

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 10.11.2023 03:15:07

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a501426d39e5f1c11eabbf73e943df4a48f51fda56d089

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ**  
**Государственное образовательное учреждение**  
**высшего профессионального образования**

**«Курский государственный технический университет»**

**Кафедра «Физика»**

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ КАТАЮЩЕГОСЯ ШАРИКА**

**Методические указания  
по выполнению лабораторной работы № 8  
для студентов инженерно-технических специальностей  
всех форм обучения**

**Курск 2009**

УДК 53

Составители: А.Н. Лазарев, А.Г. Беседин

Рецензент

Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры Т и ЭФ Курского государственного технического университета *П.А. Красных*.

**Определение момента инерции катающегося шарика** [Текст]: методические указания по выполнению лабораторной работы / Курск. гос. техн. ун-т; сост. А.Н. Лазарев., А.Г. Беседин. Курск, 2009. 7с.

Содержит краткое теоретическое введение. Указываются порядок выполнения работы, задания и вопросы для контроля знаний

Методические указания соответствуют требованиям Государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (2000г.) и рабочих учебных планов технических специальностей.

Предназначены для студентов технических специальностей дневной и заочной форм обучения.

Ил.2.Библиогр.:1 назв.

Текст печатается в авторской редакции.

ИД№06430 от 10.12.01.

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,38 . Уч.-изд. л. .Тираж 50 экз. Заказ . Бесплатно.

Курский государственный технический университет.

Издательско-полиграфический центр Курского государственного технического университета. 305040 Курск, ул.50 лет Октября, 94.

Лабораторная работа № 8  
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ  
 КАТАЮЩЕГОСЯ ШАРИКА**

Цель работы: определить момент инерции шарика катающегося по вогнутой сферической поверхности и исследовать зависимость момента инерции от радиуса шарика.

Приборы и принадлежности: вогнутая сферическая поверхность, шарики, секундомер, микрометр, штангенциркуль, линейка.

### Введение

Момент инерции шарика можно определить, измерив период колебания  $T$  шарика, катающегося по гладкой вогнутой сферической поверхности радиусом  $R$ , много большим его радиуса  $r$ .

Если пренебречь потерями энергии, затрачиваемой на преодоление диссипативной силы трения, то для катающегося без проскальзывания шарика, должен выполняться закон сохранения механической энергии. Центр масс шарика движется поступательно, но, кроме того, шарик вращается относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости рисунка (рис.1).

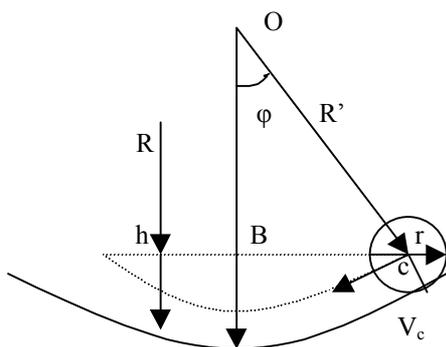


Рис.1

Поэтому полная механическая энергия  $E$  шарика складывается из трех частей: потенциальной -  $mgh$ , кинетической энергии поступательного движения -  $\frac{mV^2}{2}$ , и кинетической энергии вращательного движения -  $\frac{J\omega^2}{2}$

$$E = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{J_c\omega^2}{2} + mgh = \text{const} . \quad (1)$$

Здесь  $m$  - масса шарика;

$J_c = \frac{2}{5} mr^2$  — его момент инерции относительно оси  $Z$ ;

$r$  - радиус шарика.

Модуль угловой скорости  $\vec{\omega}$  вращения шарика вокруг оси  $Z$ , связан с модулем скорости  $\vec{V}_c$  поступательного движения центра масс соотношением:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{V_c}{r}. \quad (2)$$

Используя соотношения:  $V_c = \omega \cdot r$ ,  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ ,  $J = \frac{2}{5} mr^2$  преобразуем (1) к виду

$$E = \frac{7}{10} mr^2 \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 + mgh = \text{const}. \quad (3)$$

При качении шарика по сферической поверхности, его центр масс отклоняется относительно центра  $O$  поверхности на угол  $\varphi$ . Из рисунка (1), видно, что угол  $\varphi$  связан с углом поворота  $\theta$  шарика относительно оси  $Z$  соотношением

$$\theta = \frac{R'}{r} \varphi, \quad (4)$$

где  $R' = R - r$ .

Высота подъёма  $h$  шарика относительно центра сферической поверхности определяется соотношением

$$h = R' - R' \cos \varphi. \quad (5)$$

Подставляя (4) и (5) в формулу (3), выражаем полную механическую энергию шарика через угол  $\varphi$ :

$$E = \frac{7}{10} m(R')^2 \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + mgR'(1 - \cos \varphi) = \text{const}. \quad (6)$$

Пренебрегая потерями энергии, заключаем, что производная от энергии по углу  $\varphi$  равна нулю. Вычисляя эту производную и приравнявая её к нулю, получим

$$\frac{7}{2} J \frac{R'}{r^2} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + mg \sin \varphi = 0 \quad (7)$$

или

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{2 mgr^2}{7 JR'} \sin \varphi = 0. \quad (8)$$

Сравнивая последнее уравнение с уравнением гармонических колебаний

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2 \varphi = 0$$

заключаем, что колебания шарика будут гармоническими при условии малых углов отклонения его от центра вогнутой сферической поверхности

$$\sin \varphi = \varphi.$$

Тогда

$$\omega^2 = \frac{2 mgr^2}{7 JR'} = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2. \quad (9)$$

Выражая из последнего равенства момент инерции  $J$ , получим

$$J = \frac{gT^2 mr^2}{14\pi^2 R'}. \quad (10)$$

Массу шарика выражаем через его радиус и плотность

$$m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho;$$

и получаем окончательную расчетную формулу:

$$J = \frac{2gT^2 r^5 \rho}{21\pi(R-r)}. \quad (11)$$

Зная плотность стали  $\rho$ , ускорение свободного падения  $g$ , постоянную  $\pi$ , и измерив радиус шарика  $r$ , его период колебаний  $T$ , и радиус сферической поверхности  $R$ , мы можем определить момент инерции шарика.

$$R^2 = (R-h)^2 + a^2;$$

$$R^2 = R^2 - 2Rh + h^2 + a^2;$$

$$2Rh = h^2 + a^2;$$

$$R = \frac{h^2 + a^2}{2h};$$

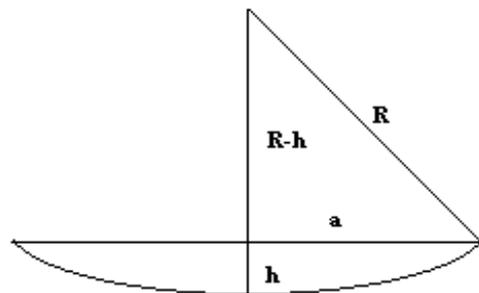


Рис.2



### Вопросы и упражнения

1. Из каких составляющих складывается полная механическая энергия шарика?
2. Когда не выполняется закон сохранения механической энергии?
3. Как движется центр масс шарика?
4. Где ось вращения шарика?
5. Как направлены скорость и ускорение центра масс шарика?
6. Укажите когда центр масс шарика будет иметь:
  - а) максимальное угловое ускорение;
  - б) максимальную линейную скорость;
  - в) тангенциальное ускорение равно нулю;
  - г) нормальное ускорение равно нулю;
  - д) угловое ускорение равно нулю.
7. Какой вид имеет динамическое уравнение колебаний шарика? Объясните его смысл.
8. Сформулируйте условия при которых колебания будут гармоническими.
9. Почему угол отклонения шарика  $\varphi$  от положения равновесия в данной работе должен быть мал и как это предусмотрено в работе?
10. Определите вес шарика в нижней точке поверхности.
11. Сравните периоды колебаний разных шариков и объясните наблюдаемую закономерность.
12. Выведите формулу для расчета момента инерции шарика.

### Библиографический список

1. Полунин В.М. Физика. Основные понятия и законы. [Текст]: учебно-методическое пособие / В.М.Полунин, Г.Т.Сычев. Курск. гос. техн. ун-т. Курск, 2002.
2. Трофимова Т.И. Курс физики [Текст] / Т.И.Трофимова. М.: Высшая школа, 2002. 542с.
3. Савельев И.В. Курс общей физики [Текст]: учебное пособие для вузов: 5 кн. / И.В.Савельев. М.: ООО «Астрель», 2002. Кн. 1. 336с.