

УДК 53

Составители: А.В. Кузько, А.Е. Кузько, А.В. Куценко

Рецензент

Директор РИЦ, д.ф.-м.н., профессор А.П. Кузьменко

Физика конденсированного состояния: методические указания к выполнению лабораторных работ для студентов направления подготовки 28.03.01 «Нанотехнологии и микросистемная техника»/ Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: А.В. Кузько, А.Е. Кузько, А.В. Куценко. Курск, 2017. 57 с.: ил. 36.

Излагаются методические рекомендации по выполнению лабораторных работ, в которых изучается электронный парамагнитный резонанс, фазовый переход «ферромагнетик-парамагнетик», эффект Фарадея, кристаллические сингонии и плотные упаковки атомов, рентгеновская люминесценция, температурная зависимость сопротивления полупроводников, эффект Холла в полупроводниках, эффект Зеебека.

Методические указания соответствуют требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования и учебному плану направления подготовки 28.03.01 Нанотехнологии и микросистемная техника, степень (квалификация) – бакалавр. Предназначены для студентов всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.12. . Формат 60 x 84 1/16.

Усл. печ. л. 3,56. Уч.-изд. л. 3,56. Тираж экз. Заказ 2767 Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ЭЛЕКТРОННЫЙ ПАРАМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС

Цель работы: демонстрация электронного парамагнитного резонанса в дифенилпикрилгидразиле (ДФПГ).

Приборы и принадлежности: базовый блок, пара магнитных катушек, пульт управления, вилка электропитания, сравнительный образец, ДФПГ образец, ЭПР датчик, сборочные кольца, сборочный цилиндр, аналоговый осциллограф (20-150 МГц).

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ



Явление электронного парамагнитного резонанса ЭПР (ESR) основано на поглощении энергии веществами, имеющими неспаренные электроны, которые находятся во внешнем магнитном поле, создаваемом источником постоянного тока. Энергия поглощается от высокочастотного электромагнитного поля, создаваемого переменным током, которое направлено перпендикулярно полю от источника постоянного тока. Если частота переменного электромагнитного поля равна резонансной частоте, полное входное сопротивление возбуждающей катушки, заполненной исследуемым материалом, меняется в соответствии с резонансной характеристикой, и на экране осциллографа будет наблюдаться пик. Одним из подходящих материалов для этого опыта является дифенилпикрилгидразил (ДФПГ).

Причина резонансного поглощения заключается в «переворачивании» магнитных моментов между спиновыми состояниями свободного электрона. Резонансная частота зависит от напряженности поля, создаваемого постоянным током, а ширина резонансного сигнала связана с однородностью поля.

Магнитный момент электрона, который обладает чисто спиновым магнетизмом, принимает дискретные значения в магнитном поле В:

$$E_m = -g_J \cdot \mu_B \cdot m \cdot B, \quad m = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}. \quad (1)$$

$$\mu_B = 9,274 \cdot 10^{-24} \frac{\text{Дж}}{\text{Тл}} : \text{магнетон Бора},$$

$$g_J = 2,0023: (g_J\text{-фактор Ланде}).$$

Тогда интервал между двумя уровнями составляет

$$\Delta E = -g_J \cdot \mu_B \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot B - (-g_J \cdot \mu_B \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot B) = g_J \cdot \mu_B \cdot B \quad (2)$$

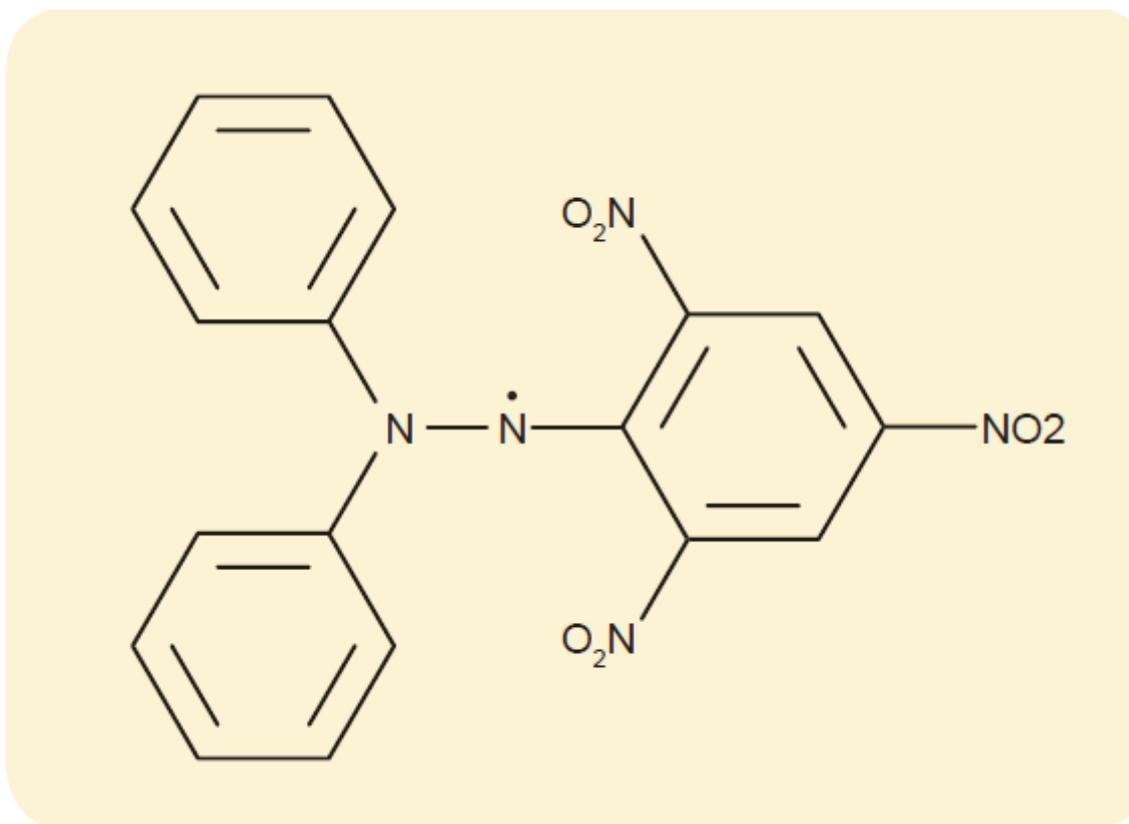


Рисунок 1 - Молекулярная структура дифенилпикрилгидразила (ДФПГ)

Резонанс возникает, когда частота f подаваемого переменного электромагнитного поля отвечает следующему условию:

$$h \cdot f = \Delta E, \quad (3)$$

$h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с: постоянная Планка.

Задания и порядок выполнения работы

1) Наблюдение за резонансной характеристикой ДФПГ

В этом опыте электронный парамагнитный резонанс демонстрируется в дифенилпикрилгидразиле (ДФПГ) - органическом соединении, молекулы которого имеют в своем составе неспаренный электрон. Базовое магнитное поле создается внутри пары катушек Гельмгольца и изменяется от нуля до максимального значения $B_{\text{макс}} = 3,5$ мТл с помощью пилообразного сигнала. В результате можно найти частоту f , при которой имеет место резонансное поглощение в определенной точке на пилообразной характеристике, т.е. при выбранном значении магнитного поля.

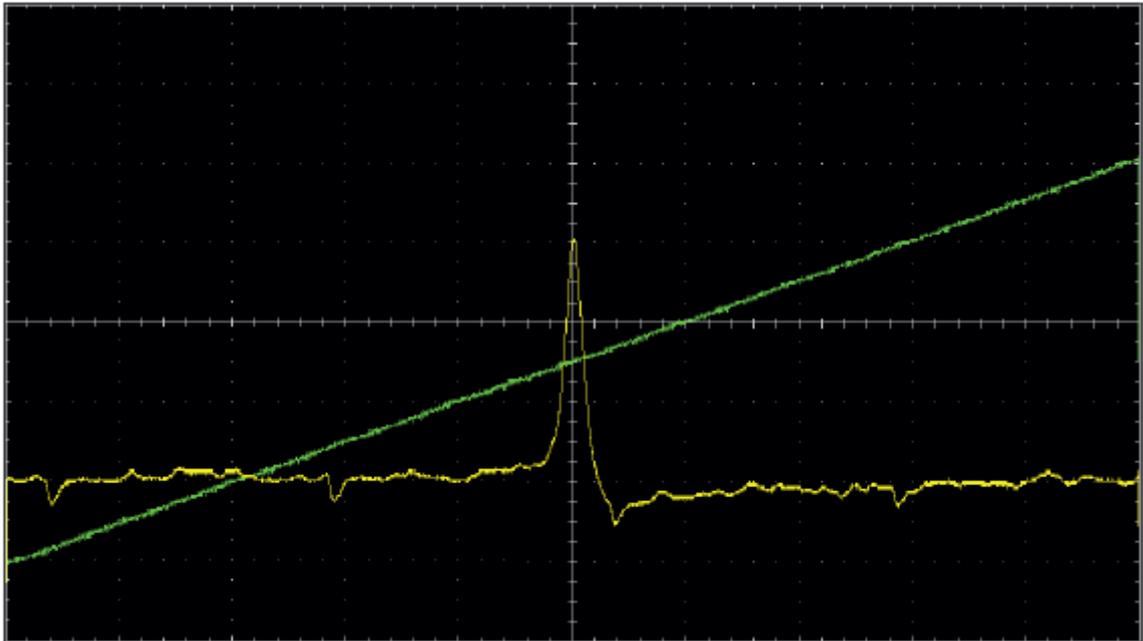


Рисунок 2 – Сигнал поглощения и изменение магнитного поля во времени при электронном парамагнитном резонансе в дифенилпикрилгидразиле (ДФПГ).

2) Определение зависимости резонансной частоты от магнитного поля.

Нижеследующую связь между резонансной частотой f и магнитным полем B можно получить из выражений (2) и (3).

$$f = g_J \cdot \frac{\mu_B}{h} \cdot B.$$

Поэтому результаты измерения оказываются лежащими на прямой, проходящей через начало координат, в пределах погрешности измерения.

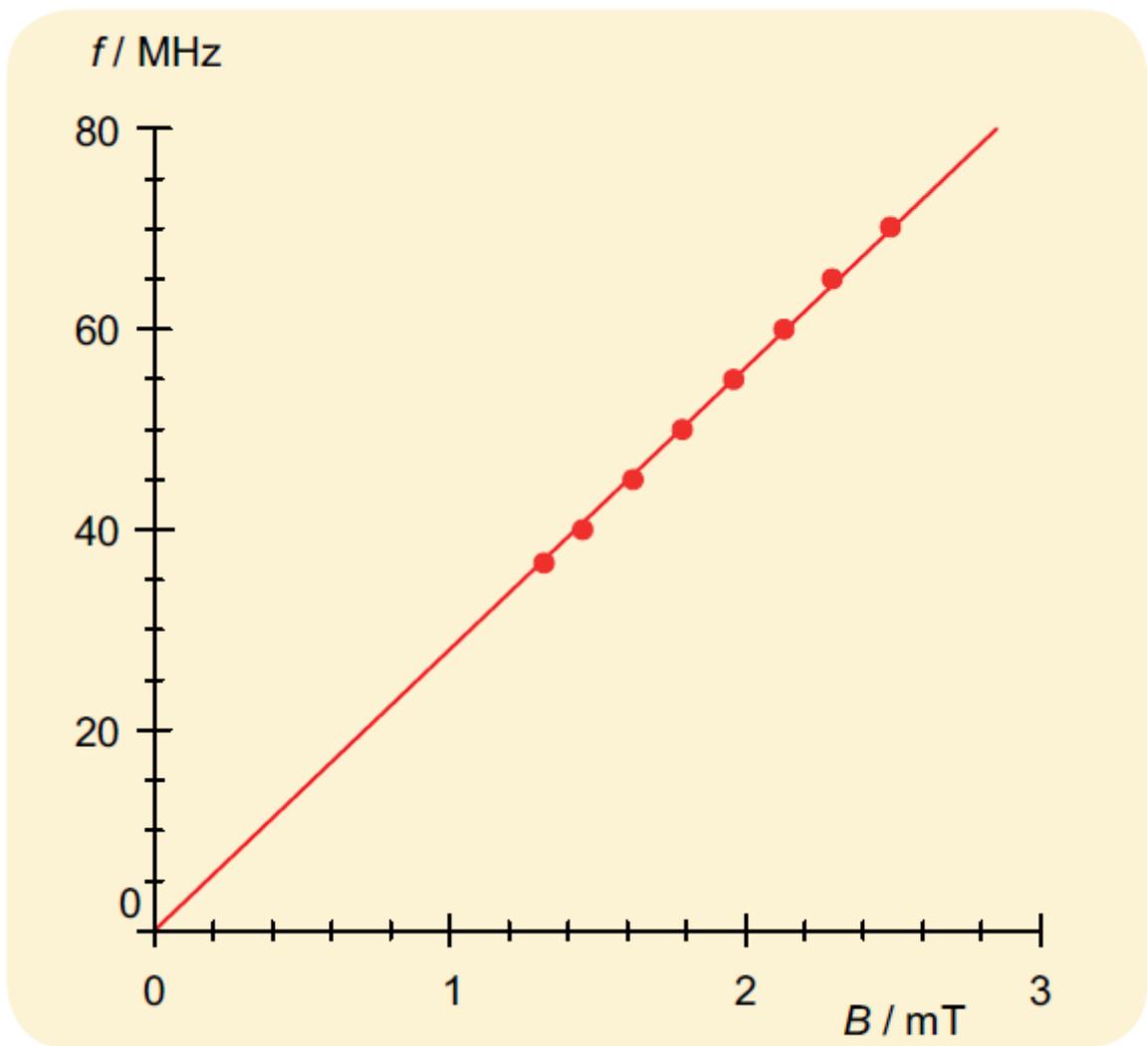


Рисунок 3 – Зависимость резонансной частоты f от магнитного поля B .

- 3) Определение g -фактора Ланде для свободных электронов
 g_J -фактор Ланде можно определить по наклону этого графика зависимости резонансной частоты f от величины индукции магнитного поля B .
- 4) Повторить пункты 1) и 2) для пустого сравнительного образца.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое резонанс?
2. Дайте определение: «Электронный парамагнитный резонанс – это...».
3. Можно ли назвать ЭПР электронным спиновым резонансом?
4. Сделайте вывод формулы $f = g_J \cdot \frac{\mu_B}{h} \cdot B$.

5. Можно ли рассчитать g_J -фактор Ланде по формуле $g_J = \cdot \operatorname{tg} \alpha \frac{h}{\mu_B}$, где α – угол под прямой зависимости резонансной частоты f от индукции магнитного поля B ?

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Для чего на постоянное магнитное поле накладывается переменное поле небольшой амплитуды?
2. Почему при измерении резонансного поглощения добиваются того, чтобы сигналы располагались на одинаковом расстоянии друг от друга?
3. Как подсчитать частоту, на которой будет наблюдаться электронный парамагнитный резонанс, если в качестве образца используется вещество, атомы которого находятся в состоянии ? Магнитное поле предполагается заданным.
4. В состоянии термодинамического равновесия заселенность уровней энергии атомов определяется распределением Больцмана. Учитывая это обстоятельство, опишите, как будет меняться вид поглощения при увеличении мощности СВЧ-волны.
5. Почему в работе используются именно парамагнитное вещество?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА «ФЕРРОМАГНЕТИК-ПАРАМАГНЕТИК» ИНДУКЦИОННЫМ МЕТОДОМ

Цель работы: определение точки Кюри ферромагнитного образца методом электромагнитной индукции.

Принадлежности: ферромагнитный образец, автотрансформатор ЛАТР, миллиамперметр, нагревательная печь, измерительная индукционная обмотка, термopара.

Теоретическое введение

Ферромагнитными свойствами из элементов периодической системы Д. И. Менделеева обладают железо, никель, кобальт, некоторые редкоземельные металлы, а также их сплавы, причем эти вещества проявляют ферромагнитные свойства лишь при температурах ниже некоторой, определенной для каждого элемента или сплава температуры, называемой точкой Кюри. Это температура фазового перехода второго рода, обусловленного скачкообразным изменением магнитных и электрических свойств вещества. Температура Кюри, например, 770 °С для железа, 358 °С для никеля, 1130 °С для кобальта, 16 °С для гадолиния, – 168 °С для диспрозия. При более высокой температуре (и в самой точке Кюри) вследствие теплового движения атомов в ферромагнетиках разрушается магнитный порядок и они переходят в состояние парамагнетиков.

При охлаждении ниже точки Кюри в ферромагнетике возникает самопроизвольная намагниченность, т. е. каждый кристалл образца оказывается намагниченным до насыщения. Если этот образец имеет форму бесконечно длинного стержня, ось которого совпадает с осью легкого намагничивания, то все векторы спонтанного намагничивания расположены параллельно друг другу и оси стержня. Такое состояние будет соответствовать минимуму магнитной энергии, так как размагничивающий фактор равен нулю и энергия размагничивающего поля также равна нулю. Энергия

анизотропии будет минимальной, поскольку вектор намагничения параллелен оси легкого намагничения; минимальна и обменная энергия, так как все спиновые магнитные моменты расположены параллельно друг другу. Всякое изменение в расположении вектора спонтанной намагниченности привело бы к увеличению энергии и, следовательно, ферромагнетик перешел бы в неравновесное состояние. Однако реально такой случай осуществляется лишь в ферромагнитной пленке толщиной около 10 нм.

Большинство методов определения точки Кюри ферромагнетиков основано на регистрации резкого падения намагниченности исследуемого образца при нагревании его до температуры Кюри.

Метод электромагнитной индукции основан на изменении электродвижущей силы индукции в катушке, которая охватывает исследуемый образец, находящийся в переменном магнитном поле постоянной амплитуды. Измерить точку Кюри можно с помощью схемы, представленной на рисунке 1.

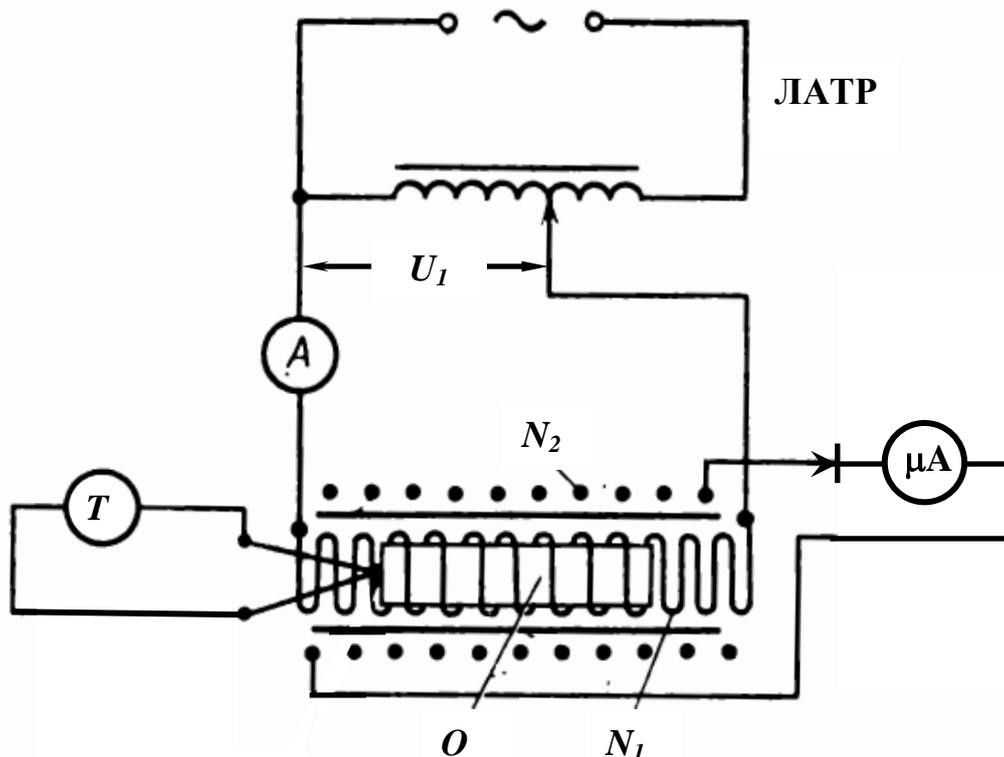


Рис. 1

Здесь образец O помещен в нагревательную печь. Обмотка печи N_1 является одновременно и намагничивающей обмоткой,

создающей переменное магнитное поле. Концы измерительной катушки N_2 замкнуты на милливольтметр.

Первичная обмотка отделена от вторичной слоем теплоизолирующего материала.

Обмотка печи, измерительная катушка и образец представляют собой трансформатор, роль сердечника в котором играет образец. Напряжение на первичной обмотке, т. е. на обмотке печи, таково:

$$U_l = U_R + U_L,$$

где $U_R = i_1 R_l$ падение напряжения на омическом сопротивлении первичной обмотки, и $U_L = -E_1$ падение напряжения на индуктивном сопротивлении, численно равное э.д.с. индукции, возникающей в первичной цепи. Таким образом,

$$E_1 = i_1 R_l - U_l. \quad (1)$$

с другой стороны,

$$E_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} N_1, \quad (2)$$

где Φ_1 – магнитный поток, пронизывающий один из витков первичной обмотки, N_1 – число витков первичной обмотки.

Магнитный поток, пронизывающий каждый из витков вторичной обмотки, равен $\Phi_2 = k\Phi_1$, где k – коэффициент, учитывающий разницу сечений первичной и вторичной обмоток.

Для э.д.с. индукции во вторичной обмотке находим

$$E_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} N_2 = -k \frac{d\Phi_1}{dt} N_2 \quad (3)$$

где N_2 – число витков во вторичной обмотке. Из выражений (2) и (3) следует, что $E_2 = E_1 k (N_2/N_1)$, или, учитывая выражение (1), получаем

$$E_2 = k \frac{N_2}{N_1} (i_1 R_l - U_l), \quad (4)$$

откуда следует, что, когда температура образца достигает точки Кюри, коэффициент самоиндукции, а следовательно, и индуктивное сопротивление первичной обмотки резко уменьшаются и практически становятся равными нулю ($E_1 \approx 0$, тогда $U_l \approx i_1 R_l$). Поэтому в точке Кюри $E_2 \approx 0$.

Температура образца измеряется с помощью термопары Т.

Порядок выполнения работы

1. Собрать схему согласно рис. 1. Включить печь.
2. Образец (сердечник) вставить в центр печи.
3. Записать температуру (через каждые 5-10 °С) и значение тока i_2 в цепи измерительной (вторичной) обмотки по показаниям миллиамперметра. Когда ток вторичной обмотки начнет уменьшаться, показания снимать при каждом изменении значения силы тока на миллиамперметре. Нагревание образца производить до тех пор, пока после крутого спада ток практически не перестанет уменьшаться. После этого печь отключить от источника тока.
4. Построить график зависимости $i_2 = f(t)$. Из графика при помощи экстраполяции области крутого спада кривой на прямую определить точку Кюри исследуемого ферромагнитного образца.
7. Произвести оценку погрешностей при графическом определении температуры Кюри.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. С какой целью в работе используется переменное магнитное поле постоянной амплитуды?
2. Почему сила тока во вторичной обмотке уменьшается при нагревании образца до точки Кюри?
3. Дайте определение точки Кюри.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ

Цель работы: демонстрация эффекта Фарадея и определение постоянной Верде для флинтгласа.

Приборы и принадлежности: прецизионная оптическая скамья модели длиной 100 см, передвижное крепление оптической скамьи модели (4 шт.), оптическое основание модели, красный лазерный диод, зеленый лазер, поляризационный фильтр на ножке (2 шт.), проекционный экран, сердечник трансформатора модели, пара полюсных наконечников (2 шт.), катушка модели 900 витков (2 шт.), параллелепипед из флинтгласа для изучения эффекта Фарадея, принадлежности для опыта по эффекту Фарадея, тесламетр модели, датчик магнитного поля, аксиальный/тангенциальный, тяжелая круглая опора весом 1 кг, универсальный зажим с зажимными губами, набор из 15 соединительных проводов для опытов длиной 75 и сечением 1 мм^2 , источник питания постоянного тока.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ



Оптически изотропные, прозрачные, немагнитные материалы становятся оптически активными в магнитном поле. Они

поворачивают плоскость поляризации линейно поляризованного света, проходящего сквозь них в направлении магнитного поля, потому что вращающимся по часовой стрелке и против часовой стрелки составляющим света, имеющего круговую поляризацию, требуется разное время, чтобы пройти через материал. Этот эффект известен как эффект Фарадея. В данном опыте эффект Фарадея демонстрируется во флинтглассе. Этот особый вид стекла обладает высокой степенью очень равномерного оптического рассеяния. Характер зависимости этой частоты от показателя преломления n с достаточно высокой точностью аппроксимируется формулой Коши.

Разное время, которое требуется поляризованному свету для того, чтобы пройти через вещество, можно объяснить с точки зрения изменения частоты, которое испытывает поляризованный свет в магнитном поле, используя для этого простую модель. Свет с поляризацией, вращающейся по часовой стрелке, претерпевает небольшое увеличение частоты f на величину, называемую частотой Лармора:

$$f_L = \frac{e}{4\pi \cdot m_e} \cdot B, \quad (1)$$

где $e = 1,6021 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона в состоянии покоя.

Частота света с поляризацией, вращающейся против часовой стрелки, уменьшается на такую же величину, т.е:

$$f_{\pm} = f \pm f_L. \quad (2)$$

Эти отличающиеся частоты можно связать с отличающимися показателями преломления материалов. Это означает, что скорости распространения волн в материале также отличаются.

На основании этих выводов становится возможным определение поворота плоскости поляризации в оптически активных материалах следующим образом:

$$\varphi = 2\pi \cdot f \cdot (t_+ - t_-) = 2\pi \cdot f \cdot \frac{d}{c} \cdot (n(f_+) - n(f_-)), \quad (3)$$

где d – длина образца, а $c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с – скорость света.

Поскольку частота Лармора f_L намного меньше f , из этого следует, что:

$$\varphi = 2\pi \cdot f \cdot \frac{d}{c} \cdot \frac{dn}{df} \cdot 2 \cdot f_L = f \cdot \frac{dn}{df} \cdot \frac{e}{m_e \cdot c} \cdot B \cdot d, \quad (4)$$

Угол поворота φ также пропорционален магнитному полю B и длине образца материала d , через который проходит свет:



$$\varphi = \nu \cdot B \cdot d. \quad (5)$$

Коэффициент пропорциональности:

$$\nu = \frac{e}{m_e \cdot c} \cdot f \cdot \frac{dn}{df}. \quad (6)$$

называется постоянной Верде и зависит от рассеяния света в материале, через который он проходит, и от частоты f этого света.

В этом опыте проводятся измерения эффекта Фарадея во флинтглассе (F2). Этот особый вид стекла обладает высокой степенью очень равномерного оптического рассеяния. Характер зависимости этой частоты от показателя преломления n с достаточно высокой точностью аппроксимируется формулой Коши.

$$n(f) = a + \frac{b}{c^2} \cdot f^2. \quad (7)$$

где $a = 1,62$, $b = 8920 \text{ нм}^2$.

Для повышения точности измерения при небольших углах поворота этот опыт проводится таким образом, что когда магнитное поле B положительно, поляризация света такова, что анализатор вызывает затемнение проходящего света точно при 0° . Когда магнитное поле становится отрицательным, $-B$, анализатор необходимо повернуть на угол 2φ , чтобы вновь погасить свет.

Задания к лабораторной работе и порядок действий при их выполнении

1. Демонстрация эффекта Фарадея во флинтглассе.

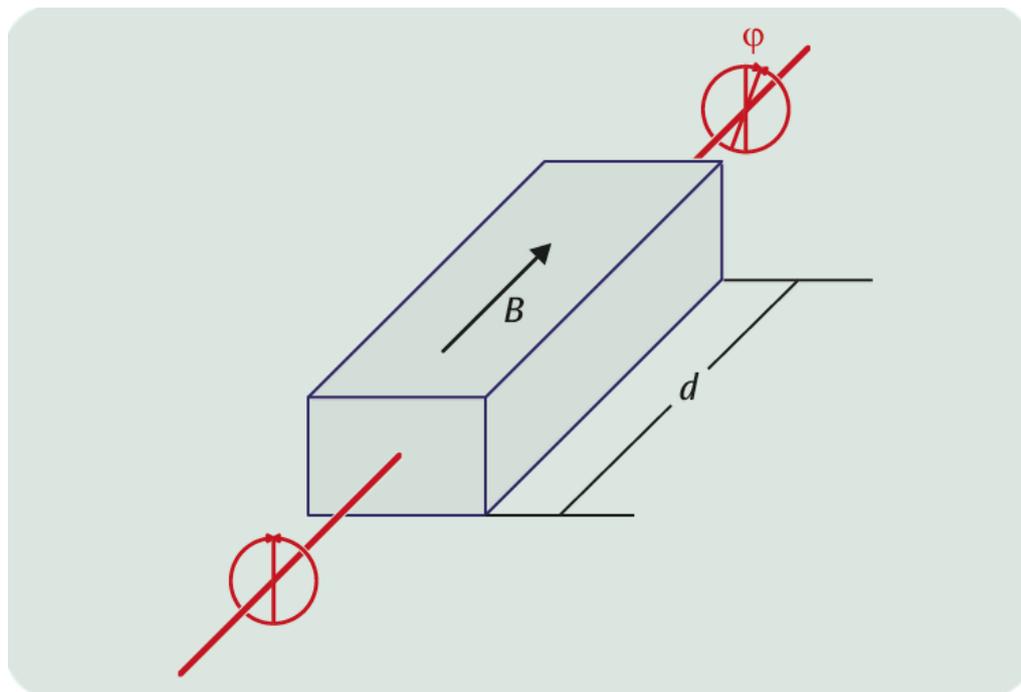


Рисунок 1 – Схема, иллюстрирующая эффект Фарадея.

2. Измерение угла поворота плоскости поляризации в магнитном поле.

3. Определение постоянной Верде для красного и зеленого света.

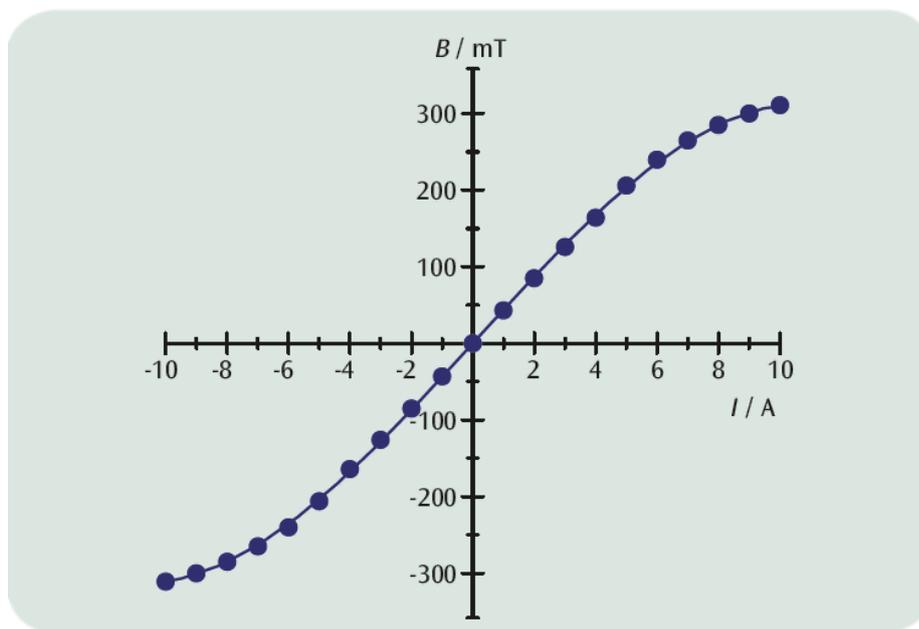


Рисунок 2 – Калибровочная характеристика электромагнита.

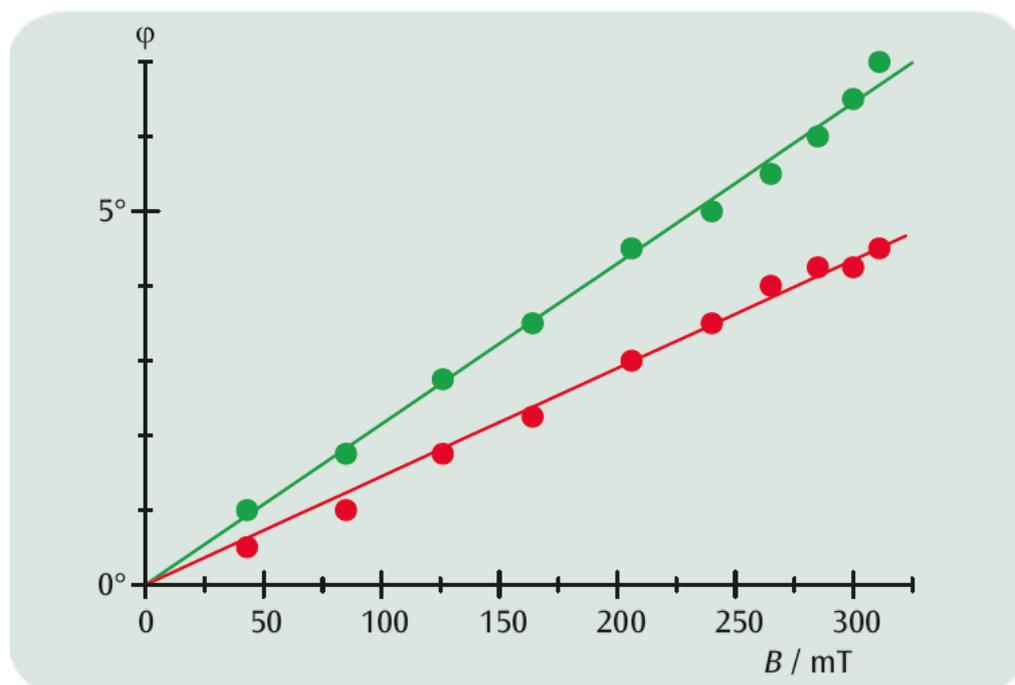


Рисунок 3 – Зависимость угла поворота от магнитного поля для света красного и зеленого лазера.

4. Определение коэффициента Коши b для показателя преломления.

Из выражений (6) и (7) можно получить следующее:

$$v = \frac{2 \cdot e \cdot b \cdot f^2}{m_e \cdot c^3} = \frac{2 \cdot e \cdot b}{m_e \cdot c \cdot \lambda^2}$$

Это означает, что можно получить коэффициент Коши b для показателя преломления флинтгласа, используемого в опыте, на основании постоянной Верде, если известна длина волны света λ .

$$b = \frac{m_e \cdot c}{2 \cdot e} \cdot v \cdot \lambda^2$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие вещества называются оптически активными?
2. Приведите примеры оптически активных веществ 2-х типов. Каковы оптически активные вещества по характеру проводимости (проводники или диэлектрики)?
3. Приведите примеры оптически активных веществ в твердом, жидком (в том числе, растворенном) и газообразном состоянии.
4. От чего зависит угол поворота плоскости поляризации света оптически активными веществами?

5. В чём заключается эффект Фарадея?
6. От чего зависит угол поворота плоскости поляризации?
7. Какой физический смысл имеет постоянная Верде?
8. Какие частицы вызывают оптический эффект? (Ответ дать руководствуясь вычисленным значением e/m)

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

ИЗУЧЕНИЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ СИНГОНИЙ И ПЛОТНОЙ УПАКОВКИ АТОМОВ

Цель работы: собрать наглядные модели 14 решеток Бравэ и получить гексагональную и кубическую структуру с плотной упаковкой.

Принадлежности: твердые (узлы) моделей, палочки (ребра) моделей, гидрошарики прозрачные и цветные, прозрачная емкость в форме прямого параллелепипеда, вода.

Теоретическое введение

Физический кристалл можно описать, задав лежащую в его основе решетку Бравэ и указав расположение атомов, молекул, ионов и т. п. в отдельной элементарной ячейке.

Базис – структурная единица кристалла, например, атом (или ион) или фиксированная группа атомов, из которых состоит кристалл.

Кристаллическая структура образуется присоединением базиса к каждой точке решетки Бравэ.

Эквивалентно, **кристаллическая структура** построена, если трансляции базиса образуют решетку Бравэ.

Базис, состоящий из N атомов или ионов, определяется набором N векторов

$$\vec{r}_j = x_j \vec{a}_1 + y_j \vec{a}_2 + z_j \vec{a}_3, \quad (2)$$

которые определяют местоположения центров атомов базиса относительно точки решетки, с которой связан базис. Атомы, составляющие базис, обычно располагают относительно данной точки решетки таким образом, что $0 \leq x_j, y_j, z_j \leq 1$.

Удобно классифицировать решетки Бравэ, выбирая элементарную ячейку (вообще говоря, условную) в виде наименьшего параллелепипеда, который

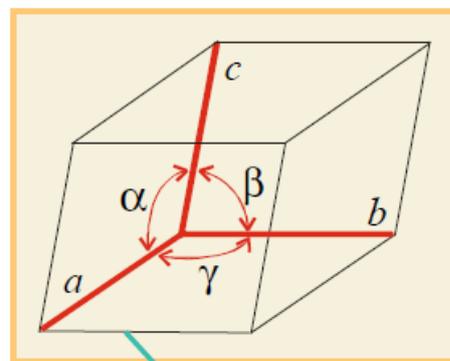


Рис.1. Выбор элементарной ячейки для классификации решеток Бравэ

(а) подобен параллелепипеду, построенному на векторах основных трансляций и

(б) обладает полной точечной симметрией решетки.

Обозначим длины ребер и углы между ребрами этого параллелепипеда соответственно a, b, c и α, β, γ (см. рис. 1).

Кристаллическая система (т. е. точечная группа симметрии) определяется соотношениями между a, b, c и между α, β, γ □. При этом каждой кристаллической системе принадлежат от одного до четырех типов решеток (различающихся своими пространственными группами симметрии).

Этими типами решеток являются:

- 1) простая решетка – узлы расположены в вершинах параллелепипеда, выбранного в качестве элементарной ячейки;
- 2) объемноцентрированная – узлы расположены в вершинах параллелепипеда и в его центре (т. е. в точке пересечения его пространственных диагоналей);
- 3) гранецентрированная – узлы расположены в вершинах параллелепипеда и в центрах его граней (т. е. в точках пересечения диагоналей соответствующих параллелограммов);
- 4) базоцентрированная – узлы расположены в вершинах параллелепипеда и в центрах двух его противоположных граней.

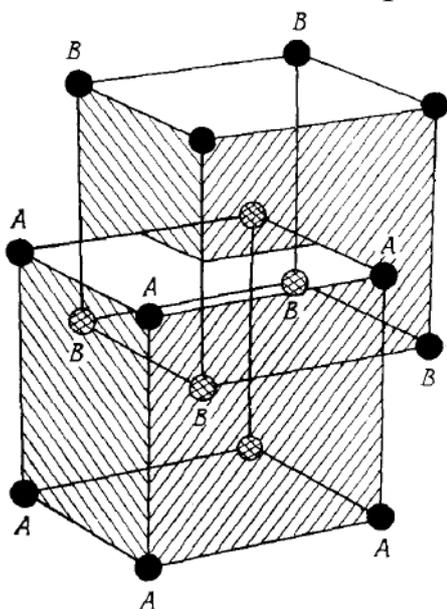


Рис. 2. Несколько узлов объемноцентрированной кубической решетки Бравэ.

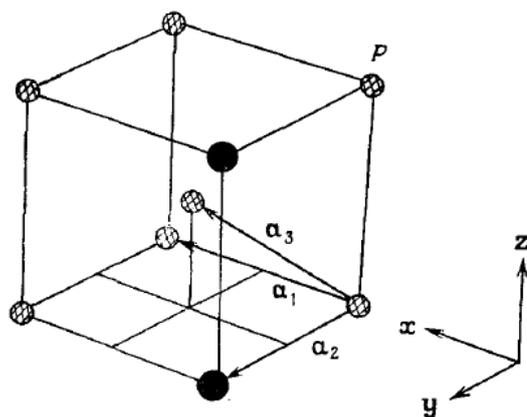


Рис. 3. Тройка основных векторов для о. ц. к. решетки Бравэ.

7 кристаллических систем (сингоний) и 14 решеток Браве.

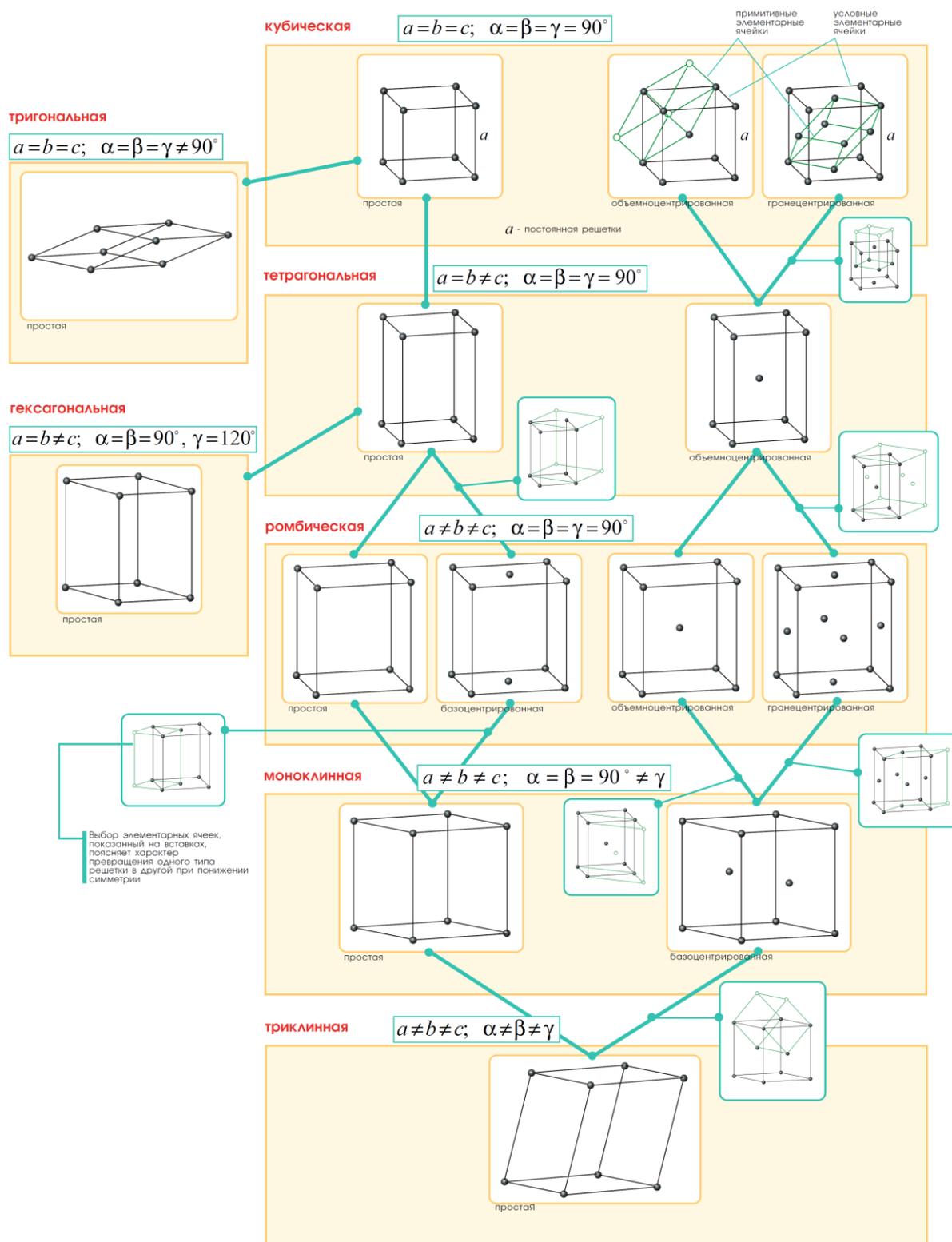


Рис.4. Семь кристаллических систем (сингоний) и 14 решеток

Таким образом, для объемно-, грани- и базоцентрированной решеток выбрана условная элементарная ячейка.

Кубическая система (3). Кубическая система содержит те решетки Бравэ, точечная группа которых совпадает с группой симметрии куба (рис.2, 3, 4).

Три решетки Бравэ с неэквивалентными пространственными группами обладают кубической точечной группой: *простая кубическая, объемно-центрированная кубическая и гранецентрированная кубическая.*

Рассмотрим *объемно-центрированную кубическую* (о. ц. к) решетку, которая получается, если к простой кубической решетке (ее узлы обозначены как *A*) добавить по точке *B* в центр каждого куба (рис.3).

Если исходная простая кубическая решетка порождается основными векторами

$$\vec{a}_i, \vec{a}_j, \vec{a}_k,$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – три ортогональных единичных вектора, направленных вдоль осей *x, y, z* соответственно, то в качестве тройки основных векторов для о.ц.к. решетки можно выбрать векторы (рис. 3)

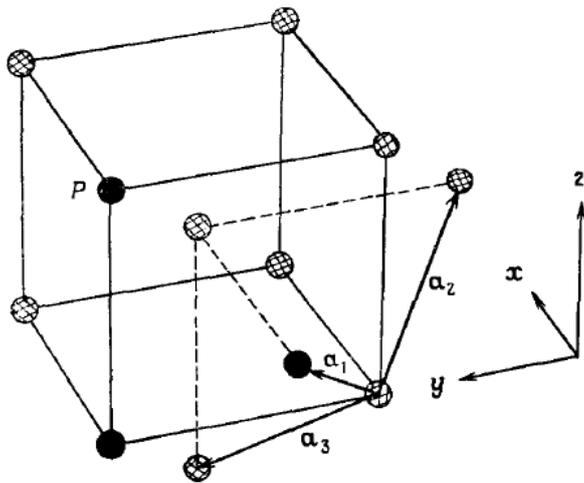


Рис. 5. Более симметричная тройка основных векторов для о. ц. к. решетки Браве.

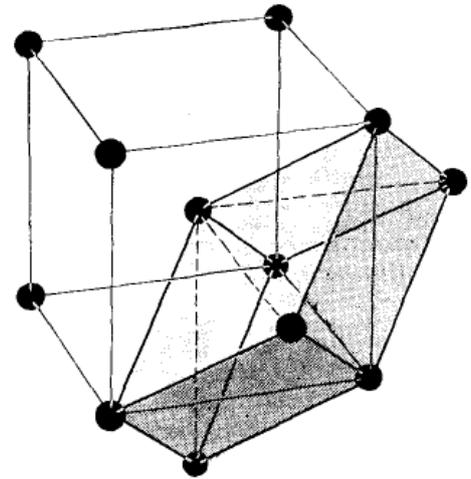


Рис. 6. Прimitives и условная ячейки о.ц.к. решетки Браве.

$$\vec{a}_1 = a\vec{i}, \quad \vec{a}_2 = a\vec{j}, \quad \vec{a}_3 = \frac{a}{2}(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

Существует и более симметричный набор (рис. 5):

$$\vec{a}_1 = \frac{a}{2}(\vec{j} + \vec{k} - \vec{i}), \quad \vec{a}_2 = \frac{a}{2}(\vec{k} + \vec{i} - \vec{j}), \quad \vec{a}_3 = \frac{a}{2}(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$$

Прimitives ячейка, построенная на этих векторах, представлена на рис. 6. Ее объем в два раза меньше объема

условной ячейки. Более наглядный вид той же ячейки представлен на рис. 7, здесь понятно, что она представляет собой ромбоэдр (параллелепипед с одинаковыми ребрами, равными половине объемной диагонали условной ячейки о.ц.к.).

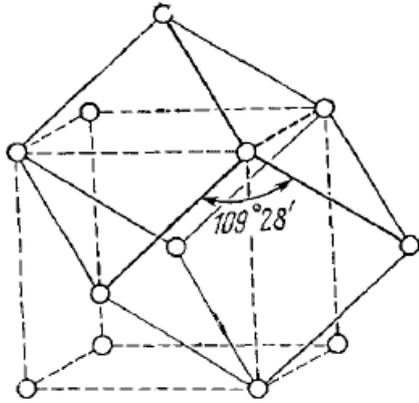


Рис. 7. Прimitives ячейка о.ц.к. – ромбоэдр, имеющий ребро $(\sqrt{3}/2)a$ и угол между смежными ребрами $109^{\circ}28'$.

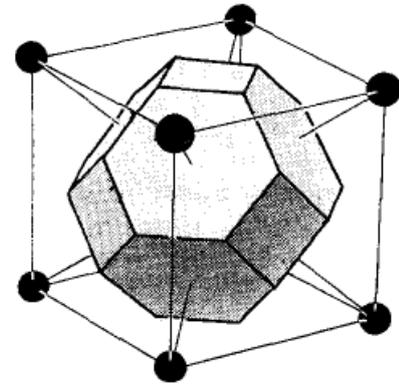


Рис. 8. Ячейка Вигнера – Зейтца для о.ц.к. решетки Браве («усеченный октаэдр»)

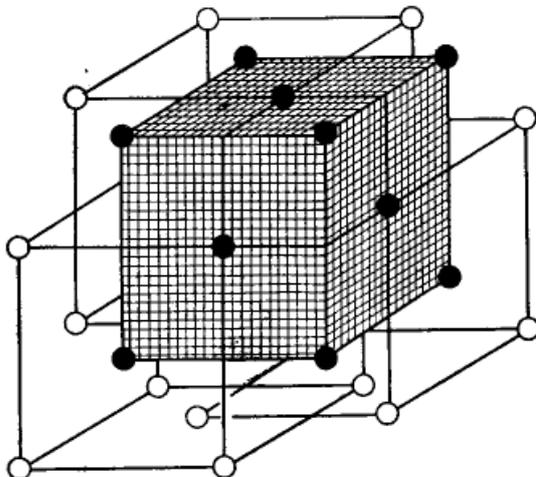


Рис. 9. Г. ц. к. как четыре простые кубические взаимно проникающие решетки.

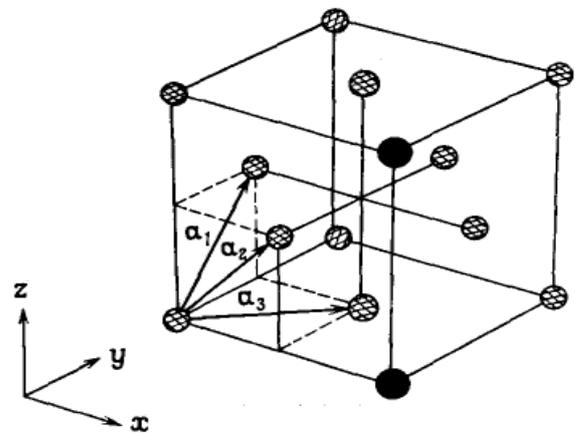


Рис. 10. Тройка основных векторов для г.ц.к. решетки Браве.

Примитивную ячейку о.ц.к. можно выбрать в виде ячейки Вигнера – Зейтца. На рис. 8 окружающий ее куб представляет собой условную о. ц. к. ячейку, в центре и в вершинах которой расположены точки решетки. Шестиугольные грани отсекают пополам отрезки прямых, соединяющие центральную точку с вершинами куба (эти отрезки изображены сплошными линиями). Квадратные грани отсекают пополам отрезки прямых,

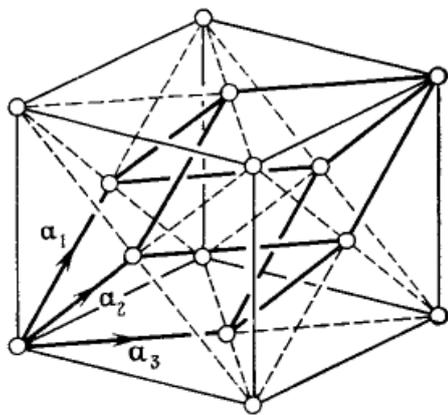


Рис. 11. Примитивная и условная ячейки для г. ц. к. решетки Браве.

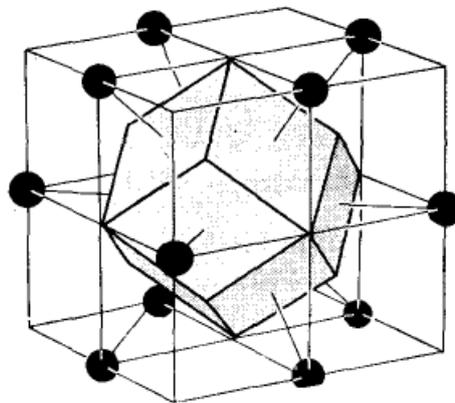


Рис. 12. Ячейка Вигнера – Зейтца для г.ц.к. решетки Браве («ромбический додекаэдр»).

соединяющие центральную точку с центральными точками каждой из шести соседних кубических ячеек (на фигуре эти линии не показаны).

Рассмотрим *гранецентрированную кубическую* (г. ц. к.) решетку Браве. Чтобы построить г. ц. к. решетку Браве, нужно добавить к простой кубической решетке на рис. 4 по одной дополнительной точке в центре каждой грани.

Она состоит из четырех взаимопроникающих простых кубических решеток, расположенных таким образом, как показано на рис. 9.

Симметричный набор основных векторов (рис. 10) для г.ц.к. решетки имеет вид:

$$\vec{a}_1 = \frac{a}{2}(\vec{j} + \vec{k}), \quad \vec{a}_2 = \frac{a}{2}(\vec{k} + \vec{i}), \quad \vec{a}_3 = \frac{a}{2}(\vec{i} + \vec{j})$$

Построенная на этих векторах примитивная элементарная ячейка – ромбоэдр с шестью гранями в форме ромбов, все ребра которого равны половине диагонали грани условной ячейки г.ц.к. ($\sqrt{2}/2a$) (углы между \vec{a}_1 и \vec{a}_2 , \vec{a}_2 и \vec{a}_3 , \vec{a}_3 и \vec{a}_1 равны 60°). Она обладает более низкой симметрией, чем условная ячейка г.ц.к. на рис.4 и ее объем в 4 раза меньше объема условной ячейки (рис. 11).

Ячейка Вигнера – Зейтца для г.ц.к. решетки представлена на рис. 12. Окружающий ее куб не является условной кубической ячейкой, показанной на рис. 4, точки решетки расположены в центре этого куба и в центре каждого из 12 его ребер. Каждая из 12 (конгруэнтных) граней перпендикулярна прямой, соединяющей центральную точку с центром ребра.

Г. ц. к. и о. ц. к. решетки Бравэ особенно важны потому, что именно такими кристаллическими решетками (с одним атомом или

ионом в каждом узле решетки)тобладает большинство твердых тел. Кристаллов с простой кубической решеткой, однако, чрезвычайно мало — из элементов при нормальных условиях ею обладает только α -фаза полония.

Тетрагональная система (2). Чтобы понизить симметрию куба, можно взять его за противоположные грани и вытянуть в прямую призму с квадратным основанием, но с высотой, не равной сторонам квадрата (рис.4). Группа симметрии такого объекта есть тетрагональная группа. Растягивая подобным образом простую кубическую решетку, можно получить *простую тетрагональную* решетку Бравэ. Последняя определяется как решетка Бравэ, порождаемая тройкой взаимно перпендикулярных основных векторов, из которых лишь два имеют равную длину. Третью ось называют *c*-осью. Растягивая аналогичным образом объемноцентрированную и гранецентрированную кубические решетки, удастся получить лишь одну решетку тетрагональной системы — *центрированную тетрагональную*.

Ромбическая система (4). Переходя к менее симметричным деформациям куба, мы можем понизить тетрагональную симметрию, преобразовав в прямоугольники квадратные грани. В результате получается объект с тремя взаимно перпендикулярными ребрами неравной длины (рис.4), группу симметрии которого называют ромбической.

Ромбическая система представлена четырьмя решетками Бравэ: простой, базоцентрированной, объемноцентрированной и гранецентрированной.

Моноклинная система (2). Ромбическую симметрию можно понизить, превратив прямоугольные грани, перпендикулярные *c*-оси на рис.4, в произвольные параллелограммы. Получающийся объект (рис.4), имеет моноклинную группу симметрии. Моноклинная система состоит из простой и объемноцентрированной решеток Бравэ.

Триклинная система (1). Если наклонить *c*-ось в простой моноклинной системе так, чтобы она более не была перпендикулярна двум другим осям, получим в объект (рис.4), который не должен удовлетворять никаким ограничениям, кроме требования параллельности противоположных граней. Искажая таким путем любую из моноклинных решеток Бравэ, можно построить *триклинную* решетку Бравэ. Эта решетка Бравэ

порождается тройкой основных векторов, не связанных какими-либо соотношениями, следовательно, она представляет собой решетку Бравэ с минимальной симметрией. Все же триклинная группа не является группой объекта без всякой симметрии, поскольку решетка Бравэ всегда инвариантна относительно инверсии с центром в любой точке решетки. Это, однако, единственная симметрия, требуемая общим определением решетки Бравэ, а следовательно, единственная операция, входящая в триклинную точечную группу.

Тригональная система (1). Тригональная точечная группа описывает симметрию объекта, который получается, если растянуть куб вдоль объемной диагонали (рис.4). В результате такого искажения любой из трех кубических решеток Бравэ возникает *ромбоэдрическая* (или *тригональная*) решетка Бравэ. Она

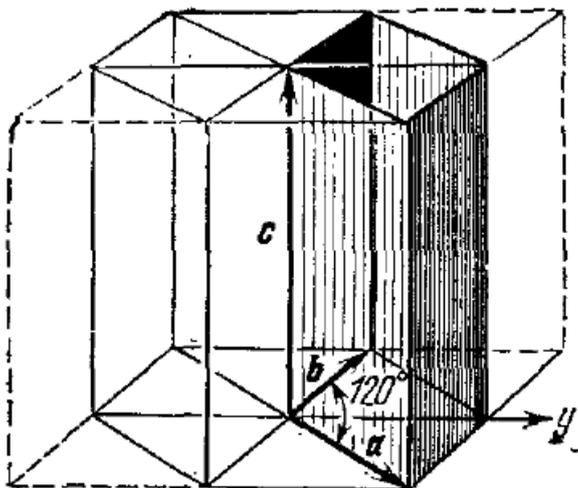


Рис. 13. Сопоставление примитивной ячейки гексагональной системы (утолщенные линии) и гексагональной призмы.

порождается тремя основными векторами равной длины, образующими равные углы друг с другом. Наконец, последняя из систем не имеет отношения к кубу.

Гексагональная система (1). Гексагональная точечная группа получается, если потянуть за диагонально отстоящие друг от друга ребра простой решетки тетрагональной системы, при этом квадрат в основании тетрагональной решетки (рис.4) растянется в ромб с острым углом 60° . Решетка — примитивная. Для того чтобы подчеркнуть принадлежность данной элементарной ячейки к гексагональной системе, часто добавляют к ней еще две ячейки, повернутые относительно друг друга на 120° , получая, таким образом, утроенную «ячейку» в форме гексагональной призмы (рис. 13).

Плотная упаковка

Расположить одинаковые твердые шары в пространстве так, чтобы объем, остающийся между ними, был минимален, можно двумя способами.

Первый слой уложим так, чтобы каждый шар соприкасался с шестью другими. Шары второго слоя помещаются над междуузлиями нижнего слоя через одно междуузлие (рис. 14). Если шары третьего слоя поместить прямо над шарами первого слоя, т. е. в узлах типа *a*, а шары в четвертом — прямо над шарами второго слоя и т. д., то мы получим **гексагональную структуру с плотной упаковкой (г. п. у.)**.

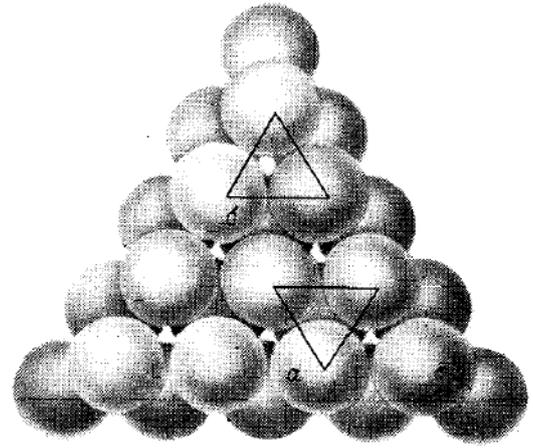


Рис. 14. Вид сверху на два плотноупакованных слоя твердых шаров.

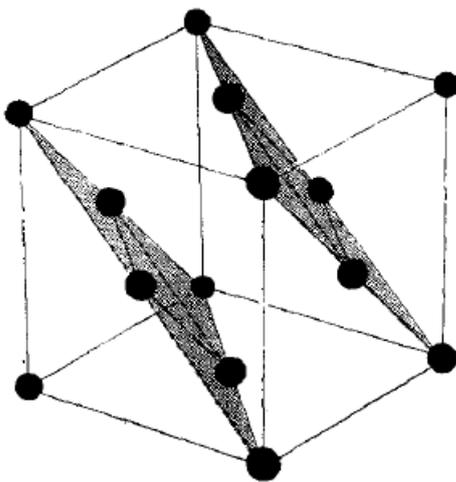


Рис. 15. Сечение г.ц.к. решетки Браве, дающее слои показанные на рис.20

Если же, однако, шары третьего слоя находятся прямо над теми междуузлиями первого слоя, которые *не были* накрыты сверху шарами второго слоя, т. е. в узлах типа *б*, шары четвертого слоя помещены прямо над шарами первого и шары пятого слоя — над шарами второго и т.д., то мы получаем г. ц. к. структуру (с направленной вертикально пространственной диагональю куба), ее также называют **кубической структурой с плотной упаковкой** (рис. 15).

Часть общего объема, занятая твердыми шарами, составляет 0,74 как для кубической, так и для гексагональной структур с плотной упаковкой.

Гексагональная структура с плотной упаковкой (г.п.у.)

Г. п. у. структура состоит из двух взаимопроникающих простых гексагональных решеток Браве, смещенных друг относительно

друга на вектор
$$\vec{r} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$$
 (рис.16).

Г. п. у. структура задается простой гексагональной решеткой Браве, базис которой состоит из двух атомов, связанных с каждой

точкой решетки. Элементарная ячейка г. п. у. представлена на рис. 16, два атома, образующие базис, показаны черными кружками, один атом расположенный в начале координат имеет координаты (0,0,0), второй (2/3, 1/3, 1/2) и связан с началом координат радиус

$$\vec{r} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$$

вектором

Для идеальной гексагональной плотноупакованной структуры отношение $c/a = (8/3)^{1/2} = 1,633$. Если атомы, из которых составлена кристаллическая структура, не являются реально плотноупакованными сферами, то нет никаких оснований ожидать, что c/a будет иметь идеальное значение. Так как симметрия г. п. у. решетки не зависит от отношения c/a , условились относить кристаллы к классу имеющих гексагональную структуру даже в том случае, когда отношение c/a несколько отличается от теоретического значения.

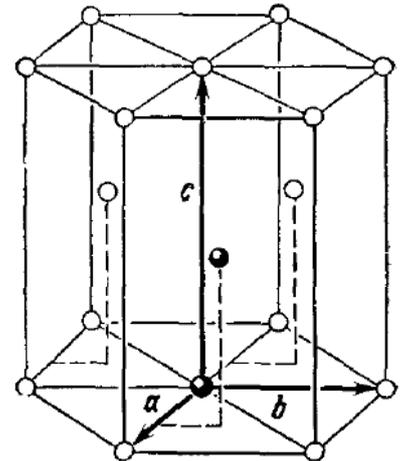


Рис. 16. Утроенная «ячейка» г. п. у.

Заметим, что г. п. у. решетка не является решеткой Бравэ.

Порядок выполнения работы

1. Собрать 14 решеток Бравэ, сделать фотоотчет.
2. Уложить 4 ряда гидрошариков в емкость, так чтобы получить кубическую структуру с плотной упаковкой. Одну ячейку сложить из цветных шаров, руководствуясь рисунком 21, остальные шары – прозрачные.
3. Налить в емкость воды, так чтобы не нарушить упаковку (не дать шарикам всплыть). Сделать фотоотчет.
4. Повторить пункты 2 и 3, но уже гексагональной структуру с плотной упаковкой. Собрать цветную ячейку в виде двух шестигранных призм разного цвета, вставленных одна в другую.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие бывают типы решеток?

2. Перечислите 14 решеток Бравэ и их соотношения сторон и углов?
3. Что такое плотная упаковка атомов? Какими способами можно расположить одинаковые твердые шары в пространстве?

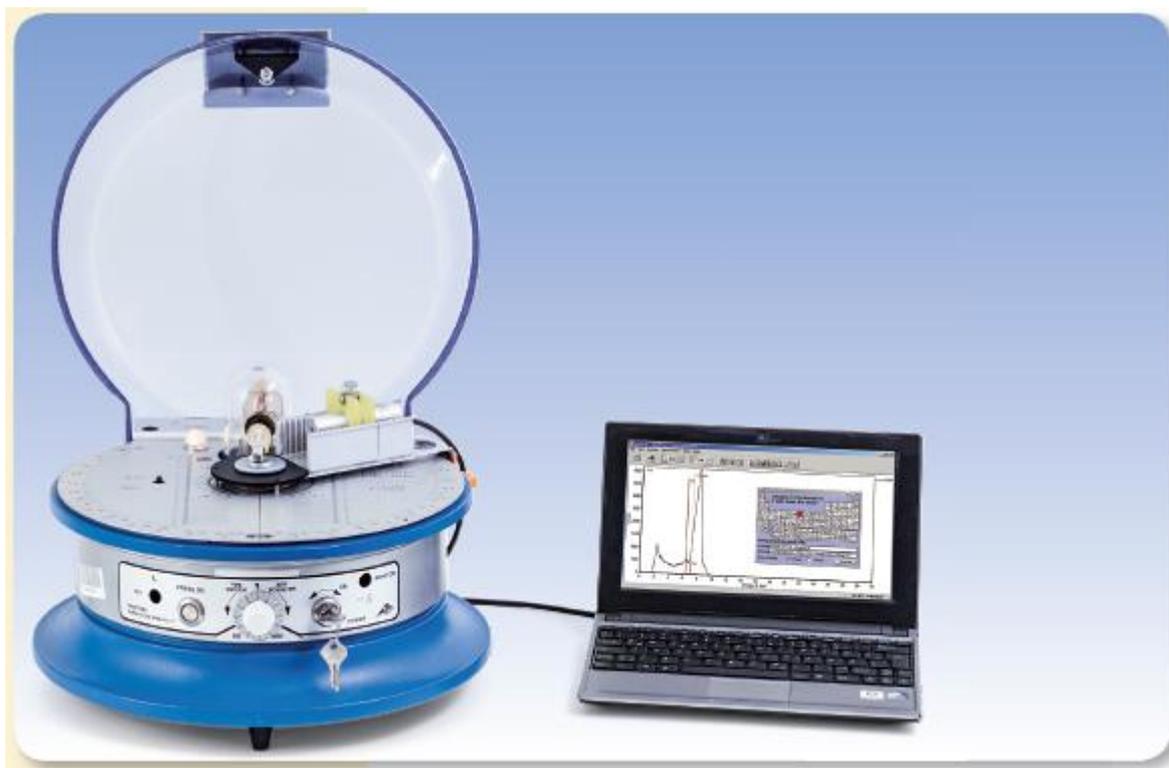
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.

РЕНТГЕНОВСКАЯ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ

Цель работы: неразрушающий анализ химического состава.

Приборы и принадлежности: рентгеновский аппарат, базовый набор для опыта по отражению Брэгга, чувствительный элемент, реагирующий на энергию рентгеновского излучения, комплект образцов для опытов по люминесценции, монеты.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ



Химические элементы можно однозначно определить на основании их характеристического рентгеновского излучения. Это обусловлено тем, что энергия этого излучения зависит от атомного номера данного элемента в периодической таблице элементов. Это, в свою очередь, означает, что химический состав материала можно определить, измеряя это характеристическое рентгеновское излучение. Химические связи между элементами не имеют значения, поскольку они не обусловлены внутренними энергетическими оболочками атомов, которые ответственны за рентгеновское излучение.

Рентгеновский люминесцентный анализ предполагает возбуждение этого характеристического рентгеновского излучения

путем бомбардировки исследуемого материала квантами рентгеновского излучения, обладающими высокой энергией. Энергия возбуждения должна быть выше ожидаемого характеристического излучения, то есть невозможно возбудить переходы с высокого порядка в элементах К-серии. Поэтому при анализе следует сосредоточить внимание на переходах L-серии, см. Рис. 1.

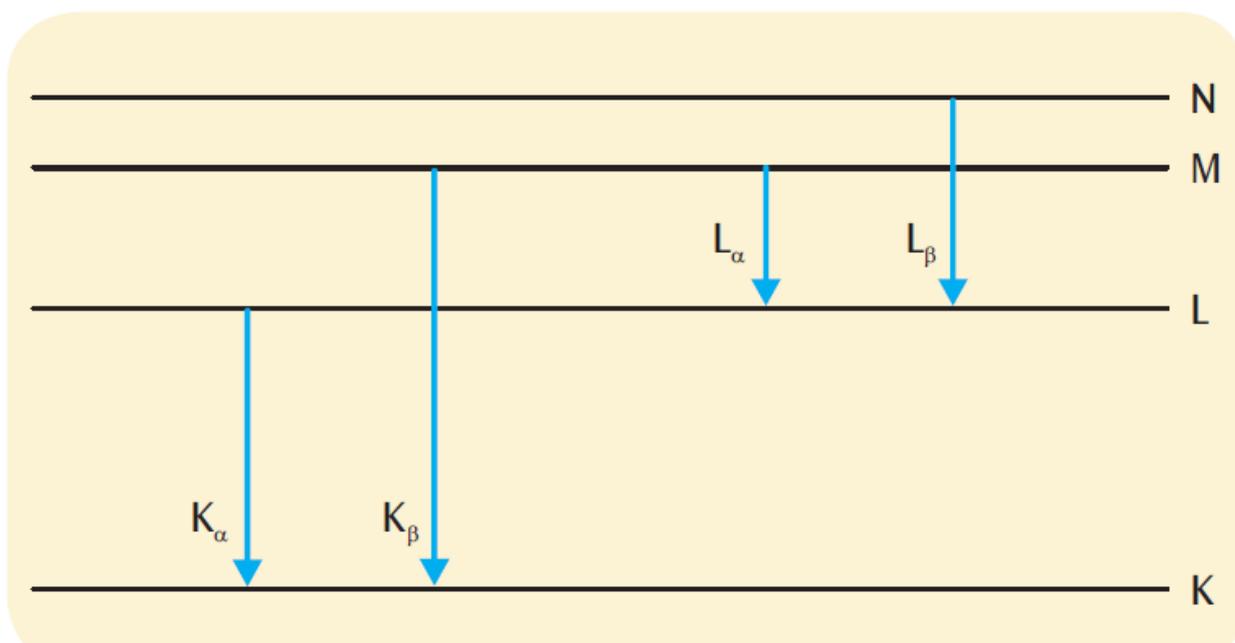


Рисунок 1 – Упрощенная диаграмма энергетических уровней атома с линиями характеристического рентгеновского спектра.

Для постановки этого опыта предусмотрен чувствительный элемент, реагирующий на энергию рентгеновского излучения, чтобы записывать энергетические спектры. Падающее рентгеновское излучение вызывает взаимодействие между парами электронов/дырок в атомах кристаллов, образующих кремниевый PIN-фотодиод. Общий связанный с этим заряд пропорционален энергии рентгеновского излучения. Этот заряд преобразуется в импульс напряжения, пропорциональный энергии рентгеновского излучения, который затем можно отправить в компьютер в виде цифрового значения. Программное обеспечение оценочного расчета используется для построения графика распределения импульсов определенной амплитуды. Если энергия калибрована, это распределение эквивалентно искомому энергетическому спектру.

В этом опыте в качестве источника излучения используется рентгеновская трубка с медным анодом. Определяется химический

состав образцов различных материалов и проводится сравнение между кованным железом и нержавеющей сталью, медью, латунью и бронзой, а также различными монетами.

Задания и порядок выполнения работы

1. Запишите спектры рентгеновского излучения образцов различных материалов.
2. Установите химические элементы на основании линий характеристических рентгеновских спектров.

Программное обеспечение оценочного расчета позволяет сравнивать измеряемые уровни энергии со значениями, указанными в литературе для длин волн характеристического излучения исследуемых материалов.

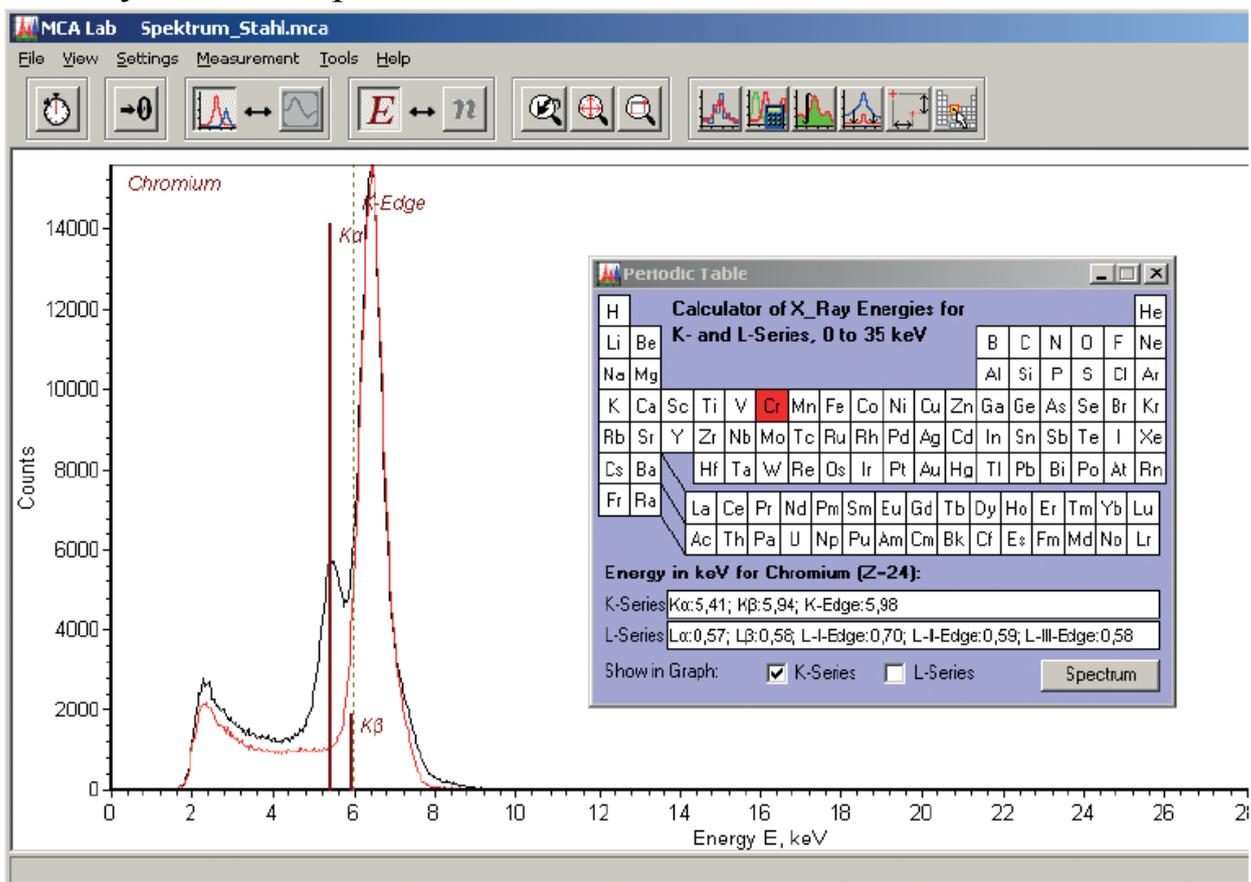


Рисунок 2 – Спектры рентгеновского излучения кованого железа (красный) и нержавеющей стали (черный).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Шкала электромагнитных волн. Свойства электромагнитных волн в различных диапазонах.
2. Устройство рентгеновской трубки.
3. Каков механизм возникновения тормозного рентгеновского излучения? Почему спектр тормозного излучения сплошной. Как определить его коротковолновую границу?
4. Как осуществляется регулировка интенсивности и жесткости рентгеновского излучения в рентгеновских аппаратах? Как и от чего зависит поток тормозного рентгеновского излучения?
5. Объясните механизм возникновения характеристического рентгеновского излучения. Какую информацию можно получить на основании изучения характеристических рентгеновских спектров?

ИЗУЧЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Цель работы: получить зависимость сопротивления полупроводника (терморезистора) от температуры и определить ширину его запрещенной зоны.

Принадлежности: образец полупроводника (терморезистор), измеритель температуры на основе (DT-838) с термопарой (термометр), стеклянные пробирка и цилиндрический стакан, электрическая плитка, омметр на основе мультиметра (DT-9208A), часы.

Теоретическое введение

Модель независимых электронов. В рамках модели независимых электронов электроны целиком заполненной зоны не могут переносить ток. Это свойство определяет отличие металлов от диэлектриков: у диэлектрика в основном состоянии все зоны либо целиком заполнены, либо совершенно пустые, у металла же в основном состоянии, по крайней мере, одна зона заполнена частично.

Мы можем охарактеризовать диэлектрики величиной энергетической щели или запрещенной зоны E_g между потолком наиболее высоко лежащей заполненной зоны (или зон) и дном самой нижней пустой зоны (или зон).

Твердое тело, в энергетическом спектре которого имеется запрещенная зона, будет непроводящим при $T = 0$. Однако, при отличной от нуля температуре существует конечная вероятность того, что некоторые электроны будут за счет теплового возбуждения переброшены через энергетическую щель в нижнюю из незаполненных зон, которые в этом случае называются *зонами проводимости*; при этом остаются незанятые уровни в верхних заполненных зонах, называемых *валентными зонами*. Термически возбужденные электроны способны переносить ток, а в зоне, откуда они были переброшены, возможна дырочная проводимость.

Поскольку число электронов, термически переброшенных в зону проводимости (и соответственно число дырок, оставшихся на их месте в валентной зоне), возрастает, электропроводность должна

возрастать с повышением температуры, что резко отличается от ситуации в металлах.

Проводимость *металла* [см. квантовый электронный газ]

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \quad (1)$$

падает с повышением температуры. Это объясняется тем, что концентрация носителей *n* не зависит от температуры, и вся температурная зависимость связана с временем релаксации τ , которое уменьшается с повышением температуры. Время релаксации в полупроводнике также уменьшается при повышении температуры, но этот эффект (описываемый обычно степенным законом) совершенно *подавляется* значительно *более быстрым* ростом концентрации носителей при увеличении температуры.

Таким образом, наиболее яркая особенность полупроводников состоит в том, что у них в отличие от металлов электросопротивление падает с ростом температуры (проводимость растет).

Из простых веществ с полупроводниковыми свойствами наименее сложной кристаллической структурой обладают элементы IV группы периодической системы; из них наиболее важны германий и кремний.

Электронные свойства полупроводников полностью определяются сравнительно малым числом электронов, переброшенных в зону проводимости, и дырок, образовавшихся в валентной зоне. Практически все электроны оказываются на уровнях вблизи минимума зоны проводимости, дырки же концентрируются вблизи максимума валентной зоны. Поэтому соотношения между энергией и волновым вектором для носителей тока можно, вообще говоря, аппроксимировать квадратичными формами, к которым они сводятся вблизи указанных экстремумов (в самом простейшем случае для кубической симметрии):

$$E^{(1)}(\vec{k}) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c^*} \quad (\text{электроны}),$$

$$E^{(1)}(\vec{k}) = E_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_v^*} \quad (\text{дырки}). \quad (2)$$

здесь E_c – значение энергии, отвечающее дну зоны проводимости, и E_v – энергия, соответствующая потолку валентной зоны, а за начало координат в k -пространстве выбрано положение максимума или минимума зоны.

Число носителей тока при термодинамическом равновесии. Самой важной характеристикой любого полупроводника при температуре T является число n_c электронов в зоне проводимости, приходящееся на единицу объема, и число дырок p_v на единицу объема в валентной зоне. (*Концентрация дырок обычно обозначается буквой p_v (positive — положительный), широко распространенное обозначение для концентрации электронов использует совпадение первых букв слов number (число) и negative (отрицательный).* Для расчета этих характеристик необходимо познакомиться с такими понятиями как *функция распределения Ферми – Дирака и плотность состояний.*

Распределение Ферми – Дирака. Свободные электроны обладают резко выраженными квантовыми свойствами, главным из которых является то, что их энергия квантована и они подчиняются принципу запрета Паули (1925), согласно которому в состоянии с одной той же энергией может находиться не более двух электронов с противоположно направленными спинами, т.е. только два электрона могут иметь одинаковую энергию и направление движения.

Принцип Паули сразу позволяет объяснить распределение электронов в твердом теле по энергиям. При абсолютном нуле температуры они будут располагаться по ступеням энергетической лестницы по два электрона на уровень, начиная с самого нижнего до самого высокого, определяемого имеющимся в твердом теле числом свободных электронов (рис. 1а).

Если имеется N свободных электронов, число занятых уровней будет равно $N/2$. В этом случае, как говорят, электронный газ полностью «вырожден». Уровень, который отделяет полностью заполненные уровни от полностью не заполненных, называется уровнем Ферми, или энергией Ферми.

Эту ситуацию можно представить в виде графика (рис. 2а). По оси ординат будем откладывать среднее и вероятное число электронов в данном энергетическом состоянии, обозначим его через $2f$, а по оси абсцисс – энергию $E^{(1)}$. Если $f = 1$ и $2f = 2$, то состояние полностью занято и в нем находится два электрона с противоположно направленными спинами.

Повышение температуры выше 0 К оказывает влияние только на электроны, находящиеся вблизи уровня Ферми, которые возбуждаются и переходят в соседние состояния с большей энергией (рис.1б). «Вырождение» постепенно снимается.

Электроны, расположенные на более низких энергетических уровнях (значительно ниже уровня Ферми), в силу принципа Паули, не могут принимать участия в тепловом движении, поскольку для этого им необходимо, при повышении температуры,

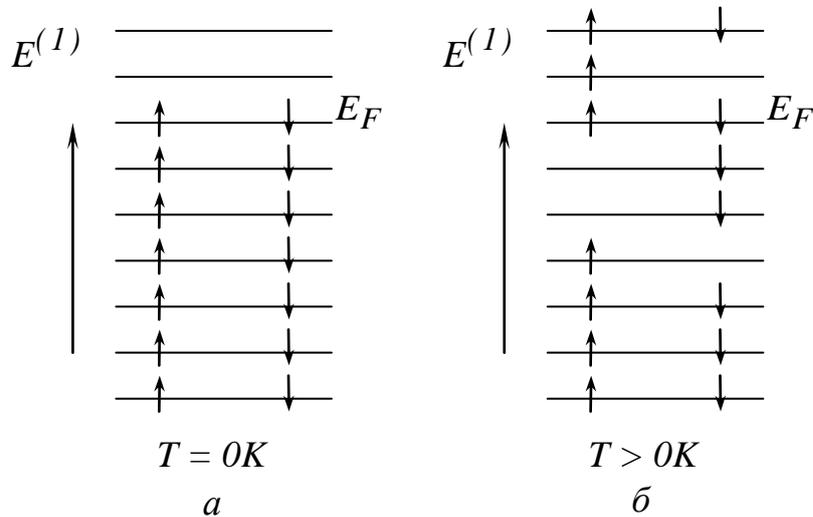


Рис. 1. Распределение электронов по энергетическим уровням (схематическое представление) при $T = 0K$ и $T > 0K$. Маленькими стрелками показаны направления спинов электронов.

перейти на следующие более высокие энергетические уровни, а они заняты. Для более высокой температуры распределение будет иметь вид, показанный на рис. 2б

Как видно из рисунка, при повышении температуры

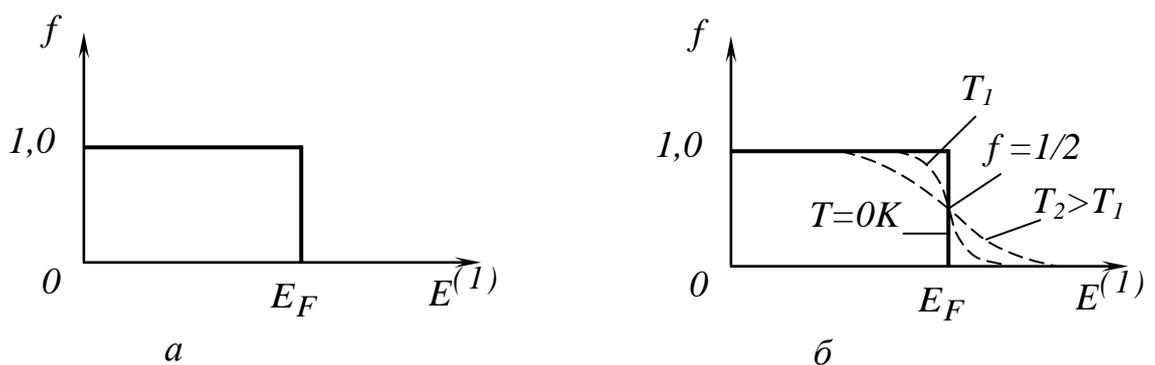


Рис. 2. Распределение электронов по энергиям при $T = 0$ и $T > 0K$.

распределение в виде ступеньки, имеющее место при $0 K$, вблизи $E^{(1)} = E_F$ размывается и появляется вероятность заселения электронами состояний, находящихся выше E_F .

В 1926 году Ферми и независимо от него Дирак математически нашли вид функции f распределения электронов по энергиям, которая хорошо описывает поведение электронов как при низких, так и при высоких температурах. Эта функция, получившая название функции распределения Ферми – Дирака, имеет вид

$$f = \frac{1}{e^{(E^{(1)} - \mu)/(k_B T)} + 1}, \quad (3)$$

где μ – химический потенциал ($\mu = E_F$ при $T = 0$).

Из (1) легко видеть, что при $T = 0$, для $E^{(1)} \leq E_F$, $f = 1$, а для $E^{(1)} > E_F$, $f = 0$. При очень высоких температурах, когда $k_B T \gg E_F$, и больших энергиях $e^{(E - \mu)/(k_B T)} \gg 1$ распределение Ферми переходит в классическое распределение Максвелла – Больцмана.

$$f = e^{-(E - \mu)/(k_B T)} = e^{\mu/(k_B T)} e^{-E/(k_B T)} = A e^{-E/(k_B T)} \quad (4)$$

Электроны в этом случае будут вести себя как обычные классические частицы идеального газа. Таким образом, при условии $e^{(E - E_F)/(k_B T)} \gg 1$ «вырождение» электронного газа полностью снимается. Температура, при которой произойдет снятие «вырождения», $T_F = E_F / k_B \approx 5 \cdot 10^4$ К. Отсюда становится понятным, почему поведение электронного газа в отношении многих свойств резко отличается от свойств обычного молекулярного газа, поскольку он остается «вырожденным» вплоть до температуры плавления и его распределение очень мало отличается от распределения Ферми-Дирака при 0 К.

Плотность состояний. Вычислим концентрацию электронов:

$$n = \int f(E^{(1)}(\vec{k})) \frac{d\vec{k}}{4\pi^3}. \quad (5)$$

При расчете интегралов такого типа, которые имеют форму

$$\int F(E^{(1)}(\vec{k})) \frac{d\vec{k}}{4\pi^3} \quad (6)$$

часто используют то обстоятельство, что подынтегральное выражение зависит от \vec{k} через энергию электрона $E^{(1)}$, которая с учетом квадратичного приближения равна:

$$E^{(1)}(\vec{k}) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c^*}.$$

Переходя в интеграле к сферическим координатам:

$$\begin{aligned} \int F(E^{(1)}(\vec{k})) \frac{d\vec{k}}{4\pi^3} &= \iiint F(E^{(1)}(\vec{k})) \frac{dk_x dk_y dk_z}{4\pi^3} = \\ &= \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} F(E^{(1)}(\vec{k})) \frac{k^2 \sin \theta dk d\theta d\varphi}{4\pi^3} = \int_0^\infty F(E^{(1)}(\vec{k})) \frac{k^2 dk}{4\pi^3} \cdot \int_0^\pi \sin \theta d\theta \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi = \\ &= \int_0^\infty F(E^{(1)}(\vec{k})) \frac{k^2 dk}{4\pi^3} \cdot 2 \cdot 2\pi = \int_0^\infty F(E^{(1)}(\vec{k})) \frac{k^2 dk}{\pi^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} F(E^{(1)}) g(E^{(1)}) dE^{(1)} \end{aligned}$$

и заменяя \vec{k} на $E^{(1)}$ $\left(k = \sqrt{\frac{2m_c^* |E^{(1)}(\vec{k}) - E_c|}{\hbar^2}} \right)$, имеем:

$$g(E^{(1)}) dE^{(1)} = \frac{k^2 dk}{\pi^2}; \quad dE^{(1)} = \frac{\hbar^2 k}{m_c^*} dk, \quad dk = \frac{m_c^*}{\hbar^2 k} dE^{(1)},$$

$$g(E^{(1)}) dE^{(1)} = \frac{k^2}{\pi^2} \frac{m_c^*}{\hbar^2 k} dE^{(1)} \rightarrow g(E^{(1)}) = \frac{k}{\pi^2} \frac{m_c^*}{\hbar^2}$$

$$g(E^{(1)}) = \frac{m_c^*}{\hbar^3 \pi^2} \sqrt{2m_{c,v}^* |E^{(1)}(\vec{k}) - E_c|} \quad (7)$$

Поскольку интеграл (6) представляет предел суммы $(1/V) \sum_{\vec{k}_s} F(E^{(1)}(\vec{k}_s))$, из вида выражения

$$n = \int f(E^{(1)}(\vec{k})) \frac{d\vec{k}}{4\pi^3} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(E^{(1)}) g(E^{(1)}) dE^{(1)}$$

следует, что $g(E^{(1)}) = \left(\frac{1}{V}\right) \times$ [число одноэлектронных уровней в интервале энергий от $E^{(1)}$ до $E^{(1)} + dE^{(1)}$].

По этой причине $g(E^{(1)})$ называют *плотностью уровней в расчете на единицу объема* (или часто просто *плотностью уровней*).

Значения $n_c(T)$ и $p_v(T)$, очень сильно зависят от наличия примесей. Однако существуют некоторые общие соотношения, которые выполняются независимо от чистоты образца.

Предположим, что плотность уровней есть $g_c(E^{(1)})$ в зоне проводимости и $g_v(E^{(1)})$ в валентной зоне. Число носителей, имеющих при данной температуре T , описывается выражениями

$$n_c(T) = \int_{E_c}^{+\infty} g_c(E^{(1)}) \frac{1}{e^{(E^{(1)} - \mu)/(k_B T)} + 1} dE^{(1)}, \quad (8)$$

$$p_v(T) = \int_{-\infty}^{E_v} g_v(E^{(1)}) \left(1 - \frac{1}{e^{(E^{(1)} - \mu)/(k_B T)} + 1} \right) dE^{(1)} =$$

$$= \int_{-\infty}^{E_v} g_v(E^{(1)}) \left(\frac{1}{e^{(\mu - E^{(1)})/(k_B T)} + 1} \right) dE^{(1)} \quad (9)$$

Пусть выполняются условия (эти условия выполняется почти во всех полупроводниках при температурах порядка комнатной и ниже)

$$\begin{aligned} E_c - \mu &\gg k_B T \\ \mu - E_v &\gg k_B T \quad (\text{см. рис.3}), \end{aligned} \quad (10)$$

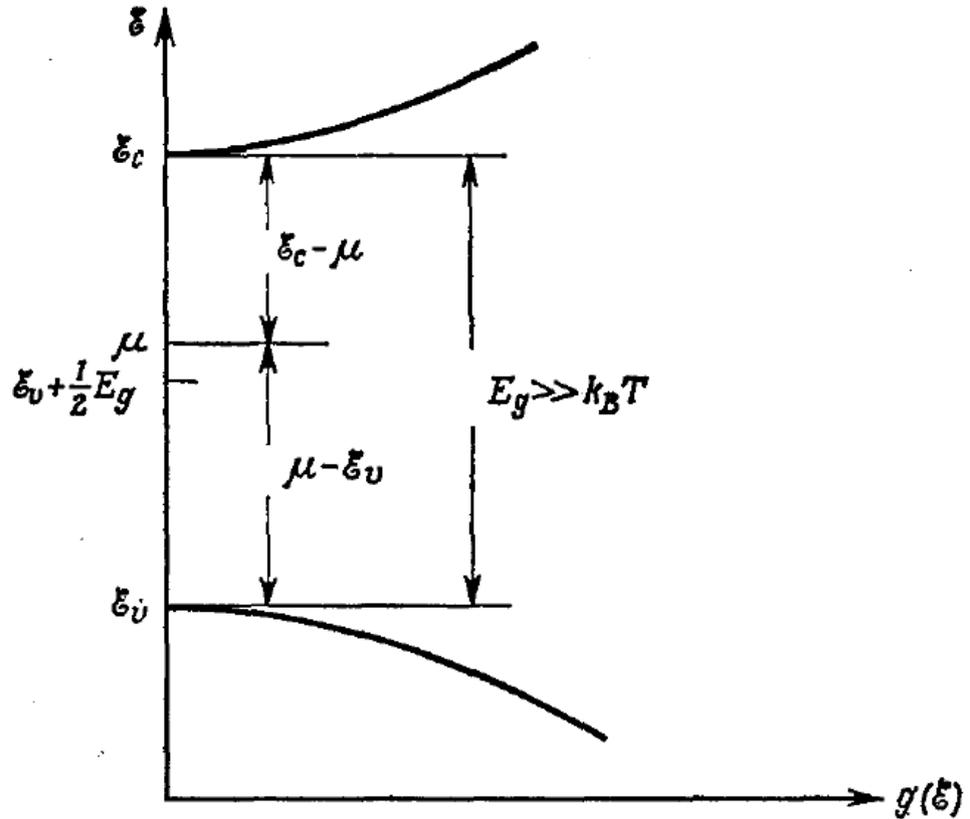


Рис. 3. В собственном полупроводнике, у которого ширина запрещенной зоны $E_{зан.} = E_g$ велика по сравнению с $k_B T$ уровень Ферми (химический потенциал μ) лежит в области шириной порядка $k_B T$ вблизи середины запрещенной зоны, а следовательно далеко (по сравнению с $k_B T$) от обеих ее границ E_c и E_v

тогда полупроводник называется «невыврожденным» и расчеты можно упростить, если это условие не выполняется, мы имеем дело с «вырожденным полупроводником» и должны работать непосредственно с выражениями (8) и (9), не производя упрощений.

Пусть условия (10) выполняются; тогда благодаря тому, что каждый уровень в зоне проводимости лежит выше E_c , а каждый уровень валентной зоны — ниже E_v , мы можем упростить выражение для функций распределения в (8) и (9):

$$\frac{1}{e^{\frac{(E^{(1)} - \mu)/(k_B T)}{+1}} \approx \frac{1}{e^{\frac{(E^{(1)} - \mu)/(k_B T)}{}}}, \quad E^{(1)} > E_c,$$

$$\frac{1}{e^{\frac{(\mu - E^{(1)})}{k_B T}} + 1} \approx \frac{1}{e^{\frac{(\mu - E^{(1)})}{k_B T}}}, \quad E^{(1)} > E_c. \quad (11)$$

Полученные выражения (11) для удобства можно переписать в виде:

$$\frac{1}{e^{\frac{(E^{(1)} - \mu)}{k_B T}}} = \frac{1}{e^{\frac{(E^{(1)} - E_c + E_c - \mu)}{k_B T}}} = \frac{1}{e^{\frac{(E^{(1)} - E_c)}{k_B T}} e^{\frac{(E_c - \mu)}{k_B T}}}$$

$$\frac{1}{e^{\frac{(\mu - E^{(1)})}{k_B T}}} = \frac{1}{e^{\frac{(\mu - E_v + E_v - E^{(1)})}{k_B T}}} = \frac{1}{e^{\frac{(\mu - E_v)}{k_B T}} e^{\frac{(E_v - E^{(1)})}{k_B T}}}$$

Таким образом, выражения (8) и (9) принимают вид

$$n_c(T) = N_c(T) e^{-\frac{(E_c - \mu)}{k_B T}},$$

$$p_v(T) = P_v(T) e^{-\frac{(\mu - E_v)}{k_B T}}, \quad (12)$$

где

$$N_c(T) = \int_{E_c}^{+\infty} g_c(E^{(1)}) e^{-\frac{(E^{(1)} - E_c)}{k_B T}} dE^{(1)},$$

$$P_v(T) = \int_{-\infty}^{E_v} g_v(E^{(1)}) e^{-\frac{(E_v - E^{(1)})}{k_B T}} dE^{(1)}. \quad (13)$$

Из-за наличия экспоненциальных множителей в подынтегральных выражениях (13) существенный вклад вносят только энергии из областей шириной $\kappa_g T$ вблизи краев зоны; в этих областях квадратичное приближение (2) обычно оказывается превосходным. Тогда плотности уровней (см. (7)):

$$g(E^{(1)}) = \sqrt{2|E^{(1)}(\vec{k}) - E_{c,v}|} \frac{(m_{c,v}^*)^{3/2}}{\hbar^3 \pi^2} \quad (14)$$

и вычисление интегралов (13) дает

$$N_c(T) = \frac{1}{4} \left(\frac{2m_c^* k_B T}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2},$$

$$P_v(T) = \frac{1}{4} \left(\frac{2m_v^* k_B T}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2}. \quad (15)$$

Найдем произведение двух концентраций:

$$n_c(T) p_v(T) = N_c P_v e^{-(E_c - E_v)/(k_B T)} = N_c P_v e^{-E_{зан}/(k_B T)}. \quad (16)$$

Этот результат (иногда называемый «законом действующих масс») означает, что при данной температуре достаточно знать концентрацию носителей одного типа, чтобы найти концентрацию носителей другого типа. Поскольку произведение электронной и дырочной концентраций является при заданной температуре постоянной величиной, не зависящей от концентрации примесей, то при введении небольшого количества примеси, увеличивающей, скажем, n_c , должна понизиться p_v .

Случай собственных полупроводников. Если кристалл является настолько чистым, что примеси вносят пренебрежимо малый вклад в концентрацию носителей, то мы имеем дело с «собственным полупроводником». В собственном полупроводнике электроны могут попасть в зону проводимости, только покинув заполненные ранее уровни в валентной зоне, оставив там вместо себя дырки. Таким образом, число электронов в зоне проводимости равно числу дырок в валентной зоне:

$$n_c(T) = p_v(T) \equiv n_i(T). \quad (17)$$

Поскольку $n_c = p_v$, величину n_i , равную им обеим, можно записать как $(n_c p_v)^{1/2}$. Тогда из формулы (16) получаем

$$n_i(T) = [N_c(T) P_v(T)]^{1/2} e^{-E_{зан}/(2k_B T)}. \quad (18)$$

Подвижность в области собственной проводимости.
 Подвижность определяется как дрейфовая скорость, отнесенная к единице напряженности электрического поля:

$$\mu = \frac{|v|}{E}. \quad (19)$$

Знак ее считается положительным как для электронов, так и для дырок, хотя направления их дрейфа противоположны.

Электрическая проводимость при наличии одновременно электронов и дырок определяется суммой вкладов от каждого из типов носителей:

$$\sigma = (n_c e \mu_c + p_v e \mu_v), \quad (20)$$

Сравнивая это выражение с формулой $\sigma = ne^2 \tau / m$ для «статической» проводимости, получаем:

$$\mu_c = \frac{e\tau_c}{m_c}; \quad \mu_v = \frac{e\tau_v}{m_v}. \quad (21)$$

Подвижности зависят от температуры по степенному закону. В области собственной проводимости зависимость от температуры определяется в основном экспоненциальной зависимостью $e^{-E_{\text{запр}} / (2k_B T)}$ (скорость изменения которой значительно больше, чем у степенной) концентрации носителей. Это обстоятельство и позволяет использовать данные по проводимости для нахождения ширины запрещенной зоны.

Методика лабораторного эксперимента.
 Прологарифмировав зависимость сопротивления полупроводника от температуры:

$$R = R_0 e^{E_{\text{запр}} / (2k_B T)}, \quad (22)$$

получим линейную зависимость $\ln(R)$ от $1/T$:

$$\ln R = \ln R_0 + \frac{E_{\text{запр}}}{2k_B T} = a + b \frac{1}{T},$$

где $a = \ln R_0$, а b – угловой коэффициент линейной зависимости, равный тангенсу угла наклона α :

$$b = \operatorname{tg} \alpha = \frac{E_{\zeta \ddot{a} \ddot{i}}}{2k_B T}.$$

Откуда по $\operatorname{tg} \alpha$ получаем расчётное для $E_{\text{зан}}$ выражение:

$$E_{\zeta \ddot{a} \ddot{i}} = 2k_B \operatorname{tg} \alpha = 2k_B \frac{\Delta \ln R}{\Delta(1/T)}, \quad (23)$$

где $\Delta \ln(R)$ и $\Delta(1/T)$ соответствующие изменения по осям ординат и абсцисс зависимости $\ln(R)$ от $1/T$.

Описание установки

Сопротивление полупроводникового терморезистора 1 (рис.4) определяется омметром на основе мультиметра 4 (ДТ-9208А). Измерение температуры терморезистора осуществляется термопарой (термометром) 2 по показаниям мультиметра 3 (ДТ-838). Для быстрой стабилизации температуры и изоляции подводящих проводов полупроводник помещён в кремнийорганическую жидкость (ПМС-50), которая обладает большим сопротивлением и высокой теплопроводностью (пробирка 5). Подогрев пробирки с терморезистором осуществляется электрической плиткой 7 через воду в стакане 6.

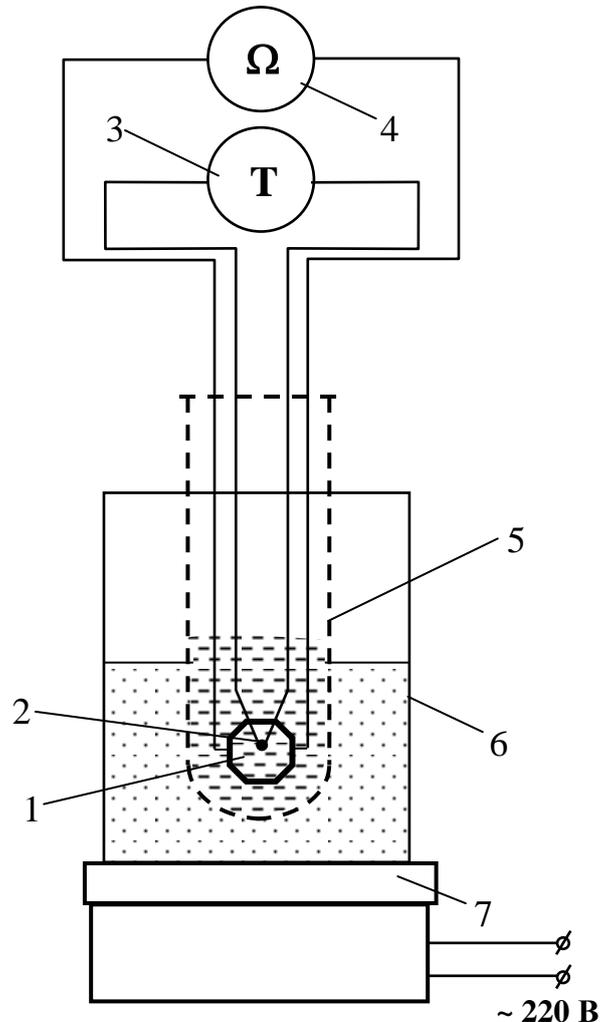


Рис. 4. Схема установки

ПРИМЕЧАНИЕ:

1. Для предотвращения

повреждения от нагретых частей электроплитки изоляции соединительных проводов мультиметров необходимо провода и мультиметры расположить в отдалении от плитки.

2. При длительной работе мультиметра DT-9208A в стационарном режиме срабатывает автовыключение. Для дальнейшей работы нужно 2 раза нажать кнопку включения прибора.

3. Рекомендуется фиксировать значения сопротивления при непосредственной смене показаний температуры на индикаторе цифрового мультиметра.

4. Графики рекомендуется строить в Excel.

Порядок выполнения работы

1. Собрать схему по рисунку 4. Проверить наличие и уровень жидкостей в пробирке 5 и стакане 6.

2. Включить мультиметры. Мультиметр 3, для измерения температуры (DT-838), переключить на соответствующий режим «тем⁰С», а мультиметр 4 (DT-9208A), для измерения сопротивления, переключить на диапазон с пределом «2 кОм».

3. После измерения первоначального сопротивления терморезистора при комнатной температуре, включить электроплитку 7 в сеть.

4. При смене показаний температуры через каждые 5⁰С до 100⁰С производить измерение сопротивления. (По указанию преподавателя осуществлять контроль времени). Данные измерений заносить в таблицу:

Таблица 1

№ п/п	τ , мин	t , ⁰ С	R, Ом	T, К	1/T, К ⁻¹	ln(R)
1						
2						

5. Заполнив полностью таблицу 1 построить график зависимости $R = f(T)$ (и $R = f(\tau)$ по указанию преподавателя).

6. Построив график (в Excel) по координатам ln(R) от 1/T убедиться в экспоненциальной зависимости $R = f(T)$.

7. Определить согласно (23) ширину запрещённой зоны $E_{зан}$ (эВ). Для этого аппроксимировать экспериментальные точки ln(R) от 1/T линейной зависимостью и определить тангенс её угла наклона. Рекомендуется получить уравнение аппроксимационной линии в

Excel или методом наименьших квадратов и по коэффициенту b ($b = \operatorname{tg} \alpha$) при $1/T$ и определить $E_{\text{зан}}$. Указать величину достоверности аппроксимации (или среднее квадратичное отклонение σ).

8. Используя таблицу 2 указать на предполагаемый материал исследуемого полупроводника.

Таблица 2

Параметры	Si	Ge	AlSb	GaSb	InSb	AlAs	GaAs	InAs
Ширина запрещённой зоны ΔE , эВ	1,21	0,66	0,52	0,7	0,18	2,2	1,32	0,35

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Объясните отличие проводимости металлов и полупроводников.
2. Сформулируйте закон действующих масс.
3. Объясните температурную зависимость сопротивления (проводимости) полупроводников.
4. Расскажите методику определения ширины запрещённой зоны полупроводника.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

ЭФФЕКТ ХОЛЛА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Цель работы: Исследование механизмов электрической проводимости в легированном германии с эффектом Холла.

Приборы и принадлежности: базовый аппарат для изучения эффекта Холла, легированный донорной примесью германий на печатной плате, легированный акцепторной примесью германий на печатной плате, датчик магнитного поля ± 2000 мТл, катушка модели D на 600 витков, U-образный сердечник, пара полюсных наконечников и зажимных скоб для изучения эффекта Холла, трансформатор с выпрямителем, источник питания постоянного тока, универсальный цифровой измерительный прибор, прибор ЗВ NETlog™, набор из 15 безопасных соединительных проводов для опытов длиной 75 см. программное обеспечение ЗВ NETlab™

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ



Эффект Холла наблюдается в электропроводящих материалах, помещенных в магнитное поле B . Этот эффект обусловлен силой Лоренца, которая изменяет направление движения носителей заряда, создавая электрический ток I , протекающий в образце материала перпендикулярно по отношению к магнитному полю, и направлением тока. Разделение зарядов приводит к появлению электрического поля E_H , которое перпендикулярно направлению тока и компенсирует силу Лоренца, создавая напряжение Холла U_H между краями образца. Знак

напряжения Холла меняется в зависимости от того, обусловлен ли один и тот же ток I положительными или отрицательными носителями заряда. Его значение зависит от плотности носителей заряда. Следовательно, эффект Холла представляет собой важное средство определения механизмов переноса зарядов в проводящих материалах и часто используется для изучения легированных полупроводников.

В этом опыте кристаллы легированного германия исследуются в диапазоне температур от 300 К до 450 К, чтобы убедиться в разнице проводимости, достигаемой за счет легирования, и собственной проводимости, получаемой за счет тепловой активации электронов, вызывающей их переход из валентной зоны в зону проводимости.

Кристаллы представляют собой плоские образцы, которые имеют длину a , ширину b и толщину d , и проводят ток I в продольном направлении. Магнитное поле B пронизывает каждый образец перпендикулярно направлению тока. Возникающее в результате напряжение Холла равно:

$$U_H = R_H \cdot \frac{B \cdot I}{d}. \quad (1)$$

Коэффициент Холла составляет:

$$R_H = \frac{1}{e} \cdot \frac{n_p \cdot \mu_p^2 - n_n \cdot \mu_n^2}{(n_p \cdot \mu_p + n_n \cdot \mu_n)^2}, \quad (2)$$

$e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ Кл (элементарный заряд).

Плотности n_n и n_p , соответственно, электронов в зоне проводимости и дырок в валентном слое, а также подвижности (mobility) μ_n и μ_p , соответственно, электронов и соответствующих им дырок являются величинами, характеризующими данный материал, которые зависят от температуры образца T .

Помимо напряжения Холла, в данном опыте измеряется падение напряжения в продольном направлении U в образце для определения электропроводности:

$$\sigma = e \cdot (n_n \cdot \mu_n + n_p \cdot \mu_p). \quad (3)$$

В процессе этого также определяется подвижность Холла:

$$\mu_H = R_H \cdot \sigma = \frac{n_p \cdot \mu_p^2 - n_n \cdot \mu_n^2}{n_p \cdot \mu_p + n_n \cdot \mu_n}. \quad (4)$$

На плотности носителей заряда n_n и n_p влияет легирование, т.е. включение инородных атомов в кристалл. В случае легирования акцепторной примесью атомы акцептора связывают электроны из валентной зоны и тем самым образуют дырки в этой зоне. В случае легирования донорной примесью каждый атом донора отдает один электрон в зону проводимости. Легированные кристаллы электрически нейтральны, т.е. их отрицательные и положительные заряды компенсируют друг друга. Соответственно:

$$n_n + n_A = n_p + n_D, \quad (5)$$

n_A : концентрация акцепторов,

n_D : концентрация доноров.

Кроме того, n_n и n_p связаны законом действующих масс, количество пар «электрон - дырка», которые образуются и рекомбинируют в единицу времени, одинаково в состоянии равновесия, которое зависит от температуры. К ним применимо следующее выражение:

$$n_n \cdot n_p = n_i^2, \quad (6)$$

n_i - плотность носителей заряда в случае только собственной проводимости.

Поэтому в общем случае имеем:

$$n_n = \sqrt{n_i^2 + \frac{(n_A - n_D)^2}{4}} + \frac{n_D - n_A}{2}, \quad (7)$$

$$n_p = \sqrt{n_i^2 + \frac{(n_A - n_D)^2}{4}} + \frac{n_A - n_D}{2}. \quad (8)$$

При комнатной температуре концентрации n_A и n_D существенно выше плотности носителей заряда в случае только собственной проводимости n_i . Следовательно:

$$R_H = -\frac{1}{n_D \cdot e}, \mu_H = \mu_n, \quad (9)$$

при добавлении донорной примеси при температуре 300 К

$$R_H = -\frac{1}{n_A \cdot e}, \mu_H = \mu_p$$

при добавлении акцепторной примеси при температуре 300 К.

Тогда плотность и знак носителей заряда можно получить непосредственно из коэффициента Холла. Подвижность носителей заряда эквивалентна подвижности Холла.

Задания и порядок выполнения работы

1. Демонстрация эффекта Холла в легированном германии.

По мере того, как с увеличением температуры появляется больше носителей, обеспечивающих электрический ток, напряжение Холла убывает, пока не достигнет нуля.

В случае германия, легированного акцепторной примесью, знак напряжения Холла меняется, потому что возрастающая собственная проводимость приводит к доминирующему влиянию электронов, подвижность рп которых выше. Проводимость, обусловленная легированием, преобладает при температурах ниже температуры инверсии, а собственная проводимость преобладает при температурах выше температуры инверсии.

При высоких температурах кристаллы, легированные донорными и акцепторными примесями, становятся неотличимы друг от друга, потому что:

$$n_n = n_p = n_i, R_H = -\frac{1}{n_i \cdot e} \cdot \frac{\mu_n - \mu_p}{\mu_n + \mu_p}$$

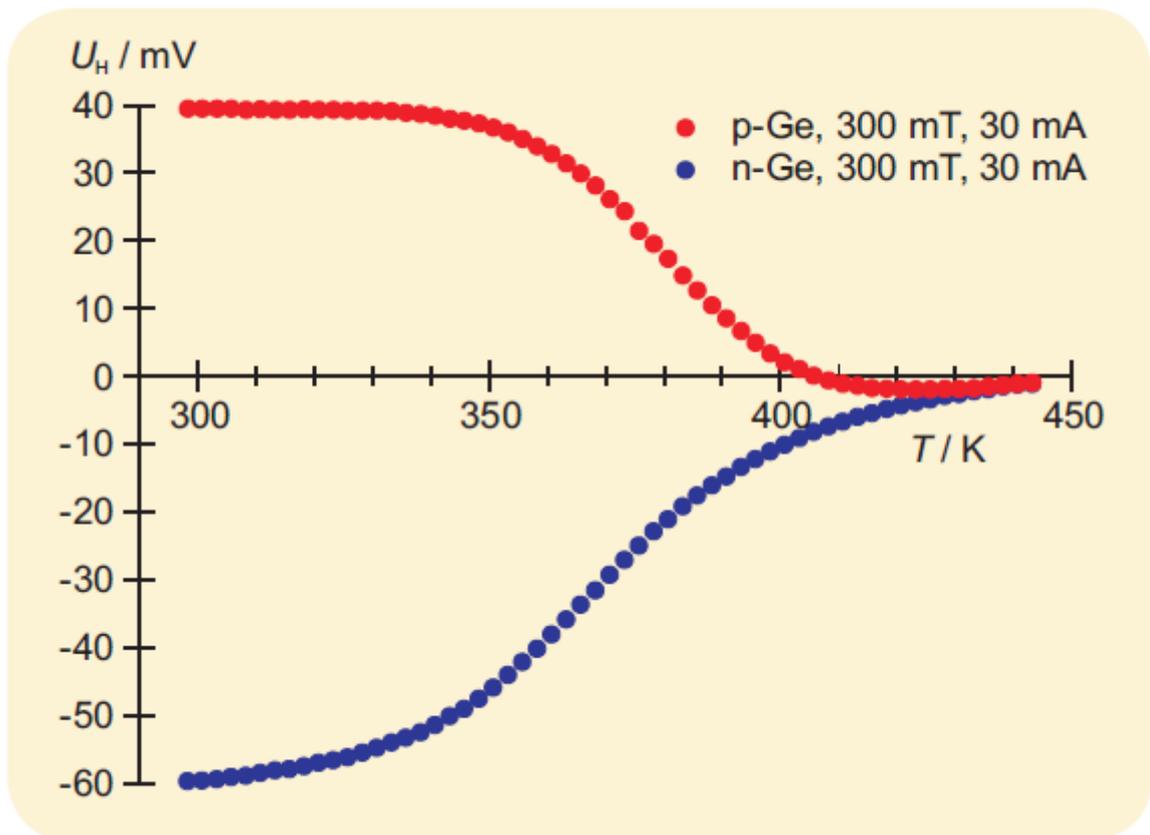


Рисунок 1 – Зависимость напряжения Холла в германии, легированном акцепторной и донорной примесями, от температуры T

Зависимость подвижности μ_n от температуры не видна явным образом в коэффициенте Холла, потому что в обоих случаях:

$$\mu \sim T^{-\frac{3}{2}}$$

2. Измерить зависимость напряжения Холла от тока и магнитного поля при комнатной температуре.
3. Определить знак плотности и подвижности носителей заряда при комнатной температуре.
4. Измерить зависимость напряжения Холла от температуры образца.
5. Определить температуру инверсии; установить различия между примесной и собственной проводимостью в случае германия, легированного акцепторной примесью.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем заключается эффект Холла? От чего зависит ЭДС Холла?
2. Чему равна постоянная Холла?
3. Каковы особенности эффекта Холла в полупроводниках?
4. Что такое подвижность электронов? Как связаны подвижность электронов и проводимость вещества?
5. Где применяется эффект Холла?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

ЭФФЕКТ ЗЕЕБЕКА

Цель работы: Запись характеристик различных термопар и определение их чувствительности.

Приборы и принадлежности: набор из 3 термопар, термометр (20 — 110°C), клипса для термометра, набор из 10 высоких мерных стаканов, магнитное перемешивающее устройство с нагревателем, микровольтметр.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ



Если концы металлической проволоки имеют разную температуру, то поскольку скорости теплового движения электронов будут разными, возникнет тепловая диффузия. Поскольку тепловое движение электронов на горячем конце быстрее, чем на холодном конце, в среднем больше электронов

будет перемещаться от теплого конца к холодному, чем в обратном направлении. Ток, появляющийся вследствие этой диффузии, приводит к тому, что холодный конец становится отрицательно заряженным по отношению к теплому концу, вызывая появление напряжения между двумя концами. Это оказывает возрастающее воздействие на поток электронов до тех пор, пока ток диффузии не перестает течь.

Возникающее напряжение тепловой диффузии U_{td} пропорционально разности температур двух концов $T_1 - T_2$, а коэффициент этой пропорциональности называется коэффициентом Зеебека k :

$$U_{td} = k \cdot (T_1 - T_2). \quad (1)$$

где U_{td} – напряжение тепловой диффузии, k – коэффициент Зеебека, T_1 – температура на горячем конце, T_2 – температура на холодном конце.

Если соединить два разнородных металла, поместить точки контактов в среды с разными температурами и подключить вольтметр между двумя концами, которые не соединены, получится термопара. Тогда вольтметр будет показывать напряжение, которое прямо пропорционально разности температур между точками контакта:

$$(2)$$

где U_{th} – напряжение термопары, $U_{td,A}$, $U_{td,B}$ – напряжения тепловой диффузии металлов А и В, k_A , k_B – коэффициенты Зеебека для металлов А и В.

Без труда можно измерить только разность коэффициентов Зеебека

$$(3)$$

которая входит в выражение (2). Она соответствует чувствительности термопары, состоящей из металлов А и В, определяемой следующим выражением:

$$S = \frac{dU_{th}}{dT_1} \quad (4)$$

В качестве эталонного материала широко используется платина, Pt, и, таким образом коэффициенты обозначаются K_{APt} .

В опыте исследуется чувствительность S трех разных пар металлов. Вода в мерном стакане нагревается до температуры T_1 , и один конец термопары погружается в нее. Другой конец термопары

подключается к микровольтметру для измерения напряжения. Гнезда микровольтметра имеют постоянную температуру T_2 .

Задания к лабораторной работе и порядок действий при их выполнении

1. Измерение зависимости напряжения термопары U_{th} от температуры T_1 и подтверждение наличия линейной взаимосвязи между ними в случае трех разных термопар.

По результатам опыта строится график напряжения термопары от температуры, U_{th} от T_1 для каждой из трех термопар. Каждый набор точек аппроксимируется прямой линией, и чувствительности каждого из элементов можно определить по наклонам этих прямых.

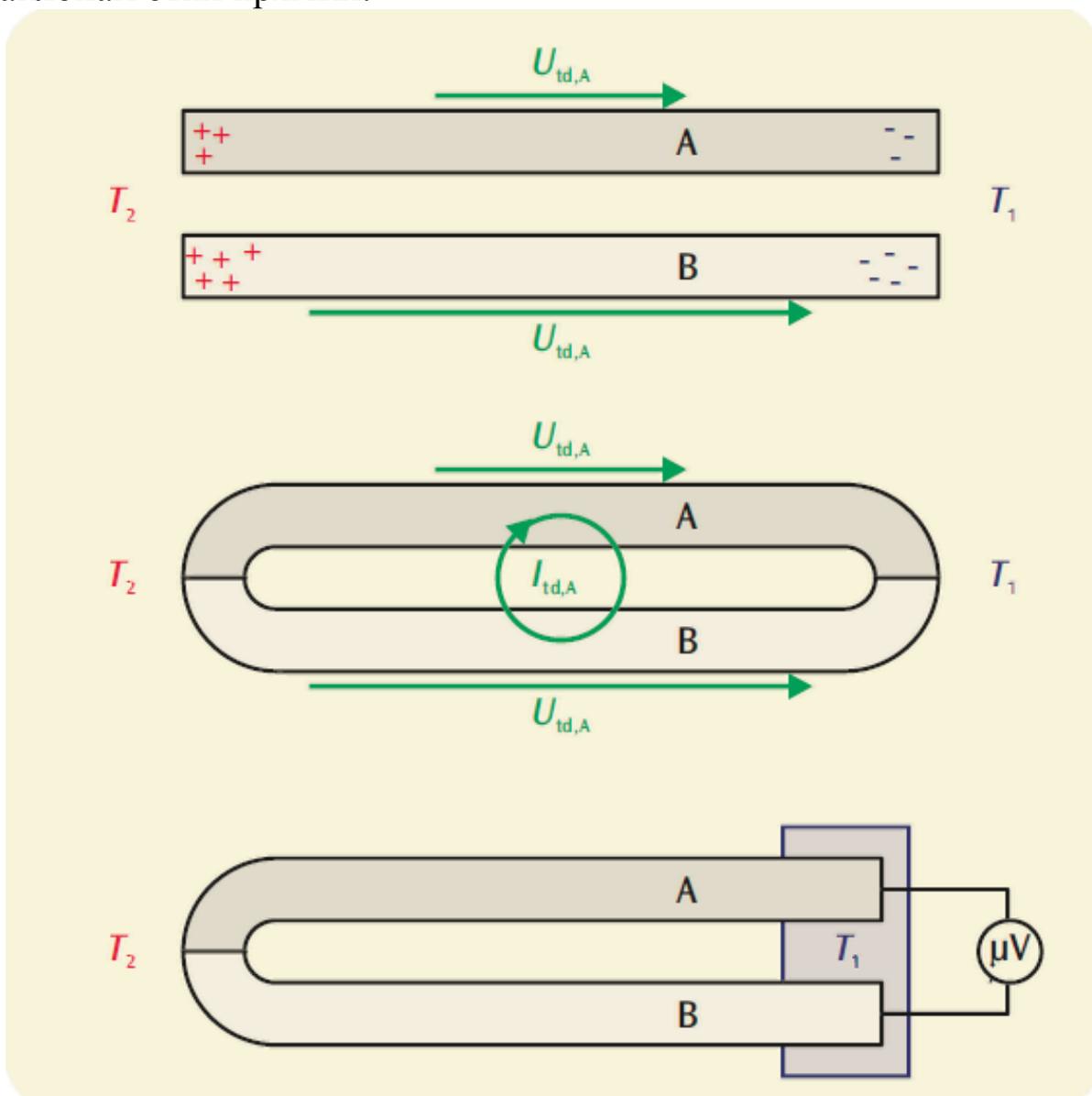


Рисунок 1 – Тепловая диффузия в металлических проволоках (вверху), термоэлектрический ток (в центре) и напряжение термопары в контуре из двух разных металлов (внизу).

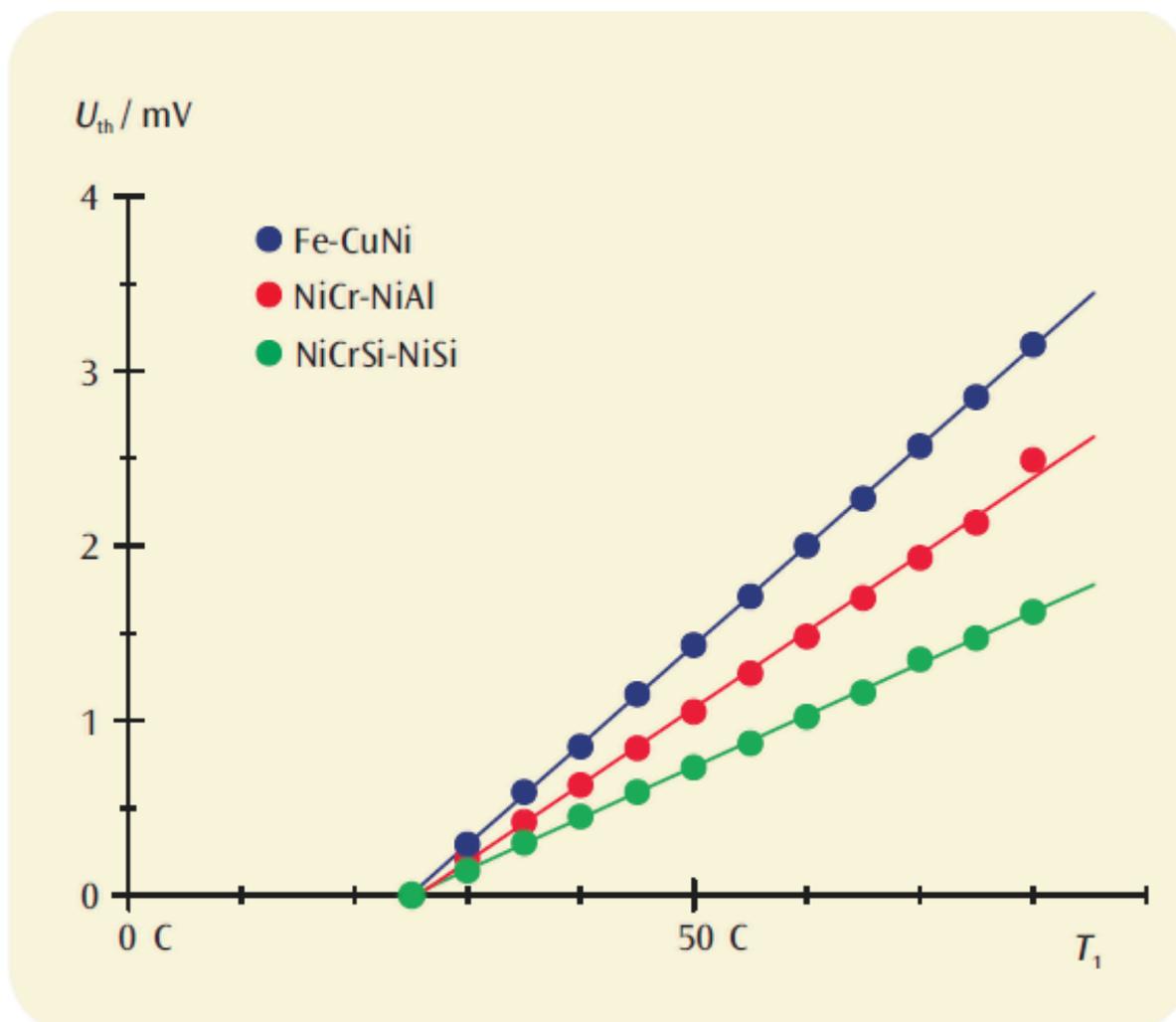


Рисунок 2 – Зависимость напряжений термопар от температуры для термопар Fe-CuNi, NiCr-NiAl и NiCrSi-NiSi. Характеристики, построенные по результатам измерений, пересекают ось T_1 на графике при эталонной температуре $T_2=23^\circ\text{C}$.

2. Определение чувствительности S по графикам зависимости U_{th} от T_1 .

3. Оценка эталонной температуры T_2 по полученным кривым.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем состоит эффект Зеебека?
2. Укажите возможные причины возникновения ЭДС в замкнутой цепи, состоящей из двух разнородных металлов.
3. Каков механизм возникновения контактной разности потенциалов?

4. Какими параметрами металлов определяется крутизна нарастания ЭДС с увеличением разности температур «горячего» и «холодного» спаев?
5. Как рассчитать энергию (уровня) Ферми (E_F)?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

ОСНОВНЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Байков Ю. А., Кузнецов В. М., Физика конденсированного состояния. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011, 294 с.
2. В. А. Гольдаде, Л. С. Пинчук, Физика конденсированного состояния. «Беларуская Навука», 2009, 658 с.
3. В. Л. Матухин, В. Л. Ермаков, Физика твердого тела. «Лань», 2010, 224 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Василевский А.С., Физика твердого тела – Москва, «Дрофа», 2010, 206 с.
2. Гуртов В. А., Осауленко Р. Н., Физика твердого тела для инженеров, Москва: «Техносфера», 2007, 520 с.
3. А. И. Ансельм. Введение в теорию полупроводников. «Лань», Санкт-Петербург, 2008, 624 с.
4. Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. т. 2, Москва, Мир, 1983, 422 с.
5. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. Москва, «Наука», 1978. 792 с.
6. Займан Дж. Принципы теории твердого тела. М.: Мир, 1974. 416 с.
7. Савельев И.В. Курс физики: Учеб.: В 3-х т. Т. 3: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц.— М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. — 304 с.