**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра программной инженерии

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_________ О.Г. Локтионова
«26» марта 2015 г.

# АНАЛИЗ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ НА БАЗЕ СЕТЕЙ ПЕТРИ

Методические указания по выполнению лабораторной работы по дисциплине «Теория вычислительных процессов» для студентов направления подготовки 231000.62

Курск 2015

УДК 681.3

Составитель: А.В. Малышев

Рецензент

Кандидат технических наук, начальник отдела информатизации ГУ КРО ФСС РФ *А.Ф. Рубанов*

**Анализ вычислительных процессов на базе сетей Петри** : методические указания по выполнению лабораторной работы по дисциплине «Теория вычислительных процессов» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост. А.В. Малышев. Курск, 2015. 19 с.: ил. 10. Библиогр.: с. 19

Содержат основные понятия теории сетей Петри, описание их формального и графового определений. Рассмотрена функциональная модель сети Петри в виде дерева достижимости и дан алгоритм построения дерева. Даны основные свойства сетей Петри, а также сформулированы задачи достижимости и покрываемости.

Предназначены для студентов направления подготовки 231000.62.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16
Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 100 экз. Заказ. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## 1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ.

Целью настоящей работы является изучение формальной модели описания параллельных процессов в виде сети Петри и получение практических навыков построения и анализа функциональной модели сети в виде дерева достижимости.

## 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ СЕТЕЙ ПЕТРИ.

Задача по установлению, представлению и последующему воспроизведению причинно-следственных связей и взаимодействий между элементами сложных вычислительных систем, а также систем программного обеспечения [1] становится особенно актуальной для систем параллельной обработки информации и систем параллельно действующих объектов (процессоров, ресурсов памяти, внешних устройств и т.п.). Наиболее распространенным формальным аппаратом, описывающим структуру и взаимодействие параллельных процессов являются системы типа сетей Петри.

Отправной точкой развития сетей Петри послужила докторская диссертация (1982 г.) немецкого исследователя Карла Адама Петри, в которой была построена сеть для моделирования ленты машины Тьюринга. Хотя данная работа сейчас представляет лишь исторический интерес, однако в ней Петри сформулировал основные положения теории связи автоматов, взаимодействующих асинхронно.

В дальнейшем теория сетей Петри разрабатывалась рядом авторов независимо друг от друга. Каждый автор, ставя перед собой определенные задачи, разрабатывал модификации оригинала, предоставляющие те или иные возможности исследователям разнообразных процессов и явлений. Так появился целый класс сетей Петри, который был создан на основе анализа базовой модели сети Петри.

Сети Петри являются математическим инструментом для создания моделей различных систем и используются в основном для моделирования и проектирования новых систем, а также анализа поведения уже существующих и функционирующих.

Реальные системы функционируют во времени и в пространстве [2]. Во всякой системе (социальной, биологической, физической, технической и т.п.) происходят какие-то события или действия при наличии или отсутствии определенных условий.

События и условия - два основополагающих понятия, дающие возможность построить модель функционирования той или иной системы в виде сети Петри. Использование термина «сеть» предполагает возможность графического представления сети Петри. С точки зрения теории графов сеть Петри есть ориентированный граф с двумя типами вершин, которые соединяются между собой ориентированными дугами.

В сети Петри условия моделируются позициями, которые графически изображают в виде кружка (рис. 1), при этом наличие фишки (метки) в соответствующем кружке указывает на выполнение условия или на наличие его. События же в сети Петри моделируются переходами, графически представляемыми барьером или планкой. Позиция и переход могут иметь несколько входных и выходных дуг.

Переходы описывают действия, происходящие в системе. Возникновение действия соответствует срабатыванию (или запуску) перехода. Множество условий определяет состояние системы, а выполнение условий представляется наличием фишек (меток) в соответствующих позициях. В свою очередь, невыполнение условий представляется отсутствием фишек. Так, если позиция не имеет фишек (0 фишек), событие не произойдёт. Если же позиция имеет одну фишку - событие произойдет один раз, а если *n* фишек - событие повторится *n* раз.

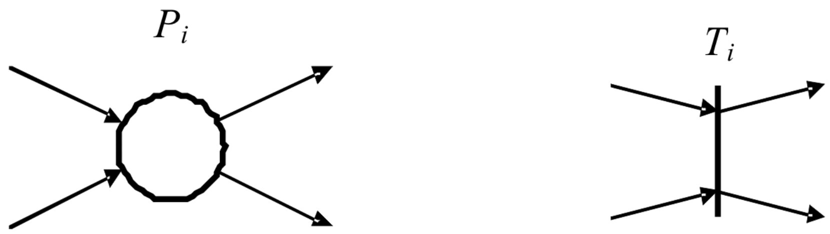


Рис. 1. Графическое представление условий и событий в сети Петри

Таким образом, семантика позиций, переходов и фишек такова:

- переходы моделируют возможные действия в системе;
- позиции хранят информацию о необходимых условиях свершения событий;
- фишки указывают на выполнимость условий в текущий момент времени.

На рис. 2 показана некоторая произвольная сеть Петри, в которой позиции $P_1$ и $P_3$ содержат соответственно две и одну точки внутри кружка, а позиции $P_2$ и $P_4$ таких точек не имеют. Этими точками как раз и обозначены так называемые метки (или фишки).

Если число фишек невелико (не более 5-7), то имеет смысл графически обозначать на чертеже графа их точками, в противном случае фишки записывают при разметке графа целыми положительными числами.

Графическое представление сети Петри удобно для наглядной иллюстрации её основных понятий, так как создаётся зрительный образ сети. Однако такое представление удобно лишь до определенной сложности топологии (структуры) графа. Поэтому теоретический анализ сетей Петри при моделировании с их помощью сложных объектов основывается на формальном определении сетей Петри.

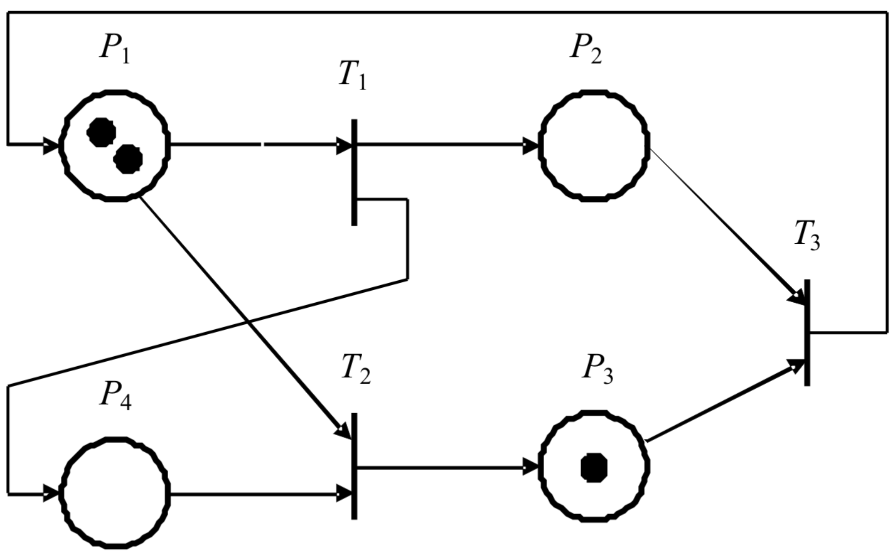


Рис. 2. Пример сети Петри с 3 метками

В ряде случаев расширений сетей Петри вводится понятие кратности дуг (рис. 3), ведущих от одной вершины графа к другой. Это своего рода множественная дуга или мультидуга. Позиции, дуги из которых ведут в переход называют входными для данного перехода, а позиции, в которые ведут дуги из перехода называют выходными. Например:

вх($t_3$) = {$p_2$,$p_4$},

вых($t_1$) = {$p_2$,$p_3$}.

Аналогично определяются множества входных и выходных переходов для позиций:

вх($p_4$) = {$t_2$,$t_3$},

вых($p_4$) = {$t_3$,$t_4$}.

Формально сеть Петри задается четверкой следующего вида:

С = <P,T,I,O>,

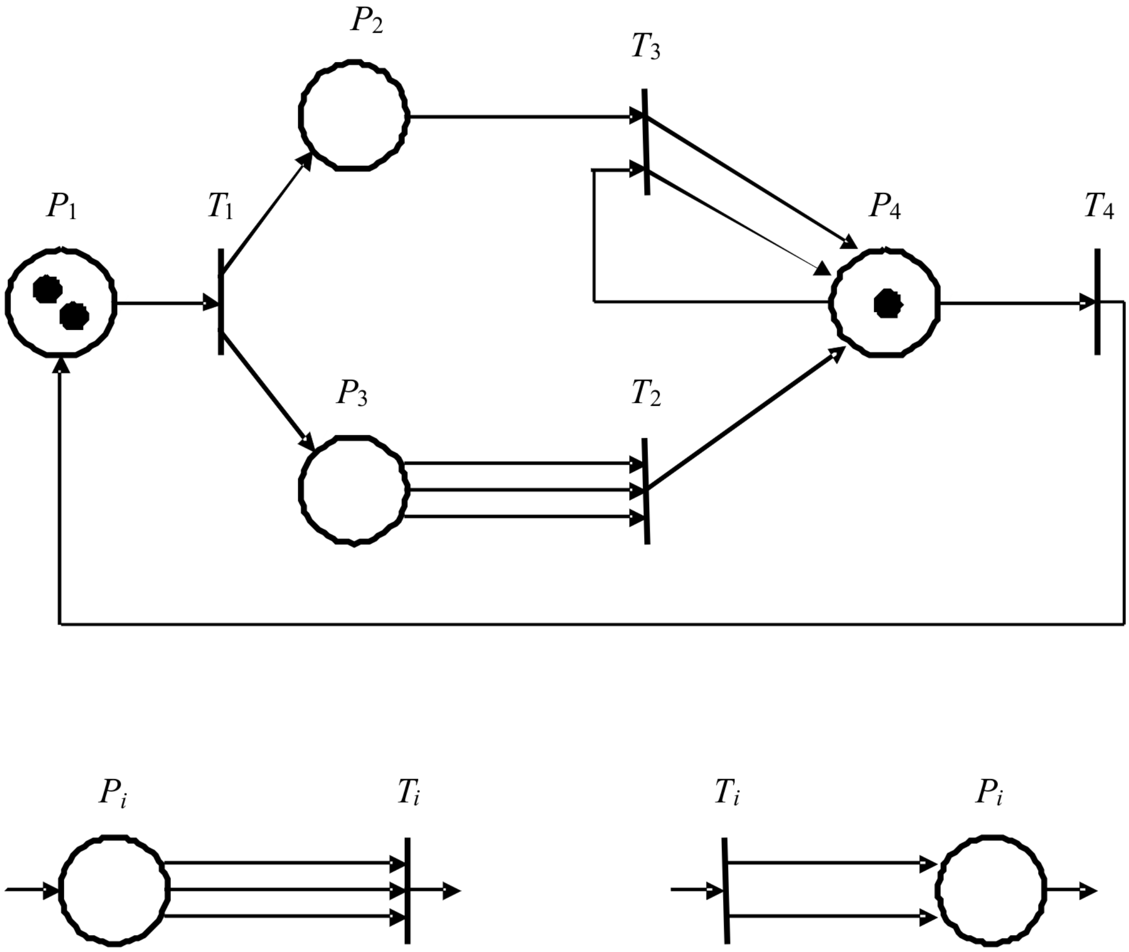


Рис. 3. Пример сети Петри с мультидугами

где P - конечное множество позиций; T - конечное множество переходов; I - входная функция инцидентности, указывающая на входные дуги переходов; O - выходная функция инцидентности, указывающая на выходные дуги переходов.

Таким образом, входная функция I отображает переход в множество входных позиций перехода, а выходная функция O отображает переход в множество его выходных позиций. Аналогично, для каждой позиции можно ввести определения множеств входных и выходных переходов. Например, сеть, изображенная на рис. 2, формально определяется следующим образом:

P={$P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$ } - множество позиций;

T = {$t_1$, $t_2$, $t_3$} - множество переходов;

$M_0 = \frac{P_1\ P_2\ P_3\ P_4}{2\ \ 0\ \ 1\ \ 0}$ - начальная разметка;

$$\left.\begin{aligned} I(t_1) &= \{p_1\} \\ I(t_2) &= \{p_1, p_4\} \\ I(t_3) &= \{p_2, p_3\} \end{aligned}\right\}$$ - входные функции переходов;

$$\left.\begin{aligned} O(t_1) &= \{p_2, p_4\} \\ O(t_2) &= \{p_3\} \\ O(t_3) &= \{p_1\} \end{aligned}\right\}$$ - выходные функции переходов;

Функции инцидентности для позиций будут иметь вид:

| | |
|---|---|
| $I(p_1) = \{t_3\}$ | $O(p_1) = \{t_1, t_2\}$ |
| $I(p_2) = \{t_1\}$ | $O(p_2) = \{t_3\}$ |
| $I(p_3) = \{t_2\}$ | $O(p_3) = \{t_3\}$ |
| $I(p_4) = \{t_1\}$ | $O(p_4) = \{t_2\}$ |

Введённые понятия относятся к статической структуре сети Петри. Динамические свойства сети определяются с помощью понятия маркировки. Маркировка $\mu$ сети Петри - это функция, отображающая множество позиций P в множество неотрицательных целых чисел $N$. Маркировка изображается с помощью помещаемых внутрь позиций фишек. Так маркировка сети, изображённой на рис. 2, определяется как

$\mu$ = (2, 0, 1, 0).

Примером применения сети Петри является сеть, описывающая систему с возможностью доступа к общему ресурсу для нескольких процессов (рис. 4). Так, если в системе работают два процессора с общей памятью, которые производят операции обработки, записи и считывания информации, то позиция $P$ в схеме является общей для переходов $t_1$ и $t_2$ и имеет одну фишку, которая изымается то одним, то другим переходом на время записи информации в память, обеспечивая при этом блокировку записи другим процессором.

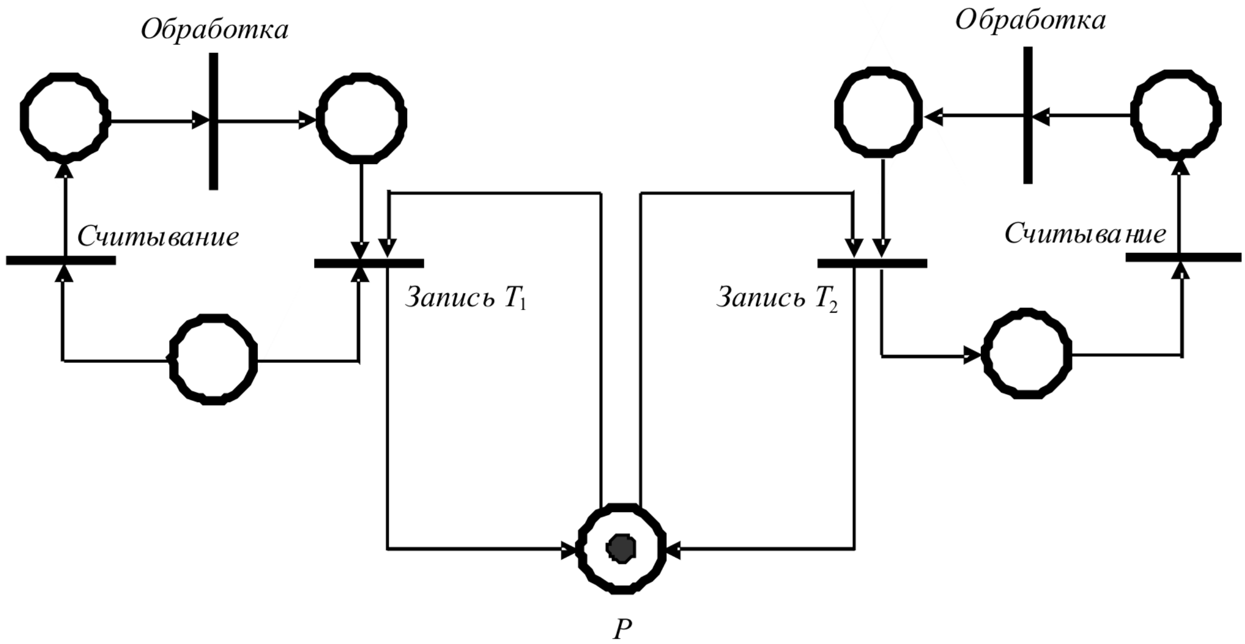


Рис. 4. Пример сети Петри для моделирования процессов с общей памятью

## 3. ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ СЕТИ ПЕТРИ.

Сеть Петри функционирует путём срабатываний переходов, ведущих к изменению разметки сети. Переход сети от одной разметки к другой разметке изменяет условия в системе, моделируемой данной сетью. Изменение условий в свою очередь приводит к очередным действий (свершению событий).

Здесь уместно ввести два новых понятия, которыми оперирует специалисты: предусловие и постусловие [3]. Предусловие моделируется входными позициями данного перехода, а постусловие - выходными позициями. Входная позиция данного перехода может быть выходной для другого перехода и наоборот**.**

Срабатывание перехода удаляет фишки, представляющие выполнение предусловия, и образуют новые фишки, представляющие выполнение (наличие) постусловий и т.д. Сеть Петри начинает функционировать при начальной разметке $\mu_0$, а смена разметок происходит при срабатывании одного из разрешённых переходов.

*Переход $t_j$ маркированной сети Петри с маркировкой $\mu$ называется разрешённым, если в каждой входной позиции $t_j$ находится не меньше фишек, чем из этой позиции исходит дуг в $t_j$:*

$$I\left(t_j\right) \leq \mu.$$

Всякий разрешённый переход может запуститься. В результате запуска перехода маркировка сети $\mu$ изменяется на новую по представленному ниже правилу. При этом при запуске перехода $t_j$ из всякой входной позиции $p_i$ перехода $t_j$ удаляется столько фишек, сколько дуг ведет из $p_i$ в $t_j$, а в каждую выходную позицию $p_k$ помещается столько фишек, сколько дуг ведет из $t_j$ в $p_k$:

$$\mu' = \mu - I(t_j) + O(t_j).$$

Таким образом, сеть Петри функционирует, переходя от разметки к разметке, например от некоторой, которую называют начальной, к некоторой промежуточной, или к заключительной (тупиковой) разметке, если она достижима. Тупиковой называют разметку, при которой не может сработать ни один переход.

Если в сети Петри имеется один переход, который может сработать, он обязательно сработает. Если могут сработать два или более переходов, то они срабатывают последовательно, но недетерминировано, т.е. нельзя заранее знать, какой именно переход должен сработать.

Таким образом, функционирование (иногда говорят выполнение) сети Петри можно трактовать как недетерминированную последовательность дискретных событий, т.к. выбор очередного запускаемого перехода осуществляется случайно, а возникающий порядок появления событий неоднозначен.

Рассмотрим пример функционирования сети Петри, изображённой на рис. 5. В таблице 1 приведен один из возможных её вариантов. Стоит отметить, что запуск других разрешенных переходов мог вызвать другие последовательности срабатываний.

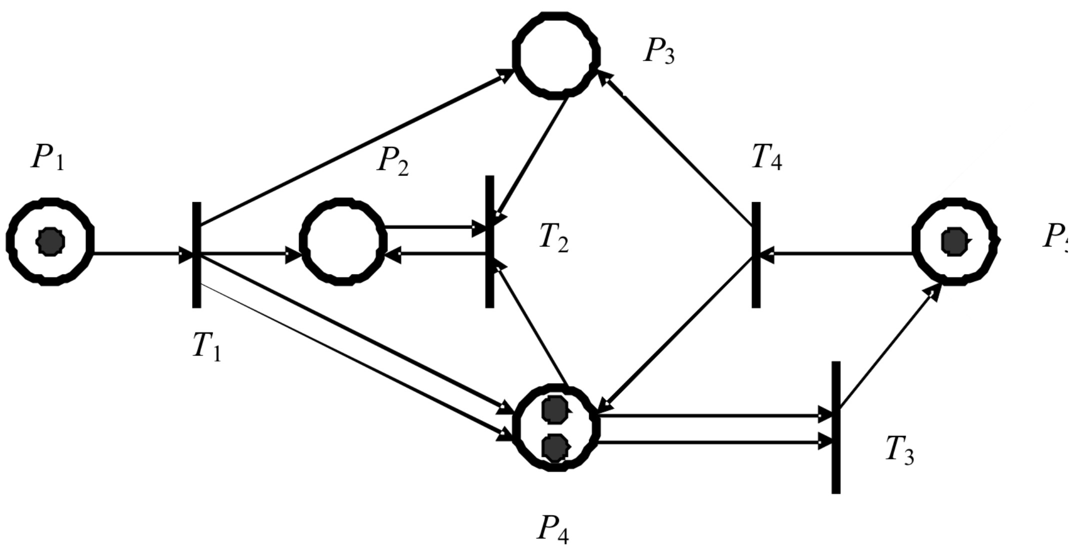


Рис. 5. Пример сети Петри с 4 метками

Таблица 1

Варианты срабатывания сети Петри

| **Разметка** | | | | | **Разрешённые переходы** | **Запуск** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $P_4$ | $P_5$ | | |
| 1 | 0 | 0 | 2 | 1 | $T_1$ $T_3$ $T_4$ | $T_4$ |
| 1 | 0 | 1 | 3 | 0 | $T_1$ $T_3$ | $T_1$ |
| 0 | 1 | 2 | 5 | 0 | $T_2$ $T_3$ | $T_3$ |

## 4. АНАЛИЗ СЕТЕЙ ПЕТРИ.

Одной из наиболее важных задач анализа сетей Петри является задача достижимости, т.е. достижима ли маркировка $\mu$ в данной сети. Важность этой задачи обусловлена тем, что маркировка служит интерпретацией состояния системы. Решение задачи достижимости позволит определить, достижимо ли определенное состояние, будь оно «плохим» или «хорошим» для системы.

Один их подходов к задаче анализа основан на построении дерева достижимости (ДД). Дерево достижимости - это ориентированное корневое дерево, вершинам которого соответствуют возможные маркировки, а дугам - переходы.

Корневой вершине ДД соответствует начальная маркировка. Построение дерева достижимости осуществляется последовательно, начиная от корневой вершины - на каждом шаге строится очередной ярус дерева. Например, для сети, изображённой на рис. 2, дерево достижимости с начальной разметкой (2, 0, 1, 0) после двух шагов имеет вид, представленный на рис. 6.

Назовем множество достижимых из $\mu$ маркировок множеством достижимости $R(C,\mu)$. Может оказаться, что для сетей Петри большой размерности, а также для ряда сетей с небольшим конечным числом вершин дерево достижимости окажется бесконечным. Сеть Петри, изображённая на рис. 7, имеет конечное множество достижимости, а дерево достижимости для неё - бесконечно.

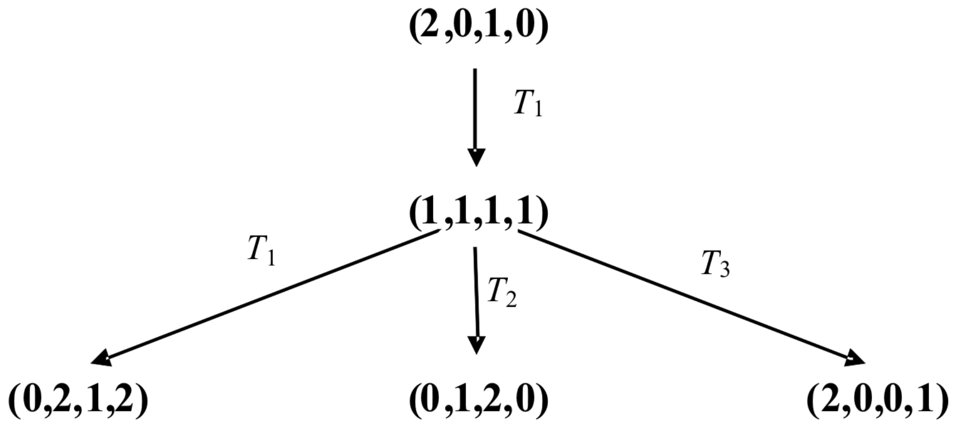


Рис. 6. Пример дерева достижимости сети Петри.

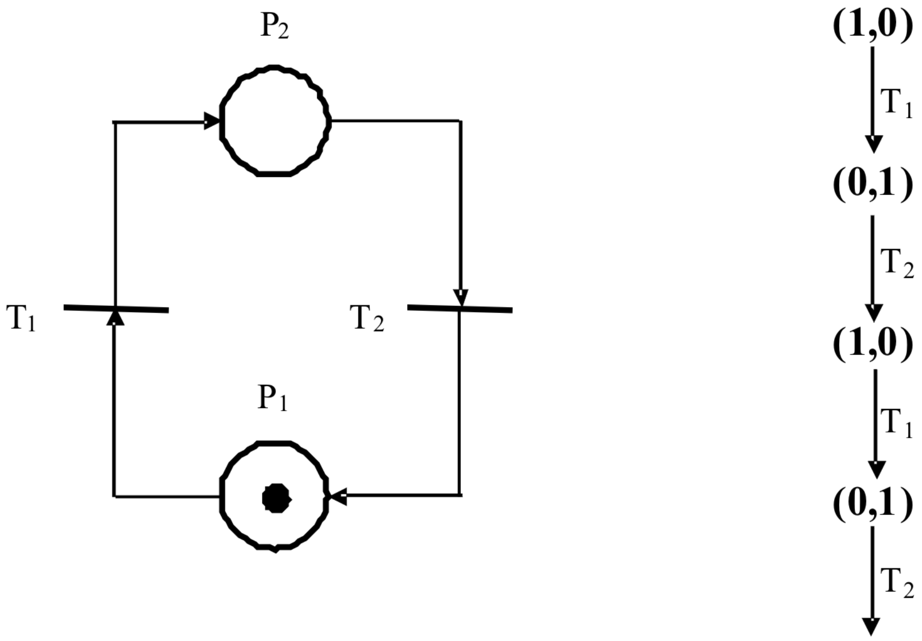


Рис. 7. Пример бесконечного дерева достижимости.

С целью эффективного анализа сетей Петри с помощью дерева достижимости специалисты пришли к выводу, что необходимо решить задачу представления бесконечного множества конечным, найти средства ограничения дерева до конечного размера. В общем случае это приведет к потере информации, однако существенно упростит задачи анализа сложных сетей Петри.

Различают следующие типы вершин и соответствующих маркировок:

1) граничные - вершины, построенные на очередном шаге алгоритма;
2) терминальные - граничные маркировки, из которых нет разрешённых переходов;
3) дублирующие - граничная вершина с маркировкой, уже существующей в дереве;
4) внутренние - вершина дерева, не являющаяся терминальной, граничной либо дублирующей.

Для обеспечения конечности ДД и сокращения разметок каждого шага используют следующие приёмы:

- не строятся исходящие дуги для терминальных и дублирующих вершин;

- используется расширенная маркировка введением специального символа $\omega$, который обозначает неограниченное число фишек в позиции, причём для любого целого положительного $a$ справедливо:

$$\omega + a = \omega - a = \omega + \omega = \omega - \omega = \omega.$$

В качестве иллюстрации возможности получения произвольного числа фишек путём запуска определённой последовательности переходов рассмотрим сеть, представленную на рис. 8.

Так, переход $t_1$ можно запускать столько раз, сколько фишек необходимо получить в позиции $p_2$, при этом будет порождаться бесконечная ветвь ДД:

$$(1,0,0) \rightarrow (1,1,0) \rightarrow (1,2,0) \rightarrow (1,3,0) \rightarrow \ldots.$$

Для рассмотренного примера очевидно, что маркировка, достигаемая при срабатывании $t_1$, может быть представлена как $(1, \omega, 0)$. На подобных приемах разработаны алгоритмы построения ДД.

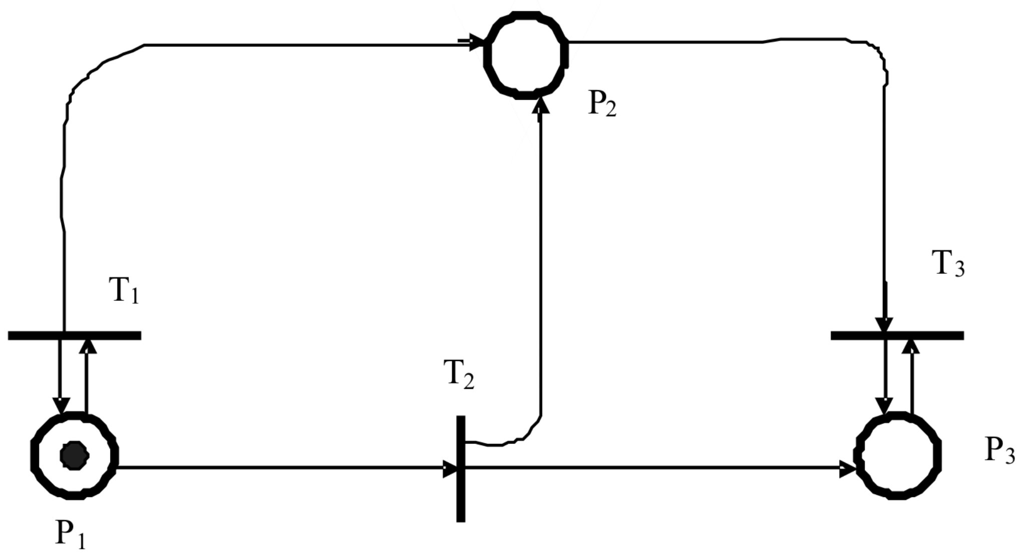


Рис. 8. Пример сети Петри для получения строго заданной маркировки

## 5. ПОСТРОЕНИЕ ДЕРЕВА ДОСТИЖИМОСТИ.

Каждую вершину сети Петри будем связывать с расширенной маркировкой $\mu(i)$, число фишек в $\mu(i)$ может быть либо неотрицательным целым, либо $\omega$. Граничными являются вершины, ещё не обработанные алгоритмом, алгоритм превращает их в терминальные, дублирующие или внутренние. Пусть $x$ - граничная вершина, которую надо обработать. Тогда:

1) Если в дереве имеется другая вершина $y$, не являющаяся граничной, и с ней связана маркировка $\mu(x)=\mu(y)$, то вершина $x$ - дублирующая.
2) Если для маркировки $\mu(x)$ ни один из переходов $t_j \subset T$ не разрешён, то $x$ - терминальная вершина.
3) Для всякого перехода $t_j \subset T$, разрешённого в $\mu(x)$, создать новую вершину $z$ дерева достижимости. Маркировка $\mu(z)$, связанная с этой вершиной, определяется для каждой позиции по следующим правилам:
   - если $\mu(x)_i=\omega$, то $\mu(z)_i=\omega$;
   - если на пути от корневой вершины к $x$ существует вершина $y$ такая, что в результате запуска перехода $t_j$ в $x$ число фишек в каждой позиции $\mu(x)$ не меньше, чем в $\mu(y)$, а в позиции $i$ строго больше, то $\mu(z)_i=\omega$;
   - в противном случае $\mu(z)_i$ - число фишек в позиции $i$, получающееся после запуска $t_j$ из $x$;
   - дуга от $x$ к $z$ помечается как $t_j$, вершина $x$ переопределяется как внутренняя, вершина $z$ становится граничной.
4) Если же все вершины дерева терминальные, дублирующие или внутренние, построение дерева достижимости заканчивается.

Рис. 9 представляет дерево достижимости для сети Петри, изображённой на рис. 8.

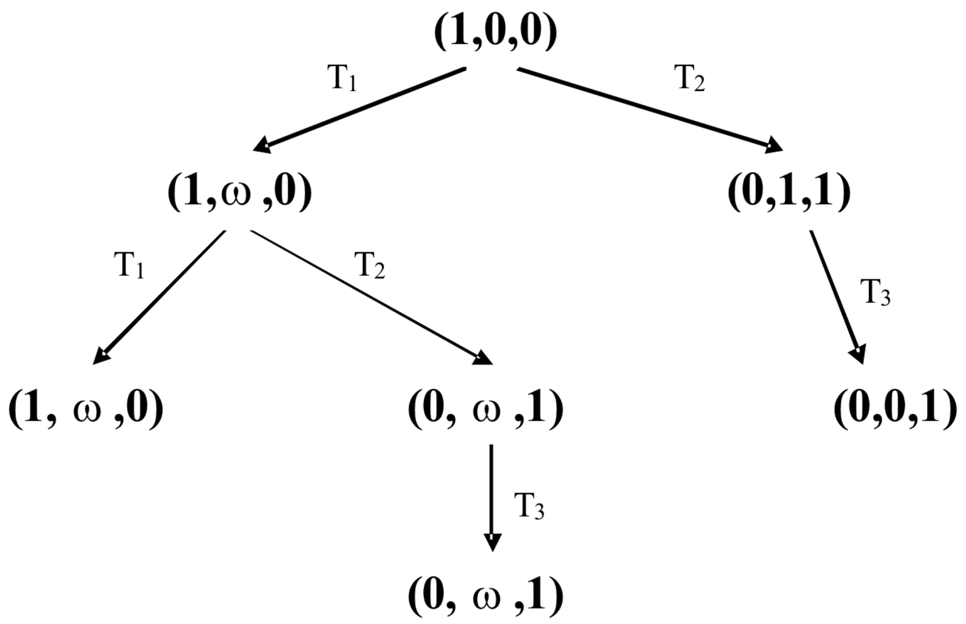


Рис. 9. Пример 4-ярусного дерева достижимости.

*Позиция сети Петри, содержащая не более одной фишки, называется безопасной.*

Сеть Петри безопасна, если безопасны все позиции сети. Это свойство свидетельствует о том, что если позиция безопасна, значит число фишек равно 0 или 1, т.е. с точки зрения аппаратной реализации, такую позицию $P_i$ можно реализовать одним триггером (с двумя устойчивыми состояниями).

К.Петри в первоначальном определении своих сетей имел дело с безопасными сетями. Это объясняется тем, что сети предназначались для моделирования систем типа «события-условия», а условия определялись значениями логической функции (других чисел не требовалось, кратные дуги не были ещё разрешены). Поэтому все позиции были безопасны, а с ними и вся сеть Петри тоже по определению безопасна.

Существуют способы превращения сетей Петри, не являющихся безопасными, в безопасные, если это необходимо. Более того, хотя безопасные сети Петри имеют смысл, однако считается, что свойство безопасности сетей с точки зрения их аппаратной реализации, не является необходимым, т.к. всегда можно большее число фишек в соответствующей позиции промоделировать не одним триггером, а $K$-разрядным счётчиком и т.п. Поэтому безопасность - частный случай более общего свойства ограниченности.

Дерево достижимости позволяет определить безопасность каждой позиции и сети в целом. Это решается простым перебором и проверкой конечного множества $R(C,\mu_0)$ всех достижимых маркировок.

*Позиция является К-безопасной или К-ограниченной, если количество фишек в ней не превышает целое число К. Позиция называется ограниченной, если она К-безопасна для некоторого К . Сеть Петри ограничена, если все её места ограничены.*

Ограниченные сети Петри, в отличие от неограниченных (т.е. с неограниченными местами), реально реализуемы аппаратно. Свойство ограниченности, как и безопасности, проверяется с помощью ДД.

*Сеть Петри ограниченна тогда и только тогда, когда символ $\omega$ отсутствует в её ДД.*

Если символ $\omega$ отсутствует в ДД, то число достижимых маркировок конечно, и путём перебора находятся границы маркировки для нужной позиции $p_i$ (находится наибольшее значение $i$-ой компоненты среди всех вершин дерева). Если эта граница не превысит 1, то позиция безопасна.

*Сеть Петри* $\langle P,T,I,O,\mu_0\rangle$ *с начальной маркировкой* $\mu_0$ *называется строго сохраняющей, если для всех*

$$\mu \in R(C,\mu_0)$$

*выполняется следующее равенство*

$$\sum_{P_i\in P}\mu(P_i)=\sum_{P_i\in P}\mu_0(P_i).$$

Свойство сохранения обеспечивает постоянное число фишек в функционирующей сети, при любой последовательности смены разметок. Строгое сохранение накладывает большое ограничение на число входов и выходов для каждого перехода сети. Эти числа должны быть равны.

Сеть Петри должна сохранять, например, ресурсы, которые она моделирует (число процессоров, узлов, блоков, внешних устройств и т.п.), если с понятием фишка связан тот или иной ресурс. Однако в реальной практике моделирования понятие «ресурс» и понятие «фишка» не взаимно однозначны, так как одна фишка может моделировать как один ресурс, так и несколько.

В этом случае можно прибегнуть к взвешиванию фишек. Одним фишкам можно присвоить вес 0, другим веса 1,2,3 и т.д. Важно, чтобы взвешенная сумма для всех достижимых разметок была постоянной. Таким образом вводится понятие вектора взвешивания

$$Y = (Y_1\ Y_2\ Y_3 \ldots Y_n),$$

который определяет вес $Y_i$ для каждой позиции.

Сеть Петри называется сохраняющей, если она сохраняющая по отношению к некоторому положительному ненулевому вектору взвешивания Y>0 (с положительными ненулевыми весами $Y_i$). Свойство сохранения проверяется с помощью ДД. Так как ДД конечно, для каждой маркировки можно вычислить взвешенную сумму. Если сумма одинакова для каждой достижимой маркировки, сеть - сохраняющая по отношению к данному весу. Если суммы не равны, сеть - несохраняющая. Следует иметь в виду, что, если какая либо маркировка с ненулевым весом равна $\omega$, сеть - несохраняющая.

## 6. ЗАДАЧА ДОСТИЖИМОСТИ.

Для заданной сети Петри $<P,T,I,O,\mu_0>$ с начальной маркировкой $\mu_0$ и маркировки $\mu'$ требуется определить, существует ли такая достижимая маркировка $\mu'' \in R(C,\mu_0)$ такая, что $\mu'' \geq \mu'$.

Для решения задачи для начальной маркировки $\mu_0$ строится ДД. Далее ищется любая вершина с $\mu[x] \geq \mu'$. Если такой вершины не существует - маркировка $\mu'$ не покрывается никакой достижимой маркировкой. Иначе $\mu[x]$ даёт достижимую маркировку, покрывающую $\mu'$.

Интерес представляет последовательность переходов, которые приводят из начальной к покрывающей маркировке. При этом символ $\omega$ обозначает бесконечное множество значений. Если компонента покрывающей маркировки - $\omega$, то в пути к покрывающей маркировке имеется цикл. Необходимо достаточное число раз повторять цикл, чтобы $\omega$ имела значение, покрывающее маркировку**.**

Определение минимального числа запусков переходов для покрытия заданной маркировки самостоятельная задача, т.к. при наличии в маркировке нескольких компонент, равных $\omega$**,** между изменениями маркировки в циклах возможна взаимосвязь.

Для сети, представленной на рис. 10, определим, покрывается ли маркировка (0,14,1,7) в множестве достижимости, и найдём минимальное число запусков переходов для её достижения. Из анализа ДД следует, что данная маркировка покрывается маркировкой $(0,\omega,1,\omega)$.

Путь, порождающий данную маркировку, состоит из некоторого числа переходов $t_1$**,** за которыми следует $t_2$ и некоторое число переходов $t_3$. Т.к. $t_1$ помещает в $p_2$ одну фишку, необходимо выполнить $14t_1$. Однако для получения 7 в $p_4$ нужно выполнить $7t_3$, но при этом из $p_2$ удаляется 7 фишек. Следовательно, в $p_2$ необходимо иметь 14+7=21 фишку, что в итоге требует выполнения

$(21t_1 + t_2 + 7t_3)$

переходов для покрытия маркировки (0,14,1,7).

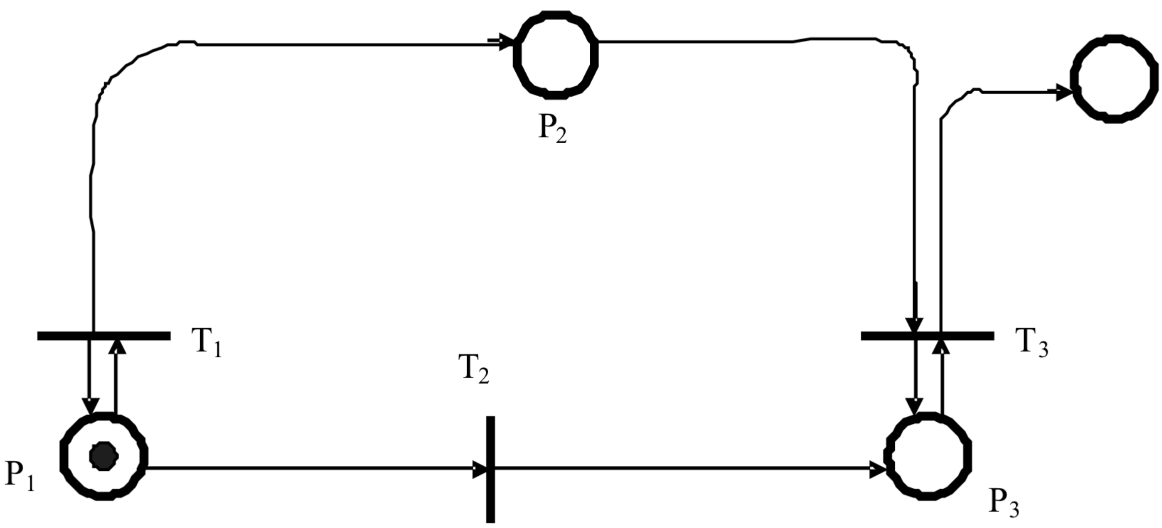


Рис. 10. Сеть Петри для проверки маркировки (0,14,1,7)

## 7. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА.

1) Цель работы.
2) Вариант задания, выданный преподавателем.
3) Дерево достижимости.
4) Подробный анализ дерева достижимости.

## 8. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1) Какова семантика элементов сетей Петри?
2) Согласно какому правилу осуществляется срабатывание перехода сети Петри?
3) Каков алгоритм построения дерева достижимости сети Петри?
4) О каких свойствах сети Петри можно сделать выводы по дереву достижимости?

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.

1) Макконелл Дж. Анализ алгоритмов. Активный обучающий подход [Текст] : учебное пособие / Дж. Макконелл - М.: Техносфера, 2009. - 416 с.
2) Мелехин В.Ф. Вычислительные машины, системы и сети [Текст] : учебник / В.Ф. Мелехин, Е.Г. Павловский. - М.: Академия, 2010. - 560 с.
3) Сергиевский Г.М. Функциональное и логическое программирование [Текст] : учебное пособие / Г.М. Сергиевский. - М.: Академия, 2010. - 320 с.