


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич  
Должность: ректор  
Дата подписания: 16.08.2012 10:39:08  
Уникальный программный ключ:  
9ba7d3e34c012eba4765fd2d064cf2781953be730df2374d16f3c0ce536f0fc6

МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра физики

УТВЕРЖДАЮ  
Первый проректор –  
проректор по учебной работе  
Е.А. Кудряшов  
«18» июля 2012 г.



**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ  
КАТАЮЩЕГОСЯ ШАРИКА**

Методические указания к выполнению лабораторной  
работы № 8 по разделу "Механика и молекулярная физика".

Курск 2012 г.

УДК 534.2

Составители: А.Н. Лазарев, А.Г. Беседин, А.М.Стороженко

Рецензент

Кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры ТиЭФ ЮЗГУ П.А.Красных

**Определение момента инерции катающегося шарика** : методические указания к лабораторной работе № 8 по разделу „Механика и молекулярная физика” / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: А.Н. Лазарев, А.Г. Беседин, А.М. Стороженко Курск, 2012. 7 с.: ил. 1, табл. 1. Библиогр.: 3 назв.

Содержит краткое теоретическое введение. Указываются порядок выполнения работы, задания и вопросы для контроля знаний

Методические указания соответствуют требованиям Государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (2010 год) и рабочих учебных планов технических специальностей ЮЗГУ.

Предназначены для студентов технических специальностей дневной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60 x 84 1/16.

Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж экз. Заказ . Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## Лабораторная работа № 8

**Определение момента инерции катающегося шарика**

Цель работы: определить момент инерции шарика, катающегося по вогнутой сферической поверхности, и исследовать зависимость момента инерции от радиуса шарика.

Приборы и принадлежности: вогнутая сферическая поверхность, шарики, секундомер, микрометр, штангенциркуль, линейка.

**ВВЕДЕНИЕ**

Момент инерции шарика можно определить, измерив период колебания  $T$  шарика, катающегося по гладкой вогнутой сферической поверхности радиусом  $R$ , много большим радиуса шарика  $r$ .

Если пренебречь потерями энергии, затрачиваемой на преодоление диссипативной силы трения, то для катающегося без проскальзывания шарика, должен выполняться закон сохранения механической энергии. Центр масс шарика движется поступательно, но, кроме того, шарик вращается относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости рисунка (рис.1).

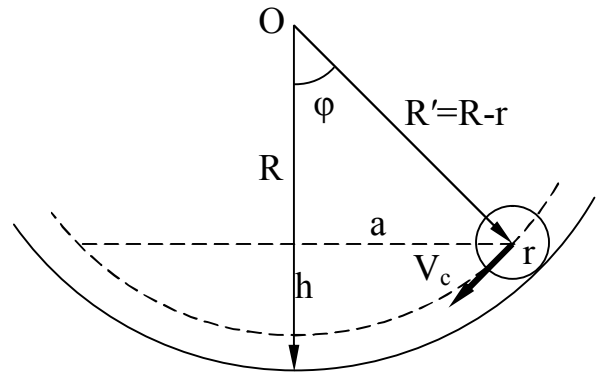


Рис. 1

Поэтому полная механическая энергия  $E$  шарика складывается из трех частей: потенциальной  $mgh$ , кинетической энергии поступательного движения

$\frac{mV_c^2}{2}$  и кинетической энергии вращательного движения  $\frac{J\omega^2}{2}$ :

$$E = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{J_c\omega^2}{2} + mgh = \text{const.} \quad (1)$$

Здесь  $m$  - масса шарика;  $r$  - радиус шарика;  $J_c = \frac{2}{5}mr^2$  — его момент инерции относительно оси  $Z$ .

Модуль угловой скорости  $\vec{\omega}$  вращения шарика вокруг оси  $Z$ , связан с модулем скорости  $\vec{V}_c$  поступательного движения центра масс соотношением:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{V_c}{r}. \quad (2)$$

Используя соотношения:  $V_c = \omega \cdot r$ ,  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ ,  $J = \frac{2}{5}mr^2$  преобразуем (1) к виду:

$$E = \frac{7}{10}mr^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + mgh = \text{const}. \quad (3)$$

При качении шарика по сферической поверхности его центр масс отклоняется относительно центра  $O$  поверхности на угол  $\varphi$ . Из рисунка (1) видно, что угол  $\varphi$  связан с углом поворота  $\theta$  шарика относительно оси  $Z$  соотношением

$$\theta = \frac{R'}{r}\varphi, \quad (4)$$

где  $R' = R - r$ .

Высота подъёма  $h$  шарика относительно центра сферической поверхности определяется соотношением

$$h = R' - R' \cos \varphi. \quad (5)$$

Подставляя (4) и (5) в формулу (3), выражаем полную механическую энергию шарика через угол  $\varphi$ :

$$E = \frac{7}{10}m(R')^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + mgR'(1 - \cos \varphi) = \text{const}. \quad (6)$$

Пренебрегая потерями энергии, заключаем, что производная от энергии по углу  $\varphi$  равна нулю. Вычисляя эту производную и приравнявая её к нулю, получим

$$\frac{7}{2}J \frac{R'}{r^2} \frac{d^2\varphi}{dt^2} + mg \sin \varphi = 0 \quad (7)$$

или

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{2 mgr^2}{7 JR'} \sin \varphi = 0. \quad (8)$$

Сравнивая последнее уравнение с уравнением гармонических колебаний

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0,$$

заключаем, что колебания шарика будут гармоническими при условии малых углов отклонения его от центра вогнутой сферической поверхности

$$\sin\varphi \approx \varphi.$$

Тогда

$$\omega^2 = \frac{2 mgr^2}{7 JR'} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2. \quad (9)$$

Выражая из последнего равенства момент инерции  $J$ , получим

$$J = \frac{gT^2 mr^2}{14\pi^2 R'}. \quad (10)$$

Массу шарика выражаем через его радиус и плотность

$$m = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

и получаем окончательную расчетную формулу:

$$J = \frac{2gT^2 r^5 \rho}{21\pi(R-r)}. \quad (11)$$

Зная плотность стали  $\rho$ , ускорение свободного падения  $g$ , постоянную  $\pi$  и измерив радиус шарика  $r$ , его период колебаний  $T$  и радиус сферической поверхности  $R$ , мы можем определить момент инерции шарика.

$$R^2 = (R-h)^2 + a^2;$$

$$R^2 = R^2 - 2Rh + h^2 + a^2;$$

$$2Rh = h^2 + a^2;$$

$$R = \frac{h^2 + a^2}{2h};$$

$$R = \frac{h}{2} + \frac{a^2}{2h}.$$



## ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Из каких составляющих складываются полная механическая энергия шарика?
2. Когда не выполняется закон сохранения механической энергии?
3. Как движется центр масс шарика?
4. Где ось вращения шарика?
5. Как направлены скорость и ускорение центра масс шарика?
6. Укажите, когда центр масс шарика будет иметь:
  - а) максимальное угловое ускорение;
  - б) максимальную линейную скорость;
  - в) тангенциальное ускорение, равное нулю;
  - г) нормальное ускорение, равное нулю;
  - д) угловое ускорение, равное нулю.
7. Какой вид имеет динамическое уравнение колебаний шарика? Объясните его смысл.
8. Сформулируйте условия, при которых колебания будут гармоническими.
9. Почему угол отклонения шарика  $\varphi$  от положения равновесия в данной работе должен быть мал и как это предусмотрено в работе?
10. Определите вес шарика в нижней точке поверхности.
11. Сравните периоды колебаний разных шариков и объясните наблюдаемую закономерность.
12. Выведите формулу для расчета момента инерции шарика.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Полунин В.М. Физика. Основные понятия и законы. [Текст]: учебно-методическое пособие / В.М.Полунин, Г.Т.Сычев. Курск. гос. техн. ун-т. Курск, 2002.
2. Савельев, И.В. Курс физики: Учебное пособие в 3-х тт. Т.1 Механика. Молекулярная физика / И.В.Савельев. – СПб: Из-во «Лань», 2007. – 352 с.
3. Федосеев В.Б. Физика: Учебник / В.Б.Федосеев. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 669 с.
4. Трофимова Т.И. Курс физики: Учебное пособие. 7-е изд., стер. / Т.И.Трофимова. – М.: Высшая школа, 2003. – 542 с.
5. Детлаф А.А. Курс физики: Учебное пособие. 4-е изд., испр. / А.А.Детлаф, Б.М.Яворский. - М.: Высшая школа, 2002. – 718 с.

