

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра электроснабжения

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова



_____ 2017 г.

ЦЕПИ СО ВЗАИМНОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ

методическое указание к выполнению лабораторной работы
по дисциплине "Теоретические основы электротехники" для
студентов направления подготовки
«Электроэнергетика и электротехника»

УДК 621.301

Составитель Л.В. Плесконос

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент кафедры
электрообеспечения *А.Л. Овчинников.*

Цепи со взаимной индуктивностью. Методическое указание к выполнению лабораторной работы по дисциплине "Теоретические основы электротехники" для студентов направления подготовки «Электроэнергетика и электротехника»/ Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л.В. Плесконос. Курск, 2017. 15 с.: ил.9, прил.1. Библиогр.: с. 14.

Излагаются методические указания и теоретический материал, необходимый для выполнения работы.

Предназначены для студентов направления подготовки
"Электроэнергетика и электротехника"

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать *3.04.17*. Формат 60x84 1/16.

Уел. печ. л. *07*. Уч.-изд. л. *06*. Тираж 150 экз. Заказ Бесплатно. *463*

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

ЦЕПИ СО ВЗАИМНОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ

Цель работы состоит в изучении на основе экспериментов ряда основных понятий и положений, используемых в теории цепей для учета взаимной индукции.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В начале работы практически изучается один из способов разметки зажимов элементов с индуктивной связью. Экспериментально и с применением метода векторных диаграмм используется влияние взаимной индукции на параметры и соотношения между токами или напряжениями цепей с последовательным и параллельным соединением элементов. Выполняется также опытная проверка теории воздушного трансформатора.

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Взаимной индукцией называют наведение э. д. с. в каком-нибудь элементе цепи за счет изменения тока в другом элементе. Обнаруживается взаимная индукция в случаях, когда элементы цепи обладают переменной магнитной (индуктивной) связью. К примеру, на рис. 1 магнитную связь катушек 1 и 2 осуществляют магнитные потоки взаимоиндукции Φ_{21} и Φ_{12} (здесь и далее подразумевается обычный смысл двойных индексов: первый индекс указывает «где» – в какой катушке появляются рассматриваемые поток, э. д. с. или напряжение, второй индекс указывает «от чего» – какая катушка ответственна за появление рассматриваемой величины).

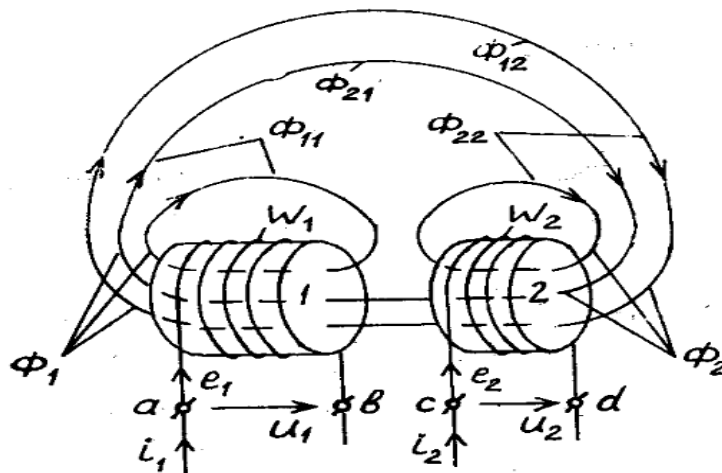


Рис. 1. Катушки с индуктивной связью

В системе двух катушек наведенные э. д. с. согласно закону электромагнитной индукции:

$$e_1 = \frac{-\partial\psi_1}{\partial t} \quad (1)$$

$$e_2 = \frac{-\partial\psi_2}{\partial t}$$

В этих выражениях

$$\psi_1 = \psi_{11} \pm \psi_{12} \quad (2)$$

$$\psi_2 = \psi_{21} \pm \psi_{22}$$

где ψ_1 и ψ_2 , ψ_{11} и ψ_{22} , ψ_{12} и ψ_{21} – потокосцепления катушек соответственно полные, самоиндукции и взаимноиндукции. [Потокосцепление равно произведению соответствующего потока и числа витков катушки, если поток сцепляется со всеми витками.]

Положительный знак в (2) соответствует рисунку 1, где потоки взаимноиндукции Φ_{12} и Φ_{21} направлены в катушках одинаково. Это вариант согласного взаимодействия или *согласного включения* катушек. Отрицательный знак соответствует случаю другого – встречного взаимодействия или *встречного включения*, когда те же потоки противоположны.

При отсутствии ферромагнитных сердечников (система – линейна) потокосцепления и создающие их токи пропорциональны. В системе рис. 1 $\psi_{11} = L_1 i_1$ и $\psi_{22} = L_2 i_2$, где коэффициенты L_1 и L_2 – индуктивности катушек; $\psi_{12} = M i_2$ и $\psi_{21} = M i_1$, где коэффициент M называется *взаимной индуктивностью*, и в отличие от других параметров характеризует не отдельный элемент цепи, а только магнитную связь между элементами. Все коэффициенты измеряются в генри (Г).

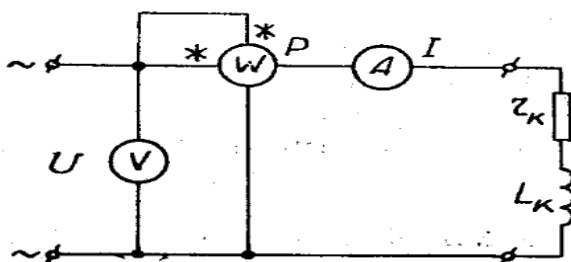


Рис.2. К определению параметров катушек

Степень индуктивной связи катушек характеризует также коэффициент связи K , равный $\frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$. Значение K всегда меньше единицы, так как только часть потока, созданного одной катушкой, сцепляется с витками другой.

Если ввести коэффициенты индуктивности, то с учетом (2) э. д. с. катушек выражаются в виде:

$$e_1 = -L_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} \pm M \frac{\partial i_2}{\partial t} \quad (3)$$

$$e_2 = -L_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} \pm M \frac{\partial i_1}{\partial t}$$

Здесь первые члены – э.д.с. самоиндукции, вторые – э.д.с. взаимоиндукции. Переход к напряжениям означает замену (3) выражениями вида

$$U_1 = L_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} \pm M \frac{\partial i_2}{\partial t}$$

$$U_2 = L_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} \pm M \frac{\partial i_1}{\partial t}$$

а для синусоидальных режимов – в комплексной форме:

$$\dot{U}_1 = jx_1 \dot{I}_1 \pm jx_M \dot{I}_2 \quad (4)$$

$$\dot{U}_2 = jx_2 \dot{I}_2 \pm jx_M \dot{I}_1$$

где $X_1 = \omega L_1$, $x_2 = \omega L_2$ и $x_M = \omega M$; ω – круговая частота. Величина x_M выражается аналогично индуктивным сопротивлениям катушек x_1 и x_2 . Отсюда – ее название: *сопротивление взаимоиндукции*.

Таким образом, при наличии индуктивной связи напряжения \dot{U}_1 и \dot{U}_2 на зажимах катушек содержат составляющие вида $jx_M \dot{I}_K$ (напряжения взаимоиндукции), и основное усложнение в расчетах цепей состоит в правильном учете этих составляющих. Их знак, как это следует из вывода (4), определяется видом взаимодействия. Он же, в свою очередь, зависит не только от направлений токов, но также от направления намотки катушек и их

взаимного пространственного расположения, что на схемах не показывают. Если же вид взаимодействия (или способ включения) неизвестен, однозначные расчеты невозможны. Но, оказывается, важно лишь установить, при каких направлениях токов относительно отмеченной пары зажимов двух катушек получается согласное или встречное включение. Лучше, если для разметки пара зажимов выбирается не произвольно, а согласно следующему определению: два зажима пары индуктивно связанных катушек называются *одноименными* («начала» или «концы»), если при согласном взаимодействии токи катушек направлены относительно этих зажимов одинаково. На рис. 1 одноименными будут пары а – с и b – d. С помощью закона электромагнитной индукции (1) и рис. 1 можно обнаружить такую особенность одноименных зажимов: если ток как угодно меняется только в одной катушке (другая разомкнута), то в любой момент полярности зажимов будут одинаковы. Значит, на переменном токе пары а – с и b – d сохраняются. Тогда можно говорить о правиле знаков в (4), необходимом для записи контурных уравнений. К примеру, для катушки 1 (на рис. 1) согласно определению одноименных зажимов и уравнениям (4) получается:

а) если положительные направления обхода и тока катушки совпадают, при согласном включении $\dot{U}_1 > 0$, $jx_M \dot{I}_2 > 0$, а направления обхода катушки и тока катушки 2 относительно одноименных зажимов ориентированы одинаково; при встречном включении

$\dot{U}_1 > 0$, $jx_M \dot{I}_2 < 0$, а те же направления относительно одноименных зажимов ориентированы различно;

б) если положительные направления обхода и тока катушки противоположны, при согласном включении $\dot{U}_1 < 0$, $jx_M \dot{I}_2 < 0$, а направления обхода катушки и тока катушки 2 относительно одноименных зажимов ориентированы различно; при встречном включении $\dot{U}_1 < 0$, $jx_M \dot{I}_2 > 0$, а те же направления относительно одноименных зажимов ориентированы одинаково. Отсюда выявляется правило: напряжение взаимоиндукции данной катушки в уравнениях Кирхгофа записывается положительным, если на схеме

получилась одинаковая ориентация относительно одноименных зажимов положительных направлений обхода этой катушки и тока той индуктивно связанной с ней другой катушки, которая ответственна за появление записываемого напряжения.

В такой форме правило позволяет определить знак напряжения взаимоиндукции и в том случае, когда цепь катушки разомкнута.

Одноименные зажимы часто не обозначены. Их разметку можно выполнить в двух опытах с последовательным соединением катушек (рис. 4).

При этом напряжение на зажимах цепи

$$\begin{aligned} \dot{U} &= r_1 \dot{I} + jx_1 \dot{I} \pm jx_M \dot{I} + \\ &+ r_2 \dot{I} + jx_2 \dot{I} \pm jx_M \dot{I} = \\ &[(r_1 + r_2)^2 + (x_1 + x_2 + 2x_M)] \dot{I} = \underline{z} \dot{I} \end{aligned}$$

где \underline{z} – комплекс сопротивлений всей цепи. Его модуль при согласном включении

$$z_c = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (x_1 + x_2 + 2x_M)^2}$$

при встречном включении

$$z_b = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (x_1 + x_2 - 2x_M)^2}$$

Очевидно, $z_c > z_b$ и с неизменным напряжением U ток цепи при согласном включении будет меньше, чем при встречном. Если такой вариант получается в схеме рис. 4, а, то одноименным с зажимом a будет зажим c .

В опытах с согласным и встречным включением определяются реактивные сопротивления цепи X_c и X_b :

$$x_c = x_1 + x_2 + 2x_M$$

$$x_b = x_1 + x_2 - 2x_M$$

отсюда

$$x_M = \frac{1}{4}(x_c - x_b) \quad \text{и} \quad M = \frac{x_M}{\omega} = \frac{1}{4\omega}(x_c - x_b)$$

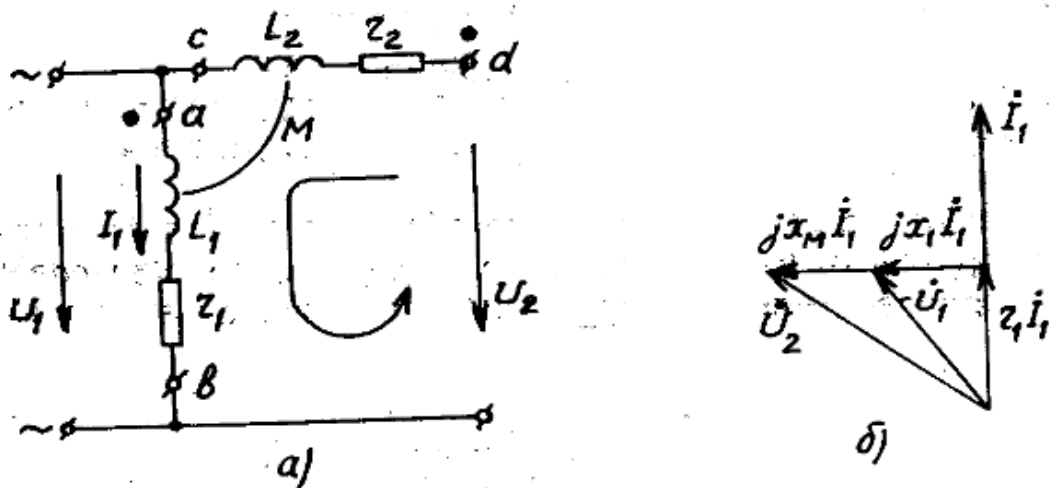


Рис.3. К определению одноименных зажимов

В настоящей работе разметку зажимов надлежит выполнить с помощью одного вольтметра, пользуясь схемой рисунка 3, а, где индуктивно связанные катушки включены в четырехполюсник, питаемый при напряжении U_1 . Цепь одной из катушек разомкнута. Измерить необходимо входное и выходное напряжения.

Пусть оказалось $U_2 > U_1$. Тогда вывод об одноименных зажимах представляется в следующем порядке:

- неравенство $U_2 > U_1$ объясняет векторная диаграмма (рис. 3, б);
- диаграмме удовлетворяет уравнение

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 + jx_M \dot{I}_1$$

или

$$-\dot{U}_2 = -\dot{U}_1 - jx_M \dot{I}_1$$

- первому уравнению, где $\dot{U}_1 > 0$ соответствует положительное направление обхода катушки 2 по пути d – c – a – b; поскольку $jx_M \dot{I}_1 > 0$, одноименными будут те зажимы, относительно которых найденное положительное направление и ток \dot{I}_1 ориентированы одинаково, т. е. зажимы a и d.

К такому же выводу, но при другом положительном направлении обхода и различной ориентации, приводит и второе уравнение.

Любые две катушки с индуктивной связью могут быть включены по схеме *воздушного трансформатора* (рис. 6), где извне энергия питания

поступает лишь в одну катушку (первичную), другая катушка (вторичная) замкнута на сопротивление нагрузки (r_n, x_n) и получает энергию только посредством взаимоиנדукции.

Согласно рис. 6

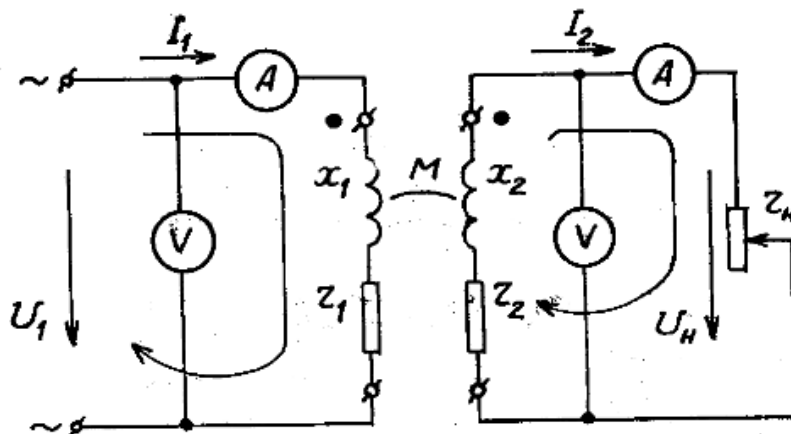


Рис.6. Воздушный трансформатор

$$\dot{U} = r_1 \dot{I}_1 + jx_1 \dot{I}_1 - jx_M \dot{I}_2 \quad (5)$$

$$0 = (r_2 + r_n) \dot{I}_2 + j(x_2 + x_n) \dot{I}_2 - jx_M \dot{I}_1$$

Режим воздушного трансформатора может характеризовать и одно уравнение. Например, преобразуя систему (5), находят:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 [(r_1 + r_{вн}) + j(x_1 + x_{вн})]$$

где $r_{вн}$ и $x_{вн}$ – *вносимые* (из вторичного контура в первичный) активное и реактивное сопротивления. Их значения зависят от степени индуктивной связи и параметров вторичного контура:

$$r_{вн} = \frac{x_M^2 (r_2 + r_n)}{(r_2 + r_n)^2 + (x_2 + x_n)^2}$$

$$x_{вн} = \frac{x_M^2 (x_2 + x_n)}{(r_2 + r_n)^2 + (x_2 + x_n)^2}$$

Векторные диаграммы напряжений в настоящей работе рекомендуется выполнить топографическими согласно схемам рис. 4, рис. 5 и рис. 6. Следует заметить, что в цепях с взаимоиנדукцией возможны условия, когда существует отрицательный сдвиг фаз напряжения и тока катушки (емкостный эффект). Например, при $L_2 < M$ и при встречном включении величина $\varphi_2 < 0$.

ЗАДАНИЕ

Предварительные замечания

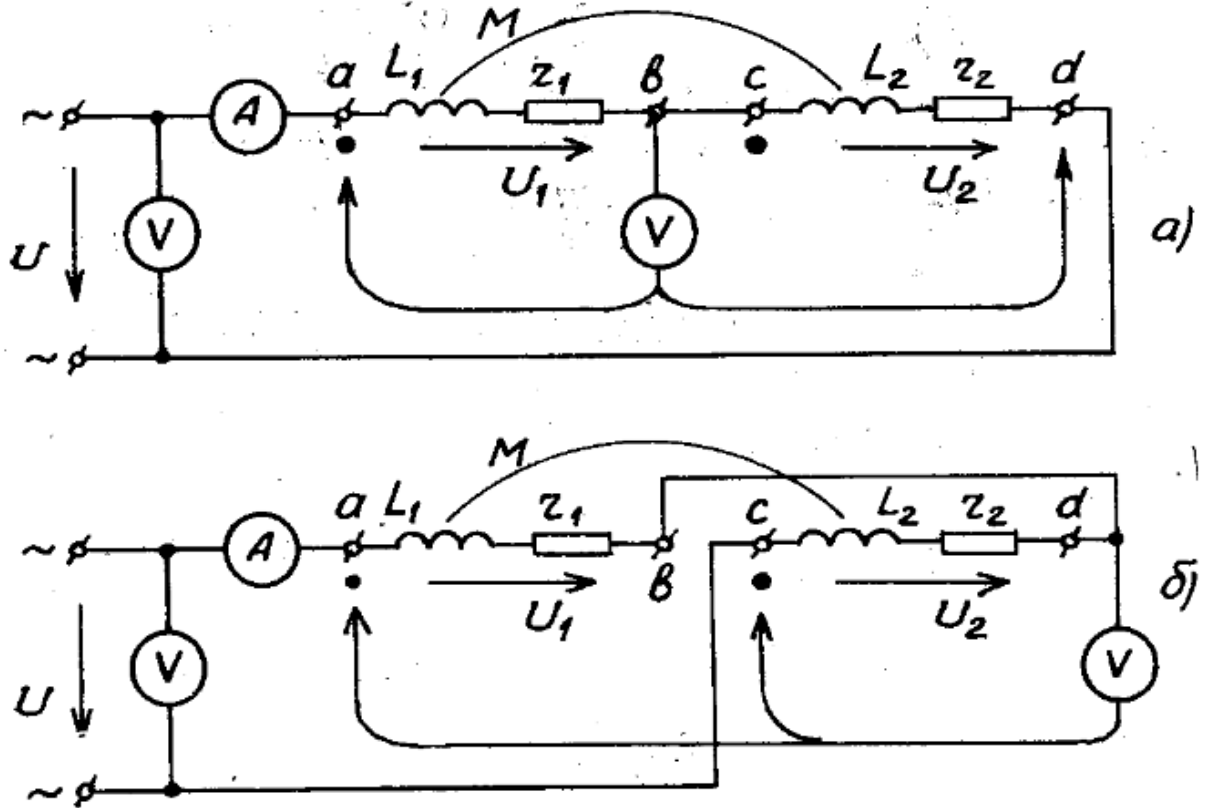


Рис.4. Последовательное включение элементов с взаимной индукцией:

а) согласное, б) встречное

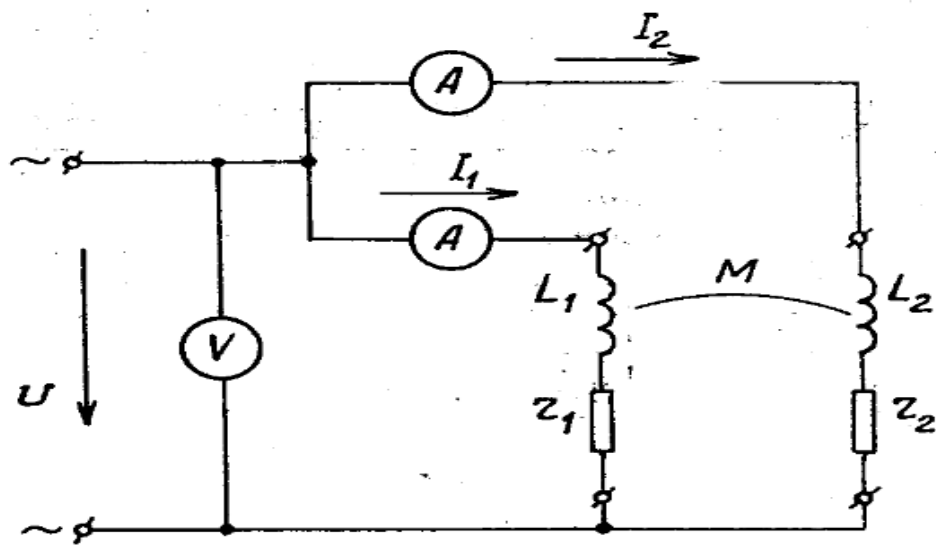


Рис.5. Параллельное соединение элементов с взаимной индукцией

Устройство со взаимной индукцией представляет отдельная катушка с двумя соосными обмотками, именуемая далее: «катушка взаимоиндукции».

Вследствие влияния взаимной индукции режимы питания обмоток в разных цепях существенно различаются. Поэтому с тем, чтобы не превышать допустимое значение тока обмоток, предельное напряжение на зажимах каждой рабочей цепи следует устанавливать по указанию преподавателя или согласно Приложению.

Выполнить следующее.

1. Разместить зажимы катушки взаимоиндукции.

Разметка зажимов включает:

- определение зажимов, принадлежащих только одной обмотке;
- определение одноименных зажимов.

Зажимы обмоток найти с помощью только вольтметра и источника питания (используется схема воздушного трансформатора).

Для определения одноименных зажимов собрать цепь по схеме (рис. 3,а). Зажимы выявляются после однократного измерения напряжений U_1 и U_2 (см. Основные теоретические положения).

2. Определить параметры z , r , x и L отдельных обмоток, включая обмотки поочередно по схеме метода амперметра, вольтметра и ваттметра (рис. 2). Показания приборов внести в табл. 1. Расчет параметров выполнить в лаборатории.

Табл. I

Из опытов			Из расчетов				Примечание
$U, В$	$I, А$	$P, Вт$	$z, Ом$	$r, Ом$	$x, Ом$	$L, Г$	
							Обмотка I
							Обмотка 2

3. Соединить обмотки последовательно (схема, рис. 4). Провести измерения режимов при согласном и встречном включении.

Данные опытов внести в табл. 2.

Табл 2

Ц ₃ опытов				Ц ₃ расчетов							Примечание	
U _B	I _A	U ₁ B	U ₂ B	Z _c OM	Z _B OM	X _M OM	M r	K	U ₁ B	U ₂ B		
x	x	x	x	x						x	x	Согласное включение Встречное включение
x	x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	

4. Собрать цепь с параллельным соединением обмоток, присоединив одноименные зажимы (по указанию преподавателя) к одному узлу или к разным узлам (рис. 5). Снять показания приборов для одного режима.

5. Собрать цепь воздушного трансформатора (рис. 6); в качестве первичной применить обмотку большей индуктивностью, для нагрузки вторичной обмотки использовать реостат r_n . При неизменном напряжении U_1 провести измерения режима холостого хода и одного из нагрузочных. Данные измерений записать в табл. 3.

Табл 3

Ц ₃ опытов				Ц ₃ расчетов					Примечание
U ₁ B	I ₁ BD	U ₂ B	I ₂ A	Z _M OM	Z _N OM	Z _{BH} OM	X _{BH} OM	I ₁ A	
x	x	x		x					Хол. ход Нагрузка
x	x	x	x		x	x	x	x	

Обработка результатов опытов

6. По п.1 в отчете привести обоснование выполненной разметки одноименных зажимов.

7. По опытным данным п.3 определить полные сопротивления цепи при согласном и встречном включении. Считая известными (из п.2) сопротивления обмоток, вычислить сопротивление взаимной индукции x_m , взаимную индуктивность M и коэффициент связи K . Рассчитать также (при измеренном токе I) напряжения на зажимах обмоток U_1 и U_2 . Сравнить рассчитанные значения с данными измерений.

8. По п.4 отметить способ включения обмоток (согласное включение или встречное). Написать (соответственно рис. 5 и с подстановкой чисел) уравнения цепи и построить векторную диаграмму.

Указание: в качестве исходного можно взять вектор тока обмотки с большей индуктивностью; «точка встречи» векторов \dot{U} и напряжения взаимоиндукции определяется с помощью циркуля.

9. По результатам измерений в п.5 выполнить следующее.

А. Определить сопротивление взаимоиндукции (по режиму холостого хода). Сравнить его с вычисленным в п.7.

Б. Написать (согласно рис. 6 и с подстановкой чисел) уравнения воздушного трансформатора в режимах холостого хода и нагрузочном. Построить соответствующие векторные диаграммы.

Указание: для режима нагрузки построение следует начать с диаграммы вторичного контура, например, в порядке $\dot{I}_2 - \dot{U}_H - r_2 \dot{I}_2 - (-jx_m \dot{I}_2) - \dot{I}_1$ и далее – до U_1 .

В. Для нагрузочного режима по известным r_2 , x_2 , x_m и $r_H = \frac{U_H}{I_2}$ вычислить вносимые сопротивления $r_{вн}$ и $x_{вн}$.

Г. Рассчитать (по формуле (6)) ток первичной цепи при измеренном напряжении U_1 . Сравнить рассчитанное и измеренное значения.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Поясните содержание следующих понятий: индуктивная связь, взаимная индукция, согласный и встречный способы включения, взаимная индуктивность.

2. Что называется напряжением взаимоиндукции? Чем определяется комплекс этой величины?

3. Приведите выражение для напряжения \dot{U}_k на зажимах данной катушки при наличии индуктивной связи. Укажите факторы, которые будут влиять на величину \dot{U}_k , если полагать неизменным ток \dot{I}_k , протекающий по сопротивлению катушки z_k . При каком условии $\dot{U}_k = z_k \dot{I}_k$?

4. Поясните необходимость введения понятия «одноименные зажимы». Что представляют собой они согласно определению?

5. Какими способами практически определяются одноименные зажимы?

6. Приведите обоснование правила знаков для напряжений взаимоиндукции.

7. Как измерить взаимную индуктивность M ?

8. Приведите перечень параметров, характеризующих воздушный трансформатор.

9. Что представляют собой вносимые сопротивления? Как рассчитать режим трансформатора при заданном напряжении питания?

10. Поясните порядок построения векторных диаграмм для всех используемых в работе цепей со взаимной индукцией.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники (электрические цепи). М., «Высшая школа», 1978, с. 48 – 50, 95 – 100.

2. Зевеке Г. В., Ионкин П. А., Нетушил А. В., Страхов С. В. Основы теории цепей. «Энергия», §§ 10.1 – 10.5; 10.8.

Приложение к работе №3

Максимально допустимый ток обмоток катушки взаимной индукции стенда – 0,8 А. В обмотке с меньшей индуктивностью это значение достигается при напряжении 30 – 35 В. С целью гарантированного ограничения напряжения питания до уровня 30 – 35 В в пп. 1, 2 и 4 задания в качестве источника напряжения следует взять вторичную обмотку любого из трех трансформаторов стенда, присоединив исследуемую цепь к зажимам Н2 – К2. Первичную обмотку зажимами Н1 – К1 подключить к выходным зажимам автотрансформатора АТ.

В пп. 3 и 5 рабочая цепь подключается непосредственно к автотрансформатору. Предельное напряжение питания в п.3 при согласном включении 180÷200 В, при встречном включении – 80 ÷85 В .

При включении цепи п.5 следует предварительно убедиться в правильности присоединения одноименных зажимов. Устанавливая напряжение питания в пределах 70÷ 110 В, нужно сделать также, чтобы ток первичного контура не превосходил 0,8 А.

Нагрузочный реостат в п.5 имеет номинальное сопротивление 520 Ом. Ток нагрузки устанавливается (движком реостата) в пределах 0,2 – 0,5 А (не более 0,5 А).

Измерительные приборы:

- амперметр электромагнитный класса 0,5 на 1 А (типа Э514) – 2 шт.;
- вольтметр электромагнитный класса 0,5 на 75, 150 и 300 В (типа Э515) – 2 шт.;
- ваттметр электродинамический класса 0,5 на 75 Вт (типа Д 5001) – 1 шт.