

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таныгин Максим Олегович
Должность: и.о. декана факультета фундаментальной и прикладной информатики
Дата подписания: 21.09.2023 13:14:04
Уникальный программный ключ:
65ab2aa0d384efe8480c7a4c688eddbc475e411a

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра программной инженерии



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

_____ 2015 г.

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ БИНАРНЫХ ОТНОШЕНИЙ

Методические указания по выполнению лабораторной работы
по дисциплине «Теория принятия решений»
для студентов направления подготовки 09.03.04
«Программная инженерия», 01.03.02 «Прикладная математика и
информатика»

Курск 2015

УДК 681.3.06(075.8)

Составители: В.В. Апальков, Р.А. Томакова, Ф.А. Старков

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент кафедры «Информационные системы и технологии» Юго-Западного государственного университета *Т.И. Лапина*

Принятие решений на основе бинарных отношений: методические указания по выполнению лабораторной работы /Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.В. Апальков, Р.А. Томакова, Ф.А. Старков. Курск, 2015. 8 с. Библиогр.: с. 8.

Излагается цель лабораторной работы, в теоретической части рассматривается язык описания системы предпочтений лица, принимающего решение, на основе бинарных отношений. В практической части приводятся пример выполнения задания на лабораторную работу и вопросы для самопроверки.

Методические указания соответствуют требованиям рабочей программы по направлению подготовки бакалавров 09.03.04 «Программная инженерия».

Предназначены для студентов направления подготовки бакалавров 09.03.04.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать. Формат 60×84 1/16.

Усл. печ. л. 0,5. Уч.-изд. л. 0,4. Тираж 50 экз. Заказ. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Цель работы: познакомиться с формальными моделями задачи принятия решений, изучить язык бинарных отношений – язык описания системы предпочтений лица, принимающего решение (ЛПР).

Теоретическая часть.

Определение 1.

Бинарным отношением на множестве A называется подмножество R декартова произведения $A \times A$ ($R \subseteq A^2$). Элементами множества R являются упорядоченные пары вида (a_i, a_j) , где $a_i, a_j \in A$.

Приведем несколько примеров бинарных отношений:

1) « x равно y », « x меньше y », « x не больше y » – отношения на множестве действительных чисел;

2) « m делитель n », « $m \equiv n \pmod{p}$ » – отношения на множестве целых чисел;

3) « x и y – братья», « x не старше y », « x моложе y » - отношения на множестве членов семьи.

Основные свойства бинарных отношений:

1) бинарное отношение называется рефлексивным, если для $\forall a_i \in A$ $(a_i, a_i) \in R$.

2) бинарное отношение антирефлексивно, если для $\forall a_i \in A$ $(a_i, a_i) \notin R$.

3) бинарное отношение называется симметричным, если из того, что $(a_i, a_j) \in R$ следует $(a_j, a_i) \in R$.

4) бинарное отношение антисимметрично, если из того, что $(a_i, a_j) \in R$, следует $(a_j, a_i) \notin R$.

5) бинарное отношение называется транзитивным, если из того, что $(a_i, a_j) \in R$ и $(a_j, a_k) \in R$, следует $(a_i, a_k) \in R$.

Предпочтения ЛПР, описываемые с помощью бинарных отношений можно разделить на три группы:

- бинарное отношение, обладающее свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности, называемое эквивалентностью. Отношение эквивалентности в задаче принятия решений свидетельствует о равноценности или о неопределенной ценности вариантов для ЛПР;
- бинарное отношение, обладающее свойствами рефлексивности, антисимметричности и транзитивности, называемое нестрогим порядком. Отношение нестрогого порядка в задаче принятия решений отражает как различимость, так и одинаковость вариантов для ЛПР;
- бинарное отношение, обладающее свойствами антирефлексивности, антисимметричности и транзитивности, называемое строгим порядком. Отношение строгого порядка в задаче принятия решений интерпретируется как выраженное различие вариантов для ЛПР.

Бинарные отношения позволяют ЛПР сравнивать исходы без введения критериальных функций (показателей качества), когда происходит оценивание каждого исхода.

Пусть A – множество, в котором ЛПР задает свои предпочтения в виде бинарного отношения R .

Роль множества A могут выполнять множество исходов Y , множество альтернатив X в случае наличия детерминированной связи с множеством исходов Y или множество векторных оценок исходов, когда вводятся критериальные функции для оценивания исходов.

Рассмотрим случай, когда число элементов множества A – конечно. Поставим в соответствие каждому элементу множества A точку на плоскости. Соединим точки, соответствующие элементам a_i, a_j из множества A , ребром в направлении от a_i к a_j , если $(a_i, a_j) \in R$.

Если $(a_i, a_i) \in R$, то нарисуем петлю в соответствующей точке плоскости. Получим ориентированный граф бинарного отношения R .

Пару $\langle A, R \rangle$ называют моделью выбора. Дадим ряд определений, необходимых для решения задачи оптимального выбора [3].

Определение 2.

Пусть задана модель $\langle A, R \rangle$. Элемент $a^* \in A$ называется наилучшим по R в A , если $(a^*, a) \in R$ при $\forall a \in A \setminus \{a^*\}$.

В графе бинарного отношения наилучшему элементу соответствует вершина, из которой выходят ребра во все остальные вершины графа.

Определение 3.

Элемент $a^0 \in A$ называется максимальным в модели $\langle A, R \rangle$ или максимальным по R в A , если для $\forall a \in A$ такого, что $(a, a^0) \in R$, следует $(a^0, a) \in R$.

В графе бинарного отношения максимальному элементу соответствует вершина, в которой в случае имеющихся входящих ребер из других вершин графа присутствуют и исходящие ребра в те же вершины.

Очевидно, что наилучший по R в A элемент является одновременно и максимальным.

Определение 4.

Элемент $a^0 \in A$ называется R -оптимальным на A , если для $\forall a \in A$ таких, что $a \neq a^0$, следует $(a, a^0) \notin R$.

В графе бинарного отношения R -оптимальному элементу соответствует вершина, в которой имеются только исходящие ребра.

Определение 5.

Множество максимальных элементов $\text{Max}_R A$ называется внешне устойчивым, если для $\forall a \in A \setminus \text{Max}_R A$ найдется такой $a^0 \in \text{Max}_R A$, что справедливо $(a^0, a) \in R$.

Внешне устойчивое множество максимальных элементов называют ядром отношения R в A . Выбор оптимального элемента

необходимо производить в ядре отношения, которое на практике содержит значительно меньшее число элементов, чем множество A . Обычно, такой выбор требует уточнения используемой информации.

Задача принятия решений на основе бинарных отношений – это задача выделения ядра бинарного отношения R в A . При этом ЛПР может устанавливать предпочтительность вариантов выбора как в целом, так и по отдельным их характеристикам.

Практическая часть.

Пусть множество $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$. Элементами множества A являются альтернативы или исходы, или векторные оценки исходов.

$R = \{(a_1, a_2), (a_2, a_3), (a_4, a_3), (a_3, a_6), (a_6, a_3), (a_3, a_8), (a_8, a_3), (a_1, a_7), (a_4, a_5), (a_4, a_6), (a_4, a_{10}), (a_8, a_4), (a_4, a_8), (a_5, a_6), (a_6, a_7), (a_6, a_{10}), (a_{10}, a_6), (a_8, a_7), (a_8, a_9), (a_9, a_{10}), (a_3, a_{10})\}$ – бинарное отношение на множестве A .

Требуется:

1. построить граф бинарного отношения R ;
2. найти наилучшие по R в A элементы;
3. найти максимальные по R в A элементы;
4. найти R -оптимальные элементы множества A ;
5. найти ядро бинарного отношения R .

Решение.

1. Построим граф бинарного отношения R :

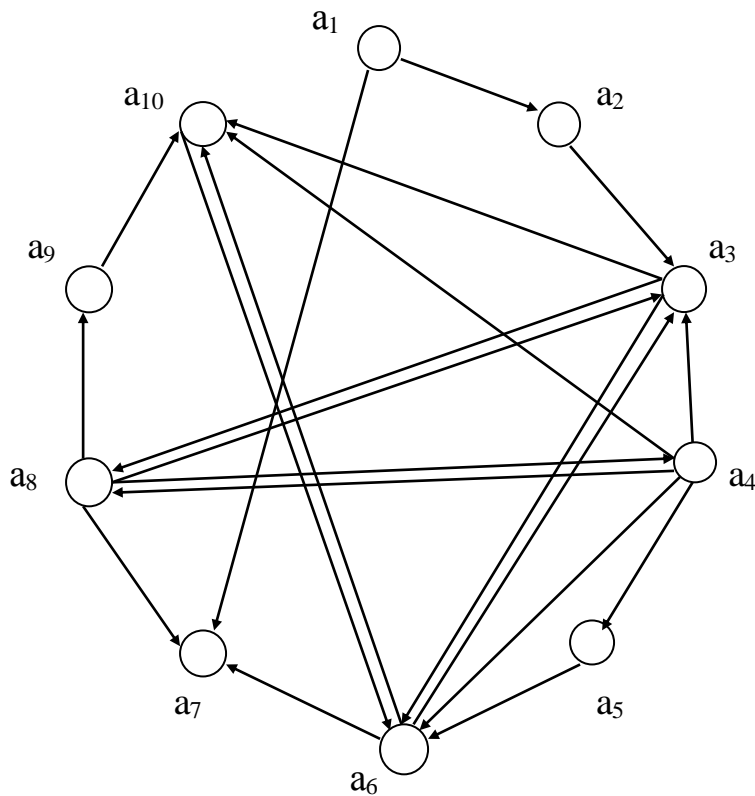


Рис.1. Граф бинарного отношения R

2. Наилучших по R в A элементов нет, так как нет вершины в графе, из которой исходят ребра во все остальные вершины.

3. Множество максимальных по R в A элементов $\text{Max}_R A = \{a_1, a_4, a_8\}$, так как в вершинах графа, соответствующих этим элементам, для каждого входящего ребра имеется компенсирующее исходящее ребро.

4. a_1 – R -оптимальный элемент множества A , так как в него не входит ни одно ребро.

5. Множество максимальных элементов $\text{Max}_R A$ является внешне устойчивым, так как из вершин графа, соответствующих максимальным элементам, исходят ребра во все остальные вершины графа. Следовательно, множество максимальных элементов $\text{Max}_R A$ является ядром бинарного отношения R .

Вопросы для самопроверки.

1. Бинарные отношения.
2. Граф бинарного отношения.
3. Множества альтернатив, исходов, векторных оценок исходов.
4. Наилучший, максимальный, R-оптимальный элементы.
5. Внешняя устойчивость.
6. Ядро бинарного отношения.

Литература.

1. Орлов А.И. Теория принятия решений: учебник / А.И. Орлов. – М.: Изд-во «Экзамен», 2006. – 573 с.
2. Петровский А.Б. Теория принятия решений [Текст]: учебник. – М.: Академия, 2009. – 400 с. – (Университетский учебник. Прикладная математика и информатика).
3. Черноруцкий И.Г. Методы принятия решений: учебное пособие / И.Г. Черноруцкий. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.