

# МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования

«Юго-Западный государственный университет»

(ЮЗГУ)

Кафедра электроснабжения

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова



2017 г.

## ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

методическое указание к выполнению лабораторной работы  
по теоретическим основам электротехники для студентов

направления подготовки

«Электроэнергетика и электротехника»

Курск 2017

УДК 621.301

Составитель Л.В. Плесконос

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент  
кафедры электроснабжения

А.Л. Овчинников

**Переходные процессы в линейных электрических цепях.**  
Методическое указание к выполнению лабораторной работы по теоретическим основам электротехники для студентов направления подготовки «Электроэнергетика и электротехника»// Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л.В. Плесконос. г. Курск, 2017. 12 с: ил. 5 табл. 4, Библиогр.: с.12.

Излагаются методические указания и теоретический материал, необходимый для выполнения работы.

Предназначены для студентов направления подготовки  
"Электроэнергетика и электротехника"

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать <sup>3047</sup> . Формат 60x84 1/16/  
Усл печ. л. <sup>07</sup> Уч.-изд. л. <sup>06</sup> Тираж <sup>100</sup> Заказ <sup>458</sup> Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул.50 лет Октября, 94.

## Цель работы

Исследование переходных процессов в простейших цепях, запасаящих энергию в одной и в двух формах.

## Содержание работы

В программе WorkBench экспериментально исследуются свойства и переходные режимы простых цепей, содержащих резистор, катушку и конденсатор. Проводятся опыты с вариантами соединений  $R-L$ ,  $R-C$  и  $R-L-C$ . Соответствующие выводы получаются путём наблюдений с помощью осциллографа и в результате расчётов и обработки осциллограмм.

## Методические указания

Переходным процессом называют все изменения режима цепи, которые происходят после коммутации, т.е. включения, выключения, короткого замыкания и т.п. Эти процессы не могут протекать мгновенно, так как невозможны мгновенные изменения энергии, запасённой в электрических и магнитных полях цепи.

Электрические поля сосредоточены в конденсаторах, а магнитные поля связаны, в основном, с катушками индуктивности. Поэтому невозможность мгновенного изменения энергии выражается в виде:

$$W_L(0) = W_L(0-)$$

$$W_C(0) = W_C(0-)$$

где  $W_L(0)$  и  $W_C(0)$  – значения энергии катушки и конденсатора в начальный момент переходного процесса  $t=0$  (момент коммутации).

$W_L(0-)$  и  $W_C(0-)$  – значения энергии в момент бесконечно близкий к начальному, но – до коммутации.

Так как

$$W_L = \frac{(Li_L^2)}{2} \text{ и } W_C = \frac{(CU_C^2)}{2}$$

можно записать:

$$i_L(0) = i_L(0-),$$

$$U_C(0) = U_C(0 -), \quad (1),$$

т.е.: 1) ток в катушке индуктивности не может изменяться скачком,

2) напряжение конденсатора не может изменяться скачком.

Равенства (1) выражают законы коммутации, с помощью которых находятся значения токов и напряжений в начальный момент (начальные условия).

Из законов коммутации следует, что если к моменту коммутации токи катушек и напряжения конденсаторов равны нулю, то в начальный момент катушки ведут себя как разрыв цепи, а конденсаторы – как короткое замыкание. Если до коммутации токи и напряжения не нулевые, то для начального момента катушки представляют собой источники тока, конденсаторы – источники ЭДС.

Основной целью теоретического анализа или экспериментального исследования переходных процессов является определение не одного или нескольких чисел, а функций времени в виде аналитических зависимостей или экспериментальных кривых, т.е. рассматриваются мгновенные токи и напряжения.

В основе методов расчёта переходных процессов используются первый и второй законы Кирхгофа, справедливые для мгновенных значений, и закон Ома, который через мгновенные значения можно записать лишь для сопротивления  $R$ :

$$u = Ri$$

Связь мгновенных напряжения и тока для индуктивности  $L$  и ёмкости  $C$  даётся в виде:

$$u_L = L \frac{di}{dt},$$

$$i_C = C \frac{du_C}{dt},$$

или

$$u_C = u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^1 i dt .$$

Ток или напряжение любого участка цепи в переходном процессе имеет две составляющие: принужденную и свободную. Первая существует от начального

момента всё время, пока действует «принуждающая сила» – Э.Д.С. источника, Вторая существует только в переходном процессе, и характер её зависит не от источников, а от структуры и параметров цепи и энергии, запасённой в цепи до коммутации.

Рассмотрим включение простой последовательной  $R-L-C$  цепи под постоянное напряжение  $U$  (рис.1).

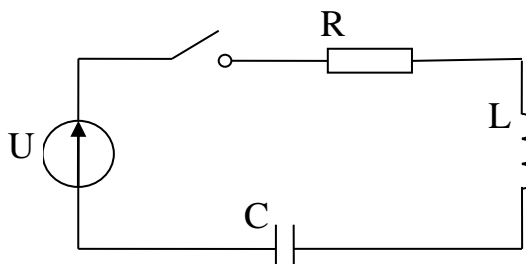


Рис.1 Включение  $R-L-C$  на постоянное напряжение

Контурное уравнение цепи:

$$Ri + u_L + u_C = U$$

Подстановка

$$i = C \left( \frac{du_C}{dt} \right) \text{ и } u_L = L \left( \frac{di}{dt} \right) \text{ даёт:}$$

$$RC \frac{du_C}{dt} + LC \frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = U \quad (2)$$

Это дифференциальное уравнение удовлетворяется при подстановке  $U_C = U$ . В физическом смысле такое решение совпадает с принуждённым или установившимся (при  $t \rightarrow \infty$ ) напряжением  $U_{C \text{ пр}}$ , которое неизменно и поэтому производные в (2) обращаются в нуль. Они не равны нулю, когда на принужденный режим накладывается затухающий со временем свободный режим, т.е. при  $U_C = U_{C \text{ пр}} + U_{C \text{ св}}$ . Свободная составляющая  $U_{C \text{ св}}$ , поскольку её характер не зависит от  $U$ , определяется из уравнения.

$$LC \frac{d^2u_{C \text{ св}}}{dt^2} + RC \frac{du_{C \text{ св}}}{dt} + u_{C \text{ св}} = 0. \quad (3)$$

Это уравнение интегрируется при помощи подстановки  $Ae^{pt}$ , которая даёт

$$LCp^2 + RCp + 1 = 0,$$

так называемое характеристическое уравнение цепи. Его корни:

$$p_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}, p_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2},$$

где

$$\delta = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{CL}}$$

Следовательно, уравнению (3) удовлетворяют подстановки  $A_1 e^{p_1 t}$  и  $A_2 e^{p_2 t}$ , поэтому общим решением (2) будет

$$u_C = U + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \quad (4)$$

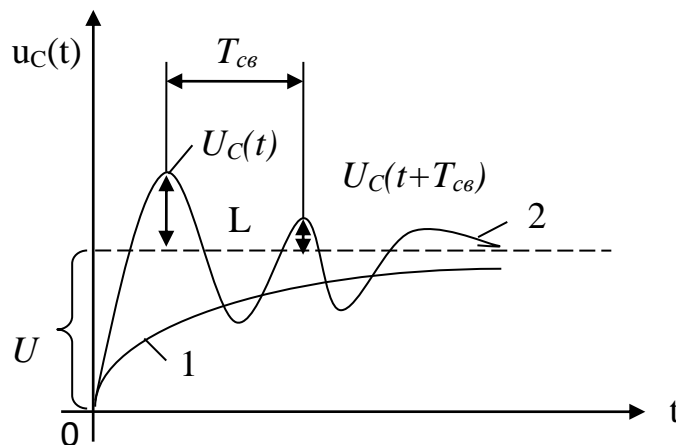


Рис.2. Аперриодический и колебательный процесс  $R-L-C$  цепи.

Выражение для тока

$$i = C \frac{du_C}{dt} = p_1 C A_1 e^{p_1 t} + p_2 C A_2 e^{p_2 t} \quad (5)$$

Постоянные интегрирования  $A_1$  и  $A_2$  определяются подстановкой в (4) и (5) начальных условий  $U_C(0) = 0$  и  $i(0) = 0$ .

Окончательное выражение для напряжения пользуется в виде:

$$u_C = U + \left( \frac{p_1}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} - \frac{p_1}{p_1 - p_2} e^{p_2 t} \right) U \quad (6)$$

Характер кривой зависит от соотношения между параметрами  $R$ ,  $L$  и  $C$ . Если  $R > 2\sqrt{L/C}$ , то  $\delta > \omega_0$  и оба корня характеристического уравнения  $p_1$  и  $p_2$  получаются вещественными и отрицательными. Тогда конденсатор заряжается аперриодически, и процессу соответствует кривая 1 на (рис. 2). Длительность переходного процесса определяет та экспонента в (6), которая затухает медленнее. Очевидно,  $|p_1| < |p_2|$ , в любой момент  $e^{p_1 t} > e^{p_2 t}$  и переходный

процесс заканчивается с затуханием экспоненты  $e^{p_1 t}$ . Если  $R < 2\sqrt{L/C}$ , то  $\delta < \omega_0$ , корни характеристического уравнения – комплексные;

$$\text{где } p_1 = -\delta + j\omega_{\text{св}}, p_2 = -\delta - j\omega_{\text{св}}, \omega_{\text{св}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

В этом случае (6) преобразуется к виду:

$$u_C(t) = U + \frac{\omega_0}{\omega_{\text{св}}} U e^{-\delta t} * \sin(\omega_{\text{св}} t - \theta), \quad (7)$$

т.е. конденсатор заряжается с колебаниями, что обусловлено обменом энергией между ним и катушкой. Здесь  $\theta = \arctg\left(\frac{\omega_{\text{св}}}{-\delta}\right)$ ,  $\omega_{\text{св}}$  представляет частоту свободных колебаний. Процессу соответствует кривая 2 на (рис. 2). Скорость и длительность переходного процесса определяются в (7) множителем,  $e^{-\delta t} = e^{-t/\tau}$  где  $\tau = \frac{2L}{R}$ . При  $t$ , равном  $\tau$ ,  $2\tau$ ,  $3\tau$  и  $4\tau$  соответствующие значения множителя будут  $\frac{1}{e}$ ,  $\frac{1}{e^2}$ ,  $\frac{1}{e^3}$  и  $\frac{1}{e^4}$  и т.е. интенсивность процесса затухает до 37% начальной, затем – до 14%, 5% и 1%. Таким образом, с точностью до 1% можно считать, что переходный процесс затухает за время  $t=4\tau$ .

Величина  $\tau$  – это промежуток времени, в течение которого интенсивность процесса ослабляется в  $e$  раз, зависит только от параметров цепи, и поэтому рассматривается как постоянная времени колебательного контура.

Затухание при колебаниях характеризует также декремент затухания  $\Delta = \frac{U_C(t)}{U_C(t+T_{\text{св}})} = e^{\delta T_{\text{св}}}$ , где  $T_{\text{св}}$  – период свободных колебаний, равный  $\frac{2\pi}{\omega_{\text{св}}}$ .

В простейших цепях  $R-L$  и  $R-C$ , запасующих энергию в одной форме, переходные процессы могут быть только аperiodическими. Они описываются дифференциальными уравнениями первого порядка и поэтому свободные составляющие представлены только одной экспонентой  $Ae^{pt}$ . Переходные токи в цепях  $R-L$  и  $R-C$  при подключении к источнику постоянного напряжения  $U$ :

$$i_L = \frac{U}{R} - \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau_L}},$$

$$i_C = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau_C}}.$$

а при замыкании зажимов цепей накоротко (после накоплении энергии):

$$i_L = \frac{U}{R} e^{\frac{-t}{\tau_L}},$$

$$i_C = \frac{U}{R} e^{\frac{-t}{\tau_C}}.$$

В приведенных выражениях  $\tau_L$  и  $\tau_C$  определяются как  $\frac{1}{|p|}$  и представляет постоянные времени цепи:  $\tau_L = \frac{L}{R}$ ,  $\tau_C = RC$ . Можно показать, что на графике величина  $\tau_L$  или  $\tau_C$  в масштабе времени равна подкасательной в любой точке  $A$  равна отрезку  $DF$  и  $\tau = DF \cdot m_t$ . Точка  $F$  лежит на пересечении касательной и оси времени. Для более точного определения  $DF$  сначала следует найти отрезок  $CD = \frac{AD}{e}$ , а затем параллельно оси  $t$  провести прямую до пересечения с кривой в точке  $B$ . Отрезок  $CB$  будет равен  $DF$ .

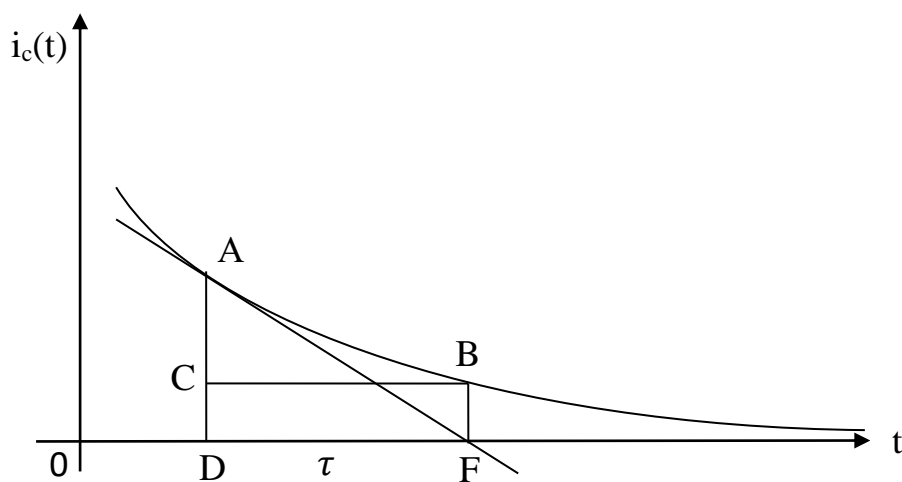


Рис.3. К определению постоянной времени



## ЗАДАНИЕ

### 1. Исследование $R-L$ – цепи

По схеме собрать рабочую цепь.

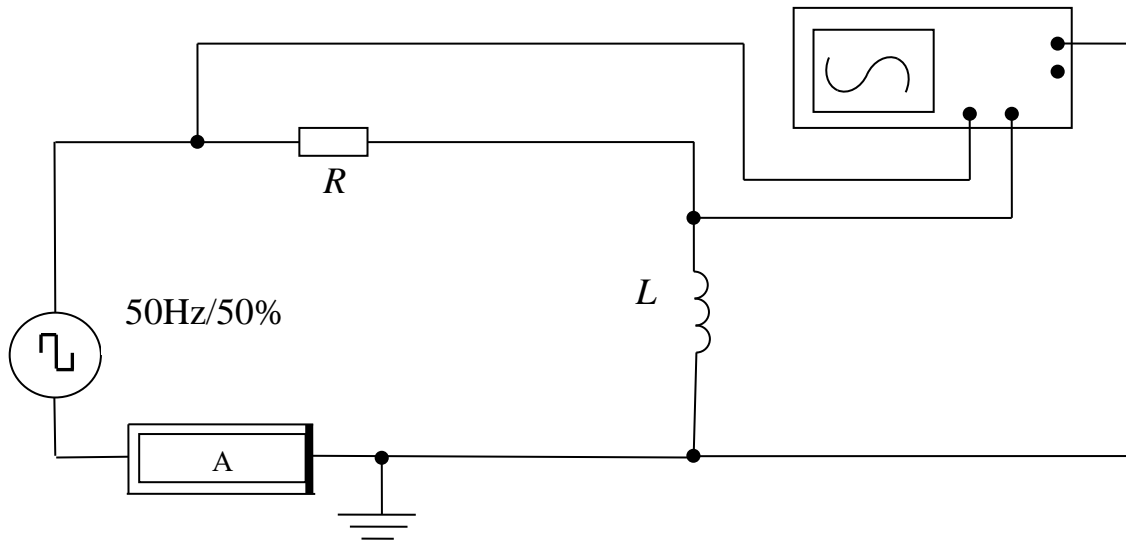


Рис. 1. Схема рабочей цепи.

В осциллографе по каналу А и В включить потенциальный вход (DC).

Параметры генератора тактовых импульсов:

частота  $f=50$  Гц,  $U=100$  В.

С помощью осциллографа для варианта, указанного преподавателем, (таблица 1) определить:

а) опытную постоянную времени  $\tau_{оп}$  и сравнить с расчётной  $\tau_{рас}$ .

б) опытный скачок напряжения на индуктивности при  $t=0$

$U_L(0)_{оп}$ , и сравнить с расчётным  $U_L(0)_{рас}$ .

Результаты записать в таблицу 1 в строчках, соответствующих номеру варианта.

Таблица 1

№	$R$ , кОм	$L$ , Гн	$\tau_{оп}$ , м сек	$\tau_{рас.}$ , м сек	$U_{L оп}(0)$ , В	$U_{L рас}(0)$ , В
1	2	3	4	5	6	7
1	1	1				
	1	3				

1	2	3	4	5	6	7
2	2	2				
	3	5				
3	3	3				
	4	6				
4	5	7				
	6	8				

## 2. Исследование $R-C$ – цепи.

В схеме рабочей цепи заменить индуктивность  $L$  на ёмкость  $C$ .

С помощью осциллографа для указанного варианта (таблица 2) определить постоянную времени  $\tau_{оп}$  и сравнить с расчетной  $\tau_{рас.}$

Результаты записать в таблицу 2 в строчках, соответствующих номеру варианта.

Таблица 2

№	$R$ , кОм	$C$ , нФ	$\tau_{оп}$ , м сек	$\tau_{рас.}$ , м сек
1	7	250		
	5	500		
2	8	300		
	2	800		
3	9	150		
	6	200		
4	3	700		
	1	10000		

Рекомендуется определить постоянную времени  $\tau_{оп}$  по спаду (заднему фронту) импульса.

## 3. Исследование $R-L-C$ – цепи.

Собрать схему рабочей цепи (рис. 2)

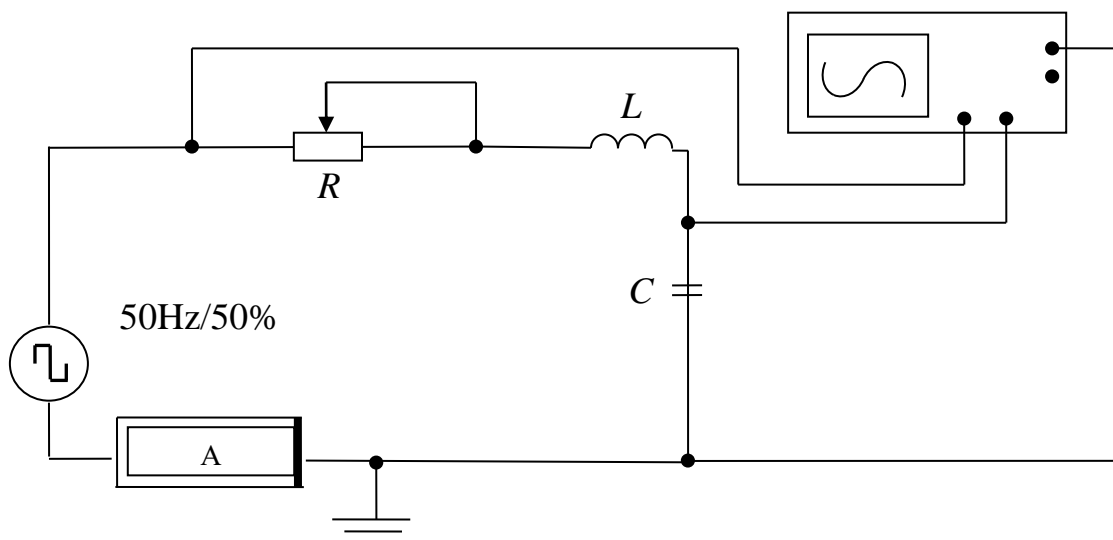


Рис.2 Схема рабочей  $R-L-C$  – цепи.

а) По заданным значениям индуктивности  $L$  и ёмкости  $C$  согласно номеру варианта (таблица 3), подобрать величину сопротивления  $R$  такое, чтобы в цепи был апериодический процесс.

Апериодический процесс наблюдать на экране осциллографа.

Таблица 3

№	1	2	3	4
$L$ , Гн	2	2	3	2
$C$ , нФ	500	400	300	300
$R$ , кОм				

б) По заданным значениям индуктивности  $L$  и ёмкости  $C$  согласно номеру варианта (таблица 4), подобрать величину сопротивления  $R$ , такое, чтобы в цепи был колебательный процесс.

Рекомендуется установить переменное сопротивление  $R=1$ к Ом. Определить опытный  $\Delta_{оп}$  и расчётный  $\Delta_{рас}$  декремент затухания. Результат записать в таблицу 4, в столбец, соответствующую номеру варианта.

Таблица 4

№	1	2	3	4
$L$ , Гн	2	2	3	2
$C$ , нФ	500	400	300	300
$R$ , кОм				
$\Delta_{оп}$				
$\Delta_{рас}$				

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что является причиной возникновения переходных процессов в электрических цепях?
2. Как формулируются законы коммутации?
3. Как определить постоянную времени по известным параметрам цепи?
4. Как определить постоянную времени по графику переходного процесса?
5. Что называется начальными условиями?
6. Записать уравнение переходного процесса для цепи  $R-L$  и  $R-C$ .
7. Как определяются корни характеристического уравнения в цепи первого порядка?
8. Какие корни характеристического уравнения возможны в цепи второго порядка, как они связаны с видом переходного процесса?
9. Какое сопротивление называется критическим, как оно вычисляется?
10. Что такое декремент затухания, как его определить и от чего он зависит?
11. Какими будут колебания в цепи второго порядка при сопротивлении контура равном нулю?
12. Записать уравнение переходного процесса для цепи  $R-L-C$ .
13. Как определяется коэффициент затухания?

## ЛИТЕРАТУРА

1. Конспект лекций по курсу «Теоретические основы электротехники».
2. Л.А.Бессонов. Теоретические основы электротехники (электрические цепи). – М.: Высшая школа, 1987, §§8.1–8.9.
3. К.М.Поливанов. Теоретические основы электротехники, часть 1, «Энергия», 1965.
4. Г.И.Атабеков. Теоретические основы электротехники, часть 1, «Энергия», 1966.
5. Б.А.Волынский и др. Электротехника, «Энергоатомиздат», 1987.