

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таныгин Максим Олегович
Должность: и.о. декана факультета фундаментальной и прикладной информатики
Дата подписания: 21.09.2023 13:08:50
Уникальный программный ключ:
65ab2aa0d384efe8480e6a4c688eddbc475e411a

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

«Юго-Западный государственный университет»

Кафедра программной инженерии

Синтез автомата Мили

Методические указания к лабораторному занятию №2
по дисциплине «Теория автоматов и формальных языков»

Курск - 2016

Цель работы: изучение структурного синтеза синхронного конечного автомата Мили, закон функционирования которого представлен в виде ориентированного графа.

Теоретические сведения

Абстрактный автомат Мили

Абстрактный автомат Мили задается функцией переходов

$$a(t+1) = \delta (a(t), x(t)) \quad (2.1)$$

и функцией выходов

$$y(t) = \lambda (a(t), x(t)) \quad (2.2)$$

В выражениях (2.1) и (2.2) $a(t)$ и $a(t+1)$ – состояния автомата, принадлежащие конечному множеству внутренних состояний $A = \{ a_0, a_1, \dots, a_{n-1} \}$, $t = 0, 1, 2, \dots$ – дискретное автоматное время, $x(t) \in X = \{ x_1, x_2, \dots, x_k \}$ – входной сигнал и $y(t) \in Y = \{ y_1, y_2, \dots, y_p \}$ – выходной сигнал.

В отличие от абстрактного автомата Мура, функция выходов λ автомата Мили зависит не только от состояния автомата $a(t)$, но и от входного сигнала $x(t)$. Абстрактный автомат Мили имеет один вход и один выход (рис.1.1). При схемной реализации автомат обычно имеет k двоичных входов и p двоичных выходов, причем $k \geq 1, p \geq 1$.

Пример структурного синтеза автомата Мили

Воспользуемся упрощенным вариантом канонического метода структурного синтеза автомата Мили. Пусть автомат Мили S_2 задан орграфом, изображенным на рис.2.1а. Входные и выходные сигналы этого автомата показаны на рис.2.1б. Автомат формирует пять выходных сигналов y_1, y_2, \dots, y_5 с учетом трех логических условий (входных сигналов) x_1, x_2 , и x_3 . Для запуска автомата используется входной сигнал V . Входные сигналы соответствуют моментам времени, в которые на вход синхронизации поступает сигнал от тактового генератора.

Вершины графа отмечены символами состояний a_0, \dots, a_4 и их двоичными кодами. Направленные дуги графа имеют двойное обозначение. Символы слева от косой черты описывают существенные входные сигналы, переводящие автомат из состояния a_i в состояние a_j . Другие входные сигналы могут быть не обязательно нулевыми. Прочерк в обозначении дуги, идущей от состояния a_4 к состоянию a_0 означает, что входные сигналы не определены. Другими словами, переход из a_4 в a_0 происходит при любых значениях логических условий x_1, x_2, x_3 . Символы, стоящие справа от косой черты, определяют равные 1

выходные сигналы, возникающие при этом переходе. Остальные выходные сигналы считаются нулевыми. В начальном состоянии все выходные сигналы равны 0.

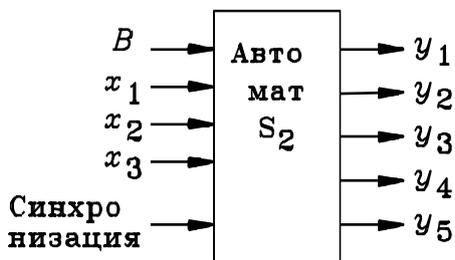
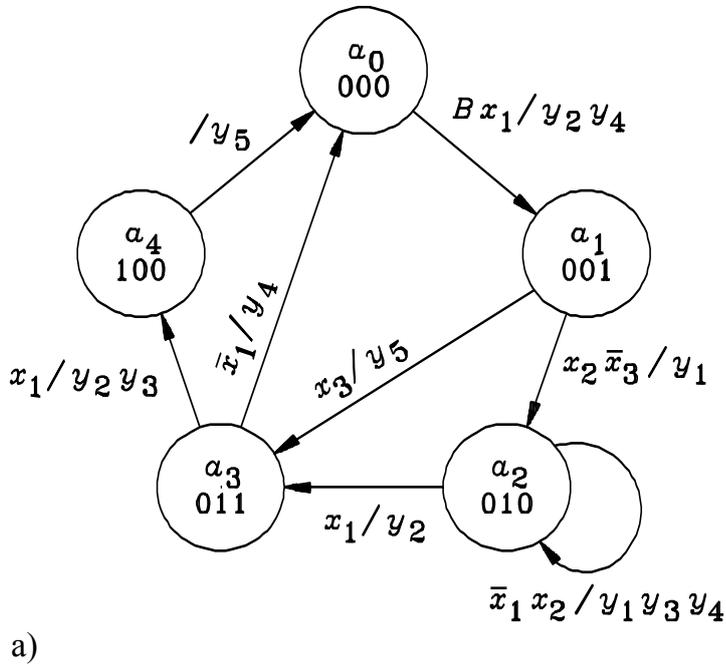


Рис.2.1. Отмеченный ориентированный граф автомата Мили S_2 (а) и изображение структурного автомата S_2 в виде "черного ящика" (б)

Для представления каждого из n возможных состояний автомата необходимо

$$m = \lceil \log_2 n \rceil \quad (2.3)$$

бистабильных элементов памяти, например, триггеров. Здесь знаком $\lceil \rceil$ обозначено наименьшее целое число, большее или равное $\log_2 n$. Так как число

состояний автомата S_2 $n = 5$, то для его схемной реализации необходимо $m = 3$ триггера.

Структурная схема автомата Мили S_2 на D -триггерах приведена на рис.2.2. На входы комбинационной схемы подаются сигналы условий x_1, x_2 и x_3 , пусковой сигнал B и сигналы Q_2, Q_1, Q_0 с прямых выходов триггеров памяти состояний. Нередко используются и сигналы с инверсных выходов $\overline{Q_2}, \overline{Q_1}, \overline{Q_0}$ триггеров, но это не отражено на рис.2.2. Комбинационная схема вырабатывает две группы выходных сигналов: выходные сигналы y_1, \dots, y_5 автомата и сигналы возбуждения D_2, D_1, D_0 триггеров памяти состояний. Триггеры двухступенчатые, входы C объединены и на них подаются сигналы синхронизации. В данном случае применяется один из способов борьбы с гонками в цифровых схемах.

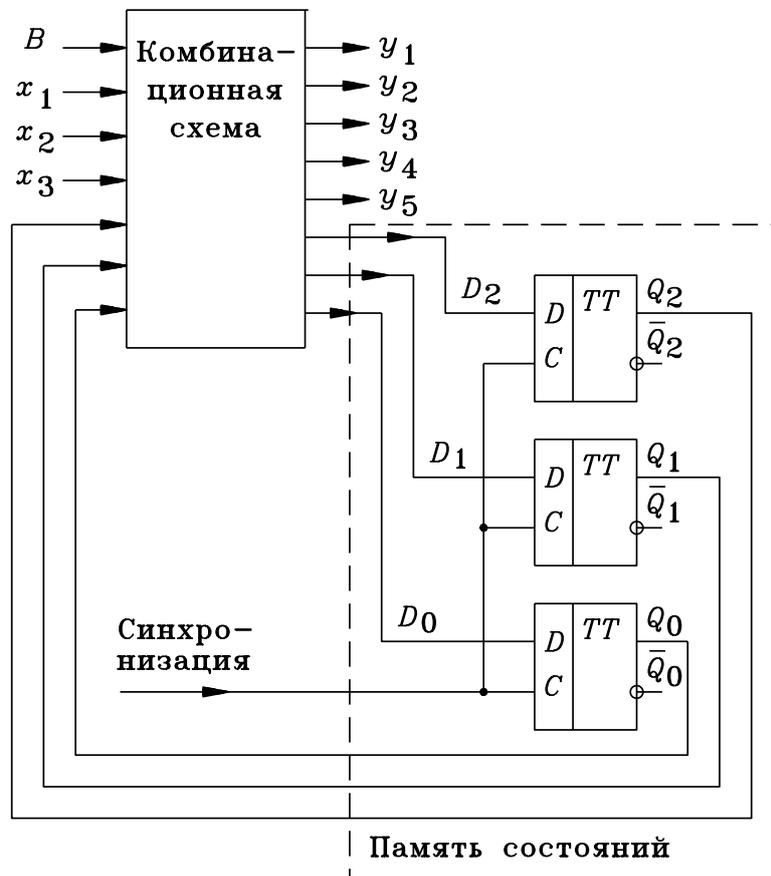


Рис.2.2. Структурная схема автомата Мили S_2

До переключения в первой и второй ступенях триггеров хранится одинаковая информация $a(t)$ о состоянии автомата в дискретный момент времени t . В процессе переключения автомата в первую ступень триггеров записывается новое состояние $a(t + 1)$, а во второй ступени триггеров сохраняется состояние $a(t)$. Этим обеспечиваются стабильные условия формирования всех управляющих сигналов и, в частности, сигналов

возбуждения триггеров первой ступени. Выходные сигналы триггеров первой ступени подаются только на информационные входы триггеров второй ступени. На завершающей стадии переключения автомата в состояние $a(t + 1)$ информация из триггеров первой ступени копируется в триггеры второй ступени.

По графу автомата S_2 (рис.2.1а) можно составить таблицу переходов, выходных сигналов и сигналов возбуждения D -триггеров (табл.2.1). Особенностью табл.2.1 является то, что номера запрещенных наборов аргументов не указаны, а значения функций на них приняты равными 0. В случае автомата S_2 число аргументов равно 7. Это $Q_2, Q_1, Q_0, B, x_1, x_2, x_3$. Переключательная функция семи аргументов определена на $2^7 = 128$ наборах. Такое большое число наборов затрудняет минимизацию переключательных функций. Доопределение переключательных функций нулями на всех без исключения запрещенных наборах не обеспечивает, конечно, оптимального решения с точки зрения аппаратных затрат, но зато очень упрощает проектирование.

В табл.2.1 вместо единиц в правой части записаны соответствующие им термы, вместо нулей оставлены пропуски. Можно заполнение правой части табл.2.1. выполнить аналогично правой части табл.1.6, а представление единиц термами сделать при записи выражений для выходных сигналов и сигналов возбуждения.

Из табл.2.1 следует, что

$$\begin{aligned}
 D_2 &= a_3 x_1, & y_2 &= a_0 B x_1 \vee a_2 x_1 \vee a_3 x_1, \\
 D_1 &= a_1 x_2 \bar{x}_3 \vee a_1 x_3 \vee a_2 \bar{x}_1 x_2 \vee a_2 x_1, & y_3 &= a_2 \bar{x}_1 x_2 \vee a_3 x_1, \\
 D_0 &= a_0 B x_1 \vee a_1 x_3 \vee a_2 x_1, & y_4 &= a_0 B x_1 \vee a_2 \bar{x}_1 x_2 \vee a_3 \bar{x}_1, \\
 y_1 &= a_1 x_2 \bar{x}_3 \vee a_2 \bar{x}_1 x_2, & y_5 &= a_1 x_3 \vee a_4.
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Упростить выражения (2.4) с помощью формул булевой алгебры не удастся.

Введя обозначения

$$\begin{aligned}
 a_3 x_1 &= p_1, & a_2 x_1 &= p_5, \\
 a_1 x_2 \bar{x}_3 &= p_2, & a_0 B x_1 &= p_6, \\
 a_1 x_3 &= p_3, & a_3 \bar{x}_1 &= p_7, \\
 a_2 \bar{x}_1 x_2 &= p_4,
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

из (2.4) получим:

$$\begin{aligned}
 D_2 &= p_1, & y_2 &= p_6 \vee p_5 \vee p_1, \\
 D_1 &= p_2 \vee p_3 \vee p_4 \vee p_5, & y_3 &= p_4 \vee p_1, \\
 D_0 &= p_6 \vee p_3 \vee p_5, & y_4 &= p_6 \vee p_4 \vee p_7, \\
 y_1 &= p_2 \vee p_4, & y_5 &= p_3 \vee a_4.
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Представим выражения (2.6) в базисе Шеффера. Так как из формулы де Моргана $\overline{x_1 \vee x_2} = \bar{x}_1 \bar{x}_2$ и формулы двойного отрицания $\overline{\bar{x}} = x$ следует, что

$$\overline{x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n} = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \dots \bar{x}_n \text{ и } x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_n = \overline{\bar{x}_1 \bar{x}_2 \dots \bar{x}_n} = \bar{x}_1 | \bar{x}_2 | \dots | \bar{x}_n$$

где знак $|$ – штрих Шеффера, то выражения (2.6) приобретают вид

$$\begin{aligned} D_2 &= p_1, & y_2 &= \bar{p}_6 | \bar{p}_5 | \bar{p}_1, \\ D_1 &= \bar{p}_2 | \bar{p}_3 | \bar{p}_4 | \bar{p}_5, & y_3 &= \bar{p}_4 | \bar{p}_1, \\ D_0 &= \bar{p}_6 | \bar{p}_3 | \bar{p}_5, & y_4 &= \bar{p}_6 | \bar{p}_4 | \bar{p}_7, \\ y_1 &= \bar{p}_2 | \bar{p}_4, & y_5 &= \bar{p}_3 | \bar{a}_4. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Таблица 2.1

Таблица переходов и сигналов возбуждения D -триггеров автомата Мили S_2

Номер перехода	Исходное состояние	Код исходного состояния	Следующее состояние	Код следующего состояния	Входной набор	Выходные сигналы					Сигналы возбуждения		
						$y_1(t)$	$y_2(t)$	$y_3(t)$	$y_4(t)$	$y_5(t)$	$D_2(t)$	$D_1(t)$	$D_0(t)$
1	a_0	000	a_1	001	Bx_1		a_0Bx_1		a_0Bx_1				a_0Bx_1
2	a_1	001	a_2	010	$x_2\bar{x}_3$	$a_1x_2\bar{x}_3$						$a_1x_2\bar{x}_3$	
3			a_3	011	x_3				a_1x_3		a_1x_3	a_1x_3	
4	a_2	010	a_2	010	\bar{x}_1x_2	$a_2\bar{x}_1x_2$		$a_2\bar{x}_1x_2$	$a_2\bar{x}_1x_2$			$a_2\bar{x}_1x_2$	
5			a_3	011	x_1		a_2x_1				a_2x_1	a_2x_1	a_2x_1
6	a_3	011	a_0	000	\bar{x}_1				$a_3\bar{x}_1$				
7			a_4	100	x_1		a_3x_1	a_3x_1			a_3x_1		
8	a_4	100	a_0	000	—				a_4				

Для выделения состояний автомата используем дешифратор. Дешифратор – это цифровая схема комбинационного типа (т.е. без памяти) имеющая n входов, называемых адресными, и до 2^n выходов. Дешифратор выполняет преобразование n -разрядного позиционного кода входных сигналов в код “1 из 2^n ” на выходах. Выходные сигналы полного дешифратора, имеющего три адресных входа, можно представить следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \overline{Q_2} \overline{Q_1} \overline{Q_0}, & a_4 &= Q_2 \overline{Q_1} \overline{Q_0}, \\
 a_1 &= \overline{Q_2} \overline{Q_1} Q_0, & a_5 &= Q_2 \overline{Q_1} Q_0, \\
 a_2 &= \overline{Q_2} Q_1 \overline{Q_0}, & a_6 &= Q_2 Q_1 \overline{Q_0}, \\
 a_3 &= \overline{Q_2} Q_1 Q_0, & a_7 &= Q_2 Q_1 Q_0.
 \end{aligned}
 \tag{2.8}$$

Например, если на входах дешифратора, описываемого формулами (2.8), подать сигналы $Q_2 Q_1 Q_0 = 011_{(2)} = 3_{(10)}$, то лишь на выходе a_3 дешифратора будет логическая 1, на остальных – 0. В поле входных сигналов условного графического обозначения дешифратора (смотрите рис.2.3) записываются обычно цифры весовых коэффициентов разрядов входных сигналов. В поле выходных сигналов ставятся десятичные номера от 0 до 2^n-1 . Если дешифратор с n входами имеет 2^n выходов, то его называют полным. У неполного дешифратора просто меньше выходов.

При схемной реализации автомата Мили S_2 выходы a_5 , a_6 и a_7 полного дешифратора останутся свободными.

На рис.2.3 изображена функциональная схема автомата Мили на основе D -триггеров К155ТМ2, логических элементов типа И–НЕ и дешифратора состояний, выполненного в виде дополнительного блока. Незадействованные входы триггеров и логических элементов И–НЕ оставлены свободными для упрощения сборки схемы на лабораторном макете. Свободные входы ТТЛ-микросхем как бы подключены к логической 1. В отдельных выражениях системы переключательных функций (2.7) встречаются общие части, что использовано для уменьшения общих аппаратурных затрат на реализацию комбинационной схемы автомата.

Выполним синтез автомата Мили на JK -триггерах. В табл.2.1 тип триггеров влияет лишь на один раздел. Чтобы не повторять большую часть табл.2.1, ограничимся первым столбцом с номерами переходов и изменим раздел “Сигналы возбуждения” (табл.2.2).

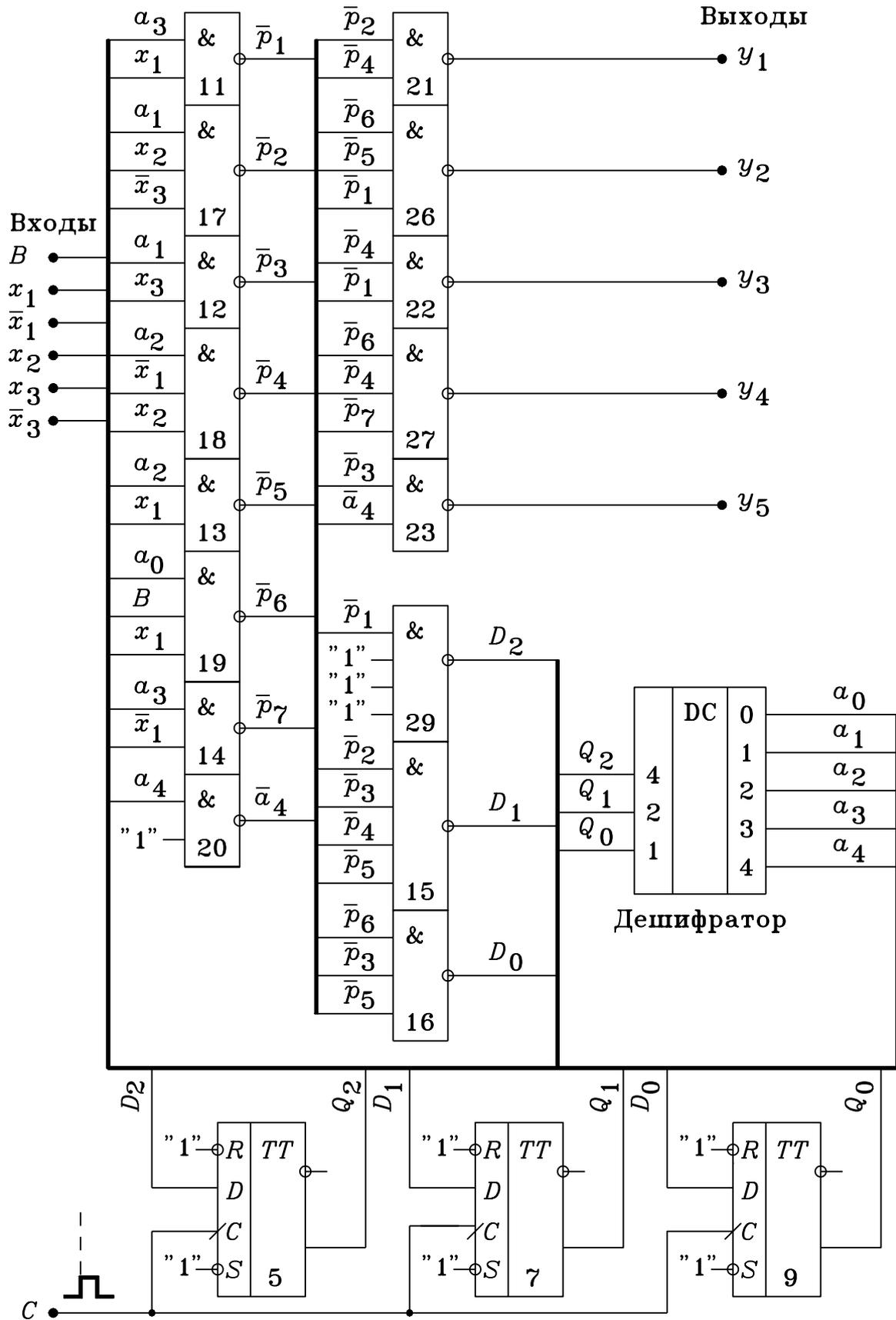


Рис.2.3. Автомат Мили S_2 с памятью состояний на D -триггерах

Таблица сигналов возбуждения JK -триггеров автомата Мили S_2

Номер перехода	Сигналы возбуждения					
	$J_2(t)$	$K_2(t)$	$J_1(t)$	$K_1(t)$	$J_0(t)$	$K_0(t)$
1					$a_0 B x_1$	
2			$a_1 x_2 \bar{x}_3$			$a_1 x_2 \bar{x}_3$
3			$a_1 x_3$			
4			$a_2 \bar{x}_1 x_2$			
5					$a_2 x_1$	
6				$a_3 \bar{x}_1$		$a_3 \bar{x}_1$
7	$a_3 x_1$			$a_3 x_1$		$a_3 x_1$
8		a_4				

При составлении таблицы 2.2:

- ◆ принято, что на всех запрещенных наборах значения переключательных функций равны 0;
- ◆ в табл.1.5 сигналов возбуждения JK -триггера вместо знаков “–” поставлены 0;
- ◆ вместо единиц в табл.2.2 записаны математические выражения соответствующих им термов;
- ◆ пустые места в табл.2.2 могут быть заполнены нулями.

Сигналы возбуждения JK -триггеров автомата S_2 описываются следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
 J_2 &= a_3 x_1, & K_1 &= a_3 \bar{x}_1 \vee a_3 x_1 = a_3, \\
 K_2 &= a_4, & J_0 &= a_0 B x_1 \vee a_2 x_1, \\
 J_1 &= a_1 x_2 \bar{x}_3 \vee a_1 x_3 \vee a_2 \bar{x}_1 x_2, & K_0 &= a_1 x_2 \bar{x}_3 \vee a_3 \bar{x}_1 \vee a_3 x_1 = a_1 x_2 \bar{x}_3 \vee a_3.
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Воспользовавшись обозначениями (2.5), получаем:

$$\begin{aligned}
 J_2 &= p_1, & K_1 &= a_3, \\
 K_2 &= a_4, & I_0 &= p_6 \vee p_5, \\
 J_1 &= p_2 \vee p_3 \vee p_4, & K_0 &= p_2 \vee a_3.
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

В базисе Шеффера система уравнений (2.10) приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned}
 J_2 &= p_1, & K_1 &= a_3, \\
 K_2 &= a_4, & J_0 &= \bar{p}_6 | \bar{p}_5, \\
 J_1 &= \bar{p}_2 | \bar{p}_3 | \bar{p}_4, & K_0 &= \bar{p}_2 | \bar{a}_3
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Функциональная схема автомата S_2 , построенная по (2.5) и (2.11), приведена на рис.2.4.

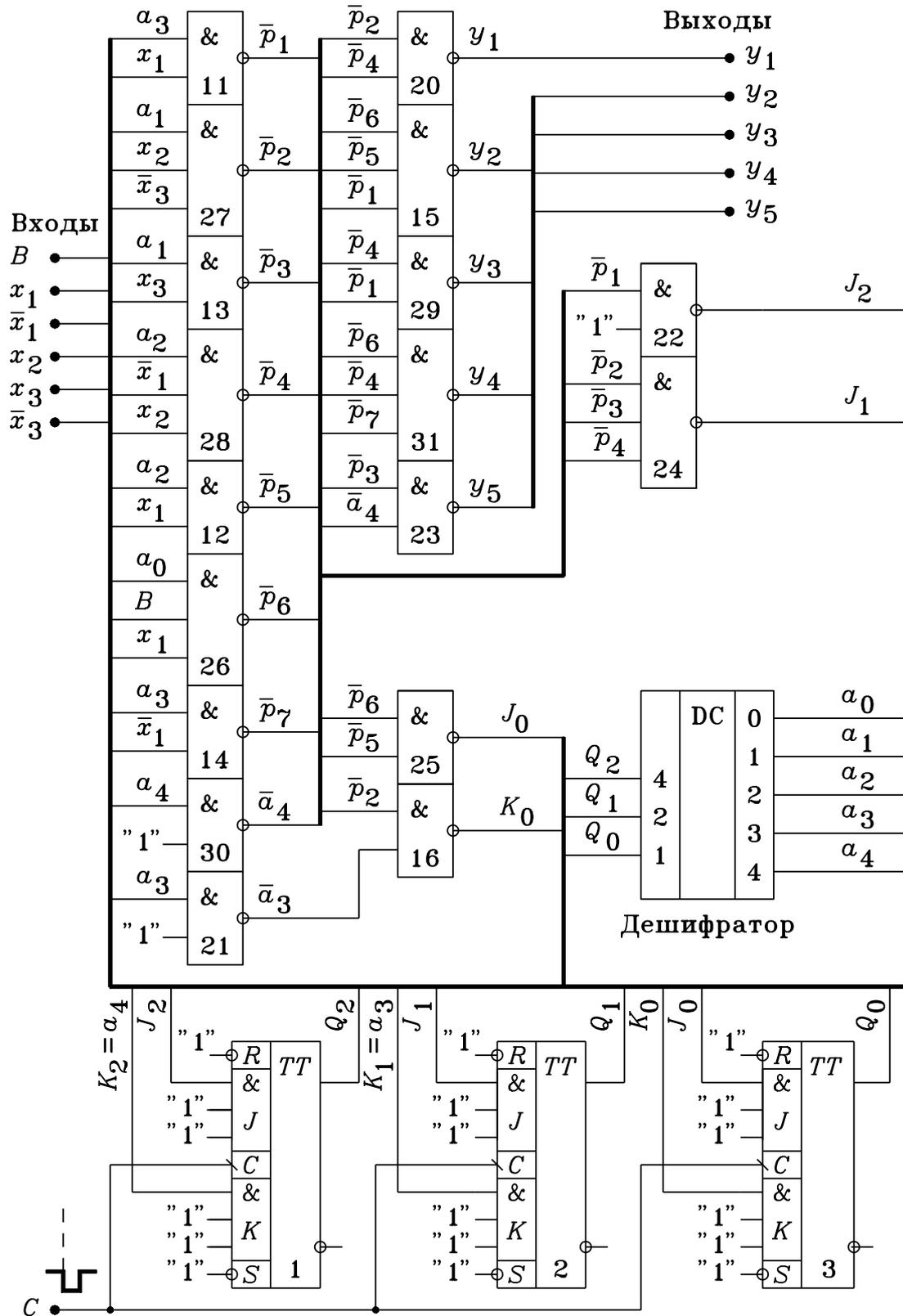


Рис.2.4. Автомат Мили S_2 с памятью состояний на JK -триггерах

Примечание. Рассмотренный упрощенный структурный синтез не обеспечивает построение минимальной комбинационной части автомата. Эту

же задачу можно решить без применения дешифратора по методике, аналогичной описанной в лабораторной работе №1. Преимущества приведенного способа синтеза становятся ощутимее при увеличении числа входных сигналов и состояний автомата.

Задание

1. Синтезировать на *D*-триггерах заданный вариант автомата Мили.
2. Синтезировать автомат Мили на *JK*-триггерах. Начертить схему.
3. Подготовить ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы

1. Чем отличается автомат Мили от автомата Мура?
2. Написать уравнения, задающие закон функционирования абстрактного автомата Мили. Пояснить.
3. Влияют ли изменения входных сигналов на выходные сигналы автомата Мили в промежутках времени между двумя импульсами синхронизации?
4. Повлияет ли скачкообразное изменение входного сигнала на состояние автомата Мили в промежутках времени между двумя импульсами синхронизации?

Содержание отчета

1. Название лабораторной работы.
2. Номер варианта, граф автомата.
3. Таблица, формулы и их преобразования, функциональная схема автомата Мили на *D*-триггерах.
4. То же для автомата на *JK*-триггерах.
5. Выводы.

Варианты заданий для синтеза автомата Мили

