

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 14.09.2022 16:36:53  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра управления качеством, метрологии и сертификации

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

2015 г.



### ПРЯМЫЕ МНОГОКРАТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Методические указания по выполнению лабораторной работы  
по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация»  
для обучающихся по направлениям подготовки бакалавров:  
29.03.05 (262200.62), 19.03.02 (260100.62),  
19.03.03 (260200.62), 20.03.01 (280700.62),  
04.03.01 (020100.62), 23.03.01, 23.03.03, 28.03.01, 15.03.06  
и по направлению подготовки специалистов  
04.05.01 (020201.65)

Курск 2015

УДК 658.562

Составитель: О.В. Аникеева

Рецензент

Доктор технических наук, профессор кафедры  
«Управление качеством, метрология и сертификация»

А.Г. Ивахненко

**Прямые многократные измерения:** методические указания по выполнению лабораторной работы по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О.В. Аникеева. Курск, 2015. 10 с. Библиогр.: с. 10.

Излагаются теоретические сведения о форме и правилах представления результатов прямых многократных измерений. Приводятся варианты задания для выполнения лабораторной работы по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация», а также пример его выполнения.

Методические указания соответствуют требованиям программ, утвержденных учебно-методическим объединением по направлениям подготовки бакалавров: 29.03.05 (262200.62), 19.03.02 (260100.62), 19.03.03 (260200.62), 20.03.01 (280700.62), 04.03.01 (020100.62), 23.03.01, 23.03.03, 28.03.01, 15.03.06 и специалистов 04.05.01 (020201.65).

Предназначены для обучающихся по направлениям подготовки: 29.03.05 (262200.62), 19.03.02 (260100.62), 19.03.03 (260200.62), 20.03.01 (280700.62), 04.03.01 (020100.62), 23.03.01, 23.03.03, 28.03.01, 15.03.06, 04.05.01 (020201.65) всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 14.08.15. Формат 60×84 1/16.  
Усл. печ. л. 0,6. Уч. - изд. л. 0,5. Тираж 50 экз. Заказ 464.

Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

**Цель работы:**

приобрести практические навыки обработки и представления результатов прямых многократных измерений.

**Краткие теоретические положения****1. Форма представления результатов прямых однократных измерений.**

Многократные измерения проводятся с целью уменьшения влияния случайных погрешностей на результат измерения [1-3]. При многократных измерениях за измеренное значение величины принимается среднее арифметическое из всех полученных отдельных измерений.

Теория метода обработки прямых многократных измерений базируется на теории вероятности.

Порядок обработки прямых многократных измерений [4]:

1. Провести  $n$  измерений  $x_i$  измеряемой величины  $x$ :

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n.$$

2. Вычислить среднее арифметическое значение измеряемой величины по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1)$$

3. Вычислить оценку среднего квадратического отклонения (СКО) результата измерения по формуле:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (2)$$

4. Рассчитать доверительный интервал случайной погрешности (случайную погрешность) по формуле:

$$\Delta_{\bar{x}} = t_{\alpha, n} \cdot S_{\bar{x}}, \quad (3)$$

где  $t_{\alpha,n}$  – коэффициент Стьюдента, который учитывает требуемую доверительную вероятность  $\alpha$  и количество проведенных измерений  $n$ , на основании которых вычислена величина  $S_{\bar{x}}$ .

Для технических измерений принята доверительная вероятность  $P = \alpha = 0,95$ .

Коэффициент Стьюдента выбирается из табл. 1 для заданного числа измерений  $n$ .

Таблица 1

Значения коэффициента Стьюдента для  $\alpha = 0,95$  [4]

$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30
$t_{\alpha,n}$	12,7	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,36	2,31	2,26	2,09	2,04

5. Определить абсолютную погрешность измерения с учетом случайной погрешности  $\Delta_{\bar{x}}$  и инструментальной погрешности  $\Delta_{\text{их}}$  по формуле:

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{\text{их}}\right)^2}. \quad (4)$$

Множитель «2/3» в выражении (4) учитывает разные доверительные вероятности определения случайной  $\Delta_{\bar{x}}$  и инструментальной  $\Delta_{\text{их}}$  погрешностей. Случайная погрешность рассчитывается для доверительной вероятности  $P = 0,95$ , а величина инструментальной погрешности  $\Delta_{\text{их}}$  прибора нормируется для доверительной вероятности  $P = 1$ .

6. Вычислить относительную погрешность измерения по формуле:

$$\delta_x = \left| \frac{\Delta_x}{\bar{x}} \right| \cdot 100\%. \quad (5)$$

7. Используя правила представления результатов измерения, определить количество значащих цифр в абсолютной и относительной погрешностях, и в значении измеряемой величины.

Результат измерений записывают следующим образом:

$$x = (A \pm B)C; \quad \delta_x = D\%; \quad P = 0,95, \quad (6)$$

где  $A$  – измеренное значение;  $B$  – абсолютная погрешность;  $C$  – единицы измерения;  $D$  – относительная погрешность;  $P$  – доверительная вероятность (вероятность того, что полученное значение является истинным – 100%).

## 2. Правила представления результатов измерений [4,5].

Любое число состоит из цифр, определяющих количество единиц в различных разрядах числа. Так, в число 312,42 включает 5 цифр, в нем содержится 3 сотни, 1 десяток, 2 единицы, 4 десятых и 2 сотых. Старший разряд – сотни, младший – сотые.

Цифры в числе могут быть значащими и незначащими.

Значащие цифры – это все цифры числа, кроме нулей, стоящих слева. Нули, стоящие в середине или в конце числа (справа) являются значащими, т.к. обозначают отсутствие единиц в соответствующем разряде. При этом цифры множителя  $10^n$  не учитываются.

В таблице 2 представлены примеры определения количества значащих цифр в числах.

Таблица 2

Примеры определения количества значащих цифр в числах

Число	Количество значащих цифр
0,0001	1
$0,1 \cdot 10^5$	1
0,00010	2
3,1250	5
$0,051 \cdot 10^{-4}$	2
$51,0 \cdot 10^{-4}$	3
51	2
302,0	4
302,010	6

В процессе измерения получают измеренное значение величины  $x$  и две погрешности: абсолютную  $\Delta X$  и относительную  $\delta_x$ . Для того, чтобы снизить погрешности обработки результатов измерений, в погрешностях  $\Delta X$  и  $\delta_x$  необходимо ограничить число значащих цифр по следующим правилам [3].

1. Погрешности измерения должны содержать не более двух (одну или две) значащих цифры.

2. Если первая значащая цифра в абсолютной погрешности  $\Delta X$  : «1», «2» или «3», то в погрешности необходимо оставить 2 значащие цифры. Если первая значащая цифра в абсолютной погрешности  $\Delta X$  : «4», «5», «6», «7», «8» или «9», то в погрешности необходимо оставить 1 значащую цифру.

3. Измеренное значение  $X$  должно заканчиваться тем же младшим разрядом, что и абсолютная погрешность  $\Delta X$ .

4. В относительной погрешности  $\delta_x$  число значащих цифр ограничивается по тем же правилам, что и в абсолютной погрешности  $\Delta X$ .

В таблице 3 представлены примеры ограничения количества значащих цифр в измеренном значении и его погрешностях.

Таблица 3

Примеры ограничения  
количества значащих цифр в числах

Полученный результат	Верный результат с ограничением
$567,650 \pm 0,0789$	$567,65 \pm 0,08$
$567 \pm 0,013$	$567,000 \pm 0,013$ или $(5670,00 \pm 0,13) \cdot 10^{-1}$ или $(56700,0 \pm 1,3) \cdot 10^{-2}$
$567,65 \pm 33,6$	$568 \pm 34$
$567,65 \pm 43,6$	$(57 \pm 4) \cdot 10$ или $(5,7 \pm 0,4) \cdot 10^2$
$567,65 \pm 0,297$	$567,7 \pm 0,3$

При ограничении числа значащих цифр необходимо использовать операцию округления – отбрасывание значащих цифр спра-

ва после определенного разряда с возможным изменением цифры этого разряда.

Существуют следующие правила округления:

1. Если первая из отбрасываемых цифр меньше «5», то цифра предыдущего разряда не изменяется; если – больше «5», то цифра предыдущего разряда увеличивается на единицу.

2. Если отбрасывается несколько цифр и первая из отбрасываемых «5», то цифра предыдущего разряда увеличивается на единицу.

3. Если отбрасывается только одна цифра «5», а за ней нет цифр, то округление производится до ближайшего четного числа (если цифра предыдущего разряда четная, то она не изменяется, если нечетная, то увеличивается на единицу).

4. Округление выполняется сразу до желаемого числа значащих цифр.

### **Задание.**

Секундомером с известной погрешностью были проведены многократные измерения (20 измерений). Результаты измерений представлены в табл. 4. Инструментальная погрешность составляет  $0,01N$  с. При условии, что доверительная вероятность результата измерения составляет 95%, записать в правильной форме результат измерения.

Примечание:  $N$  – порядковый номер обучающегося в алфавитном списке академической группы.

Таблица 4

Исходные данные

№	Полученные значения, с	№	Полученные значения, с
1	$623,40N$	11	$623,37N$
2	$623,31N$	12	$623,35N$
3	$623,32N$	13	$623,38N$
4	$623,37N$	14	$623,36N$
5	$623,39N$	15	$623,34N$
6	$623,36N$	16	$623,29N$
7	$623,31N$	17	$623,39N$
8	$623,38N$	18	$623,29N$
9	$623,40N$	19	$623,33N$
10	$623,30N$	20	$623,29N$

### Пример выполнения задания.

Некоторым СИ с погрешностью  $\Delta_{ix} = 0,3$  у.е. были проведены многократные измерения, в результате которых получены следующие значения:

21,3 у.е.; 21,4 у.е.; 21,2 у.е.; 21,3 у.е.; 21,2 у.е.

При условии, что доверительная вероятность результатов измерений составляет 95%, записать в правильной форме результат измерения.

1. Среднее арифметическое значение измеряемой величины составляет 21,28 у.е. (по правилам приближенных вычислений среднее арифметическое значение должно иметь на один разряд больше, чем исходные данные).

2. Оценка СКО результатов измерения составляет:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{5(5-1)} \cdot \sum_{i=1}^5 (x_i - 21,28)^2} = 0,0374 \text{ у.е.}$$

По правилам представления результатов погрешностей, погрешность должна содержать не более 2-х значащих цифр. Но, т.к. оценка СКО является промежуточной величиной, в ней необходимо оставить 3 значащие цифры.

3. Из таблицы значений коэффициентов Стьюдента (табл. 1) для  $n = 5$ ,  $P = \alpha = 0,95$  выбираем значение коэффициента  $t_{\alpha,n} = 2,78$ .

Доверительный интервал случайной погрешности принимаем равным:  $\Delta_{\bar{x}} = 2,78 \cdot 0,0374 = 0,104$  у.е. (в промежуточном значении необходимо оставить 3 значащие цифры).

4. Абсолютная погрешность измерений составляет:

$$\Delta_x = \sqrt{0,104^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot 0,3\right)^2} = 0,225 \text{ (у.е.)}$$

В промежуточном значении необходимо оставить 3 значащие цифры.



5. Относительная погрешность составляет:

$$\delta_x = 1,06\%.$$

В промежуточном расчете также оставляем 3 значащие цифры.

6. По правилам ограничения количества значащих цифр:

- относительная погрешность составит: 1,1%;

- абсолютная погрешность составит: 0,23 у.е.;

- среднее значение измеряемой величины должно содержать те же разряды, что и арифметическая погрешность, т.е. составит: 21,28 у.е.

Тогда результат многократных измерений можно записать следующим образом:

$$x = (21,28 \pm 0,23) \text{ у.е.}; \quad \delta_x = 1,1 \%; \quad P = 0,95.$$

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Якушев, А.И. Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения [Текст] / А.И. Якушев, Л.Н. Воронцов, Н.М. Федотов. – 6-е изд., перераб. и допол. – М.: Машиностроение, 1987. – 362 с.
2. Крылова, Г.Д. Основы стандартизации, сертификации, метрологии: [Текст]: учебник / Г.Д. Крылова. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 671 с.
3. Радкевич, Я.М. Метрология, стандартизация и сертификация: [Текст]: учебник для вузов / Я.М. Радкевич, А.Г. Схиртладзе, Б.И. Локтионов. – М.: Высшая школа, 2006. – 800 с.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. – 6-е изд. стер. — М.: Высш. шк., 1999. – 576 с.
5. Сергеев, А.Г. Метрология, стандартизация, сертификация: [Текст]: А.Г. Сергеев, М.В. Латышев, В.В. Терегеря. – М.: Логос, 2005. – 560 с.