизма.....	7
3. Графический метод определения передаточного отношения	10
4. Порядок выполнения работы.....	14
5. Контрольные вопросы.....	16
Библиографический список .....	16

## **ВВЕДЕНИЕ**

Теория механизмов и машин (ТММ) – наука об общих методах исследования свойств механизмов и машин и проектирования их схем – крайне необходима при решении проблем, возникающих при развитии и продвижении продукции такой отрасли, как машиностроение.

Поэтому дисциплина теория механизмов и машин является неотъемлемой частью при обучении на технических специальностях, а также данная дисциплина способствует освоению и развитию таких навыков у студентов, как: исследование и проектирование механизмов машин, понимание принципов преобразования движения с помощью механизмов, нахождение оптимальных параметров механизмов по заданным условиям работы и т.п.

При изучении дисциплины ТММ используются некие «абстракции», которые позволяют сделать акцент на наиболее существенных признаках механизма, при этом на второй план отходят частные, присущие только конкретному механизму признаки. Этот факт говорит о том, что при правильно составленной схеме можно вернее и полнее ознакомиться со свойствами механизма, чем при наличии непосредственно чертежа механизма.

Резюмируя вышесказанное, можно заключить следующее, что:

- теория механизмов и машин – научная дисциплина (или раздел науки), которая изучает строение (структуру), кинематику и динамику механизмов в связи с их анализом и синтезом;
- цель ТММ: анализ и синтез типовых механизмов и их систем;
- задачи ТММ: разработка общих методов исследования структуры, геометрии, кинематики и динамики типовых механизмов и их систем.

## Лабораторная работа «КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛАНЕТАРНОГО ЗУБЧАТОГО МЕХАНИЗМА»

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** исследовать кинематику планетарного механизма, определить передаточные отношения аналитическим и графическим методами.

**ОБЪЕКТЫ** выполнения работы – модель зубчатого механизма с подвижными осями колес.

### 1. Общие сведения о планетарных механизмах

Планетарным называется механизм, в котором имеется хотя бы одно зубчатое колесо с подвижной осью, перемещающейся в пространстве (рис. 1).

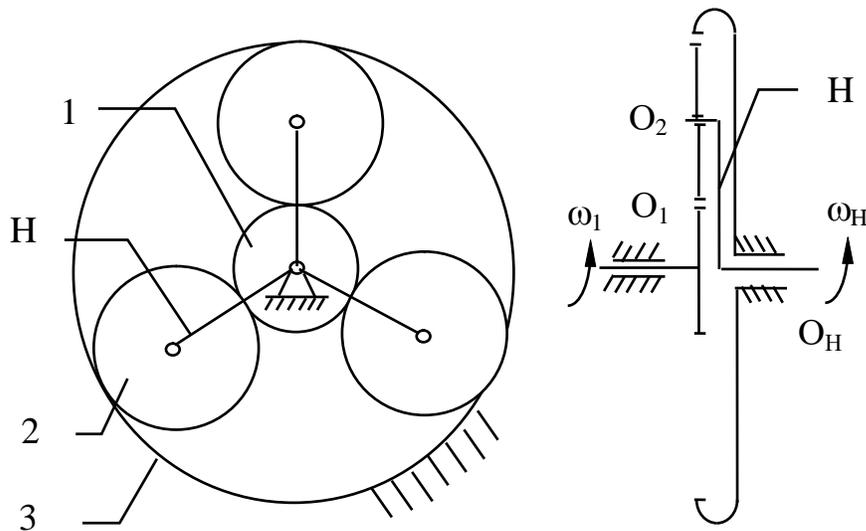


Рис.1. Схема планетарного механизма (редуктор Джеймса)

На рычаге Н, называемом водилом, свободно вращается колесо 2, называемое сателлитом. Сателлиты 2, с одной стороны находятся в зацеплении с центральным колесом 1 - солнечным, а с другой - с неподвижным зубчатым колесом 3 с внутренними зубьями - коронным (корончатым).

При вращении солнечного колеса 1 сателлиты 2 будут обкатываться по нему и по корончатому колесу 3, совершая плоское движение. Перемещение осей сателлитов 2 приводит к вращению водила Н, которое является выходным звеном данного зубчатого механизма.

Планетарные механизмы обладают ценными свойствами: они имеют меньшие радиальные габариты и массу, работают с меньшим шумом, чем соответствующие зубчатые передачи с неподвижными осями; планетарные механизмы могут осуществлять значительные передаточные отношения. Поэтому они получили весьма широкое распространение, найдя применение в транспортных машинах, станках, металлургическом и текстильном оборудовании, гусеничных машинах, автомобилях, в авиации, в приводах многих машинных агрегатов и в разнообразных приборах. При степени подвижности планетарного механизма  $W=1$  он называется собственно планетарным; а при  $W \geq 2$  - дифференциальным. Степень подвижности механизма, изображенного на рис.1 равна  $W=3*5-2*4-6=1$ .

Простейшие кинематические схемы планетарных передач показаны на рис.2 и рис.3.

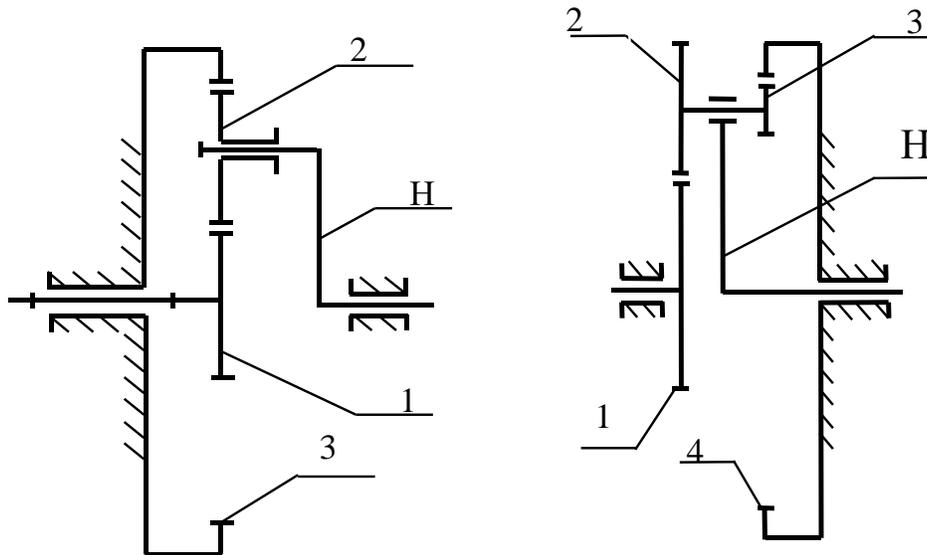


Рис. 2. Схемы планетарных зубчатых передач:

- а) редуктор Джемса;
- б) редуктор со сдвоенными сателлитами

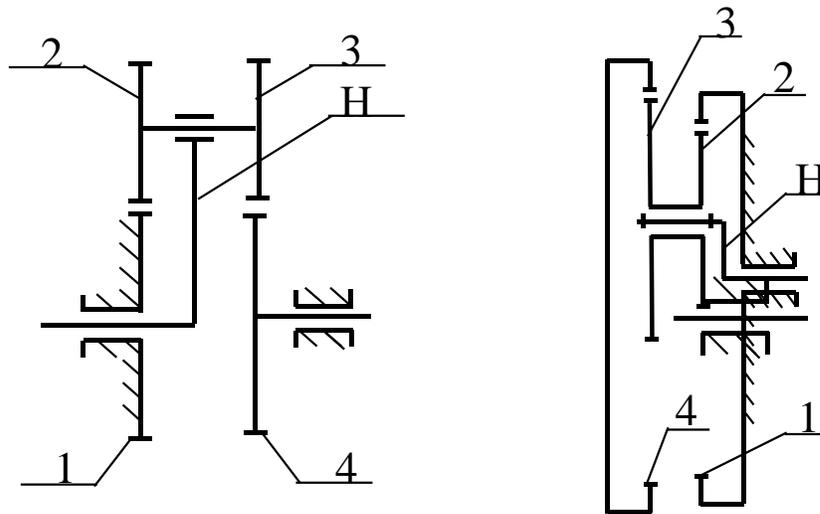


Рис. 3. Схемы планетарных зубчатых механизмов:

- а) редуктор Давида;
- б) редуктор со сдвоенными сателлитами и двумя внутренними зацеплениями

## 2. Аналитический метод определения передаточного отношения планетарного механизма

Как определить передаточное отношение планетарного механизма, например, изображенного на рис. 1 редуктора Джеймса?

Входным звеном при этом является солнечное колесо 1, а выходным - водило Н.

Тогда  $U_{1H}^{(3)} = \frac{\omega_1}{\omega} = ?$ , где обозначение  $U_{14}^{(3)}$  читается как “передаточное отношение от 1-го колеса к водилу Н при неподвижном 3-м колесе”.

Для определения передаточного отношения планетарного механизма используется метод обращения движения или метод остановки (“фиксации”) водила.

Для этого всем звеньям механизма сообщается добавочное вращательное движение вокруг центральной оси  $O_1O_H$  с угловой скоростью  $(-\omega_H)$ . Тогда получим новый - обращенный механизм, который будет примечателен тем, что его звено Н, бывшее ранее водилом, станет неподвижным. Следовательно, неподвижным станет и центр  $O_2$ , т.е. обращенный механизм будет представлять собой

обычную зубчатую передачу с неподвижными осями вращения колес. При этом угловые скорости звеньев нового обращенного механизма будут равны:

$$\begin{aligned} - \text{солнечного колеса } 1 & - \quad \omega_1^1 = \omega_1 - \omega_H; \\ - \text{корончатого колеса } 3 & - \quad \omega_3^1 = 0 - \omega_H = -\omega_H; \\ - \text{води́ла } H & - \quad \omega_H^1 = \omega_H - \omega_H = 0. \end{aligned}$$

Таким образом, при остановленном водиле ведомым звеном становится корончатое колесо 3, и передаточное отношение обращенного механизма будет равно

$$U_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1^1}{\omega_3^1} = \frac{\omega_1 - \omega}{-\omega} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega} = 1 - U^{(3)}_{1r}.$$

Следовательно, искомое передаточное отношение планетарного механизма  $U_{1H}^{(3)}$  будет равно:

$$U_{1H}^{(3)} = 1 - U_{13}^{(H)},$$

где  $U_{13}^{(H)}$  является передаточным отношением обычной зубчатой передачи с неподвижными осями, для которого по формуле Виллиса:

$$U_{13}^{(H)} = (-1)^1 \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 Z_4} = -\frac{Z_3}{Z_1}.$$

Тогда, подставляя полученное значение, имеем для планетарного механизма редуктора Джеймса:

$$U_{1H}^{(3)} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1}.$$

Под проектированием планетарной передачи будем понимать определение чисел зубьев и радиусов колес, обеспечивающих выполнение ее основной кинематической характеристики - передаточного отношения, которое задается. Таким образом, процесс проектирования является обратным по отношению к процессу исследования, где задаются размеры, а определяются кинематические характеристики механизма.

При проектировании планетарной передачи необходимо выполнить ряд обязательных требований:

1. Числа зубьев должны обеспечить выполнение заданного передаточного отношения, возможно с допусаемым отклонением ( $\pm 3\%$ ).

2. Вал водила должен быть соосным центральным колесам (солнечному и корончатому) - условие соосности.

3. Числа зубьев должны быть определены так, чтобы механизм, имеющий несколько сателлитов, свободно собирался - условие сборки.

4. Количество сателлитов должно быть таким, чтобы соседние сателлиты не касались друг друга окружностями вершин - условие соседства сателлитов.

Указанные требования, выраженные аналитически, составляют систему основных условий геометрического синтеза многосателлитной планетарной передачи.

Рассмотрим метод проектирования многосателлитной планетарной передачи на примере редуктора Джеймса (рис.1). Исходными данными являются: структурная схема, (именно структурная схема, а не кинематическая, поскольку размеры и количество сателлитов неизвестны), передаточное отношение  $U_{1H}$ , модуль зубчатых колес  $m$ ; предполагается, что все колеса нулевые и прямозубые. Требуется определить числа зубьев  $Z_1, Z_2, Z_3$ , а затем рассчитать диаметры начальных окружностей, которые равны делительным (поскольку все колеса нулевые).

Составим четыре основные уравнения проектирования.

1. Уравнение передаточного отношения

$$U_{1H} = 1 + \frac{Z_3}{Z_1}$$

2. Условие соосности состоит в том, чтобы оси солнечного, корончатого колёс, а также водила лежали на одной прямой. Для этого должна выполняться следующая размерная цепь:

$$d_3 = d_1 + 2d_2;$$

откуда

$$mZ_3 = mZ_1 + 2mZ_2;$$

сокращая на  $m$ , получаем

$$Z_3 = Z_1 + 2Z_2 \quad \text{или} \quad Z_3 - Z_2 = Z_1 + Z_2 .$$

3. Условие сборки состоит в том, чтобы зубья всех сателлитов одновременно вошли при сборке во впадины и солнечного колеса, и корончатого колеса:

$$\frac{Z_1 + Z_3}{k} = c,$$

где  $k$  - число сателлитов;

$c$  - целое число.

4. Условие соседства сателлитов.

Для выполнения этого условия необходимо, чтобы расстояние  $O'_2O''_2$  между центрами двух соседних сателлитов было больше суммы радиусов окружностей вершин этих сателлитов:

$$|O'_2O''_2| > 2r_{a2};$$

$$O'_2O''_2 = 2(r_1 + r_2) \sin \frac{\pi}{h} = m(Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{h};$$

где  $k$  - число сателлитов;

$$r_{a2} = m \left( \frac{Z_2}{2} + 1 \right).$$

Тогда условие соседства сателлитов будет иметь вид

$$(Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{h} > Z_2 + 2.$$

Для подбора чисел зубьев проектируемой планетарной передачи необходимо решить совместно все 4 уравнения. Необходимо также учитывать, чтобы  $Z_i > 17$  для устранения подрезания.

### 3. Графический метод определения передаточного отношения

При вращении звена (колеса, водила) относительно неподвижной оси, проходящей через точку  $O$  (рис. 4), скорости любых точек звена пропорциональны радиусу. Прямая 1-1, проходящая через центр колеса, называется *картиной линейных скоростей* или *планом скоростей* данного звена. На ней лежат концы векторов скоростей всех точек, расположенных на вертикальном диаметре. Если некоторая точка  $M$  данного звена не лежит на вертикальном диаметре, надо перенести ее на этот диаметр дугой

радиуса  $OM$ . Угол наклона  $\varphi$  прямой  $l-l$  к вертикальному диаметру будет зависеть от угловой скорости вращения звена или его частоты вращения:  $\omega = \frac{V_A}{L_{OA1}} \approx \operatorname{tg} \varphi$ .

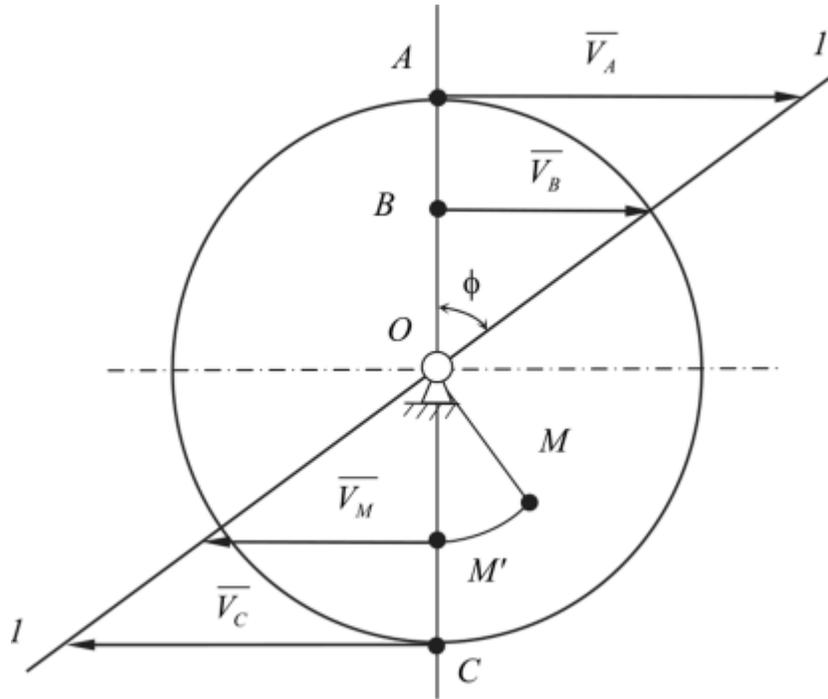


Рис. 4. Звено с неподвижной осью вращения

Если звено совершает сложное движение, например, сателлит, то прямая распределения скоростей  $l-l$  (рис. 59) пройдет не через центр колеса  $O$ , а через точку  $O$  являющуюся его мгновенным центром вращения (МЦВ). Положение этой точки в каждом конкретном случае будет зависеть от положения точки зацепления данного звена с неподвижным звеном (в планетарных передачах), или эта точка будет лежать на пересечении линий скоростей, соседних с сателлитом звеньев (в дифференциалах).

Для того, чтобы провести прямую распределения скоростей, достаточно знать скорости двух каких-либо его точек; обычно одна из этих точек является центром колеса или МЦВ, и скорость ее равна нулю. Другая точка является точкой зацепления с соседним звеном или подвижным центром колеса, её скорость определяется в ходе построения картины скоростей механизма. Необходимо соединить

центр вращения (или МЦВ) с концом вектора скорости второй точки прямой линией.

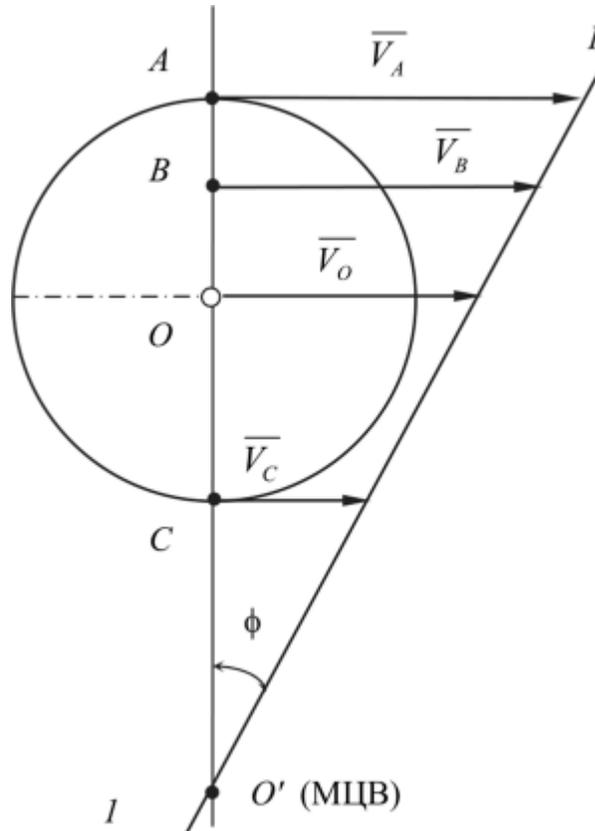


Рис. 5. Звено с подвижной осью вращения (сателлит)

Чтобы построить картину скоростей механизма, необходимо изобразить его кинематическую схему в некотором масштабе  $p/$  (размеры звеньев должны быть известны), при этом колеса изображаются в виде начальных окружностей. Рассмотрим построение картины скоростей для двухрядной планетарной передачи (рис. 6).

Проведем прямую  $y-y$ , параллельную линии центров  $O_1-O_2$ , спроецируем на нее центры вращения звеньев  $O$  и  $O_2$ ,  $O_2$  ( $O_H$ ) и точки зацепления  $A$  и  $B$  (рис.6, б). От точки  $a$  отложим вектор  $aa'$  произвольной длины, который в некотором масштабе изобразит скорость точки  $A$  ( $V_A = aa' \cdot p > l$ ).

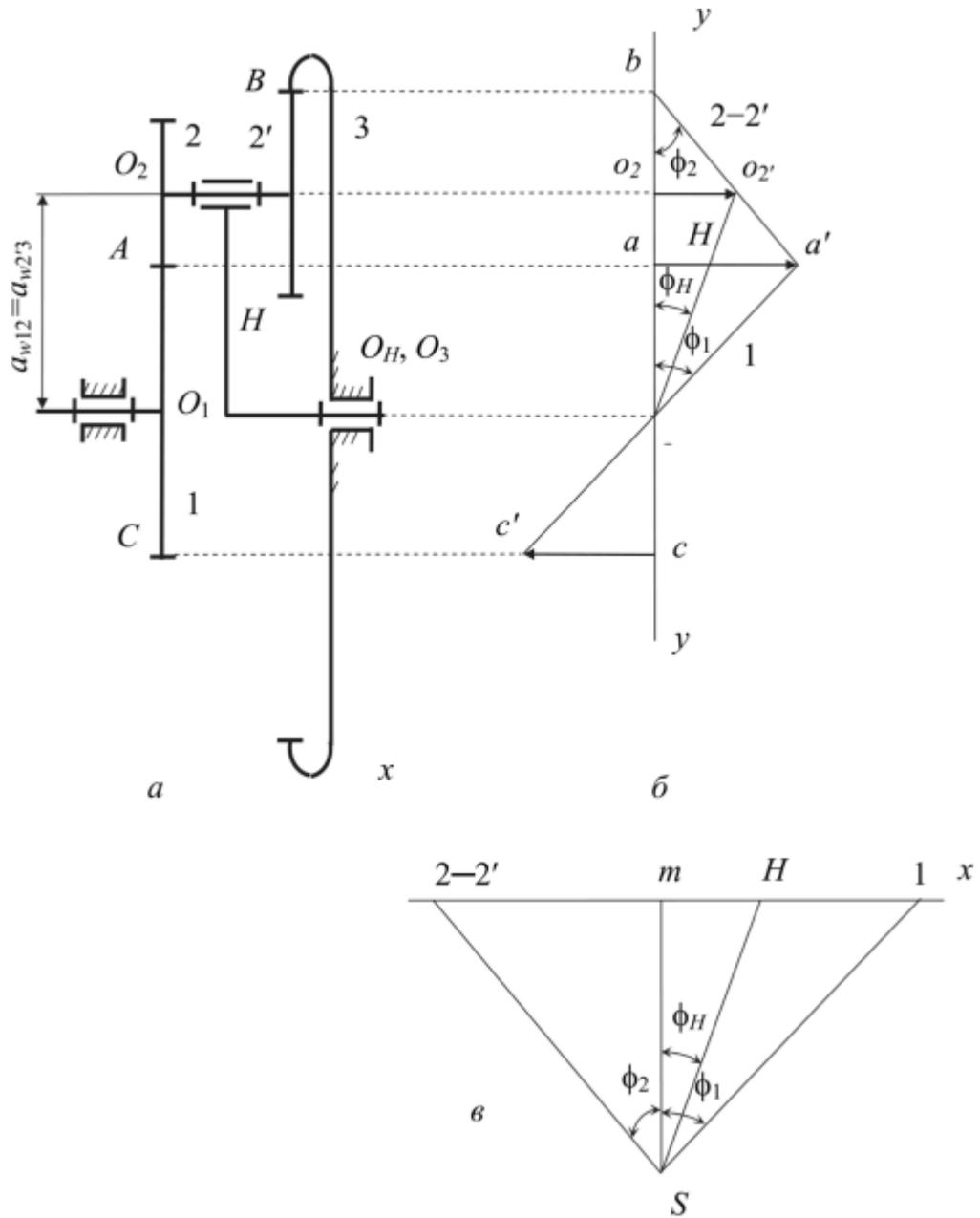


Рис. 6. Построение линейных (б) и угловых (в) скоростей для планетарной передачи (а)

Соединим  $a'$  с точками  $o$  и  $b$  ( $o$  - центр вращения колеса 7, а точка  $b$  - мгновенный центр вращения сателлитов 2-2', представляющих собой одно звено). Получим прямые 7 и 2-2', являющиеся прямыми распределения скоростей звеньев 7 и 2-2'. Так как точка  $o_2$  принадлежит звену 2-2', то конец вектора скорости

этой точки будет лежать на прямой 2-2'. Поэтому проведя горизонтальный отрезок из точки  $o_2$  до пересечения с прямой 2-2', получим вектор  $o_2o_2'$ , который в масштабе  $\mu_1$  изобразит скорость оси сателлитов точки  $0_2$  ( $V_{q_2} = o_2o_2' \cdot \mu_1$ ). Эта точка в свою очередь принадлежит водилу  $H$ , значит, соединив точки  $o_2$  и  $o_H$  прямой  $H$ , мы получим прямую распределения скоростей водила. Для определения скоростей других точек звеньев необходимо продлить, если это нужно, соответствующую прямую и спроецировать на нее данную точку. Например, проецируя точку  $C$  на продолжение прямой  $l$  и на прямую  $u-u$ , получаем вектор  $cc'$  ( $V_c = cc'$ ).

Для построения картины угловых скоростей проведем прямую  $x-x$  перпендикулярно линии центров  $0_1-0_2$ , на произвольном расстоянии от нее возьмем полюс  $S$  и проведем перпендикуляр  $Sm$  (рис.6, в). Далее из полюса  $S$  проведем лучи, параллельные прямым  $l, 2-2', ll$ , и на пересечении с прямой  $x-x$  получим точки, обозначенные соответственно. Используя отрезки  $ml, m2, mH$ , определим угловые скорости:

По картине угловых скоростей можно определить передаточное отношение:

$$u_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{ml}{mH}.$$

Если отрезки расположены на прямой  $x-x$  по одну сторону от точки  $m$ , то данные звенья вращаются в одном направлении, если по разные стороны, то - в противоположных.

#### 4. Порядок выполнения работы

4.1. Для заданной модели планетарного механизма определить модуль зацепления по формуле:  $m = h / 2,25$

4.2 Подсчитать число зубьев колес, вычислить диаметры начальных окружностей по формулам:  $d_1 = m_{z1}$ ;  $d_2 = m_{z2}$ .

Результаты представить в таблице 1.

Таблица 1 - Параметры планетарного механизма

Схема механизма	Модуль зацепления, мм	Число зубьев колес	Число сателлитов	Диаметры делительных окружн., мм
	$m_1 =$ $m_2 =$	$z_1 =$ $z_2 =$ $z_1 =$ $z_3 =$	$k =$	$d_1 =$ $d_1 =$ $d_1 =$ $d_1 =$

4.3. Начертить план механизма в масштабе:  $\mu_z = D/(l-l)$

4.5. Построить картину линейных скоростей и план угловых скоростей. На основании этих построений определить передаточное отношение механизма:  $U_{IH} = tg\theta_1 / tg\theta_H$  ;

4.6 Вывести формулу передаточного отношения и вычислить аналитически его значение.

4.7 Сравнить результаты графических построений и аналитических расчетов, представив их в таблице 2. Сравнить результаты графических и аналитических определений передаточного отношения.

Таблица 2- Результаты исследования

Графические результаты	Аналитические результаты	Расхождения
$U =$	$U =$	$\varepsilon = \frac{u_{ан} - u_{зр}}{u_{ан}} \cdot 100\% =$

4.8. Провести проверку условий сборки и соседства сателлитов по формулам:

$$z_1 + z_2 = U \cdot K$$

$$(z_1 + z_2) \sin \pi / U > z_2 + 2,$$

где  $U$  - число сателлитов,  $K$  - любое целое число.

4.9. Проверить экспериментально передаточное отношение. Для этого сосчитать число оборотов ведущего звена, необходимое для поворота ведомого на  $360^\circ$ . Передаточное отношение будет равно:

$$U_{IH} = \omega_I / \omega_H .$$

4.10. Сделать вывод по работе.

## 5. Контрольные вопросы

1. Объясните достоинства планетарных механизмов.
2. Каким условиям должны удовлетворять числа зубьев планетарных механизмов?
3. Как составляется выражение для определения передаточного отношения планетарного механизма?
4. По каким формулам проверяется условие сборки и соседства сателлитов?
5. Как графически определяется передаточное отношение планетарного механизма?
6. Как по картине линейных скоростей определяется направление вращения ведомого звена планетарного механизма?
7. Как определить передаточное отношение передачи с неподвижными осями аналитически?
8. Как определить знак передаточного отношения по картине угловых скоростей?
9. Как определить положение мгновенного центра скоростей сателлита (блока сателлитов)?
10. Как определить масштабный коэффициент угловых скоростей?

## Библиографический список:

1. Теория механизмов и машин : [учебник для студентов по направлениям подготовки "Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств", "Автоматизация технологических процессов и производств (машиностроение)"] / П. Н. Учаев [и др.] ; под общ. ред. П. Н. Учаева. - Старый Оскол: ТНТ, 2016. - 296 с. - Текст : непосредственный.

2. Яцун, С. Ф. Основы функционирования технических систем: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника, 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств, 15.03.01 Машиностроение, 23.03.01 Технологии транспортных комплексов, 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов, 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника / С. Ф. Яцун, А. Н. Рукавицын, Е. Н. Политов; Юго-Западный государственный университет. - Курск : Университетская книга, 2019. - 195 с. - Текст: непосредственный.

3. Теория механизмов и машин: учебное пособие / М. А. Мерко, А. В. Колотов, М. В. Меснянкин, А. А. Шаронов; Сибирский федеральный университет. – Красноярск : Сибирский федеральный университет (СФУ), 2015. – 248 с. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=497728> (дата обращения: 06.06.2022). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.

4. Яцун, С. Ф. Кинематика, динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям 08.06.01 "Техника и технология строительства", 08.04.01 "Строительство" и 06.06.01 "Метрология, стандартизация и сертификация" / С. Ф. Яцун, В. Я. Мищенко, Е. Н. Политов. - Москва: ИНФРА-М : Альфа-М, 2015. - 207 с. - Текст: непосредственный.

5. Локтионова, О. Г. Лекции по теоретической механике: учебное пособие: [для студентов инженерно-технических специальностей всех форм обучения] / О. Г. Локтионова, С. Ф. Яцун, О. В. Емельянова; ЮЗГУ. - Курск: ЮЗГУ, 2014. – 185 с. - Текст: электронный.

6. Социально-экономические аспекты технологической модернизации современного машиностроительного производства : монография / ред. совет: С. Г. Емельянов (пред.) [и др.] ; гл. ред. А. В. Киричек. - М. : Спектр, 2013. - 288 с. - Текст : непосредственный.

7. Андреев, В. И. Техническая механика: учебник / В. И. Андреев, А. Г. Паушкин, А. Н. Леонтьев. - М. : АСВ, 2012. - 251 с. - Текст : непосредственный.