

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Таныгин Максим Олегович

Должность: и.о. декана факультета фундаментальной и прикладной информатики

Дата подписания: 21.09.2020 13:06:21


Уникальный программный ключ:

65ab2aa0d384efe8480e6a4c688eddbc475e411y

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра программной инженерии

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова
« 28 » 10 _____ 2020 г.

НАХОЖДЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКА В СЕТИ

Методические указания для выполнения лабораторной работы по дисциплине «Дискретная математика» для студентов направления подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Курск - 2020

УДК 519.71

Составитель: Р.А. Томакова

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент *А.В. Малышев*

Нахождение максимального потока в сети: методические указания для выполнения лабораторной работы по дисциплине «Дискретная математика» для студентов направления подготовки 09.03.04 Программная инженерия/ Юго-Зап. гос. ун-т; сост. Р.А. Томакова. Курск, 2020. 10 с.

Составлены в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования направления подготовки 09.03.04 Программная инженерия и на основании учебного плана направления подготовки 09.03.04 Программная инженерия.

В методических указаниях представлены основные алгоритмы оптимизации на графовых моделях, необходимые для выполнения лабораторной работы по дисциплине «Дискретная математика», сформулированы требования для ее выполнения, разобраны примеры выполнения заданий, приведены вопросы к защите.

Предназначены для студентов, обучающихся направления подготовки 09.03.04 Программная инженерия (профиль «Разработка программно-информационных систем») всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать *28. 10. 20* . Формат 60×84 1/16.

Усл. печ. л. 2,2 . Уч.- изд. л. 2,0. Тираж 25 экз. Заказ. 1390. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

НАХОЖДЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКА В СЕТИ

Цель работы:

1. Изучение основных понятий теории графов, предназначенных для практических реализаций;
2. Приобретение навыков построения оптимальных структур на основе графовых моделей;

ЗАДАНИЕ

1. Создать транспортную сеть, представленную в виде графа, содержащую 11 вершин, а также вершину - источник (S) и вершину – сток (t).
2. Сформировать пропускные способности дуг так, чтобы пропускная возможность дуги в направлении $S \rightarrow 1 = n$, где n номер студента в списке журнала группы. Остальные значения пропускных возможностей выбрать произвольно.
3. Реализовать по итерациям алгоритм нахождения максимального потока в сети.
4. Вычислить величину максимального потока.
3. Представить граф потоков.

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Алгоритм метода.

1. Найти цепь, соединяющую S и t , по которой поток принимает положительное значение в направлении $S \rightarrow t$. Если такой цепи не существует, то перейти к шагу 3. Иначе, выполнить шаг 2.

2. Обозначить C_{ij}^- – пропускные способности дуг цепи в направлении от $S \rightarrow t$. Обозначить C_{ij}^+ – пропускные способности дуг цепи в направлении от $t \rightarrow S$.

Пусть $\theta = \min\{C_{ij}^-\} > 0$.

Преобразовать матрицу пропускных способностей $\|C_{ij}\|$ следующим образом:

- 1) вычесть θ из всех C_{ij}^- ;
- 2) прибавить θ ко всем C_{ij}^+ .

Заменить текущую матрицу $\|C_{ij}\|$ на вновь полученную и перейти к шагу 1.

3. Найти максимальный поток в сети.

Пусть $C = \|C_{ij}\|$ – исходная матрица пропускных способностей, $C^* = \|C_{ij}^*\|$ – последняя матрица, получившаяся в результате модификации исходной. Тогда оптимальный поток в дугах определяется матрицей $X = \|X_{ij}\|$, элементы которой равны

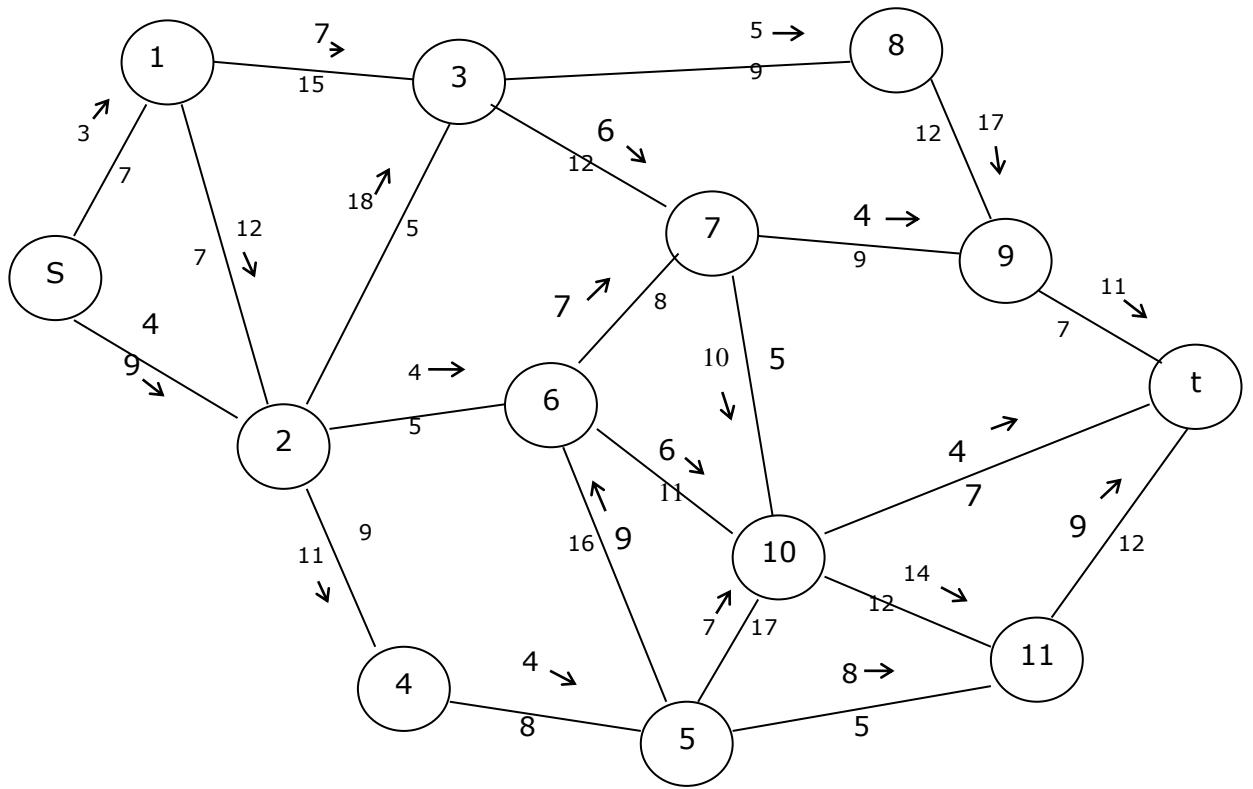
$$X_{ij} = \begin{cases} C_{ij} - C_{ij}^*, & \text{если } C_{ij} > C_{ij}^*; \\ 0, & \text{если } C_{ij} \leq C_{ij}^*. \end{cases}$$

Максимальный поток из S в t равен

$$Z = \sum_j X_{sj} = \sum_i X_{it}.$$

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Пусть имеется транспортная сеть, представленная в виде графовой структуры:



Составим матрицу пропускных возможностей дуг

	S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	t
S		3	9										
1	7		12	7									
2	4	7		18	11		4						
3		15	5					6	5				
4			9			4							
5					8	9					7	8	
6			5			16		7			6		
7				12			8			4	10		
8				9						17			
9								9	12				11
10						17	11	5				14	4
11						5					12		9
t										7	7	12	

1. Рассмотрим цепь: $S \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow t$. Пометим пропускные возможности цепи в прямом направлении C_{ij}^- .

Определим минимальную величину пропускных способностей

$$\Theta = \min \{3, 7, 5, 17, 11\} = 3$$

$t \rightarrow 9 \rightarrow 8 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow S$. Пометим пропускные возможности цепи в обратном направлении C_{ij}^+ . Вычтем $\theta = 3$ из пропускных способностей, помеченных знаком «-», и прибавим $\theta = 3$ к пропускным способностям, полученным со знаком «+». В результате преобразования получим матрицу

	S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	t
S		0	9										
1	10		12	4									
2	4	7		18	11		4						
3		18	5					6	2				
4			9			4							
5					8		9				7	8	
6			5			16		7			6		
7				12			8			4	10		
8				12						14			
9								9	15				8
10						17	11	5				14	4
11						5					12		9
t										10	7	12	

2. Рассмотрим цепь: $S \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 10 \rightarrow t$. Пометим пропускные возможности цепи в прямом направлении C_{ij}^- .

$$\Theta = \min \{9, 4, 6, 4\} = 4$$

Рассмотрим цепь: $t \rightarrow 10 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow S$. Пометим пропускные возможности цепи в обратном направлении C_{ij}^+ . Вычтем $\theta = 4$ из пропускных способностей, помеченных знаком «-», и прибавим $\theta = 4$ к пропускным способностям, полученным со знаком «+». В результате преобразования получим матрицу

	S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	t
S		0	5										
1	10		12	4									
2	8	7		18	11		0						
3		18	5					6	2				
4			9			4							
5					8		9				7	8	
6			9			16		7			2		
7				12			8			4	10		
8				12						14			
9								9	15				8
10						17	15	5				14	0
11						5					12		9
t										10	11	12	

3. Рассмотрим цепь: $S \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow t$. Пометим пропускные возможности цепи в прямом направлении C_{ij}^- . $\Theta = \min \{5, 18, 6, 10, 14, 9\} = 5$. $t \rightarrow 11 \rightarrow 10 \rightarrow 7 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow S$ C_{ij}^+

	S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	t
S		0	0										
1	10		12	4									
2	13	7		13	11		0						
3		18	10					1	2				
4			9			4							
5					8		9				7	8	
6			9			16		7			2		
7				17			8			4	5		
8				12						14			
9								9	15				8
10						17	15	10				9	0
11						5					17		4
t										10	11	17	

В результате преобразований получили все нулевые элементы строки S, тогда матрица является преобразованной $C^* = \|C_{ij}^*\|$.

Перейдем к нахождению матрицы потоков в сети $X = \|X_{ij}\|$, элементы которой определяются по формуле

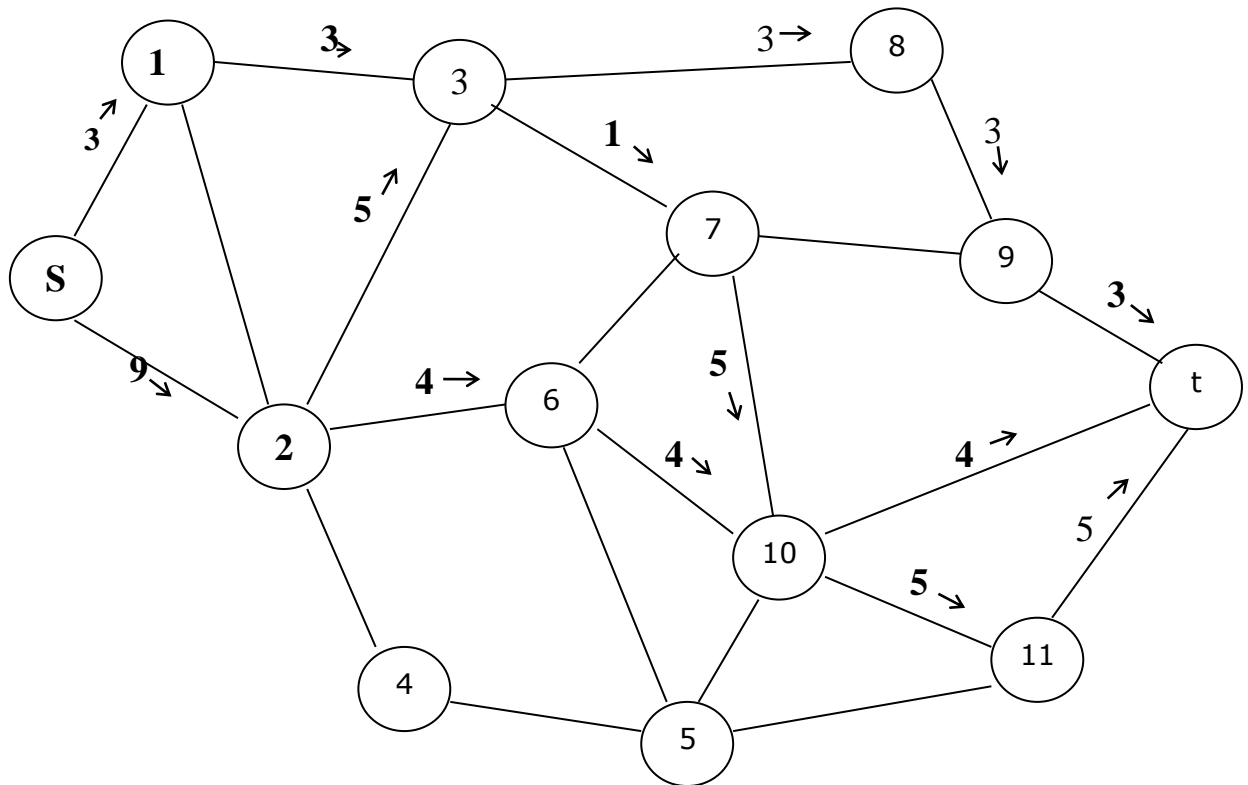
$$X_{ij} = \begin{cases} C_{ij} - C_{ij}^*, & \text{если } C_{ij} > C_{ij}^*; \\ 0, & \text{если } C_{ij} \leq C_{ij}^*. \end{cases}$$

	S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	t
S		3	9										
1	0		0	3									
2	0	0		5	0		4						
3		0	0					1	3				
4			0			0							
5					0		0				0	0	
6			0			0		0			4		
7				0			0			0	5		
8				0						3			
9								0	0				3
10						0	0	0				5	4
11						0					0		5
t										0	0	0	

Максимальный поток из S в t равен

$$Z = \sum_j X_{sj} = \sum_i X_{it} = 12.$$

Граф распределения максимального возможного потока в транспортной сети имеет вид



Контрольные вопросы

1. Для каких графов применим алгоритм нахождения максимального потока в сети?
2. Как выполняется преобразование матрицы пропускных способностей дуг?
3. Сформулируйте условия окончания преобразования матрицы пропускных способностей дуг в сети.
4. Как определяются элементы матрицы потоков?
5. Как рассчитывается величина максимального потока в сети?

