МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра электроснабжения

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г.Локтионова
« » марта 2017 г.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ЭНЕРГЕТИКИ

Методические указания к лабораторным работам
для студентов всех форм обучения направления подготовки
Электроэнергетика и электротехника

Курск 2017

УДК 621.311

Составители: В.Н. Алябьев, О.М. Ларин

Рецензент
Кандидат технических наук, доцент *В.И.Бирюлин*

Математические задачи энергетики: методические указания к лабораторным работам для студентов всех форм обучения направления подготовки Электроэнергетика и электротехника/ Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.Н.Алябьев, О.М.Ларин. Курск, 2015. 30 с.

Излагаются методические указания к выполнению лабораторных работ, посвященных изучению основных методов решения уравнений состояния и оценки работоспособности электроэнергетических систем, находящих широкое применение в инженерной деятельности.

Целью выполнения данных работ является выработка у студентов практических навыков расчетов установившихся режимов работы и исследования статической устойчивости электроэнергетических систем.

Предназначены для студентов всех форм обучения направления подготовки Электроэнергетика и электротехника.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16.
Усл. печ. л. 1,6 . Уч.-изд.л. 1,4 . Тираж 100 экз. Заказ. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ И ПРАВИЛ ДЕЙСТВИЯ С МАТРИЦАМИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение электронных таблиц Super Calc, MS Excel, приобретение навыков работы с электронными таблицами, применение электронных таблиц при операциях с матрицами.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Электронные таблицы Super Calc, MS Excel ориентированы на расчетные задачи, быстрота в освоении технологии работы с ними, их высокая надежность - вот те факторы, которые привлекают пользователя, специализирующегося в различных областях:

- бухгалтерский и банковский учет;
- планирование и распределение ресурсов;
- проектно-сметные работы;
- инженерно-технические расчеты;
- исследование динамических процессов и т.д.

Электронная таблица разбита на строки и столбцы, на пересечении которых находятся клетки. Столбцы обозначаются одно- и двухсимвольными буквами латинского алфавита: A,B,C,...Z,AA,...IU. Строки обозначаются номерами от 1 до 9999.

Клетка задается координатами столбца и строки, на пересечении которых она находится, например: A1, B1, A2 и т.п.

Клетка является основным объектом хранения данных и характеризуется:

- адресом (именем);
- содержимым;
- значениями;
- форматом отображения на экране;
- статусом.

В клетку могут быть записаны данные одного из трех типов;

1. Текст - после записи в клетку текст идентифицируется в первой позиции строки двойной кавычкой ("). При вводе текста двойная кавычка может не применяться, если текст не начинается с пробела или не может быть воспринят как формульное выражение.

2. Повторяющийся текст, всегда начинающийся с одинарной кавычки (').

3. Формульное выражение, состоящее из операндов, соединенных знаками арифметических операций: «+» (сложение), «-» (вычитание), «*» (умножение), «/» (деление), «^» (возведение в степень).

Операндами формульного выражения могут быть:

- числа;
- адреса клеток;
- функции.

Матрица - прямоугольная таблица чисел, записанных в определенной последовательности: эти величины называются элементами матрицы. Такая таблица записывается в виде:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kn} \end{vmatrix} \tag{1.1}$$

где k- число строк матрицы;
n- число столбцов

Матрица представляет собой форму упорядоченной записи в виде условной таблицы. Строгий порядок записи дает возможность оперировать сразу со всей таблицей, обозначаемой одним символом.

Так матрицу (1.1) можно обозначить символом А и записать сокращенно:

$$A = (a_{ij}) \tag{1.2}$$

где i - номер строки;
j - номер столбца.

Суммой двух матриц А = (a_{ij}) и В = (b_{ij}), имеющих одинаковое число строк и столбцов называется матрица С = (c_{ij}), элементы которой равны суммам соответствующих элементов матриц

А и В:

$$c_{ij} = (a_{ij})+(b_{ij}) \qquad (1.3)$$

Умножение матриц А и В определяется только в том случае, если число столбцов матрицы А равно числу строк матрицы В. Элементы матрицы -произведения вычисляются следующим образом: элемент c_{ij} i - й строки и j - го столбца матрицы С равен сумме произведений элементов i -й строки матрицы А на соответствующие элементы j - го столбца матрицы В.

$$\mathrm{c}_{\mathrm{ij}} = \sum_{n-1}^{n} a_{ij} b_{ij} \qquad (1.4)$$

Произведением матрицы А на число α называется матрица, элементы которой получены из элементов матрицы А умножением на число α:

$$\alpha A = \begin{vmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \cdots & \alpha a_{1n} \\ \alpha a_{21} & \alpha a_{22} & \cdots & \alpha a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \alpha a_{k1} & \alpha a_{k2} & \cdots & \alpha a_{kn} \end{vmatrix} \qquad (1.5)$$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включить ЭВМ и запустить Super Calc или MS Excel.
2. Изучить основные элементы рабочего окна электронной таблицы.
3. Изучить способы перемещения указателя активной клетки по электронной таблице.
4. Изучить правила ввода данных в активную клетку и составления формул для выполнения расчетов.
5. Ввести в электронную таблицу матрицу чисел А, заданную преподавателем.
6. Создать в электронной таблице формулы для вычисления

матрицы Z, определяемой следующим образом:

$$\alpha A = Z \tag{1.6}$$

где α - некоторое число, задаваемое преподавателем.

7. Ввести в электронную таблицу матрицу чисел B, заданную преподавателем.

8. Ввести в электронную таблицу формулы для вычислений матриц C, D, F как:

$$\tilde{N} = \grave{A} \cdot \hat{A} \tag{1.7}$$

$$D = \grave{A} + \hat{A} \tag{1.8}$$

$$F = \grave{A} - \hat{A} \tag{1.9}$$

9. Произвести транспонирование матриц A и B.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Описание основных элементов электронной таблицы.
2. Матрицы A и B чисел, вводимые в электронную таблицу.
3. Транспонированные матрицы A и B.
4. Результаты умножения матриц A и B, сложения матриц A и B, вычитания матриц A и B.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Порядок составления формул в пакете Super Calc и MS Excel.
2. Основные виды матриц.
3. Правила выполнения арифметических действий над матрицами.
4. Основные способы нахождения обратной матрицы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

МЕТОД КОНТУРНЫХ ТОКОВ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: освоить составление системы уравнений установившегося режима работы электрической сети по методу контурных токов, формирование матрицы контурных сопротивлений.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Уравнения контурных токов можно получить из второго закона Кирхгофа, если выразить токи в ветвях через контурные токи. Пусть цепь содержит k независимых контуров. Если в качестве неизвестных принять k контурных токов, то установившийся режим можно описать только системой k контурных уравнений. Решив эту систему, определим все контурные токи, а затем вычислим токи в ветвях, используя их выражение через контурные токи. Зная напряжение балансирующего узла и токи ветвей можно найти напряжение всех остальных узлов.

Уравнения контурных токов, например, для цепи трехфазного тока из трех независимых контуров без источников тока можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} Z_{k11}I_{k1} + Z_{k12}I_{k2} + Z_{k13}I_{k3} &= E_{k1} \\ Z_{k21}I_{k1} + Z_{k22}I_{k2} + Z_{k23}I_{k3} &= E_{k2} \\ Z_{k31}I_{k1} + Z_{k32}I_{k2} + Z_{k33}I_{k3} &= E_{k3} \end{aligned} \qquad (2.1)$$

где Z_{kii} - собственное сопротивление контура i;

Z_{kij} - общее сопротивление контуров i и j;

E_{ki} - алгебраическая сумма ЭДС. входящих в контур i;

I_{ki} - контурный ток i-го контура.

Положительное направление обхода контуров выбирается произвольно и принимается за положительное направление контурных токов. Если положительные направления контурных токов в общей ветви контуров i и j совпадают, то общее сопротивление контуров Z_{kij} берется в (2.1) со знаком «+» в противном случае - со знаком «-». Если контуры не имеют общих ветвей, то их общее сопротивление равно нулю.

В матричной форме система (2.1) имеет вид:

$$Z_k\ I_k\ =\ E_k \tag{2.2}$$

где Z_k - матрица контурных сопротивлений;

$$Z_k = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix};$$

I_k - матрица контурных токов

$$\mathrm{i}_k = \begin{bmatrix} i_{k1} \\ i_{k2} \\ i_{k3} \end{bmatrix};$$

$\mathrm{E}_к$ - матрица контурных ЭДС

$$\mathrm{E}_k = \begin{bmatrix} E_{k1} \\ E_{k2} \\ E_{k3} \end{bmatrix}.$$

При наличии в электрической цепи источников тока, последние могут быть заменены эквивалентными источниками напряжения. В этом случае целесообразно ветвь с источником тока J, выбрать за ветвь с новым, уже известным контурным током. Можно считать, что контурный ток Ji замыкается через любые ветви, соединяющие узлы, к которым подключен источник тока. В правой части (2.1) необходимо добавить слагаемые ZiJi, где Zi-сопротивление ветвей, по которым проходит контурный ток Ji. Число уравнений (2.1) при этом остается неизменным, т.к. число неизвестных контурных токов не увеличивается.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Составить схему замещения.
2. Выделить независимые контуры схемы и записать систему уравнений установившегося режима по методу контурных токов.
3. Составить матрицу контурных сопротивлений и ЭДС.
4. Запустить программу решения системы линейных уравнений по методу Гаусса, ввести матрицу коэффициентов и столбец свободных членов.
5. Записать полученное решение системы.
6. Сделать выводы по работе.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Исходная схема электроэнергетической системы.
2. Схема замещения.
3. Матрица контурных сопротивлений.
4. Исходная система линейных уравнений установившегося режима.
5. Решение системы.
6. Выводы по работе.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В каких случаях целесообразно применение метода контурных токов?
2. Алгоритм формирования матрицы контурных сопротивлений.
3. Как заменить источник ЭДС задающим током?
4. В каких случаях возникают трудности в использовании метода?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ПО МЕТОДУ ГАУССА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: освоить составление систем уравнений установившегося режима работы электрической сети, изучить решение системы по методу Гаусса.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Расчеты установившихся режимов проводятся для выбора конфигурации схемы электрической системы, оценки значений токов КЗ, определения наиболее экономичных режимов ее работы. Задачей этих расчетов является определение напряжений в узловых точках, токов в ветвях схемы.

В настоящее время уравнения установившегося режима в большинстве случаев составляются на основе метода узловых потенциалов. Полученная таким образом система линейных уравнений может быть решена прямыми или итерационными методами.

Из прямых методов наиболее широко применяется метод последовательного исключения неизвестных или метод Гаусса в различных модификациях. В данной лабораторной работе рассматривается метод Гаусса с обратным ходом.

Решение системы линейных уравнений по этому методу производится в два этапа.

На первом этапе (прямой ход) система линейных уравнений вида

$$\grave{A}\cdot\tilde{O}=\hat{A}, \tag{3.1}$$

где А - матрица коэффициентов при неизвестных;
Х - столбец неизвестных;
В - столбец свободных членов;
приводится к виду:

$$\grave{A}'\cdot\tilde{O}=\hat{A}, \tag{3.2}$$

где A'- верхняя треугольная матрица;

B - преобразованный столбец свободных членов.

На втором этапе (обратный ход) последовательно определяются искомые неизвестные.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. По заданному преподавателем варианту схемы электроэнергетической системы составить схему замещения.
2. Используя полученную схему замещения составить матрицу узловых проводимостей размерностью N (N-число узлов в схеме).
3. Проверить правильность составления матрицы узловых проводимостей, применяя для этого свойства матрицы.
4. Выбрать в схеме базисный узел по напряжению и узел, балансирующий по току (узлы могут, как совпадать, так и не совпадать).
5. Записать систему уравнений установившегося режима в виде

$$Y\,(U - U_Б) = -\sqrt{3}\,J \qquad (3.3)$$

где Y - матрица узловых проводимостей;

U - вектор напряжений в узлах;

$U_б$ - вектор, каждый элемент которого равен напряжению в базисном узле;

J - столбец задающих токов в узлах.

6. Преобразовать систему уравнений (3.3), оставив в левой части неизвестные величины, известные перенести из левой части в правую. Из полученной системы выделить матрицу коэффициентов при неизвестных.
7. Запустить программу решения системы линейных уравнений по методу Гаусса, ввести матрицу коэффициентов и столбец свободных членов. Записать полученное решение системы.
8. Сделать выводы по работе.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Исходная схема электроэнергетической системы .
2. Схема замещения.
3. Матрица узловых проводимостей.
4. Исходная система линейных уравнений установившегося режима.
5. Преобразованная система линейных уравнений.
6. Решение системы.
7. Выводы по работе.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Алгоритм метода Гаусса.
2. Модификация метода Гаусса.
3. Факторы , влияющие на точность решения.
4. Достоинства к недостатки метода Гаусса.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ПО МЕТОДУ ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучить решение системы линейных уравнений установившегося режима по методу простой итерации и определить сходимость итерационного процесса, выяснить достоинства и недостатки метода.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Метод простой итерации относится к группе итерационных методов, позволяющих получить решение системы линейных уравнений многократным повторением одинаковых шагов вычислений. Эти шаги называются последовательными приближениями или итерациями. Все итерационные методы позволяют получить решение системы линейных уравнений с заданной конечной точностью. На каждом шаге итерационного процесса матрица коэффициентов системы не подвергается преобразованиям, что разрешает хранить в памяти ЭВМ только ненулевые элементы матрицы

По методу простой итерации в каждом уравнении системы неизвестные, кроме Xi, где i - номер уравнения, переносятся в левую часть и все уравнение делится на коэффициент при Xi. В итоге всех этих преобразований исходная система примет вид:

$$\tilde{O} = \tilde{N}\tilde{O} + \hat{A} \tag{4.1}$$

где C - матрица коэффициентов;

B - столбец свободных членов.

После этого задаются начальными приближениями неизвестных, подставляют их в правую часть системы (4.1) и получают решение системы на первом шаге. Найденные значения снова подставляются в правую часть системы (4.1) и весь процесс повторяется до получения нужной точности решения. В некоторых случаях итерационный процесс не позволяет получить решение, в этом случае говорят, что процесс расходится.

Поэтому перед использованием метода простой итерации целесообразно проверить систему (4.1) на выполнение условий сходимости.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. По заданному преподавателем варианту схемы электроэнергетической системы составить схему замещения, матрицу узловых проводимостей.

2. Включить ЭВМ и запустить Super Calc или MS Excel.

3. Ввести матрицу узловых проводимостей и проверить правильность ее составления, введя в электронную таблицу формулы для вычисления сумм по строкам и столбцам.

4. Выбрав в схеме базисный узел, перейти от матрицы размерностью N (N-число узлов в схеме) к матрице размерностью N-1.

5. Используя полученную матрицу, рассчитать столбец свободных членов.

6. Привести систему к итерационному виду, для чего задать начальные приближения неизвестных и ввести формулы для вычисления неизвестных.

7. Ввести формулы для определения точности решения по каждому неизвестному.

8. Записать приближения, значения неизвестных, точность решения.

9. Создать макрокоманду копирования блока решений в блок задания значений приближений неизвестных, т.е. сделать следующий шаг.

10. Повторять пункты 8 и 9 до получения решения системы с заданной преподавателем точностью.

11. Записать полученное решение системы.

12. Сделать выводы по работе.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Исходная схема электроэнергетической системы.
2. Матрица узловых проводимостей.
3. Система линейных уравнений, приведенная к итерационному виду.
4. Решение системы
5. Выводы по работе.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Алгоритм метода простой итерации.
2. Условия сходимости метода простой итерации.
3. Факторы, влияющие на сходимость итерационного процесса.
4. Достоинства и недостатки метода простой итерации.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ПО МЕТОДУ ЗЕЙДЕЛЯ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучить решение системы линейных уравнений по методу Зейделя и определение сходимости итерационного процесса, выяснить достоинства и недостатки метода Зейделя.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Метод Зейделя относится к итерационным методам. Для его использования система линейных уравнений приводится к итерационному виду, аналогично методу простой итерации.

Далее задаются начальные приближения неизвестных и производятся вычисления, но в отличие от метода простой итерации при вычислении переменных используются значения переменных, рассчитанные как на предыдущем шаге, так и на данном.

Это обеспечивает более быструю сходимость итерационного процесса по методу Зейделя по сравнению с методом простой итерации. Другими словами, при одинаковых начальных приближениях неизвестных и одинаковой заданной точности решение по методу Зейделя получается за меньшее число шагов.

Так как итерационный процесс по методу Зейделя так же как и процесс по методу простой итерации может оказаться расходящимся, то перед началом решения системы целесообразно проверить ее на сходимость. В этом случае удобно использовать нормы матрицы системы, приведенной к итерационному виду.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включить ЭВМ и запустить Super Calc или MS Excel.
2. Ввести в электронную таблицу систему уравнений, приведенную к итерационному виду, взятую из ЛР №4.
3. Проверить систему уравнений на сходимость.
4. Ввести формулы для вычисления неизвестных.
5. Задать начальные значения приближений неизвестных.
6. Ввести формулы определения точности решения по каждому из неизвестных.

7. Записать значения приближений, неизвестных, точности первого шага.

8. Сделать следующий шаг решения, аналогично п.8 и 9 из ЛР №4.

9. Повторить п.8 до получения решения системы с заданной преподавателем точностью.

10. Записать полученное решение системы.

11. Сделать выводы по работе.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Исходная система уравнений.
2. Система уравнений, приведенная к итерационному виду.
3. Расчетные формулы, применяемые для решения системы.
4. Решение системы.
5. Выводы по работе.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Алгоритм метода Зейделя.
2. Условия сходимости метода Зейделя.
3. От чего зависит количество итераций в методе Зейделя?
4. Достоинства метода Зейделя по сравнению с методом простой итерации.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучить алгебраические критерии устойчивости, их практическое применение к анализу работоспособности электроэнергетических систем.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Алгебраические критерии устойчивости основаны на закономерностях, связывающих отрицательность всех действительных частей корней характеристического уравнения со знаками коэффициентов этого уравнения и некоторых функций от коэффициентов.

Перед применением алгебраических критериев необходимо вычислить все коэффициенты характеристического уравнения. Необходимым условием устойчивости является положительность всех коэффициентов характеристического уравнения. Но это утверждение не является достаточным, так как система может быть неустойчивой при положительных коэффициентах характеристического уравнения. Поэтому вывод об устойчивости системы можно сделать только применяя дополнительные критерии - критерий Гурвица и критерий Раусса.

Для применения критерия Гурвица составляется квадратная матрица n-го порядка (n- порядок характеристического уравнения).

Система будет устойчивой, если все n диагональных миноров будут положительными.

Критерий Раусса основан на использовании таблицы Раусса. В этом случае для устойчивости системы достаточно, чтобы все коэффициенты первого столбца таблицы Раусса были положительными.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включить ЭВМ и запустить пакет Super Calc или MS Excel.
2. По заданному преподавателем характеристическому уравнению составить матрицу Гурвица следующим образом:

- по главной диагонали расположить коэффициенты характеристического уравнения в порядке их возрастания с ai до an;
- в строках матрицы записать поочередно коэффициенты только с нечетными или с четными индексами, влево от главной диагонали с уменьшающимися, вправо - с увеличивающимися индексами;
- все недостающие коэффициенты заменить нулями.

3. Найти все n диагональных миноров и по их значениям сделать вывод об устойчивости системы.
4. По заданному преподавателем характеристическому уравнению определить число строк и столбцов таблицы Раусса.
5. Записать в правую строку таблицы Раусса коэффициенты характеристического уравнения, имеющие четный индекс.
6. Записать во вторую строку таблицы Раусса коэффициенты характеристического уравнения с нечетными индексами.
7. Рассчитать остальные коэффициенты таблицы Раусса как

$$C_{k,i} = C_{k+1,i-2} - R_{i-2}C_{k+1,i-1} \qquad (6.1)$$

$$R_{i-2} = C_{1,i-2} / C_{1,i-1} \qquad (6.2)$$

где k- индекс, означающий номер столбца таблицы Раусса;
i - индекс, означающий номер строки таблицы Раусса.

8. Заполнить полностью таблицу Раусса.
9. Сделать вывод об устойчивости системы по таблице Раусса.
10. Если система окажется неустойчивой, определить число правых корней характеристического уравнения.
11. Сделать выводы по работе.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Характеристическое уравнение системы.
2. Матрица Гурвица и ее диагональные миноры.
3. Таблица Раусса.
4. Анализ устойчивости системы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назначение алгебраических критериев устойчивости.
2. Необходимые условия устойчивости системы.
3. Формулировка критерия Раусса.
4. Как строится таблица Раусса в случае, если в какой-либо строке первый элемент будет равен нулю?
5. Можно ли по таблице Раусса определить число мнимых корней характеристического уравнения?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ МИХАЙЛОВА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучить применение критерия Михайлова для исследования устойчивости.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Критерий Михайлова является частотным критерием устойчивости. Система устойчива, если при прохождении точкой P мнимой оси в положительном направлении приращение аргумента D(p) было равно nπ.

Представим характеристический многочлен (a_n>0) в виде произведения простейших множителей:

$$D(p) = a_0(p - p_1)(p - p_2)...(p - p_{n1}), \tag{7.1}$$

где a_0- коэффициент при p^n;

$p_1, p_2,... p_n$- корни характеристического уравнения D(p)=0.

Направим вектор по мнимой оси, т.е. положим p = jω. В этом случае конец вектора (jω-p) будет лежать на мнимой оси. При изменении ω конец вектора будет скользить по оси j, поворачиваясь в направлении, зависящем расположения корня p_i на плоскости корней.

Если корень p_i лежит в левой полуплоскости, то вектор (jω-p) при изменении ω от -∞ до +∞ перемещается в положительном направлении, а аргумент вектора получает приращение +π.

Если же корень p_i лежит в правой полуплоскости, то при изменении ω от -∞ до +∞ аргумент вектора (jω-p) получает приращение - π.

Аргумент D(jω) равен сумме аргументов единичных векторов. Если все корни лежат в левой полуплоскости $p_1, p_2,... p_n$, то:

$$\Delta Arg D(j\omega) = n\pi. \tag{7.2}$$

Если среди n корней характеристического уравнения m корней лежит в правой полуплоскости, а (n-m) корней в левой, то при изменении ω от -∞ до +∞:

$$\Delta ArgD(j\omega) = (n-m)\pi - m\pi = (n-2m)\pi . \qquad (7.3)$$

Выделим в D(j ω) вещественную и мнимую части:

$$D(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) . \qquad (7.4)$$

Т.к U(ω) является четным многочленом относительно ω, а V(ω) - нечетным, то годограф Михайлова D(jω) ($-\infty < \omega < \infty$) симметричен относительно действительной оси.

Тогда для устойчивой системы:

$$\Delta ArgD(j\omega) = 0{,}5\pi .$$

А для неустойчивой:

$$\Delta ArgD(j\omega) = 0{,}5\pi(n-2m) .$$

При практическом использовании критерия Михайлова для обеспечения устойчивости необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

1)U(0) = a_n >0.

2)V'(0) a_{n-1} >0.

3)все корни уравнений U(ω) = 0 и V(ω) = 0 действительные и перемежающиеся.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. В заданном преподавателем характеристическом уравнении D(p) произвести подстановку p= jω.

2. Выполнив возведения в степень, выделить мнимую и действительную части, представив D(ω)=U(ω) + jV(ω).

3. Включить ЭВМ и запустить пакет SuperCalc или MS Excel.

4. Для значения ω=0 ввести формулы для расчета U(ω) и jV(ω).

5. Скопировать полученный блок в другое место электронной таблицы.

6. Ввести новое значение ω в блок вычислений U(ω) и jV(ω).

7. Скопировать новое решение, получая таким образом таблицу значений ω, U(ω), V(ω).

8. Повторить пункты 6 и 7 до значения ω, указанного преподавателем.

9. На основе полученной таблицы построить график изменения U(ω) и V(ω) в зависимости от ω.

10. Вывести полученный график на экран и на печать.

11. Сделать выводы по работе.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Характеристическое уравнение.
2. Уравнение характеристической кривой D(ω)=U(ω) + jV(ω).
3. Расчет характеристической кривой.
4. График характеристической кривой.
5. Выводы по работе.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Формулировка критерия Михайлова.
2. Порядок построения характеристической кривой – годографа.
3. Достоинства и недостатки критерия Михайлова.
4. Чему равно число пересечений годографа с координатными осями?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ ПО МЕТОДУ D–РАЗБИЕНИЯ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучить назначение метода D-разбиения, его применение для исследования устойчивости электроэнергетических систем.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Пространство коэффициентов характеристического уравнения степени n

$$\mathrm{D}(\eth) = \sum_{k=0}^{n} a_k \, p^{n-k} = 0 \qquad (8.1)$$

может быть разбито на области, соответствующие различному числу m корней, лежащих в правой полуплоскости корней. Такое разбиение получило название D - разбиения.

На практике наибольшее распространение получил случай, когда два параметра входят в характеристический многочлен линейно, т.е. ни в одном из коэффициентов многочлена нет ни произведения, ни высших степеней этих параметров. В этом случае имеет место *D* - разбиение по двум параметрам, и характеристическое уравнение системы может быть представлено в следующем виде:

$$\mathrm{D}(\eth) = \hat{E}_2 D_2(p) + \hat{E}_1 D_1(p) + D_0(p) = 0 \qquad (8.2)$$

Найдем значения K_1 и K_2, при которых характеристическое уравнение системы (8.2) имеет пару чисто мнимых корней $p_{1,2} = \pm \mathrm{j}\omega_i$.

Для этого подставим $\mathrm{j}\omega$ вместо p в (8.2):

$$\mathrm{D}(\eth) = \hat{E}_2 D_2(j\omega) + \hat{E}_1 D_1(j\omega) + D_0(j\omega) = 0, \qquad (8.3)$$

где $D_0(j\,\omega)$, $D_1(j\,\omega)$, $D_2(j\,\omega)$ - комплексные числа.

Уравнение (8.3) распадается на два уравнения с действительными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \hat{E}_2 Đ_1(\omega) + \hat{E}_1 Q_1(\omega) &= -R_1(\omega) \\ \hat{E}_2 Đ_2(\omega) + \hat{E}_1 Q_2(\omega) &= -R_2(\omega), \end{aligned} \qquad (8.4)$$

где $Đ_1(\omega) = \mathrm{Re}\, D_2(j\omega)$;

$Đ_2(\omega) = Jm D_2(j\omega)$;

$Q_1(\omega) = \mathrm{Re}\, D_1(j\omega)$;

$Q_2(\omega) = Jm D_1(j\omega)$;

$R_1(\omega) = \mathrm{Re}\, D_0(j\omega)$;

$R_2(\omega) = Jm D_0(j\omega)$.

Применяя к системе (8.4) правило Крамера, получим:

$$\begin{aligned} \hat{E}_2 &= \frac{\Delta_2}{\Delta} \\ \hat{E}_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} \end{aligned} \qquad (8.5)$$

где $\Delta = \begin{vmatrix} P_1(\omega) & Q_1(\omega) \\ P_2(\omega) & Q_2(\omega) \end{vmatrix}$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -R_1(\omega) & Q_1(\omega) \\ -R_2(\omega) & Q_2(\omega) \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} P_1(\omega) & -R_1(\omega) \\ P_2(\omega) & -R_2(\omega) \end{vmatrix}$$

т.к. Δ , Δ_1, Δ_2 - нечетные функции от ω то выражения (8.5) являются четными функциями от ω:

$$K_1(\omega) = K_1(-\omega);$$
$$K_2(\omega) = K_2(-\omega).$$

Следовательно, кривые D-разбиения при изменении ω от -∞ до

0 и от 0 до $+\infty$ накладываются друг на друга.

При изменении ω главный определитель Δ может менять знак. При прохождении значения Δ через 0 могут иметь место два случая:

1) при $\Delta = 0$ $\Delta_1 \neq 0$ и $\Delta_2 \neq 0$. Тогда $К_1$ и $К_2$ обращаются в бесконечность;

2) при $\Delta = 0$ $\Delta_1 = 0$ и $\Delta_2 = 0$. Это означает, что все коэффициенты уравнений (8.4) пропорциональны, т.е. вместо двух уравнений можно записать одно:

$$\hat{E}_2 Đ_1(\omega) + \hat{E}_1 Q_1(\omega) = -R_1(\omega) \tag{8.6}$$

Соотношение (8.6) определяет в плоскости $К_2$, $К_1$ для некоторого фиксированного значения $\omega = \omega_i$ положение линии, называемой особой прямой. В частности, $\Delta = \Delta_1 = \Delta_2 = 0$ при $\omega_i = 0$ и $\omega_i = \infty$, если коэффициенты a_n и a_0 зависят от $К_1$ и $К_2$.

Кривая D-разбиения и особые прямые разбивают плоскость $К_2$, $К_1$, на области с различным числом *m* правых корней. Для разметки этих областей применяется правило штриховки:

при обходе в сторону возрастающих ω кривая D-разбиения штрихуется слева, если $\Delta > 0$, и справа, если $\Delta < 0$.

Направление штриховки особых прямых увязывается с направлением штриховки границы D-разбиения в точках ω_i.

При выделении областей устойчивости необходимо учитывать, что пересечение границы D-разбиения в точке ω_i, по направлению штриховки соответствует переходу из правой в левую полуплоскость двух сопряженных корней $p_{1,2} = \pm j\omega_i$.

Область с наименьшим числом *m* является претендентом на область устойчивости D(0). Для проверки этого можно воспользоваться любым критерием устойчивости.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Заданное преподавателем характеристическое уравнение системы преобразовать к виду

$$\mathrm{D}(ð) = \hat{E}_2 D_2(p) + \hat{E}_1 D_1(p) + D_0(p) = 0$$

где K_1 и K_2 -параметры D-разбиения, принимаются за оси абсцисс и ординат плоскости, в которой строится область устойчивости.

2. Выполнить подстановку $p = j\omega$ в полученное уравнение и выделить в нем действительную и мнимую части, перейдя таким образом к системе из двух уравнений.

3. Решить полученную систему относительно K_2 и K_1, получив при этом $K_1 = f_1(\omega)$ и $K_2 = f_2(\omega)$.

4. Включить ЭВМ и запустить Super Calc или MS Excel.

5. Ввести в электронную таблицу значение $\omega = 0$ и расчетные формулы для нахождения $K_1(\omega)$ и $K_2(\omega)$.

6. Скопировать полученный блок и перенести его в другое место электронной таблицы.

7. Изменить значения ω и повторить п. 6.

8. Повторить п. 6 и 7, изменяя при этом ω в пределах, указанных преподавателем.

9. Построить график по значениям K_2 и K_1, вывести его на принтер.

10. Заштриховать кривую D-разбиения, выделить области D(m).

11. Сделать выводы по работе.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Исходное характеристическое уравнение.
2. Преобразованное характеристическое уравнение.
3. Найденные решения системы вида $K_1 = f_1(\omega)$ и $K_2 = f_2(\omega)$.
4. Таблица значений ω, K_2 и K_1.
5. График D-разбиений.
6. Выводы по работе.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. На чем основан метод D-разбиения?
2. Когда применяются методы D-разбиения?
3. Как выполняется штриховка границ D-разбиения?
4. Как производится штриховка особых прямых?
5. Как выделяются области устойчивости?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПО МЕТОДУ ЭЙЛЕРА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: освоить приведение дифференциальных уравнений к форме Коши; изучить численное решение дифференциальных уравнений, представленных в форме Коши по методу Эйлера; выяснить достоинства и недостатки метода Эйлера.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Процессы, происходящие в технических системах, в том числе и в электрических системах, описываются дифференциальными уравнениями. Чаще всего эти уравнения нелинейные, что очень затрудняет их аналитическое решение и в этих случаях применяются численные методы.

Методы численного решения применяются к дифференциальным уравнениям, представленным в форме Коши:

$$\frac{dx}{dt} = f(x,t) \qquad (9.1)$$

Если рассматриваемое дифференциальное уравнение имеет более высокий порядок, то его можно привести к системе уравнений первого порядка.

Простейшим и исторически первым численным методом решения дифференциального уравнения, представленного в форме Коши, является метод Эйлера. Он состоит в замене реальной интегральной кривой, представляющей собой решение дифференциалъною уравнения, на ломаную линию, состоянию из множества прямолинейных отрезков.

Возникающие при этом ошибки могут в некоторых случаях привести к неправильному решению. Для уменьшения ошибок необходимо либо уменьшать шаг интегрирования, либо переходить к другим, более совершенным методам.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включить ЭВМ и запустить пакет Super Calc или MS Excel.

2. Заданное преподавателем дифференциальное уравнение преобразовать в форму Коши.

3. Записать уравнение метода Эйлера в виде:

$$y_{n+1} = y_n + hy_n \tag{9.2}$$

где n - номер шага процесса.

4. Составить расчетную таблицу, где должны быть заданы параметры схемы, начальные условия и значение шага интегрирования.

5. Ввести расчетную формулу для вычисления первого шага интегрирования.

6. Выполняя копирование блока расчетных формул, довести решение до момента времени, указанного преподавателем.

7. Построить график процесса по полученным результатам.

8. Выяснить, как влияет изменение коэффициентов уравнения на характер процесса.

9. Изменить шаг интегрирования, как в меньшую, так и в большую сторону, объяснить получаемые результаты.

10. Сделать выводы по всей работе.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Исходное дифференциальное уравнение.
2. Дифференциальное уравнение, преобразованное в форму Коши.
3. График решения дифференциального уравнения.
4. Выводы по работе.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назначение метода Эйлера.
2. Алгоритм метода Эйлера.
3. Причины возникновения погрешностей.
4. Способы повышения точности метода Эйлера.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ **СПИСОК**

1. Лыкин А. В. Электрические системы и сети [Текст] : учебное пособие / А. В. Лыкин. - М. : Логос, 2007. - 254 с.
2. Хорошилов Н.В., Пилюгин А.В., Хорошилова Л.В., Бирюлин В.И., Ларин О.М. Электропитающие системы и электрические сети. Учебное пособие/ Хорошилов Н.В., Пилюгин А.В. и др.. _Старый Оскол: ТНТ, 2012. -352 с.
3. Электрические системы. Математические задачи электроэнергетики [Текст] : учебник для электроэнергетических специальностей вузов / Э. Н. Зуев, И. В. Литкенс ; под ред. В. А. Веникова. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высшая школа, 1981. - 288 с. : ил.
4. Идельчик В.И. Расчёты установившихся режимов электрических систем. М., Энергия, 1977.