

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 17.12.2021 13:17:01

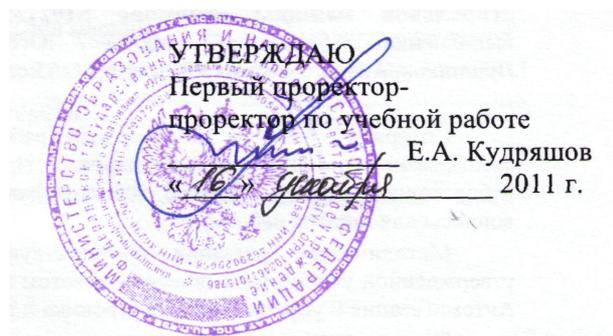
Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

**МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Юго-Западный государственный университет»

Кафедра управления качеством, метрологии и сертификации



## **МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ ГРАФОВ**

Методические указания по выполнению лабораторной работы  
по дисциплине «Компьютерное моделирование производственных  
и технологических процессов»  
для обучающихся по направлению  
552200 (200500.68) «Метрология, стандартизация и сертификация»  
магистерской программы  
552215 «Всеобщее управление качеством»

Курск 2011

УДК 519.17

Составители: О.В. Аникеева, А.Г. Ивахненко

Рецензент

Доктор технических наук, профессор кафедры  
«Машиностроительные технологии и оборудование» А.И. Ремнев

**Моделирование систем методами теории графов:** методические указания по выполнению лабораторной работы по дисциплине «Компьютерное моделирование производственных и технологических процессов» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О.В. Аникеева, А.Г. Ивахненко. Курск, 2011. 23 с. Библиогр.: с. 23.

Излагаются краткие теоретические сведения по теории графов. Приводятся варианты задания для выполнения на ЭВМ, а также примеры их выполнения.

Методические указания соответствуют требованиям программы, утвержденной учебно-методическим объединением по направлению «Метрология, стандартизация и сертификация».

Предназначены для обучающихся по направлению 552200 (200500.68) «Метрология, стандартизация и сертификация» магистерской программы 552215 «Всеобщее управление качеством» очной формы обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60×84 1/16.  
Усл. печ. л. . Уч. - изд. л. . Тираж 20 экз. Заказ .  
Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## **1 Цель работы**

Изучение правил и алгоритмов решения задач теории графов о кратчайшем пути и максимальном потоке, решение этих задач с помощью пакета Network системы аналитических вычислений Maple.

При выполнении индивидуального задания рекомендуется обратить особое внимание на следующее:

- кратчайшие пути необходимо определять между вершинами 1 и 10;
- величины потока каждого ребра графа транспортной сети задаются студентом самостоятельно;
- для транспортной сети:  $1 \equiv I$ ,  $5 \equiv S$ .

## **2 Задание**

По указанным преподавателем вариантам:

- 1) решить задачу о кратчайшем пути с нагруженными и ненагруженными ребрами, а также задачу о максимальном потоке без применения ЭВМ;
- 2) решить задачи о кратчайшем пути и максимальном потоке на ЭВМ с применением пакета Network системы аналитических вычислений Maple;
- 3) сравнить полученные результаты.

## **3 Краткие теоретические положения**

В практических приложениях имеет большое значение задача о нахождении кратчайшего пути между двумя вершинами связного неориентированного графа. К такой задаче сводятся многие задачи выбора наиболее экономичного (с точки зрения расстояния, времени или стоимости) маршрута на имеющейся карте дорог, наиболее экономичного способа перевода динамической системы из одного состояния в другое и т. д.

### **3.1 Нахождение кратчайшего пути между двумя вершинами связанного неориентированного не нагруженного графа**

Метод решения задачи нахождения кратчайшего пути в графе с не нагруженными ребрами относительно прост, и заключается в

приписывании вершинам индексов, характеризующих удаленность от конечной вершины. Сам кратчайший путь находится при движении из начальной вершины в направлении убывания индексов.

Общее правило для нахождения кратчайшего пути в графе состоит в том, чтобы каждой вершине  $X$  приписать индекс  $i$ , равный длине кратчайшего пути из одной вершины в конечную [1]. Приписывание индексов вершинам в случае графа с ненагруженными ребрами производится в следующем порядке:

- 1) конечной вершине  $X$  приписывается индекс равный 0;
- 2) всем вершинам, из которых идет ребро в конечную вершину, приписываем индекс 1;
- 3) всем вершинам, еще не имеющим индексов, из которых идет ребро в вершину с индексом  $i$  приписываем индекс  $i+1$ . Этот процесс продолжается до тех пор, пока не будет помечена начальная вершина;
- 4) по окончании разметки, индекс у начальной вершины будет равен длине кратчайшего пути;
- 5) сам кратчайший путь найдем, если будем двигаться в направлении убывания индексов.

Приписывание вершинам графа числовых индексов усложняется, если ребра графа имеют произвольную длину. Усложнение вызвано тем, что в сложном графе путь, проходящий через наименьшее число вершин, зачастую имеет большую длину, чем некоторые обходные пути.

### **3.2 Отыскание минимального пути между вершинами в графе с нагруженными ребрами. Алгоритм Дейкстры**

На графе с заданными весами ребер выбирают начальную ( $a$ ) и конечную ( $b$ ) вершины. Кратчайший путь находят по алгоритму Дейкстры, суть которого состоит в следующем [2]:

- 1) Присваиваем начальной вершине ( $a$ ) значение 0, а остальным – значение  $\infty$ .
- 2) Для каждой вершины вычисляем значение  $Q_j$ :  

$$Q_j = \min \{Q_j, Q_i + P_{ij}\}$$

3) Проверяем условие  $Q_j < \infty$ . Если  $Q_j = \infty$ , то пути нет, если  $Q_j < \infty$ , то отмечаем ту вершину  $j$ , у которой  $Q_j = \min$  и отмечаем эту дугу, выбранную на этом шаге.

4) Полагают  $i = j$ .

5) Проверяем  $j = b$  (конечная вершина). Если условие верно, то искомым путь найден, если нет, то возвращаемся к шагу 2.

При этом строится матрица рельефа графа. В этой матрице на пересечении строк и столбцов, обозначающих номера вершин, ставится вес ребра, соединяющий эти вершины.

### 3.3 Нахождение наибольшего потока в транспортных сетях. Алгоритм Форда-Фалкерсона

Ориентированный граф  $G(x, e)$  называется транспортной сетью, если он не имеет петель и каждой дуге  $e$  отнесено целое число  $C(e) > 0$ , называемой пропускной способностью дуги  $e$ .

Количество вещества  $\varphi(e_{ij})$ , проходящего через ребро  $(X_i, X_j)$  в единицу времени называется потоком по ребру  $(X_i, X_j)$ . Совокупность потоков  $\{\varphi(e_{ij})\}$  по всем ребрам  $(X_i, X_j)$  сети называется потоком по сети или просто потоком.

Задача о наибольшем потоке в транспортной сети формулируется следующим образом: при заданной конфигурации транспортной сети и известной пропускной способности дуг, найти наибольшую величину потока, который может пропустить транспортная сеть, а также распределение этого потока по дугам транспортной сети.

Алгоритм Форда-Фалкерсона для нахождения наибольшего потока состоит в постепенном увеличении потока  $\varphi(e_{ij})$  до тех пор, пока он не станет наибольшим [3,4]. При этом предполагается, что пропускные способности дуг  $C(u)$  представляют собой целые числа, так что потоки по дугам также будут выражаться целыми числами. В данной лабораторной работе будем считать  $X_i = X_j = X$ .

Алгоритм решения задачи нахождения максимального потока по теореме Форда-Фалкерсона:

- 1) Построить некоторый начальный поток  $\varphi_0 = \{\varphi(e_{ij})\}$ .
- 2) Организовать процедуру составления подмножества  $A$  вершин, достижимых из  $Y$  по ненасыщенным ребрам.

3) Если сток  $Z$  не попадает в  $A$ , то построенный поток – максимальный, и задача решена, иначе – выделить путь из  $Y$  в  $Z$ , состоящий из ненасыщенных ребер и увеличить поток  $\varphi(e_{ij})$  по каждому ребру этого пути на величину  $\nabla = \min\{C(e_{ij}) - \varphi(e_{ij})\}$ .

4) Минимум берется по всем ребрам этого пути, тем самым построим новый поток  $\varphi_1 = \{\varphi_1(e_{ij})\}$ .

5) Возврат к п.2.

#### 4 Варианты заданий

По данным таблицы 4.1:

1) Найти кратчайший путь связанного неориентированного и ненагруженного графа, заданного матрицей смежности его вершин.

Построить:

- исходный и индексированный не нагруженные графы;
- матрицу смежности дуг графа.

2) Найти минимальный путь из вершины  $a$  в вершину  $b$  в графе с нагруженными ребрами, заданного матрицей смежности его вершин (в скобках указаны веса ребер), с помощью алгоритма Дейкстры.

Построить:

- исходный граф с указанием весов ребер;
- матрицу рельефа графа.

3) При заданной конфигурации транспортной сети (известна матрица смежности вершин графа) и известной пропускной способности дуг (известна матрица  $M_1$  рельефа графа), найти наибольшую величину потока, который может пропустить транспортная сеть, а также распределение этого потока по дугам транспортной сети.

Построить:

- исходную транспортную сеть;
- разрез транспортной сети.

4) Используя условия заданий 1-3, определить кратчайшие пути между двумя вершинами, а также найти наибольшую величину потока транспортной сети с помощью ЭВМ с применением пакета Network системы аналитических вычислений Maple. Сравнить полученные результаты с результатами, полученными при выполнении заданий 1-3.

Таблица 4.1

## Варианты заданий

№ вар.	Задания																																																																																																																																																																																																			
	1	2	3																																																																																																																																																																																																	
1	2	3	4																																																																																																																																																																																																	
1	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>X</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>9</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>10</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	$X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	2	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	5	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	10	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	<p>См. задание 1. Веса ребер: [1,4]=2, [1,8]=3, [2,5]=2, [2,7]=1, [3,6]=3, [3,9]=2, [4,5]=5, [4,10]=4, [5,9]=2, [7,10]=1</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C(e_{ij})</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>7</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td>0</td><td>6</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>8</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>4</td><td>7</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>6</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	$C$	1	2	3	4	5	1	0	0	0	1	0	2	0	0	1	0	1	3	0	1	0	1	0	4	1	0	1	0	1	5	0	1	0	1	0	$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5	1	0	0	0	7	0	2	0	0	8	0	6	3	0	8	0	5	0	4	7	0	5	0	4	5	0	6	0	4	0
$X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																																																																																										
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
2	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																										
3	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
4	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																										
5	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																										
8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
9	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
10	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																										
$C$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																															
2	0	0	1	0	1																																																																																																																																																																																															
3	0	1	0	1	0																																																																																																																																																																																															
4	1	0	1	0	1																																																																																																																																																																																															
5	0	1	0	1	0																																																																																																																																																																																															
$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	0	0	7	0																																																																																																																																																																																															
2	0	0	8	0	6																																																																																																																																																																																															
3	0	8	0	5	0																																																																																																																																																																																															
4	7	0	5	0	4																																																																																																																																																																																															
5	0	6	0	4	0																																																																																																																																																																																															
2	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>X</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>9</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>10</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	$X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	3	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	6	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	7	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	8	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	9	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	10	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	<p>См. задание 1. Веса ребер: [1,3]=5, [1,6]=3, [1,8]=2, [2,3]=1, [2,7]=2, [3,9]=3, [3,10]=5, [4,8]=4, [5,7]=6, [5,10]=1, [6,9]=2, [7,10]=3</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C(e_{ij})</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	$C$	1	2	3	4	5	1	0	0	1	1	0	2	0	0	0	1	0	3	1	0	0	0	1	4	1	1	0	0	1	5	0	0	1	1	0	$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5	1	0	0	4	5	0	2	0	0	0	2	0	3	4	0	0	0	1	4	5	2	0	0	2	5	0	0	1	2	0
$X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																																																																																										
1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																										
3	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1																																																																																																																																																																																										
4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																										
6	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
7	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																										
8	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
9	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
10	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																										
$C$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	0	1	1	0																																																																																																																																																																																															
2	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																															
3	1	0	0	0	1																																																																																																																																																																																															
4	1	1	0	0	1																																																																																																																																																																																															
5	0	0	1	1	0																																																																																																																																																																																															
$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	0	4	5	0																																																																																																																																																																																															
2	0	0	0	2	0																																																																																																																																																																																															
3	4	0	0	0	1																																																																																																																																																																																															
4	5	2	0	0	2																																																																																																																																																																																															
5	0	0	1	2	0																																																																																																																																																																																															

1	2	3	4																																																																																																																																																																																																	
3	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>X</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>8</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>9</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>10</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	$X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	3	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	4	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	5	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	6	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	7	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	8	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	9	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	10	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	<p>См. задание 1.  Веса ребер:  <math>[1,8]=1</math>, <math>[2,4]=3</math>,  <math>[2,7]=6</math>, <math>[2,10]=2</math>,  <math>[3,6]=2</math>, <math>[3,9]=4</math>,  <math>[3,10]=5</math>, <math>[4,7]=3</math>,  <math>[4,10]=1</math>, <math>[5,8]=1</math>,  <math>[6,1]=2</math>, <math>[8,9]=1</math></p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C(e_{ij})</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>7</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>6</td><td>0</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>0</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	$C$	1	2	3	4	5	1	0	1	0	1	0	2	1	0	1	0	1	3	0	1	0	1	0	4	1	0	1	0	0	5	0	1	0	0	0	$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5	1	0	4	0	5	0	2	4	0	2	0	7	3	0	2	0	6	0	4	5	0	6	0	0	5	0	7	0	0	0
$X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																																																																																										
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
2	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																										
3	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
4	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																										
5	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
6	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
7	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
8	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
9	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
10	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
$C$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	1	0	1	0																																																																																																																																																																																															
2	1	0	1	0	1																																																																																																																																																																																															
3	0	1	0	1	0																																																																																																																																																																																															
4	1	0	1	0	0																																																																																																																																																																																															
5	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																															
$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	4	0	5	0																																																																																																																																																																																															
2	4	0	2	0	7																																																																																																																																																																																															
3	0	2	0	6	0																																																																																																																																																																																															
4	5	0	6	0	0																																																																																																																																																																																															
5	0	7	0	0	0																																																																																																																																																																																															
4	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>X</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>9</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>10</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	$X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	2	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	4	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	5	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	6	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	8	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	9	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	10	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	<p>См. задание 1.  Веса ребер:  <math>[1,2]=5</math>, <math>[1,5]=2</math>,  <math>[1,9]=1</math>, <math>[2,8]=2</math>,  <math>[3,5]=3</math>, <math>[3,7]=4</math>,  <math>[3,10]=1</math>, <math>[4,6]=2</math>,  <math>[4,9]=1</math>, <math>[5,7]=5</math>,  <math>[5,10]=1</math>, <math>[6,8]=3</math>,  <math>[7,10]=1</math></p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C(e_{ij})</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>0</td><td>7</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>7</td><td>0</td><td>5</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	$C$	1	2	3	4	5	1	0	1	0	1	0	2	1	0	1	0	0	3	0	1	0	1	1	4	1	0	1	0	0	5	0	0	1	0	0	$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5	1	0	4	0	5	0	2	4	0	7	0	0	3	0	7	0	5	3	4	5	0	5	0	0	5	0	0	3	0	0
$X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																																																																																										
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
2	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
3	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																										
4	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
5	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																										
6	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
7	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																										
8	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
9	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
10	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																										
$C$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	1	0	1	0																																																																																																																																																																																															
2	1	0	1	0	0																																																																																																																																																																																															
3	0	1	0	1	1																																																																																																																																																																																															
4	1	0	1	0	0																																																																																																																																																																																															
5	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																															
$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	4	0	5	0																																																																																																																																																																																															
2	4	0	7	0	0																																																																																																																																																																																															
3	0	7	0	5	3																																																																																																																																																																																															
4	5	0	5	0	0																																																																																																																																																																																															
5	0	0	3	0	0																																																																																																																																																																																															

1	2	3	4																																																																																																																																																																																																	
5	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>X</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>8</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>9</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>10</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	$X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	3	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	6	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	7	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	8	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	9	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	10	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	<p>См. задание 1.  Веса ребер:  <math>[1,3]=1</math>, <math>[1,6]=2</math>,  <math>[1,8]=3</math>, <math>[2,3]=5</math>,  <math>[2,7]=7</math>, <math>[3,9]=5</math>,  <math>[3,10]=1</math>, <math>[4,8]=2</math>,  <math>[5,7]=1</math>, <math>[5,10]=2</math>,  <math>[6,9]=3</math>, <math>[7,10]=6</math></p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C(e_{ij})</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>7</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>7</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	$C$	1	2	3	4	5	1	0	0	1	0	0	2	0	0	1	1	0	3	1	1	0	0	1	4	0	1	0	0	1	5	0	0	1	1	0	$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5	1	0	0	2	0	0	2	0	0	5	3	0	3	2	5	0	0	7	4	0	3	0	0	1	5	0	0	7	1	0
$X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																																																																																										
1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																										
3	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1																																																																																																																																																																																										
4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																										
6	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
7	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																										
8	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
9	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
10	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																										
$C$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																															
2	0	0	1	1	0																																																																																																																																																																																															
3	1	1	0	0	1																																																																																																																																																																																															
4	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																															
5	0	0	1	1	0																																																																																																																																																																																															
$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	0	2	0	0																																																																																																																																																																																															
2	0	0	5	3	0																																																																																																																																																																																															
3	2	5	0	0	7																																																																																																																																																																																															
4	0	3	0	0	1																																																																																																																																																																																															
5	0	0	7	1	0																																																																																																																																																																																															
6	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>X</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>8</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>9</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>10</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	$X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	3	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	4	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	5	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	7	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	8	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	9	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	10	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	<p>См. задание 1.  Веса ребер:  <math>[1,9]=2</math>, <math>[2,5]=3</math>,  <math>[2,8]=3</math>, <math>[3,4]=4</math>,  <math>[3,7]=1</math>, <math>[3,10]=1</math>,  <math>[4,6]=2</math>, <math>[4,9]=2</math>,  <math>[5,7]=1</math>, <math>[5,8]=3</math>,  <math>[7,8]=3</math>, <math>[8,10]=1</math></p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C(e_{ij})</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>2</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	$C$	1	2	3	4	5	1	0	1	0	1	0	2	1	0	1	0	0	3	0	1	0	1	1	4	1	0	1	0	1	5	0	0	1	1	0	$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5	1	0	4	0	5	0	2	4	0	2	0	0	3	0	2	0	3	4	4	5	0	3	0	2	5	0	0	4	2	0
$X$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																																																																																										
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
2	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
3	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																										
4	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
5	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0																																																																																																																																																																																										
6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
7	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
8	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																										
9	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
10	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
$C$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	1	0	1	0																																																																																																																																																																																															
2	1	0	1	0	0																																																																																																																																																																																															
3	0	1	0	1	1																																																																																																																																																																																															
4	1	0	1	0	1																																																																																																																																																																																															
5	0	0	1	1	0																																																																																																																																																																																															
$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	4	0	5	0																																																																																																																																																																																															
2	4	0	2	0	0																																																																																																																																																																																															
3	0	2	0	3	4																																																																																																																																																																																															
4	5	0	3	0	2																																																																																																																																																																																															
5	0	0	4	2	0																																																																																																																																																																																															

1	2	3	4																																																																																																																																																																																																	
7	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>8</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>9</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>10</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	3	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	4	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	5	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	6	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	7	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	8	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	9	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	10	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	<p>См. задание 1. Веса ребер: [1,5]=1, [1,7]=4, [2,6]=1, [2,9]=2, [3,4]=2, [3,8]=3, [4,6]=5, [4,10]=3, [5,8]=4, [5,10]=1, [7,9]=4, [9,10]=2</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C(e_{ij})</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>7</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>7</td><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>4</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	C	1	2	3	4	5	1	0	0	1	1	0	2	0	0	0	1	1	3	1	0	0	0	1	4	1	1	0	0	0	5	0	1	1	0	0	$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5	1	0	0	5	7	0	2	0	0	0	3	4	3	5	0	0	0	2	4	7	3	0	0	0	5	0	4	2	0	0
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																																																																																										
1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																										
2	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
3	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
4	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1																																																																																																																																																																																										
5	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1																																																																																																																																																																																										
6	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
7	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
8	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
9	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																										
10	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
C	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	0	1	1	0																																																																																																																																																																																															
2	0	0	0	1	1																																																																																																																																																																																															
3	1	0	0	0	1																																																																																																																																																																																															
4	1	1	0	0	0																																																																																																																																																																																															
5	0	1	1	0	0																																																																																																																																																																																															
$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	0	5	7	0																																																																																																																																																																																															
2	0	0	0	3	4																																																																																																																																																																																															
3	5	0	0	0	2																																																																																																																																																																																															
4	7	3	0	0	0																																																																																																																																																																																															
5	0	4	2	0	0																																																																																																																																																																																															
8	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>7</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>8</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>9</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>10</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	2	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	5	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	7	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	8	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	9	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	10	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	<p>См. задание 1. Веса ребер: [1,2]=5, [1,5]=1, [1,8]=3, [2,4]=1, [2,10]=2, [3,6]=4, [3,8]=6, [4,10]=1, [5,7]=3, [5,9]=2, [6,1]=1, [8,9]=5</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C(e_{ij})</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td><td>4</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	C	1	2	3	4	5	1	0	1	0	1	0	2	1	0	0	1	0	3	0	0	0	0	1	4	1	1	0	0	1	5	0	0	1	1	0	$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5	1	0	5	0	4	0	2	5	0	0	2	0	3	0	0	0	0	5	4	4	2	0	0	4	5	0	0	5	4	0
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																																																																																										
1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
2	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																										
3	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																										
5	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0																																																																																																																																																																																										
6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																										
7	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
8	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
9	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
10	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
C	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	1	0	1	0																																																																																																																																																																																															
2	1	0	0	1	0																																																																																																																																																																																															
3	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																															
4	1	1	0	0	1																																																																																																																																																																																															
5	0	0	1	1	0																																																																																																																																																																																															
$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	5	0	4	0																																																																																																																																																																																															
2	5	0	0	2	0																																																																																																																																																																																															
3	0	0	0	0	5																																																																																																																																																																																															
4	4	2	0	0	4																																																																																																																																																																																															
5	0	0	5	4	0																																																																																																																																																																																															

1	2	3	4																																																																																																																																																																																																	
9	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>8</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>9</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>10</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	3	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	4	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	5	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	6	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	7	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	8	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	9	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	10	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	<p>См. задание 1. Веса ребер: [1,5]=3, [1,9]=1, [2,3]=2, [2,8]=5, [3,5]=3, [3,10]=1, [4,7]=4, [4,9]=2, [5,8]=3, [5,10]=1, [6,9]=2, [7,8]=3</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C(e_{ij})</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>3</td><td>4</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	C	1	2	3	4	5	1	0	1	0	1	0	2	1	0	1	0	0	3	0	1	0	0	1	4	1	0	0	0	1	5	0	0	1	1	0	$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5	1	0	2	0	1	0	2	2	0	5	0	0	3	0	5	0	0	3	4	1	0	0	0	4	5	0	0	3	4	0
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																																																																																										
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
2	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
3	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																										
4	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0																																																																																																																																																																																										
5	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1																																																																																																																																																																																										
6	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
7	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
8	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																										
9	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
10	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
C	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	1	0	1	0																																																																																																																																																																																															
2	1	0	1	0	0																																																																																																																																																																																															
3	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																															
4	1	0	0	0	1																																																																																																																																																																																															
5	0	0	1	1	0																																																																																																																																																																																															
$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	2	0	1	0																																																																																																																																																																																															
2	2	0	5	0	0																																																																																																																																																																																															
3	0	5	0	0	3																																																																																																																																																																																															
4	1	0	0	0	4																																																																																																																																																																																															
5	0	0	3	4	0																																																																																																																																																																																															
10	<table border="1"> <thead> <tr> <th>X</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>7</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>8</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>9</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>10</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	3	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	4	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	5	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	6	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	7	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	10	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	<p>См. задание 1. Веса ребер: [1,3]=2, [1,6]=2, [1,7]=1, [2,4]=4, [2,8]=2, [3,5]=3, [3,10]=1, [4,6]=5, [4,9]=1, [5,7]=2, [5,10]=7, [7,1]=5</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>C(e_{ij})</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>6</td></tr> <tr><td>4</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	C	1	2	3	4	5	1	0	0	1	0	0	2	0	0	0	1	0	3	1	0	0	0	1	4	0	1	0	0	0	5	0	0	1	0	0	$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5	1	0	0	2	0	0	2	0	0	0	4	0	3	2	0	0	0	6	4	0	4	0	0	0	5	0	0	6	0	0
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																																																																																										
1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0																																																																																																																																																																																										
2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																										
3	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1																																																																																																																																																																																										
4	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
5	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1																																																																																																																																																																																										
6	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
7	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																										
8	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
9	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																										
10	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0																																																																																																																																																																																										
C	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																															
2	0	0	0	1	0																																																																																																																																																																																															
3	1	0	0	0	1																																																																																																																																																																																															
4	0	1	0	0	0																																																																																																																																																																																															
5	0	0	1	0	0																																																																																																																																																																																															
$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5																																																																																																																																																																																															
1	0	0	2	0	0																																																																																																																																																																																															
2	0	0	0	4	0																																																																																																																																																																																															
3	2	0	0	0	6																																																																																																																																																																																															
4	0	4	0	0	0																																																																																																																																																																																															
5	0	0	6	0	0																																																																																																																																																																																															

## 5 Пример решения варианта задания

### Задание.

1) Найти кратчайший путь из вершины 10 в вершину 6 связанного неориентированного и ненагруженного графа, заданного матрицей смежности его вершин.

Построить:

- исходный и индексированный не нагруженные графы;
- матрицу смежности дуг графа.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
2	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
4	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
5	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
6	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
9	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
10	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0

2) Найти минимальный путь из вершины  $a$  (7) в вершину  $b$  (5) в графе с нагруженными ребрами, заданного матрицей смежности его вершин (в скобках указаны веса ребер), с помощью алгоритма Дейкстры.

Построить:

- исходный граф с указанием весов ребер;
- матрицу рельефа графа.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	1(2)	0	0	1(3)	0	0	0
2	0	0	0	0	1(2)	1(2)	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1(5)	1(5)	0	0	0
4	1(2)	0	0	0	0	1(4)	0	0	1(6)	1(4)
5	0	1(2)	0	0	0	0	0	1(1)	1(3)	0
6	0	1(2)	1(5)	1(4)	0	0	0	0	0	0
7	1(3)	0	1(5)	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	1(1)	0	0	0	0	1(6)
9	0	0	0	1(6)	1(3)	0	0	0	0	0
10	0	0	0	1(4)	0	0	0	1(6)	0	0

3) При заданной конфигурации транспортной сети (известна матрица смежности вершин графа) и известной пропускной способности дуг (известна матрица  $M1$  рельефа графа), найти наибольшую величину потока, который может пропустить

транспортная сеть, а также распределение этого потока по дугам транспортной сети.

Построить:

- исходную транспортную сеть;
- разрез транспортной сети.

$C$	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	0	0	0
2	1	0	1	0	1	0
3	1	1	0	1	0	0
4	0	0	1	0	1	1
5	0	1	0	1	0	1
6	0	0	0	1	1	0

$C(e_{ij})$	1	2	3	4	5	6
1	0	6	1	0	0	0
2	6	0	2	0	3	0
3	1	2	0	3	0	0
4	0	0	3	0	1	2
5	0	3	0	1	0	5
6	0	0	0	2	5	0

Величины потока каждого ребра:  $\varphi(e_{13})=1$ ;  $\varphi(e_{12})=4$ ;  $\varphi(e_{23})=1$ ;  $\varphi(e_{34})=2$ ;  $\varphi(e_{46})=2$ ;  $\varphi(e_{25})=3$ ;  $\varphi(e_{56})=3$ .

4) Используя условия заданий 1-3, определить кратчайшие пути между двумя вершинами, а также найти наибольшую величину потока транспортной сети с помощью ЭВМ с применением пакета Network системы аналитических вычислений Maple. Сравнить полученные результаты с результатами, полученными при выполнении заданий 1-3.

**Решение.**

1) По заданной матрице смежности выполняем построение исходного графа, результат представлен на рис. 5.1.

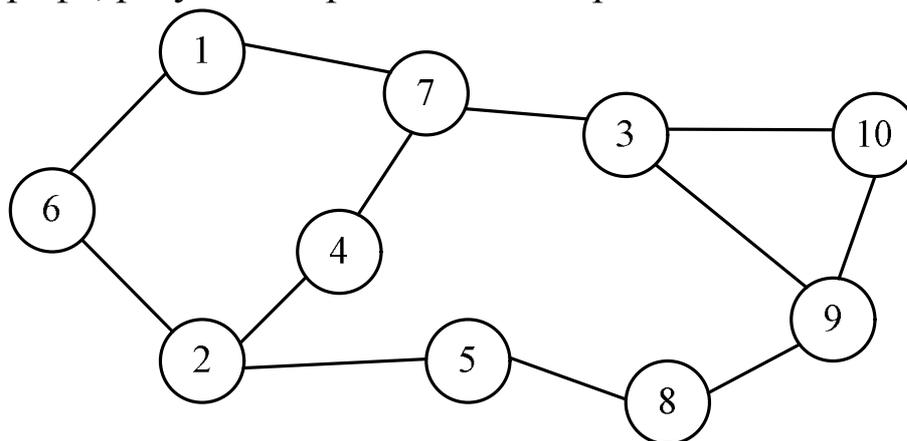


Рис. 5.1 – Исходный не нагруженный граф

Далее выполняем индексацию вершин графа по правилу, представленному в п.3.1, после проведения которой, исходный граф будет преобразован в граф с индексированными вершинами,

представленный на рис.5.2. Кроме индексации вершин, укажем дуги  $U$  графа.

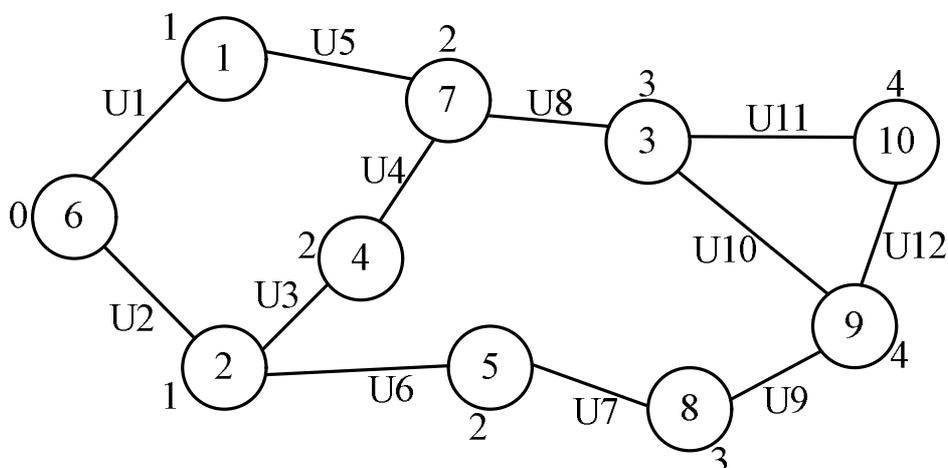


Рис. 5.2 – Индексированный не нагруженный граф

Построим матрицу смежности дуг графа по правилу: если дуги  $A$  и  $B$  имеют общую вершину, то в матрице на пересечении строк и столбцов с номерами  $A$  и  $B$  присваиваем значение 1, иначе – 0.

$U$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
5	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
6	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
8	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
10	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
11	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0

Итак, индекс у начальной вершины равен длине кратчайшего пути – 4. Двигаясь в направлении убывания индексов, определим кратчайший путь из вершины 10 в вершину 6: 10-3-7-1-6.

2) По заданной матрице смежности выполняем построение исходного графа. Над каждой вершиной курсивом ставим индекс, обозначающий удаленность по дугам от начальной вершины. Результат представлен на рис. 5.3.

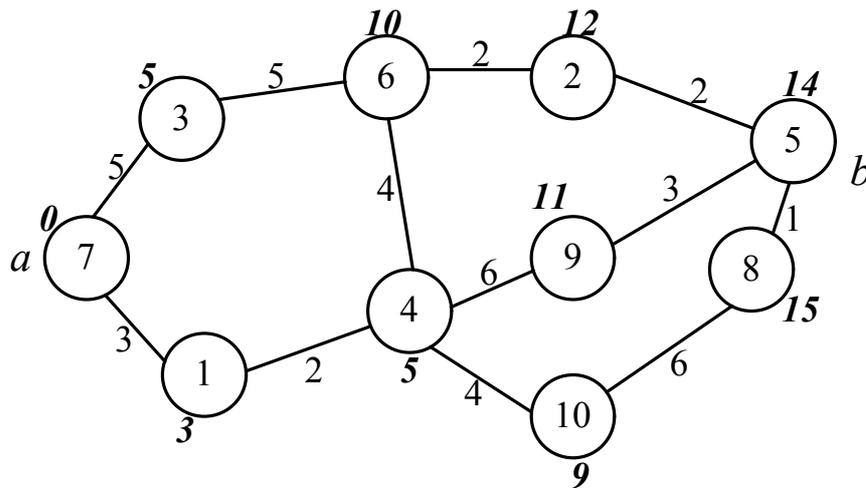


Рис. 5.3 – Исходный нагруженный граф

Составляем матрицу рельефа графа по правилу: на пересечении строк и столбцов, обозначающих номера вершин, указывается существование ребра ( $Y_{ij} > 0$ ) и его вес, если ребро существует.

$Y$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	2	0	0	3	0	0	0
2	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	5	5	0	0	0
4	2	0	0	0	0	4	0	0	6	4
5	0	2	0	0	0	0	0	1	3	0
6	0	2	5	4	0	0	0	0	0	0
7	3	0	5	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	6
9	0	0	0	6	3	0	0	0	0	0
10	0	0	0	4	0	0	0	6	0	0

Для нахождения кратчайшего пути строим две матрицы, вторая из которых характеризует расстояние между вершинами, причем заполнение этой матрицы по строкам сверху вниз отражает движение от начальной вершины к конечной путем последовательного рассмотрения каждой вершины и связи ее с предыдущей, уже рассмотренной. В каждой строке первой матрицы символом «\*» будем поочередно отмечать рассмотренные нами вершины.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
						*			
		*				*			
*		*				*			
*		*			*	*			
*		*	*		*	*			
*	*	*	*		*	*			
*	*	*	*		*	*		*	
*	*	*	*		*	*		*	*
*	*	*	*		*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Матрица *A*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	5	-	-	-
-	-	-	-	-	-	3	-	-	-
-	-	5	4	-	-	3	-	-	-
2	-	5	4	-	-	3	-	-	-
2	-	5	4	-	2	3	-	-	-
2	-	5	4	-	2	3	-	-	-
2	-	5	4	-	2	3	-	-	-
2	-	5	4	-	2	3	-	-	6
2	2	5	4	-	2	3	1	3	6

Матрица *B*

Таким образом, для нахождения кратчайшего пути из 7-ой вершины в 5-ую :

1. По матрице *B* для начальной вершины (7) находим ту строку, где исходная пропускная способность принимает минимальное значение (3-я строка).

2. Из матрицы *A* по строке, найденной выше (3-я) находим вершину, которую мы рассматривали в этой строке. Она будет являться следующей вершиной в нашем минимальном пути (1-я).

3. Вершиной, найденной в п.2 заменяем начальную, и повторяем пункты 1-2 до обнаружения конечной вершины (вершина 5).

Матрицы *C* и *D* поясняют описанный выше алгоритм нахождения минимального пути из 7-ой вершины в 5-ю.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
						*			
		*				*			
*	←	*				*			
*		*			*	*			
*		*	*	←	*	*			
*	*	*	*		*	*			
*	*	*	*		*	*		*	
*	*	*	*		*	*		*	*
*	*	*	*		*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

Матрица *C*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	5	-	-	-
-	-	-	-	-	-	3	-	-	-
-	-	5	4	-	-	3	-	-	-
2	-	5	4	-	-	3	-	-	-
2	-	5	4	-	2	3	-	-	-
2	-	5	4	-	2	3	-	-	-
2	-	5	4	-	2	3	-	-	-
2	-	5	4	-	2	3	-	-	6
2	2	5	4	-	2	3	1	3	6

Матрица *D*

Таким образом, кратчайший путь из 7 в 5: 7-1-4-6-2-5 равен 13.

3) По заданным матрицам выполняем построение исходного графа – транспортной сети. Определяем вершины 1 и 6 как исток (I) и сток (S) соответственно. Результат представлен на рис. 5.4.

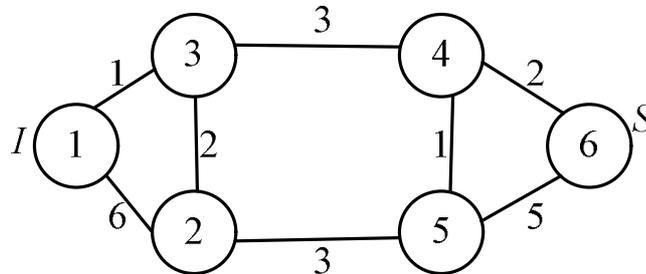


Рис. 5.4 – Исходная сеть

Сформируем начальный поток  $\varphi_0$ , состоящий из суммы потоков по следующим путям, и найдем пропускные способности путей:

$$\mu_1 = (1, 3, 4, 6), \varphi(\mu_1) = 1 (6);$$

$$\mu_2 = (1, 2, 3, 4, 6), \varphi(\mu_2) = 2 (13);$$

$$\mu_3 = (1, 2, 5, 6), \varphi(\mu_3) = 3 (14).$$

Т.о. пропускная способность потока  $\varphi_0$  равна:

$$\varphi_0 = \varphi(\mu_1) + \varphi(\mu_2) + \varphi(\mu_3) = 6.$$

По известным величинам потока каждого ребра составим матрицу  $M_2$  построенного потока с элементами  $\varphi(e_{ij})$ .

	1	2	3	4	5	6
1	0	4	1	0	0	0
2	-4	0	1	0	3	0
3	-1	-1	0	2	0	0
4	0	0	-2	0	0	2
5	0	-3	0	0	0	3
6	0	0	0	-2	-3	0

Строим матрицу  $M_3 = M_1 - M_2 = \{C(e_{ij}) - \varphi(e_{ij})\}$ :

	1	2	3	4	5	6
1	0	2	0	0	0	0
2	10	0	1	0	0	0
3	2	3	0	1	0	0
4	0	0	5	0	1	0
5	0	6	0	1	0	2
6	0	0	0	4	8	0

В соответствии с алгоритмом составляем максимальный поток:

1) Строим начальный поток.

2) Составляем по ненасыщенному пути  $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ , где  $1 \equiv I$  и  $6 \equiv S$ , в соответствии с п.2 алгоритма построения по теореме Форда-Фалкерсона, сток попал в количество ребер по ненасыщенному пути.

3) Выделяем путь из истока в сток, состоящий из ненасыщенных ребер  $\mu_4=(1,2,3,4,5,6)$ .

Вычисляем  $C_{ij}-X_{ij}$ :

$C_{12}-X_{12}=6-4=2$ ,  $C_{23}-X_{23}=2-1=1$ ,  $C_{34}-X_{34}=3-2=1$ ,  $\Delta_{45}=1$ ,  $\Delta_{56}=2$ .

$\text{Min}(C_{ij}-X_{ij})=1$ , увеличиваем на единицу построенный поток и возвращаемся к п.2  $\varphi(\mu_4)=1$ .

Строим множество по ненасыщенным ребрам  $A=\{1,2\}$

Построим разрез минимальной пропускной способности. Этот разрез будет иметь вид  $R(A \setminus B)=1+2+3=6$ .

Разрез транспортной сети представлен на рис. 5.5. Он пересекает дуги, начало которых принадлежит множеству А, а конец множеству В.

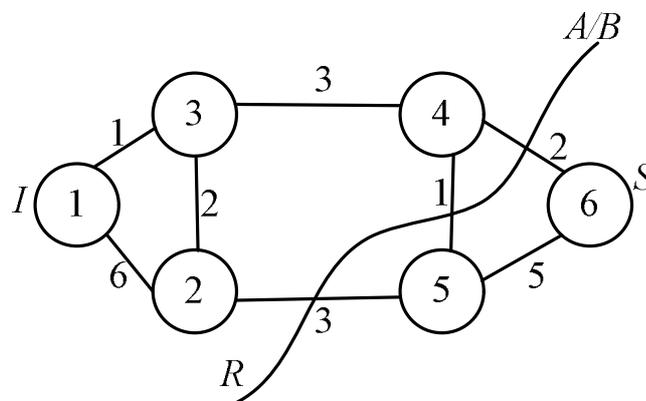


Рис. 5.5 – Разрез транспортной сети

Пропускная способность разреза:  $R(A \setminus B)=1+2+3=6$ .

Таким образом, согласно теореме Форда-Фалкерсона, построен максимальный поток, равный минимальной пропускной способности разреза сети.

#### 4) Определяем минимальный путь из 1-го задания.

```
> restart: with(networks):
```

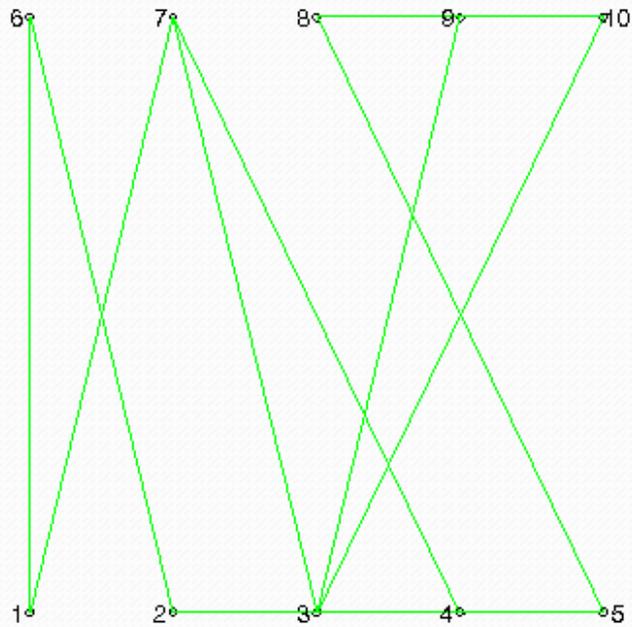
```
> new(G): n:=10:
```

```
addvertex(i$1=1..n,G); # Вершины исходного графа
```

```

> addedge ([{1,6},{1,7},{2,4},{4,7},{2,5},{7,3},{3,9},{3,10},
{5,8},{8,9},{2,6},{9,10}],G); # Ребра графа
> draw(Linear([1,6],[2,7],[3,8],[4,9],[5,10]),G); #
Изображение исходного графа

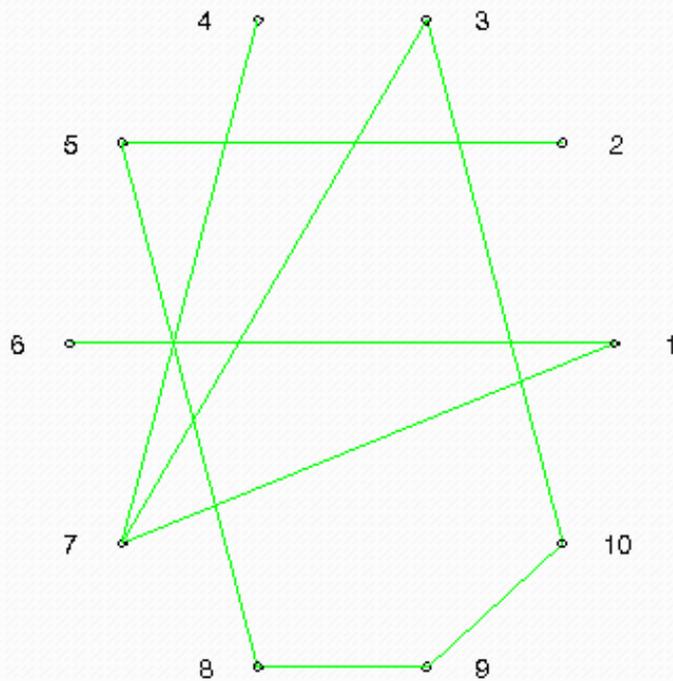
```



```

> T := shortpathtree(G,10); # Дерево минимальных путей
> draw(T); # Изображение дерева

```



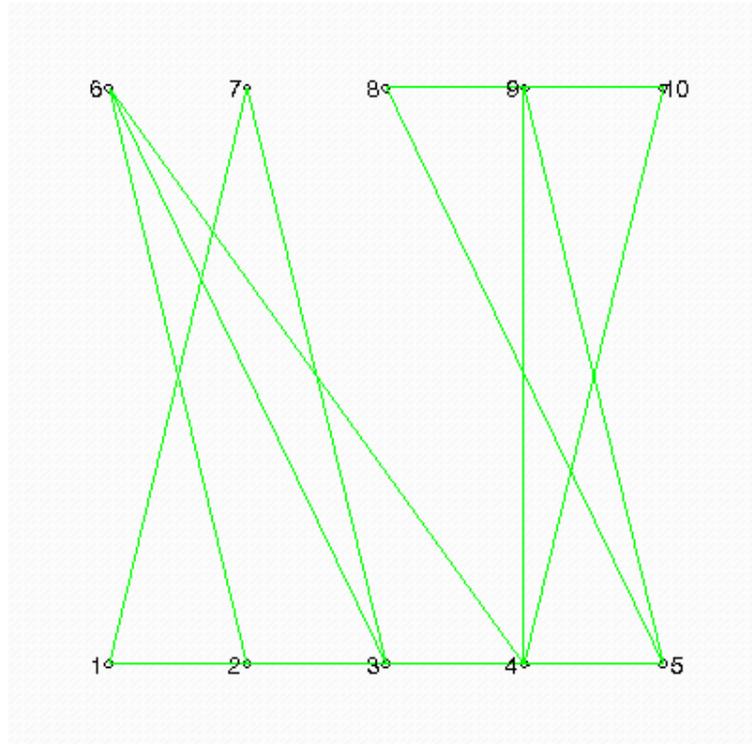
```
> allpairs(G)[6,10]; # Число дуг в дереве минимальных путей
```

4

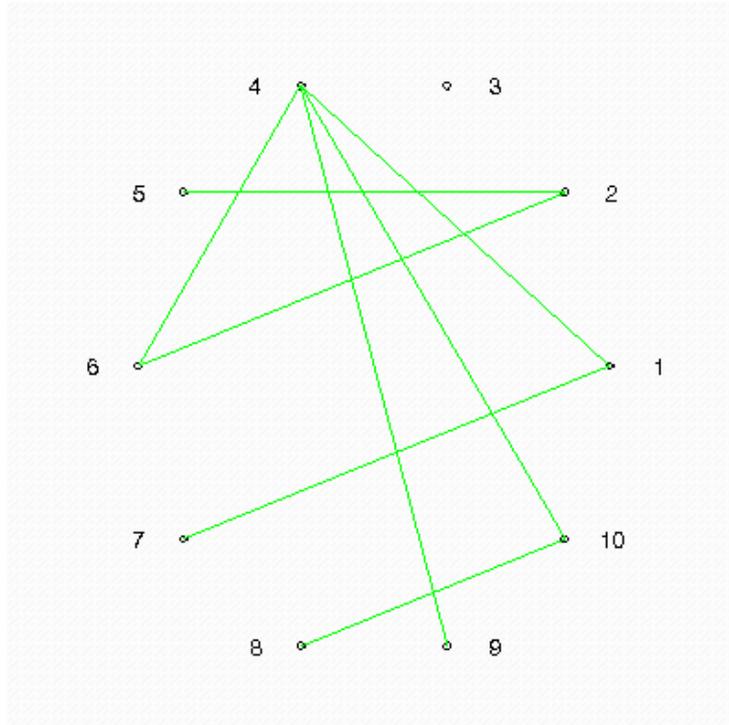
Легко убедиться в том, что минимальный путь из вершины 10 в вершину 6: 10-3-7-1-6. Что совпадает с найденным ранее результатом.

### Определяем минимальный путь из 2-го задания.

```
> restart: with(networks):
> new(G): n:=10:
> addvertex(i$i=1..n,G);
> addedge([[1,7],[1,4],[3,7],[3,6],[4,6],[6,2],[2,5],[4,9],
[9,5],[4,10],[10,8],[8,5]],weights=[3,2,5,5,4,2,2,6,3,4,6,1],
G);
> draw(Linear([1,6],[2,7],[3,8],[4,9],[5,10]),G);
```



```
> T:=shortpath(G,1):
> W:=vweight(T);
> draw(T);
```



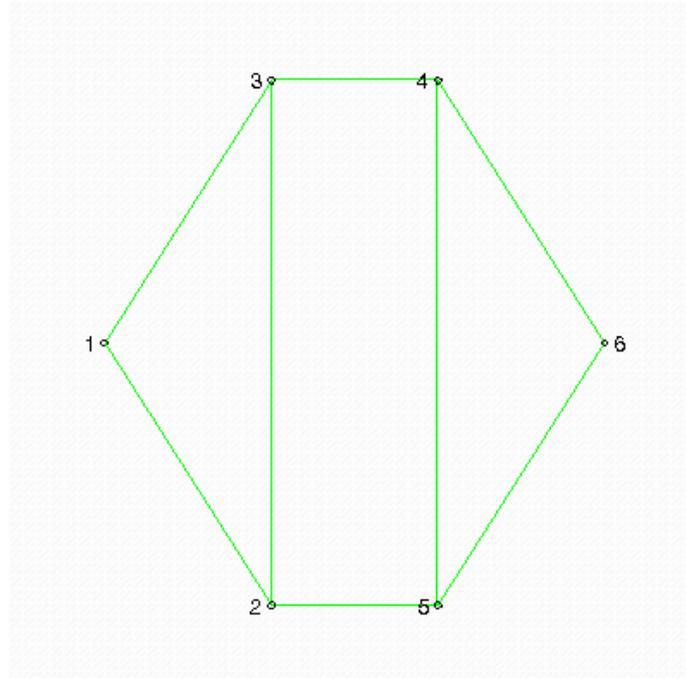
```
> allpairs(G) [5,7];
```

13

Легко убедиться в том, что минимальный путь из вершины 7 в вершину 5: 7-1-4-6-2-5, равен 13. Что совпадает с найденным ранее результатом.

**Определяем наибольшую величину потока, который может пропустить транспортная сеть из 3-го задания.**

```
> restart: with(networks):
new(G):V:=$1..6: addvertex([V],G):
v1:=1;
v2:=6;
E:=[[1,2],[1,3],[2,3],[3,4],[2,5],[4,5],[4,6],[5,6]];
> w:=[6,1,2,3,3,1,2,5];
addedge(E,weights=w,G):
draw(Linear([1],[2,3],[5,4],[6]),G);
Potok=flow(G,v1,v2,edgsatur);
edgsatur;
```



*Flow* = 6

Таким образом, результат вычисления наибольшей величины потока с помощью ЭВМ совпал с результатом расчета, определенным ранее.

### **6 Требования к отчету**

Отчет по лабораторной работе должен включать в себя:

- наименование лабораторной работы;
- цель лабораторной работы;
- задание к лабораторной работе;
- кратчайший путь связанного неориентированного и ненагруженного графа;
- исходный и индексированный не нагруженные графы;
- матрицу смежности дуг графа;
- минимальный путь графа с нагруженными ребрами;
- граф с указанием весов ребер;
- матрицу рельефа графа;
- наибольшую величину потока, который может пропустить транспортная сеть;
- исходную транспортную сеть;
- разрез транспортной сети;
- текст программы и результаты расчета в системе Maple;

– выводы после сравнения полученных результатов.

### **7 Библиографический список**

1. Горбатов В.А., Горбатов А.В., Горбатова М.В. Дискретная математика. – М.: АСТ, 2003. – 447 с.
2. Зыков А.А. Основы теории графов. – М.: Наука, 1987. – 384с.
3. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы. – Мир, 1984. – 456 с.
4. Кирсанов М.Н. Графы в Maple. Задачи, алгоритмы, программы. – М.: Издательство ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 168 с.