

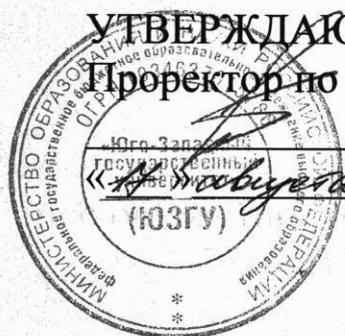
Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 14.09.2022 16:36:53  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

## МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра управления качеством, метрологии и сертификации

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
О.Г. Локтионова  
2015 г.



### **ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ. ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ГРАНИЦЫ ПОГРЕШНОСТИ. ИСКЛЮЧЕНИЕ ГРУБЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ**

Методические указания по выполнению лабораторной работы  
по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация»  
для обучающихся по направлениям подготовки бакалавров:  
29.03.05 (262200.62), 19.03.02 (260100.62),  
19.03.03 (260200.62), 20.03.01 (280700.62),  
04.03.01 (020100.62), 23.03.01, 23.03.03, 28.03.01, 15.03.06  
и по направлению подготовки специалистов  
04.05.01 (020201.65)

УДК 658.562

Составитель: О.В. Аникеева

Рецензент

Доктор технических наук, профессор кафедры  
«Управление качеством, метрология и сертификация»

А.Г. Ивахненко

**Интервальные оценки результатов измерений. Доверительные границы погрешности. Исключение грубых погрешностей:** методические указания по выполнению лабораторной работы по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О.В. Аникеева. Курск, 2015. 9 с. Библиогр.: с. 6.

Излагаются краткие теоретические сведения о сущности интервальных оценок результатов измерений. Приводятся варианты заданий для выполнения лабораторной работы по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация», а также пример их выполнения.

Методические указания соответствуют требованиям программ, утвержденных учебно-методическим объединением по направлениям подготовки бакалавров: 29.03.05 (262200.62), 19.03.02 (260100.62), 19.03.03 (260200.62), 20.03.01 (280700.62), 04.03.01 (020100.62), 23.03.01, 23.03.03, 28.03.01, 15.03.06 и специалистов 04.05.01 (020201.65).

Предназначены для обучающихся по направлениям подготовки: 29.03.05 (262200.62), 19.03.02 (260100.62), 19.03.03 (260200.62), 20.03.01 (280700.62), 04.03.01 (020100.62), 23.03.01, 23.03.03, 28.03.01, 15.03.06, 04.05.01 (020201.65) всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 14.08.15. Формат 60×84 1/16.  
Усл. печ. л. 0,6. Уч. - изд. л. 0,5. Тираж 50 экз. Заказ 461.

Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

### **Цель работы:**

приобрести практические навыки проведения интервальных оценок среднеквадратического отклонения результатов измерений.

### **Краткие теоретические положения**

Погрешности средств измерений могут быть выражены двумя различными способами: с помощью точечных оценок и с помощью интервальных [1,2].

К *точечным оценкам* относятся математическое ожидание погрешности и среднеквадратическое отклонение.

В качестве *интервальной оценки* используют интервал погрешности, который охватывает все возможные значения погрешности измерений с вероятностью  $P$ . Эта вероятность называется *доверительной* или надежностью оценки погрешности.

Предел допускаемой погрешности можно рассматривать как точечную оценку или как интервальную для доверительной вероятности, равной единице.

Интервальная оценка является более гибкой, поскольку она позволяет указать погрешность измерений в зависимости от того, какая требуется вероятность реализации этой погрешности для конкретных условий эксплуатации средства измерений.

*Интервальной* называют оценку, которая определяется двумя числами – концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр [1,2].

*Доверительным* называют интервал, который с заданной надежностью  $\gamma$  покрывает заданный параметр [3].

Интервальной оценкой (с надежностью  $\gamma$ ) математического ожидания  $\mu$  нормально распределенного признака  $X$  по выборочной средней  $x_{в.ср.}$  при известном среднем квадратическом отклонении  $\sigma$  генеральной совокупности служит доверительный интервал:

$$x_{в.ср.} - t \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < x_{в.ср.} + t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (1)$$

где  $t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  – точность оценки,  $n$  – объем выборки;  $t$  – значение аргумента функции Лапласа  $\Phi(t)$ , при котором  $\Phi(t) = 0,5$  [3,4].

**Задания.****Задание 1.**

Известны результаты 28-ми измерений длины детали, мм (табл. 1). Определить границы доверительного интервала для среднего квадратического отклонения результатов наблюдений. Уровень доверительной вероятности  $P = 90\%$ .

Примечание:  $N$  – порядковый номер обучающегося в алфавитном списке академической группы.

Таблица 1

Исходные данные к заданию 1

10,305 <i>N</i>	10,306 <i>N</i>	10,306 <i>N</i>	10,309 <i>N</i>	10,308 <i>N</i>	10,309 <i>N</i>	10,313 <i>N</i>
10,310 <i>N</i>	10,305 <i>N</i>	10,307 <i>N</i>	10,309 <i>N</i>	10,303 <i>N</i>	10,307 <i>N</i>	10,309 <i>N</i>
10,305 <i>N</i>	10,308 <i>N</i>	10,310 <i>N</i>	10,306 <i>N</i>	10,305 <i>N</i>	10,307 <i>N</i>	10,311 <i>N</i>
10,308 <i>N</i>	10,312 <i>N</i>	10,304 <i>N</i>	10,308 <i>N</i>	10,301 <i>N</i>	10,313 <i>N</i>	10,312 <i>N</i>

**Задание 2.**

После обработки результатов 30-ти наблюдений получена точечная оценка среднего квадратического отклонения результатов наблюдений (см. табл. 2). Приняв уровень доверительной вероятности  $P = 1 - q = 90\%$ , найти границы доверительного интервала для среднего квадратического отклонения.

Таблица 2

Исходные данные к заданию 2

№ варианта	$S$ , с	№ варианта	$S$ , с
1	0,00013	9	0,00041
2	0,09021	10	0,00472
3	0,00051	11	0,00052
4	0,00029	12	0,00412
5	0,00001	13	0,00640
6	0,00073	14	0,03921
7	0,00021	15	0,01900
8	0,00092	16	0,00001

### Пример выполнения заданий.

Известны результаты шести измерений длины детали, мм:  
15,5; 15,6; 15,4; 15,5; 15,5; 15,4.

Определить границы доверительного интервала для среднего квадратического отклонения результатов наблюдений.

В качестве оценки математического ожидания длины детали  $\mu$  принимаем ее среднее арифметическое:  $\bar{X} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 x_i = 15,483$  мм.

Точечная оценка среднего квадратического отклонения результатов наблюдений составляет:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{X})^2} = 0,075 \text{ мм.}$$

При уровне доверительной вероятности  $P = 90\%$  (0,9) (уровень значимости  $q$  при этом будет равен  $100\% - 90\% = 10\%$  или 0,1) для числа степеней свободы  $k = n - 1 = 6 - 1 = 5$  по таблице распределения Пирсона (Приложение 1 [4]) находим:

$$\chi_{k; \frac{1}{2}q}^2 = \chi_{5; 0,05}^2 = 1,145; \chi_{5; 0,05} = 1,070;$$

$$\chi_{k; 1-\frac{1}{2}q}^2 = \chi_{5; 0,95}^2 = 11,070; \chi_{5; 0,95} = 3,327.$$

Находим границы доверительного интервала для среднего квадратического отклонения результатов наблюдений:

$$S_B = \frac{\sqrt{n-1} \cdot S}{\chi_{k; \frac{1}{2}q}} = \frac{\sqrt{6-1} \cdot 0,075}{1,070} = 0,157 \text{ мм;}$$

$$S_H = \frac{\sqrt{n-1} \cdot S}{\chi_{k; 1-\frac{1}{2}q}} = \frac{\sqrt{6-1} \cdot 0,075}{3,327} = 0,050 \text{ мм.}$$

Вывод: полученные результаты говорят о том, что истинное значение среднего квадратического отклонения результатов наблюдений с вероятностью 90% лежит в интервале (0,050 ... 0,157) мм.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дунин-Барковский, И.В. Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения [Текст] – М.: Издательство стандартов, 1985, - 370с.
2. Сергеев, А.Г. Метрология, стандартизация, сертификация: [Текст]: А.Г. Сергеев, М.В. Латышев, В.В. Терегеря. – М.: Логос, 2005. – 560 с.
3. Государственная система обеспечения единства измерений. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения [Текст]: ГОСТ Р 8.736-2011. – Введ. 01.01.2013.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. – 6-е изд. стер. — М.: Высш. шк., 1999. – 576 с.

## Приложение 1

Интегральная функция  $\chi^2$  – распределения Пирсона  
Значения  $\chi_{k; q}^2$  для различных  $k$  и  $q$

k	q													
	0,01	0,02	0,05	0,10	0,20	0,30	0,50	0,70	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99	
1	0,000157	0,000628	0,00393	0,0158	0,0642	0,148	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635	
2	0,0201	0,0404	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210	
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345	
4	0,297	0,429	0,711	1,064	1,649	2,195	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277	
5	0,554	0,752	1,145	1,610	2,343	3,000	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086	
6	0,872	1,134	1,635	2,204	3,070	3,828	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812	
7	1,239	1,564	2,167	2,833	3,822	4,671	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475	
8	1,646	2,032	2,733	3,490	4,594	5,527	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090	
9	2,088	2,532	3,325	4,168	5,380	6,393	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666	
10	2,558	3,059	3,940	4,865	6,179	7,267	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209	
11	3,053	3,609	4,575	5,578	6,989	8,148	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725	
12	3,571	4,178	5,226	6,304	7,807	9,034	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217	
13	4,107	4,765	5,892	7,042	8,634	9,926	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688	
14	4,660	5,368	6,571	7,790	9,467	10,821	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	26,873	29,141	

k	q															
	0,01	0,02	0,05	0,10	0,20	0,30	0,50	0,70	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99			
15	5,229	5,985	7,261	8,547	10,307	11,721	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578			
16	5,812	6,614	7,962	9,312	11,152	12,624	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000			
17	6,408	7,255	8,672	10,085	12,002	13,531	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409			
18	7,015	7,906	9,390	10,865	12,857	14,440	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805			
19	7,633	8,567	10,117	11,651	13,716	15,352	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	33,687	36,191			
20	8,260	9,237	10,851	12,444	14,578	16,266	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566			
21	8,897	9,915	11,591	13,240	15,445	17,182	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932			
22	9,542	10,600	12,338	14,041	16,314	18,101	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289			
23	10,196	11,293	13,091	14,848	17,187	19,021	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638			
24	10,856	11,992	13,848	15,659	18,062	19,943	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980			
25	11,524	12,697	14,611	16,473	18,940	20,867	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314			
26	12,198	13,409	15,379	17,292	19,820	21,792	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642			
27	12,879	14,125	16,151	18,114	20,703	22,710	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963			
28	13,565	14,847	16,928	18,939	21,588	23,647	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278			
29	14,256	15,574	17,708	19,768	22,475	24,577	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588			
30	14,953	16,306	18,493	20,599	23,364	25,508	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892			