

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таныгин Максим Олегович
Должность: и.о. декана факультета фундаментальной и прикладной информатики
Дата подписания: 21.09.2023 13:09:47
Уникальный программный ключ:
65ab2aa0d384efe8480e6a4c688eddbc475e411a

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
~~Федеральное государственное бюджетное~~
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра программной инженерии



Проректор по учебной работе
О. Г. Локтионова
2022 г.

ПРОЕКТИВНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Методические указания по выполнению лабораторной работы
по дисциплине «Компьютерная графика»
для студентов всех форм обучения направления подготовки
09.03.04 «Программная инженерия»

Курск 2022

УДК 004.92
Составитель Е.А. Петрик

Рецензент
Кандидат технических наук, доцент Т.И.Лапина

Проективные преобразования: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Е. А. Петрик. Курск, 2022. 11 с.: ил.7, табл. 1. Библиогр.: с.12.

Содержат краткие теоретические сведения о проективных преобразованиях, а также приведены примеры и задания для лабораторной работы.

Методические указания соответствуют требованиям программы по направлению подготовки бакалавров: 09.03.04 «Программная инженерия»

Предназначены для студентов всех форм обучения направления подготовки бакалавров 09.03.04 «Программная инженерия»

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать Формат 60x84 1/16.
Усл. печ. л. Уч. – изд. л. .Тираж экз. Заказ . Бесплатно.
Юго - Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Цель работы

Изучение аффинных преобразований, создание программы для визуализации работы алгоритмов.

Основные понятия

Преобразования

В общем случае объекты, описанные в мировых координатах, отсекаются по границе видимого объема, а после этого преобразуются в поле вывода для дисплея. В двумерном случае просто задаются окно в двумерном мировом координатном пространстве и поле вывода на двумерной видовой поверхности. Сложность, характерная для трехмерного случая, возникает потому, что видовая поверхность не имеет графического третьего измерения.

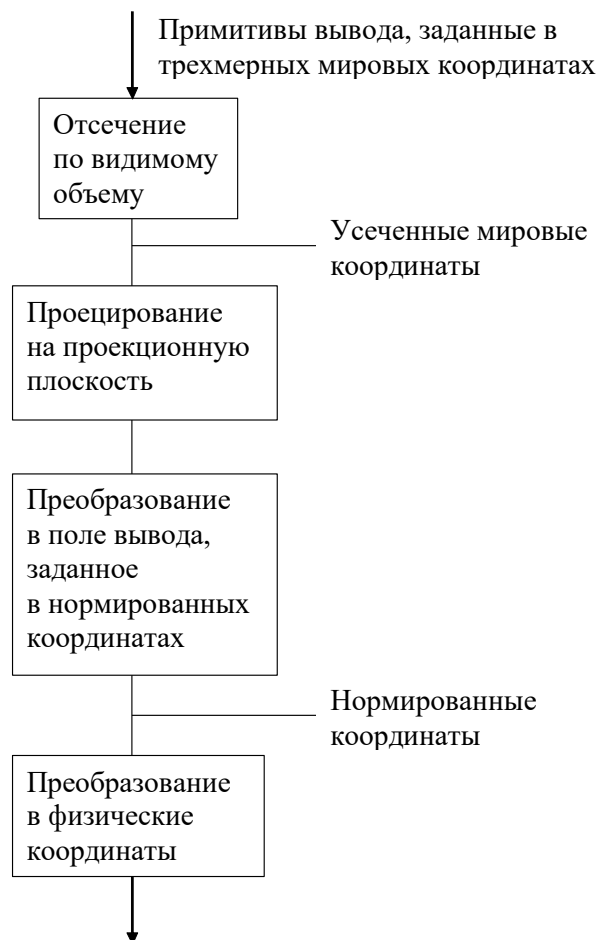


Рисунок 1 – Отображение

Несоответствие между пространственными объектами и плоскими изображениями устраняется путем введения проекций, которые отображают трехмерные объекты на двумерной проекционной плоскости.

Виды проекций

В общем случае проекции преобразуют точки, заданные в системе координат размерностью n , в точки системы координат размерностью, меньшей, n . Проекция трехмерного объекта (представленного в виде совокупности точек) строится при помощи прямых проецирующих лучей, которые называются проекторами и которые выходят из центра проекции, проходят через каждую точку объекта и, пересекая проекционную плоскость образуют проекцию.

Плоские геометрические проекции можно разделить на два основных класса: центральные и параллельные.

Каждый из этих двух основных классов разбивается на несколько подклассов в зависимости от расположения плоскости проекции и координатных осей.

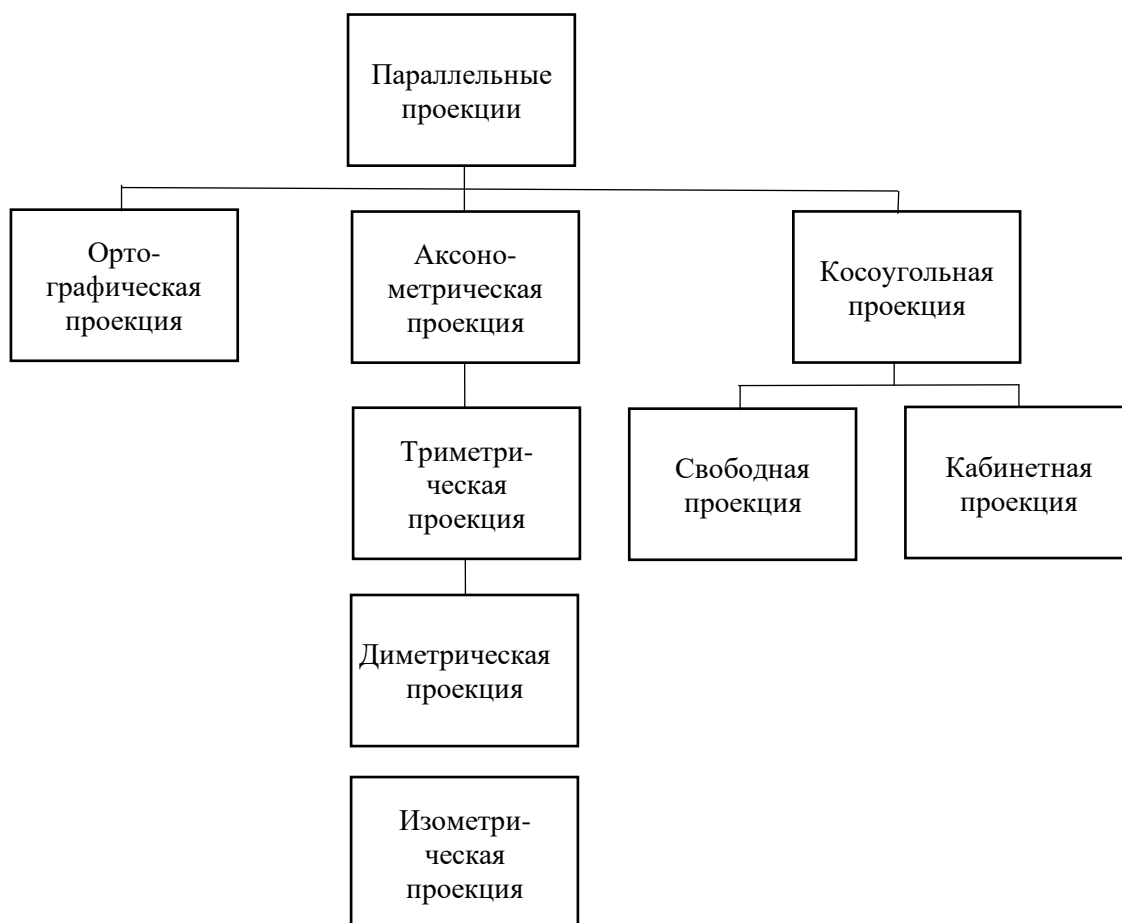


Рисунок 2 – Виды проекций

Центральные проекции делятся на односточечные и двусточечные.

Параллельные проекции названы так потому, что центр проекции бесконечно удален и все проекторы параллельны. При описании центральной проекции явно задается ее центр, в то время как определяя параллельную проекцию, указывается направление проецирования.

Размер центральной проекции объекта изменяется обратно пропорционально расстоянию от центра проекции до объекта. Углы сохраняются только на гранях объекта, которые параллельны проекционной плоскости; проекции параллельных линий в общем случае параллельны.

Центральные проекции

Центральные проекции любой совокупности параллельных прямых, которые не параллельны проекционной плоскости, будут сходиться в точке схода. Существует бесконечное число точек схода.

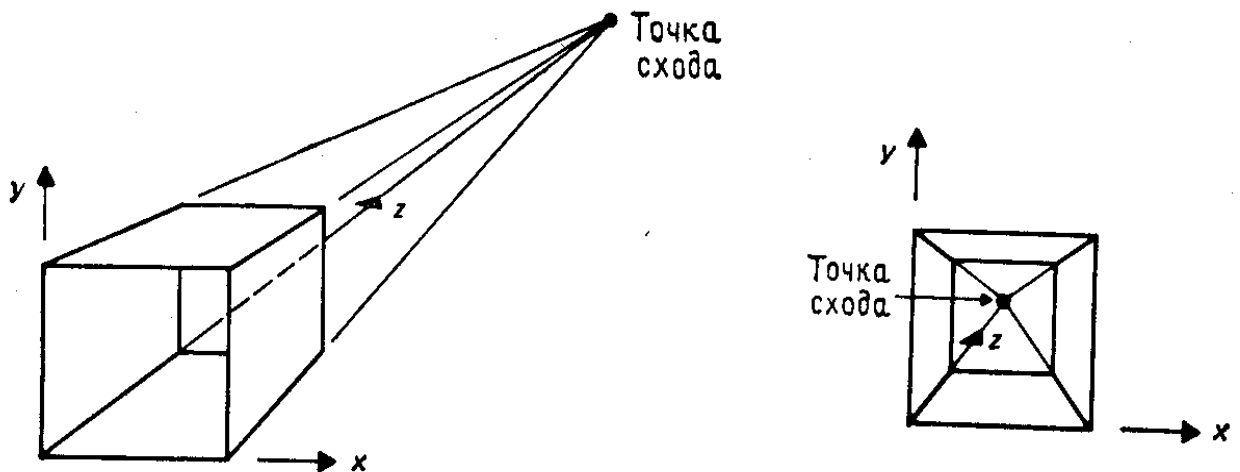


Рисунок 3 – Односточечные центральные проекции куба на плоскость, пересекающую ось z .

Видовое преобразование

При построении проекции объекта на экранную плоскость необходимо преобразовать координаты точек объекта из так называемых мировых координат (x, y, z) в экранные координаты (X, Y) его центральной проекции P' .

Предположим, что экран расположен между объектом и глазом E . Для каждой точки P объекта прямая PE пересекает экран в точке P' .

Построение проекции удобнее выполнять в два этапа:

1) видовое преобразование;

2) перспективное преобразование.

Мировые координаты (X_w, Y_w, Z_w)

Видовое преобразование

Видовые координаты (X_e, Y_e, Z_e)

Перспективное преобразование

Экранные координаты (X, Y)

Для выполнения видовых преобразований должны быть заданы точка наблюдения, совпадающая с глазом, и объект. Желательно, чтобы система мировых координат была правой. Будет удобно, если начало ее координат располагается вблизи центра объекта, поскольку объект наблюдается в направлении от E к O . Пусть точка наблюдения E будет задана в сферических координатах ρ, φ, θ по отношению к мировым координатам. То есть мировые координаты могут быть вычислены по формулам:

$$x_e = \rho \sin \varphi \cos \theta \quad Y_e = \rho \sin \varphi \sin \theta$$

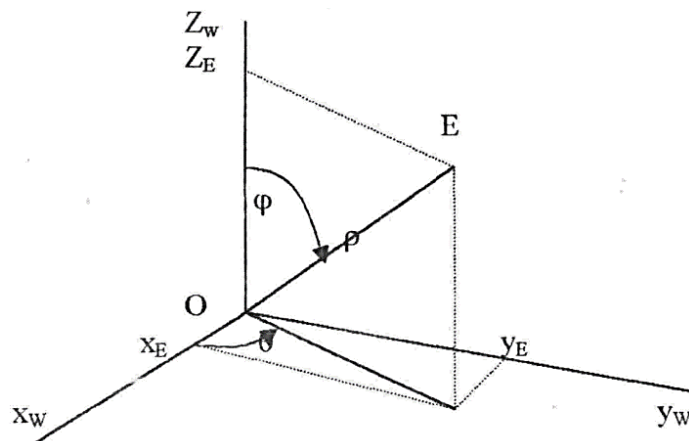


Рисунок 4 – Сферические координаты точки наблюдения E

Вектор направления EO определяет направление наблюдения. Из точки наблюдения E можно видеть точки объекта только внутри некоторого конуса, ось которого совпадает с линией EO , а вершина - с точкой E . Нашей задачей будет вычисление экранных координат x, y , для которых оси X и Y лежат в плоскости экрана, расположенной между точками E и O и перпендикулярной направлению наблюдения EO .

Начало системы видовых координат располагается в точке наблюдения E . Видовое преобразование может быть записано в форме:

$$[x_e \ y_e \ z_e \ 1] = [x_w \ y_w \ z_w \ 1]V,$$

где V - матрица видового преобразования размером 4×4 . Матрица V получается путем перемножения четырех матриц элементарных преобразований - переноса начала из O в E , поворота координатной системы вокруг оси z , поворота системы координат вокруг оси x , изменения направления оси x .

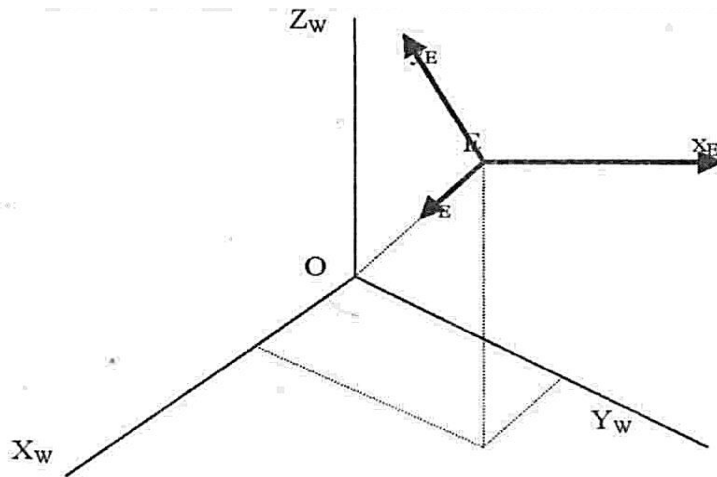


Рисунок 5 – Система видовых координат

Математическое описание центральных проекций. Для простоты будем считать, что при центральном проецировании проекционная плоскость перпендикулярна оси z и совпадает с плоскостью $z=d$, а при параллельном совпадает с плоскостью $z=0$. Проекция рассматриваются в системе координат наблюдателя, которая является левосторонней.

Каждую из проекций можно описать матрицей размером 4×4 . Это позволяет объединить матрицу проецирования с матрицей преобразования, представив в результате две операции (преобразование и проецирование) в виде одной матрицы.

На рис. приведены три изображения левосторонней системы координат, в которых точка P проецируется на проекционную плоскость, расположенную на расстоянии d от начала координат.

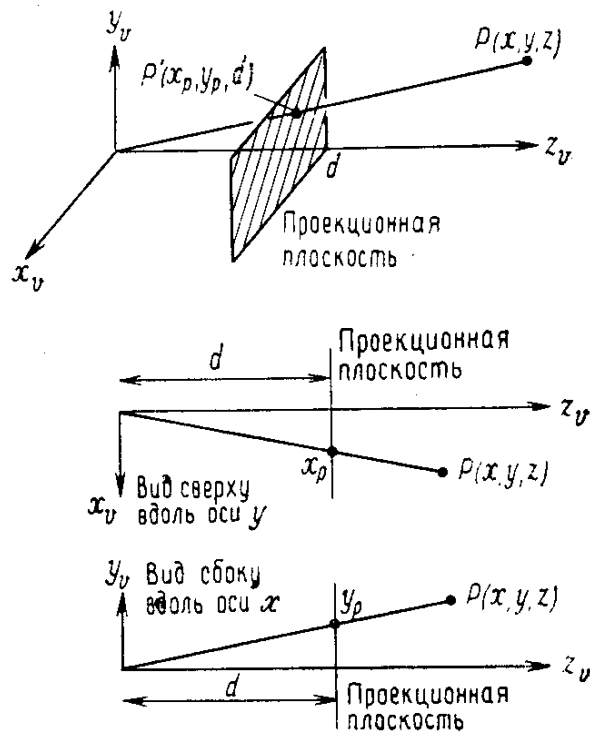


Рисунок 6 – Центральная проекция

Для вычисления координат x_p и y_p проекции точки (x, y, z) напишем отношения, полученные из подобных треугольников (рис. б):

$$\frac{x_p}{d} = \frac{x}{z}, \quad \frac{y_p}{d} = \frac{y}{z}.$$

Умножая обе стороны каждого соотношения на d , получим

$$x_p = \frac{d \cdot x}{z} = \frac{x}{z/d}, \quad y_p = \frac{d \cdot y}{z} = \frac{y}{z/d}$$

Расстояние d является в данном случае масштабным множителем, примененным к координатам x_p и y_p . Фактором, приводящим к тому, что на центральной проекции более удаленные объекты выглядят мельче, чем ближние, является деление на z . Допустимы все значения, кроме $z=0$.

Эти преобразования можно представить в виде матрицы размером 4×4 :

$$M_{\text{центр}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/d \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Умножая точку $P[x \ y \ z \ 1]$ на матрицу $M_{\text{центр}}$, получим общее выражение для точки в однородных координатах $[X \ Y \ Z \ W]$:

$$[X \ Y \ Z \ W] = P \cdot M_{\text{центр}} = [x \ y \ z \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1/d \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\text{или} \quad [X \ Y \ Z \ W] = [x \ y \ z \ \frac{z}{d}].$$

Теперь, поделив на $W = \frac{z}{d}$ для обратного перехода к трем измерениям, имеем

$$\begin{bmatrix} \frac{X}{W} & \frac{Y}{W} & \frac{Z}{W} & 1 \end{bmatrix} = [x_p \ y_p \ z_p \ 1] = \begin{bmatrix} \frac{x}{z/d} & \frac{y}{z/d} & d & 1 \end{bmatrix}.$$

Для построения проекций необходимо определять расстояние между точкой наблюдений E и экраном. Можно сказать, что выполняется соотношение:

Размер картинки/ d =размер объекта/ ρ , отсюда можно определить:

$$d = \rho \cdot \text{Размер картинки} / \text{размер объекта}.$$

Это выражение применимо для горизонтальных и вертикальных размеров и служит, скорее, средством оценки подходящего значения d .

Параллельные проекции

При **ортографическом проектировании** проекционная плоскость совпадает с одной из координатных плоскостей или параллельна ей. Матрица проектирования вдоль оси X на плоскость YZ имеет вид:

$$[p_x] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

В случае, если плоскость проектирования параллельна координатной плоскости, необходимо умножить матрицу $[P_x]$ на матрицу сдвига:

$$[p_x] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ p & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ p & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Аналогично записываются матрицы проектирования вдоль других координатных осей:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & q & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 1 \end{bmatrix}.$$

АксонOMETрическая проекция

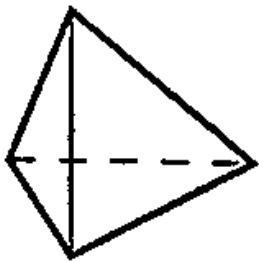
При аксонометрической проекции проектирующие прямые перпендикулярны проекционной плоскости. В зависимости от взаимного расположения плоскости проектирования и координатных осей различают три вида проекций:

- Триметрию – нормальный вектор проекционной плоскости образует с осями координатных осей попарно различные углы.
- Диметрию – два угла между нормалью проекционной плоскости и координатными осями равны.
- Изометрию – все три угла между нормалью проекционной плоскости и координатными осями равны.

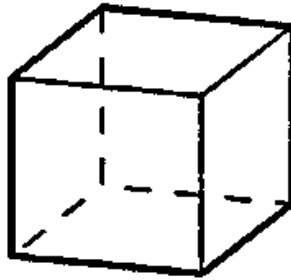
Каждый из указанных видов проекций получается комбинацией поворотов, за которыми следует параллельное проектирование.

Задание

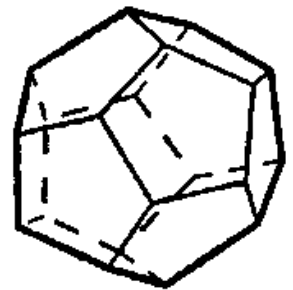
Написать программу (на языке высокого уровня), позволяющую производить и отображать на экране каркасное изображение некоторых из 5 платоновых тел (рис. 7) в центральной или ортогональной проекции, вариант задания в табл. 1.



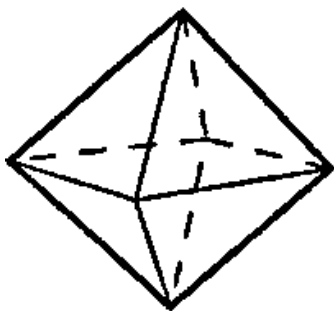
Тетраэдр



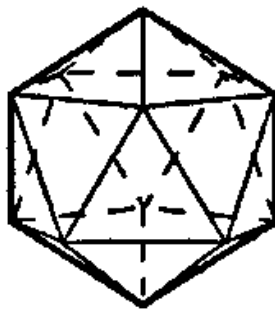
Гексаэдр



Додекаэдр



Октаэдр



Икосаэдр

Рисунок 7 – Платоновы тела

Таблица 1 – Варианты заданий

№	Вариант
1.	тетраэдр, октаэдр
2.	гексаэдр, додекаэдр
3.	гексаэдр, октаэдр
4.	икосаэдр
5.	тетраэдр, октаэдр
6.	тетраэдр, додекаэдр
7.	гексаэдр, октаэдр
8.	икосаэдр
9.	гексаэдр, додекаэдр
10.	тетраэдр, додекаэдр

Содержание отчета

Отчет должен содержать:

1. Титульный лист.
2. Задание.
3. Блок-схемы алгоритмов.
4. Листинг программы.
5. Пример работы программы.
6. Ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Что такое проекция?
2. С помощью каких формул задаётся центральная проекция?
3. Какие ещё существуют проекции?

Список используемой литературы

1. Аммерал, Л. Принципы программирования в машинной графике / Л. Аммерал; пер. с англ. – Москва : Сол Систем, 1992. – 224 с. – ISBN 5-85316-001-X. – Текст : непосредственный.
2. Роджерс, Д. Алгоритмические основы машинной графики / Д. Роджерс; пер. с англ. – Москва : Мир, 1989. – 512 с. – ISBN 5-03-000476-9. – Текст : непосредственный.
3. Роджерс, Д. Математические основы машинной графики / Д. Роджерс, Дж. Адамс; пер. с англ. – Москва : Мир, 2001. – 604 с. – ISBN 5-03-002143-4. – Текст : непосредственный.
4. Шикин, Е. В. Начала компьютерной графики / Е. В. Шикин, А. В. Боресков, А. А. Зайцев. – Москва : ДИАЛОГ-МИФИ, 1993. – 138 с. – ISBN 5-86404-035-5. – Текст : непосредственный.