МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
__________ О.Г. Локтионова
«30» 09 2022 г.

МАТЕМАТИКА

Методические указания к выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Математика»
для специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность»

Курск 2022

УДК 51

Составитель: О.А. Бредихина

Рецензент
Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры высшей математики
Е.Ю. Машков

Математика: методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Математика» для специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О.А. Бредихина. – Курск, 2022. – 21 с.

Излагаются методические рекомендации по выполнению и защите лабораторных работ. Содержатся краткие описания применяемых при решении задач математики методов, задания и вопросы для контроля знаний.

Методические указания соответствуют требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования для специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность». Материал предназначен для студентов очной и заочной форм обучения по специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность», а также будет полезен студентам всех других направлений подготовки, изучающих дисциплину «Математика».

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать _______ . Формат 60x84 1/16.
Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. .Тираж ____экз. Заказ 1959. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

Цель дисциплины «Математика» для специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность»: формирование общематематического фундамента подготовки будущих специалистов в области экономической безопасности, а также, создание необходимой базы для успешного овладения последующими специальными дисциплинами учебного плана.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В курсе математики изучаются следующие разделы (темы):
− раздел (тема) 1 «Алгебра и геометрия»;
− раздел (тема) 2 «Математический анализ»;
− раздел (тема) 3 «Теория вероятностей и математическая статистика».

Рабочая программа дисциплины «Математика» для специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность» очной формы обучения предусматривает выполнение и защиту четырёх лабораторных работ по 2 и 3 разделам (темам).

Наименование лабораторных работ:
− лабораторная работа №1 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной» по разделу (теме) 2 «Математический анализ»;
− лабораторная работа №2 «Метод наименьших квадратов» по разделу (теме) 2 «Математический анализ»;
− лабораторная работа №3 «Интегрирование функций. Приложения определенного интеграла» по разделу (теме) 2 «Математический анализ»;
− лабораторная работа №4 «Элементы математической статистики» по разделу (теме) 3 «Теория вероятностей и математическая статистика».

Шкала оценивания лабораторной работы 4-х балльная.

Критерии оценивания:

− 4 балла (или оценка «отлично») выставляется обучающемуся, если он выполнил первые 2 задания в лабораторной работе и «защитил» её, то есть ответил на теоретический вопрос (задание №3);

− 3 балла (или оценка «хорошо») выставляется обучающемуся, если он выполнил первые 2 задания в лабораторной работе, но не ответил на теоретический вопрос;

− 2 балла (или оценка «удовлетворительно») выставляется обучающемуся, если он выполнил только задание № 1 (или только задание №2);

− 1 балл или менее (или оценка «неудовлетворительно») выставляется обучающемуся, если он правильно не решил ни одного задания в лабораторной работе.

Для проведения текущего и итогового контроля успеваемости у студентов очной и заочной форм обучения предусмотрено тестирование. Ниже приводятся нулевые варианты заданий и вопросов для выполнения и защиты каждой лабораторной работы.

ЗАДАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1 «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ»

Пример заданий

Задание №1. Найти производные функций

а) $y = 3\cdot\sqrt[4]{x^3} - \dfrac{1}{x^3} + \dfrac{7}{x^2\cdot\sqrt{x}} - \dfrac{4}{11\cdot\sqrt{x}}$;

б) $y = 5^{\frac{arctg\,x}{4x}}$.

Задание №2. Составить уравнение касательной и нормали в точке $x_0 = -1$ к параболе $y = 6x^2 + x + 2$ (уравнения записать в общем виде).

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Пример выполнения заданий с кратким описанием применяемых методов

Решение задания №1 (а).

Представим функцию в виде $y = 3\cdot x^{\frac{3}{4}} - x^{-3} + 7\cdot x^{-\frac{5}{2}} - \dfrac{4}{11}\cdot x^{-\frac{1}{2}}$.

$$\left(3\cdot x^{\frac{3}{4}}-x^{-3}+7\cdot x^{-\frac{5}{2}}-\frac{4}{11}\cdot x^{-\frac{1}{2}}\right)'=\left(3\cdot x^{\frac{3}{4}}\right)'-\left(x^{-3}\right)'+\left(7\cdot x^{-\frac{5}{2}}\right)'-$$

$$-\left(\frac{4}{11}\cdot x^{-\frac{1}{2}}\right)'=3\cdot\left(x^{\frac{3}{4}}\right)'-\left(x^{-3}\right)'+7\cdot\left(x^{-\frac{5}{2}}\right)'-\frac{4}{11}\cdot\left(x^{-\frac{1}{2}}\right)'=3\cdot\frac{3}{4}\cdot x^{\frac{3}{4}-1}-$$

$$-(-3)\cdot x^{-3-1}+7\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)\cdot x^{-\frac{5}{2}-1}-\frac{4}{11}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot x^{-\frac{1}{2}-1}=\frac{9}{4}\cdot x^{-\frac{1}{4}}+3\cdot x^{-4}-$$

$$-\frac{35}{2}\cdot x^{-\frac{7}{2}}+\frac{2}{11}\cdot x^{-\frac{3}{2}}=\frac{9}{4\cdot\sqrt[4]{x}}+\frac{3}{x^4}-\frac{35}{2\cdot\sqrt{x^7}}+\frac{2}{11\cdot\sqrt{x^3}}=\frac{9}{4\cdot\sqrt[4]{x}}+\frac{3}{x^4}-$$

$$-\frac{35}{2\cdot x^3\cdot\sqrt{x}}+\frac{2}{11\cdot x\cdot\sqrt{x}}.$$

Ответ: $y'=\dfrac{9}{4\cdot\sqrt[4]{x}}+\dfrac{3}{x^4}-\dfrac{35}{2\cdot x^3\cdot\sqrt{x}}+\dfrac{2}{11\cdot x\cdot\sqrt{x}}$.

Решение задания №1 (б).

Воспользуемся формулой $\left(a^u\right)'=a^u\cdot\ln a\cdot u'$.

Тогда $\left(5^{\frac{arctgx}{4x}}\right)'=5^{\frac{arctgx}{4x}}\cdot\ln 5\cdot\left(\dfrac{arctgx}{4x}\right)'=$

$$=5^{\frac{arctgx}{4x}}\cdot\ln 5\cdot\frac{(arctgx)'\cdot 4x-arctgx\cdot(4x)'}{16x^2}=5^{\frac{arctgx}{4x}}\cdot\ln 5\cdot\frac{\frac{1}{1+x^2}\cdot 4x-arctgx\cdot 4}{16x^2}=$$

$$=5^{\frac{arctgx}{4x}}\cdot\ln 5\cdot\frac{\frac{x}{1+x^2}-arctgx}{4x^2}=5^{\frac{arctgx}{4x}}\cdot\ln 5\cdot\frac{x-\left(1+x^2\right)\cdot arctgx}{4x^2\cdot\left(1+x^2\right)}.$$

Ответ: $y'=5^{\frac{\mathrm{arctg}x}{4x}}\cdot\ln 5\cdot\dfrac{x-\left(1+x^2\right)\cdot\mathrm{arctg}x}{4x^2\cdot\left(1+x^2\right)}$.

Решение задания №2.

Значение функции в точке $x_0 = -1$ равно $y(-1) = 6 \cdot (-1)^2 + (-1) + 2 = 7$. Найдём производную заданной функции: $y' = \left(6x^2 + x + 2\right)' = 12x + 1$, тогда $y'(-1) = 12 \cdot (-1) + 1 = -11$.

Уравнение касательной вычислим по формуле:

$y = 7 + (-11) \cdot (x - (-1))$,

$y = 7 - 11 \cdot (x + 1)$,

$y = 7 - 11x - 11$,

$11x + y + 4 = 0$ – уравнение искомой касательной в общем виде.

Уравнение нормали вычислим по следующей формуле:

$y = 7 - \dfrac{x - (-1)}{-11}$,

$y = 7 + \dfrac{x + 1}{11}$,

$11y = 77 + (x + 1)$,

$x - 11y + 78 = 0$ – уравнение искомой нормали в общем виде.

Ответ: $11x + y + 4 = 0$– уравнение касательной;

$x - 11y + 78 = 0$ – уравнение нормали.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №1

1. Дайте определение производной функции $y = f(x)$. Перечислите основные правила дифференцирования.
2. Как найти производную сложной функции?
3. Как найти уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ при известной фиксированной точке $M_0(x_0; y_0)$?
4. Опишите алгоритм исследования поведения графика функции с использованием аппарата производных.
5. Как найти точку максимума (минимума) функции?
6. Как найти наибольшее (наименьшее) значение функции на отрезке?
7. Сформулируйте правило Лопиталя.
8. Дайте определение эластичности спроса (предложения). Как вычислить эластичность спроса (предложения)? В каком случае спрос эластичен, нейтрален и неэластичен относительно цены на товар?

9. Дайте определение средних и предельных издержек. Как их вычислить?

10. Опишите алгоритм нахождения наибольшей прибыли (дохода, налогов и т.п.) с помощью аппарата производных.

ЗАДАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2 «МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ»

Пример заданий

Экспериментально получены пять значений функции y=f(x) при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице.

x	1	2	3	4	5
y	3,2	4,2	2,7	0,7	1,2

Задание №1. Методом наименьших квадратов найти функцию вида $y = ax + b$, выражающую приближённо функцию y=f(x), используя систему

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\ 2}\right) \cdot a + \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) \cdot b = \sum_{i=1}^{n} (x_i \cdot y_i), \\ \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) \cdot a + n \cdot b = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases}$$

и заполнив таблицу

№	x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$	$y_{вычисл.}$	Отклонение $\varepsilon_i = y_{вычисл.} - y_i$
1						
2						
3						
4						
5						
$\sum$						

Сделать чертёж, на котором в декартовой прямоугольной системе координат построить экспериментальные точки и график функции $y = ax + b$.

Задание №2. Найти функцию вида $y = ax + b$, выражающую приближённо функцию y=f(x), используя исследование функции двух переменных $S(a,b) = \sum_{i=1}^{n} \left((a \cdot x_i + b) - y_i \right)^2$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Пример выполнения заданий с кратким описанием применяемых методов

Решение задания №1.

Предположим, что точки с соответствующими координатами, взятыми из нашей таблицы, почти лежат на некоторой прямой линии, естественно в этом случае считать, что между *x* и *y* существует приближённая зависимость, т.е. что *y* есть линейная функция от *x*, выражающаяся формулой $y = ax + b$.

Требуется подобрать такие коэффициенты a и b, чтобы прямая $y = ax + b$ наиболее близко примыкала к экспериментальным точкам.

№	x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$	$y_{вычисл.}$	Отклонение $\varepsilon_i = y_{вычисл.} - y_i$
1	1	3,2	1	3,2	3,9	0,7
2	2	4,2	4	8,4	3,15	–1,05
3	3	2,7	9	8,1	2,4	–0,3
4	4	0,7	16	2,8	1,65	0,95
5	5	1,2	25	6	0,9	–0,3
$\sum$	15	12	55	28,5		0

Подставим данные из таблицы в систему

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} \right) \cdot a + \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right) \cdot b = \sum_{i=1}^{n} (x_i \cdot y_i), \\ \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right) \cdot a + n \cdot b = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases}$$

Получаем значения искомых переменных:

$$\begin{cases} 55a + 15b = 28{,}5, \\ 15a + 5b = 12, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0{,}75, \\ b = 4{,}65. \end{cases}$$

Уравнение искомой прямой имеет вид $y = -0{,}75x + 4{,}65$. В это уравнение подставляем x_i и заполняем последние две колонки таблицы. По методу наименьших квадратов получается, что сумма квадратов отклонений: $S = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \ldots + \varepsilon_n^2 \to \min$, то есть

$$S_{\min} = 0{,}7^2 + (-1{,}05)^2 + (-0{,}3)^2 + 0{,}95^2 + (-0{,}3)^2 = 0{,}49 + 1{,}1025 + 0{,}09 +$$
$$+ 0{,}9025 + 0{,}09 = 2{,}675.$$

Начертим график функции $y = -0{,}75x + 4{,}65$, а также экспериментальные точки в декартовой системе координат.

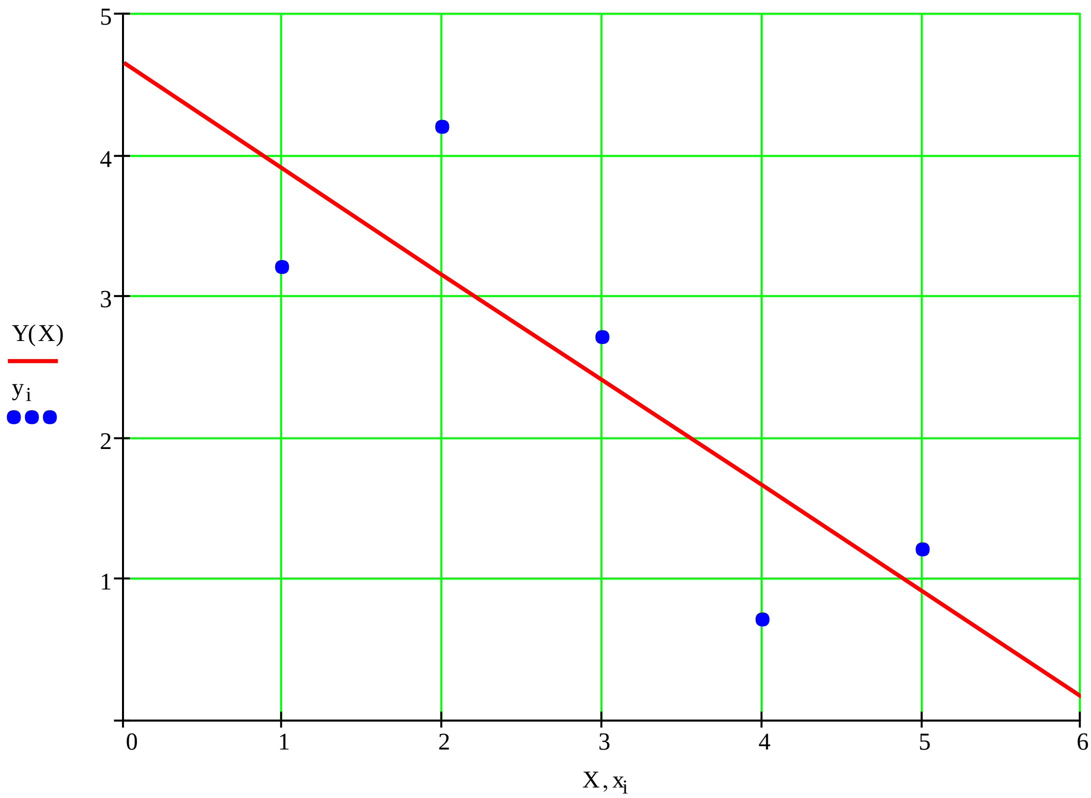


Рис. 1 Экспериментальные точки и график полученной в результате расчёта функции

Решение задания №2.

По методу наименьших квадратов сумма квадратов отклонений $\varepsilon_i = y_{вычисл.} - y_i$ минимальна, то есть $S = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \ldots + \varepsilon_n^2 \to \min$.

Таким образом, имеем функцию двух переменных $S(a,b) = \sum_{i=1}^{n} \left((a \cdot x_i + b) - y_i \right)^2$.

Подставляем в эту функцию наши экспериментальные значения.

$$S(a,b) = ((a\cdot 1+b)-3{,}2)^2 + ((a\cdot 2+b)-4{,}2)^2 + ((a\cdot 3+b)-2{,}7)^2 +$$
$$+((a\cdot 4+b)-0{,}7)^2 + ((a\cdot 5+b)-1{,}2)^2 = (a+b-3{,}2)^2 + (2a+b-4{,}2)^2 +$$
$$+(3a+b-2{,}7)^2 + (4a+b-0{,}7)^2 + (5a+b-1{,}2)^2 .$$

Известно, что $S(a,b) \longrightarrow min$, если $\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = 0, \\ \frac{\partial S}{\partial b} = 0. \end{cases}$

Найдём частные производные первого порядка функции $S = S(a,b)$.

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 2(a+b-3{,}2) + 2(2a+b-4{,}2)\cdot 2 + 2(3a+b-2{,}7)\cdot 3 + 2(4a+b-0{,}7)\cdot 4 +$$
$$+2(5a+b-1{,}2)\cdot 5 = 110a + 30b - 57.$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 2(a+b-3{,}2) + 2(2a+b-4{,}2) + 2(3a+b-2{,}7) + 2(4a+b-0{,}7) +$$
$$+2(5a+b-1{,}2) = 30a + 10b - 24.$$

Тогда $\begin{cases} 110a + 30b - 57 = 0, \\ 30a + 10b - 24 = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0{,}75, \\ b = 4{,}65. \end{cases}$

$$S_{\min} = 0{,}7^2 + (-1{,}05)^2 + (-0{,}3)^2 + 0{,}95^2 + (-0{,}3)^2 = 0{,}49 + 1{,}1025 + 0{,}09 +$$
$$+0{,}9025 + 0{,}09 = 2{,}675.$$

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №2

21. Дайте понятие функции двух переменных, функции нескольких переменных.

22. Как вычисляются частные производные первого порядка для функции двух переменных?

23. Сколько различных частных производных 2-го порядка имеет функция от двух переменных? Сформулируйте теорему Шварца.

24. Что такое полный дифференциал?

25. В чём заключается геометрический и функциональный смысл градиента?

26. Какая точка называется стационарной для функции двух переменных?

27. Сформулируйте необходимые условия экстремума функции двух переменных.

28. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции двух переменных.

29. Приведите пример использования функции нескольких переменных в экономике.

30. В чём заключается метод наименьших квадратов?

ЗАДАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №3 «ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ. ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА»

Пример заданий

Задание №1. Найти интегралы. Сделать проверку

а) $\int \frac{\sqrt{5+x^2}-\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{25-x^4}}dx$;

б) $\int \frac{\ln^2 x}{x}dx$.

Задание №2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y=2x^2$, $y=2$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Пример выполнения заданий с кратким описанием применяемых методов

Решение задания №1(а).

$$\int \frac{\sqrt{5+x^2}-\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{25-x^4}}dx=\int\left(\frac{\sqrt{5+x^2}}{\sqrt{25-x^4}}-\frac{\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{25-x^4}}\right)dx=\int\left(\frac{\sqrt{5+x^2}}{\sqrt{\left(5-x^2\right)\left(5+x^2\right)}}-\right.$$

$$\left.-\frac{\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{\left(5-x^2\right)\left(5+x^2\right)}}\right)dx=\int\left(\frac{1}{\sqrt{5-x^2}}-\frac{1}{\sqrt{5+x^2}}\right)dx=\int\frac{dx}{\sqrt{5-x^2}}+\int\frac{dx}{\sqrt{5+x^2}}=$$

$$=\arcsin\frac{x}{\sqrt{5}}-\ln\left|x+\sqrt{5+x^2}\right|+C.$$

Проверка

$$\left(\arcsin\frac{x}{\sqrt{5}}-\ln\left|x+\sqrt{5+x^2}\right|+C\right)'=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{\sqrt{5}}\right)^2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}-\frac{1}{x+\sqrt{5+x^2}}\cdot\Bigl(1+$$

$$\left.+\frac{1}{2\sqrt{5+x^2}}\cdot 2x\right)=\frac{1}{\sqrt{5-x^2}}+\frac{1}{\sqrt{5+x^2}}=\frac{\sqrt{5+x^2}-\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{25-x^4}}=f(x).$$

Ответ: $\arcsin\frac{x}{\sqrt{5}}-\ln\left|x+\sqrt{5+x^2}\right|+C$.

Решение задания №1(б).

$$\int\frac{\ln^2 x}{x}dx=\int\ln^2 x\cdot\frac{dx}{x}=\int\ln^2 x\cdot d(\ln x)=[t=\ln x]=\int t^2dt=\frac{t^3}{3}+C=$$

$$=\frac{1}{3}\ln^3 x+C.$$

Проверка

$$\left(\frac{1}{3}\ln^3 x+C\right)'=\frac{1}{3}\cdot 3\ln^2 x\cdot\frac{1}{x}=\frac{\ln^2 x}{x}.$$

Ответ: $\frac{1}{3}\ln^3 x+C.$

Решение задания №2.

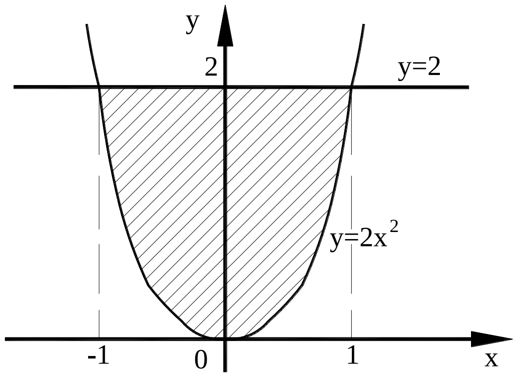
1. Вершиной параболы $y=2x^2$ является точка $(0;\,0)$.

2. Точки пересечения параболы и прямой находятся из системы

$$\begin{cases}y=2x^2,\\ y=2,\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2=2,\\ y=2,\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2=1,\\ y=2,\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1,\\ y=2,\end{cases}\\ \begin{cases}x=-1,\\ y=2.\end{cases}\end{array}\right.$$

Мы получили две точки $(1;\,2)$ и $(-1;\,2)$.

3. Используя найденные точки, строим графики заданных функций в декартовой системе координат.



4. Сверху фигура ограничена прямой $y=2$, значит, $f(x)=2$, снизу – параболой, значит, $g(x)=2x^2$. По графику видно, что $a=-1,\ b=1$.

1способ: площадь полученной фигуры можно вычислить по формуле

$$S=\int_a^b (f(x)-g(x))dx=\int_{-1}^{1}\left(2-2x^2\right)dx=2\int_{-1}^{1}dx-2\int_{-1}^{1}x^2dx=2x\Big|_{-1}^{1}-2\cdot\frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{1}=$$

$$=2(1-(-1))-\frac{2}{3}\left(1^3-(-1)^3\right)=2\cdot 2-\frac{2}{3}\cdot 2=4-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}.$$

2 способ: полученная фигура симметрична, значит,

$$S=2S_1=2\int_0^1\left(2-2x^2\right)dx=4\int_0^1 dx-4\int_0^1 x^2dx=4x\Big|_0^1-4\cdot\frac{x^3}{3}\Big|_0^1=4(1-0)-$$

$$-\frac{4}{3}\left(1^3-0^3\right)=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}.$$

Ответ: $S=2\frac{2}{3}$.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №3

31. Дайте определение первообразной и неопределённого интеграла.

32. Перечислите основные свойства неопределённого интеграла.

33. Опишите алгоритмы методов непосредственного интегрирования: использование приёма деления почленно и метода группировки.

34. Опишите метод подведения под знак дифференциала.

35. Опишите варианты замены переменной в неопределённом интеграле.

36. Опишите способы вычисления определённого интеграла.

37. Запишите формулу интегрирования по частям. В каких случаях применяется метод интегрирования по частям?

38. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.

39. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь плоской фигуры в декартовой системе координат?

40. Как используются интегралы в экономике? Приведите примеры.

ЗАДАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №4 «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Пример заданий

Задание №1. Имеются данные о стаже рабочих цеха: 6, 6, 10, 10, 7, 2, 2, 5, 8, 8, 12, 9, 10, 10, 7, 7, 6, 7, 2, 3. Построить дискретный и интервальный вариационные ряды и изобразить их графически: построить полигон, гистограмму.

Задание №2. Имеются следующие данные об уровне энерговооружённости труда (кВт): 50, 52, 50, 52, 52, 60, 60, 60, 63, 60, 60, 55, 55, 54. Найти среднюю энерговооружённость труда. Вычислить:
а) выборочную дисперсию;
б) выборочное среднеквадратическое отклонение;
в) размах выборки.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Пример выполнения заданий с кратким описанием применяемых методов

Решение задания №1.

1) Построение дискретного вариационного ряда.

Находится объём выборки, то есть n – общее количество чисел (у нас $n = 20$).

Составляется таблица, где x_i – варианты (числа из условия), расположенные в порядке возрастания, n_i – сколько раз встречается каждое число.

Дискретный вариационный ряд

x_i	2	3	5	6	7	8	9	10	12
n_i	3	1	1	3	4	2	1	4	1

Контроль: $\sum_{i=1}^{9} n_i = n$, то есть 3+1+1+3+4+2+1+4+1=20 – верно.

2) Построение интервального вариационного ряда

Находится величина интервала:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3{,}322 \cdot \lg n} = \frac{12 - 2}{1 + 3{,}322 \cdot \lg 20} = \frac{10}{5{,}3} = 1{,}9.$$

Округление величины h производится следующим образом: если в условии даны числа, большие 100, то округляем до целых, если числа до 100, то оставляем один знак после запятой, а если даны очень маленькие числа, то округляем до сотых.

Далее шкала интервалов формируется так:

$a_1 = x_{i\min} = 2$,

$a_2 = a_1 + h = 2 + 1{,}9 = 3{,}9$,

$a_3 = a_2 + h = 3{,}9 + 1{,}9 = 5{,}8$,

$a_4 = 7{,}7$,

$a_5 = 9{,}6$,

$a_6 = 11{,}5$,

$a_7 = 13{,}4 > x_{\max} = 12$.

Составляется таблица, в которой первая строка имеет вид: $[a_1; a_2)$, $[a_2; a_3)$, … $[a_6; a_7]$. Вторая строка формируется так: $n_{i_{нов}}$ – общая сумма частоты встреч всех чисел дискретного ряда, попадающих в соответствующий интервал.

Интервальный вариационный ряд

Интервал	[2;3,9)	[3,9;5,8)	[5,8;7,7)	[7,7;9,6)	[9,6;11,5)	[11,5;13,4]
$n_{i_{нов}}$	3+1=4	1	3+4=7	2+1=3	4	1

3) Построение полигона частот по дискретному вариационному ряду.

Дискретный вариационный ряд имеет вид:

x_i	2	3	5	6	7	8	9	10	12
n_i	3	1	1	3	4	2	1	4	1

Соединив точки с координатами $(x_i; n_i)$, получим искомый график.

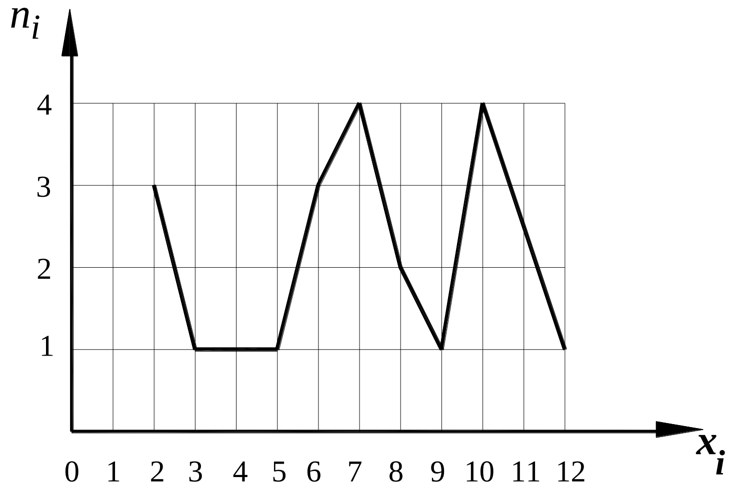


Рис. 2 Полигон частот

4) Построение гистограммы частот по интервальному вариационному ряду.

Дополним интервальный вариационный ряд. Последняя строка таблицы необходима для дальнейшего построения гистограммы частот.

Интервал	[2;3,9)	[3,9;5,8)	[5,8;7,7)	[7,7;9,6)	[9,6;11,5)	[11,5;13,4]
$n_{i\,нов}$	4	1	7	3	4	1
$\dfrac{n_{i\,нов}}{h}$	$\dfrac{4}{1{,}9}=2{,}1$	$\dfrac{1}{1{,}9}=0{,}5$	$\dfrac{7}{1{,}9}=3{,}7$	$\dfrac{3}{1{,}9}=1{,}6$	$\dfrac{4}{1{,}9}=2{,}1$	$\dfrac{1}{1{,}9}=0{,}5$

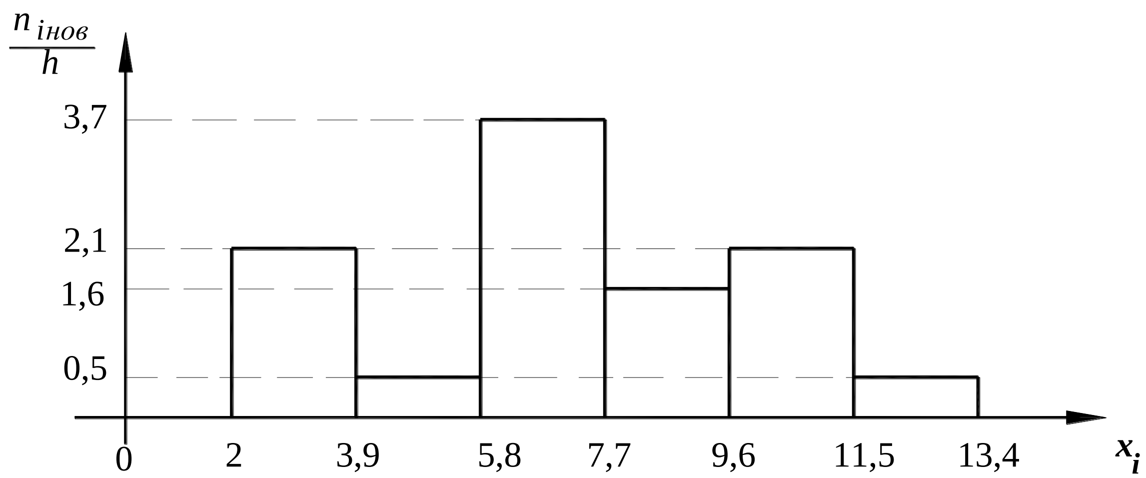


Рис. 3 Гистограмма частот

5) Построение кумулятивной кривой для дискретного вариационного ряда.

Дополним дискретный вариационный ряд. Последняя строка таблицы необходима для дальнейшего построения кумулятивной кривой.

x_i	2	3	5	6	7	8	9	10	12
n_i	3	1	1	3	4	2	1	4	1
$\frac{n_i^{нак}}{n}$	0,15	0,20	0,25	0,40	0,60	0,70	0,75	0,95	1

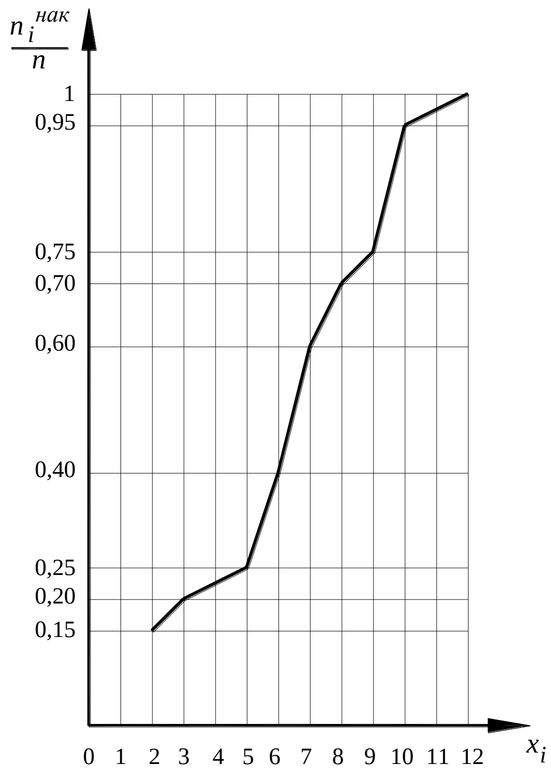


Рис. 4 Кумулятивная кривая для дискретного вариационного ряда

6) Построение кумулятивной кривой для интервального вариационного ряда.

Интервал	[2;3,9)	[3,9;5,8)	[5,8;7,7)	[7,7;9,6)	[9,6;11,5)	[11,5;13,4]
$n_{i\,нов}$	4	1	7	3	4	1
$\frac{n_{i\,нов}^{нак}}{n}$	0,20	0,25	0,60	0,75	0,95	1

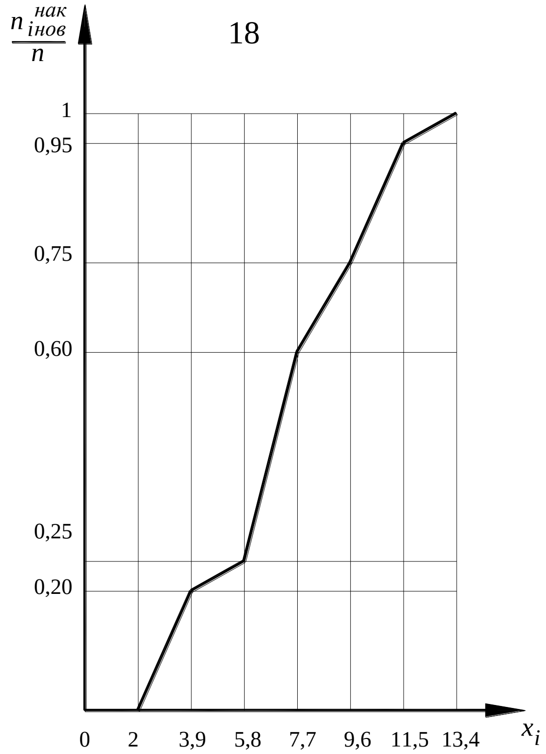


Рис. 5 Кумулятивная кривая для интервального вариационного ряда

Решение задания №2.

Задание №2. Имеются следующие данные об уровне энерговооружённости труда (кВт): 50, 52, 50, 52, 52, 60, 60, 60, 63, 60, 60, 55, 55, 54. Найти среднюю энерговооружённость труда. Вычислить:
а) выборочную дисперсию;
б) выборочное среднеквадратическое отклонение;
в) размах выборки.

По данным выборки строим дискретный вариационный ряд.

x_i	50	52	54	55	62	63
n_i	2	3	1	2	5	1

Объём выборки: $n = 2 + 3 + 1 + 2 + 5 + 1 = 14$.

Средняя энерговооружённость труда – это выборочное среднее, рассчитываемое по формуле
$\bar{x} = \frac{50\cdot2+52\cdot3+54\cdot1+55\cdot2+62\cdot5+63\cdot1}{14} = \frac{783}{14} \approx 55{,}9$.

а) Выборочная дисперсия рассчитывается по формуле $S^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$, где $\overline{x^2} = \frac{50^2\cdot2+52^2\cdot3+54^2\cdot1+55^2\cdot2+62^2\cdot5+63^2\cdot1}{14} = \frac{44047}{14}$.

Выборочная дисперсия равна $S^2 = \frac{44047}{14} - \left(\frac{783}{14}\right)^2 \approx 18{,}2$.

б) Выборочное среднеквадратическое отклонение вычисляется по формуле $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{18{,}2} \approx 4{,}3$.

в) Размах выборки равен $R = x_{max} - x_{min} = 63 - 50 = 13$.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №4

41. Дайте понятия генеральной и выборочной совокупностей.
42. Дайте понятие вариационного ряда. Что такое варьирование?
43. Какие виды вариационных рядов вы знаете?
44. Как графически изображаются дискретные и интервальные вариационные ряды? Как изобразить кумулятивную кривую и огиву?
45. Перечислите важнейшие точечные характеристики выборки.
46. Опишите свойства несмещенности, эффективности и состоятельности оценки.
47. Дайте понятие доверительного интервала.
48. Дайте понятия уровня значимости и доверительной вероятности.
49. Понятия нулевой и конкурирующей гипотез.
50. Опишите алгоритм проверки гипотезы.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин, В. А. Линейная алгебра: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 6-е изд., стереотип. – Москва: Физматлит, 2010. – 278 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974 (дата обращения: 15.02.2021). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
2. Ильин, В. А. Аналитическая геометрия: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 7-е изд., стер. – Москва: Физматлит, 2009. – 224 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3).– URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82797 (дата обращения: 15.02.2021). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
3. Ильин, В. А. Основы математического анализа: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 7-е изд., стер. – Москва: Физматлит, 2009. – Ч. I. – 647 с. – (Курс высшей математики и математической физики.

Вып. 1). – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686 (дата обращения: 15.02.2021). – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.

4. Бредихина, О.А. Практическое применение математических методов в экономике: учебное пособие для студентов экономических направлений подготовки и специальностей / О. А. Бредихина, С. В. Фильчакова; Юго-Зап. гос. ун-т. - Электрон. текстовые дан. (2001 КБ). - Курск: ЮЗГУ, 2019. - 143 с. – Текст: электронный.

5. Бредихина, О.А. Практическое применение математических методов в экономике: математический анализ: учебное пособие для студентов экономических направлений подготовки и специальностей / О. А. Бредихина, С. В. Фильчакова; Юго-Зап. гос. ун-т. - Электрон. текстовые дан. (3180 КБ). - Курск: ЮЗГУ, 2020. - 163 с. – Текст: электронный.

6. Бойцова, Е.А. Практикум по математике: учебное пособие / Е. А. Бойцова. - Старый Оскол: ТНТ, 2014. - 160 с. – Текст: непосредственный.

7. Тютюнов, Д. Н. Функции нескольких переменных: учебное пособие: [для студентов, преподавателей, аспирантов технических и экономических специальностей дневной, заочной и дистанционной форм обучения] / Д. Н. Тютюнов, Л. И. Студеникина, Е. В. Скрипкина. - Электрон. текстовые дан. (1483 КБ). - Курск: Университетская книга, 2016. - 158 с. – Текст: электронный.

8. Теория вероятностей: учебное пособие: [для студентов техн. и экон. спец. дневной, заочной и дистан. форм обучения] / Е. В. Журавлева [и др.]; Юго-Зап. гос. ун-т. - Курск: ЮЗГУ, 2015. - 175, [3] с. – Текст: электронный.

9. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии: методические указания для подготовки к практическим занятиям / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О. А. Бредихина, С. В. Фильчакова. - Курск: ЮЗГУ, 2020. - 48 с. - Текст: электронный.

10. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия: индивидуальные задания и методические указания по выполнению модуля / Юго-Западный государственный университет; сост. А. В. Бойков. - Курск: ЮЗГУ, 2014. - 30с. - Текст: электронный.

11. Векторная алгебра и аналитическая геометрия: методические указания по выполнению модуля 2 для студентов технических специальностей / ЮЗГУ; сост.: О. А. Бредихина, С. В. Шеставина. - Курск: ЮЗГУ, 2013. - 18 с. - Текст: электронный.

12. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: индивидуальные задания и методические указания по выполнению модуля / ЮЗГУ; сост. Е. В. Скрипкина. - Курск: ЮЗГУ, 2014. - 52 с. - Текст: электронный.

13. Функции нескольких переменных: индивидуальные задания и методические указания к выполнению модуля 6.1 для студентов технических специальностей / ЮЗГУ; сост.: О. А. Бредихина, С. В. Шеставина. - Курск: ЮЗГУ, 2014. - 15 с. - Текст: электронный.

14. Метод наименьших квадратов: методические указания и индивидуальные задания по выполнению лабораторной работы №15 / ЮЗГУ; сост.: Л. И. Студеникина, Т. В. Шевцова. - Курск: ЮЗГУ, 2011. - 50 с. - Текст: электронный.

15. Расчёт вероятностей случайных событий: индивидуальные задания и методические указания по выполнению модуля 13 / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Е.В. Журавлёва, Е.А. Панина. –Курск: ЮЗГУ, 2011. - 50с. - Текст: электронный.

16. Элементы математической статистики и корреляционного анализа: методические указания и индивидуальные задания к модулю 15 / Курск. гос. техн. ун-т; сост.: Е.В. Журавлева, Е.А. Панина. - Курск: КурскГТУ, 2012. - 35с. - Текст: электронный.

17. Элементы математической статистики: методические указания по выполнению модуля «Элементы математической статистики и корреляционного анализа» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О. А. Бредихина, С. В. Шеставина. - Курск: ЮЗГУ, 2018. - 28 с. – Текст: электронный.