МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра теоретической механики и мехатроники

УТВЕРЖДАЮ
Первый проректор –
проректор по учебной работе
_________Е.А. Кудряшов
«12» марта 2012 г.

Лабораторная работа №3
АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания к выполнению лабораторной работы по дисциплине «Теория автоматического управления» для студентов специальности 220401.65 Мехатроника; направлений 220200.62 Автоматизация и управление и 221000.62 Мехатроника и робототехника

Курск 2011

УДК 621.(076.1)

Составители: Лушников Б.В., Яцун С.Ф.

Рецензент
Кандидат технических наук, доцент *В.Я.Мищенко*

Анализ точности систем автоматического управления: методические указания к выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Б.В. Лушников, С.Ф.Яцун; Курск, 2011. 19 с., ил. 19, табл. 5. Библиогр.: с.19.

Методические указания содержат краткие теоретические сведения из курса теории автоматического управления, необходимые для выполнения лабораторной работы, а также иллюстрированные примеры выполнения, варианты заданий и контрольные вопросы для самопроверки.

Предназначены для студентов направлений 220200.62 Автоматизация и управление, 221000.62 Мехатроника и робототехника и для студентов специальности 220401.65 Мехатроника всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16 .Усл.печ.л. .
Уч.-изд.л. .Тираж 20 экз. Заказ .Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040 г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

Лабораторная работа №3

АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Цель работы: *исследование точности систем автоматического регулирования в различных типовых режимах.*

Объект исследования: *линейная система автоматического управления.*

Аппаратные средства: *виртуальная лаборатория на ЭВМ IBM PC, программный пакет «MATLAB».*

Краткие теоретические сведения

Точность работы любой системы автоматического управления наиболее полно характеризуется мгновенным значением *ошибки рассогласования* $\varepsilon(t)$, равной разности между заданной $g(t)$ и действительной $y(t)$ значениями регулируемой переменной в соответствии с уравнением

$$\varepsilon(t) = g(t) - y(t)\,. \tag{1}$$

При этом значение $\varepsilon(t)$ оценивается при типовых входных воздействиях: постоянном, линейно или квадратично нарастающем.

Для характеристики точностных свойств систем управления используется понятие установившейся ошибки слежения. Установившаяся ошибка $\varepsilon_y(t)$, представляет собой функцию времени, удовлетворяющую условию

$$\lim_{t \to \infty} \left[\varepsilon(t) - \varepsilon_y(t)\right] = 0 \tag{2}$$

для любых начальных условий и заданного воздействия, т. е. она характеризует ошибку слежения, установившуюся после завершения переходного процесса. Предельное значение установившейся ошибки определяется выражением:

$$\varepsilon = \lim_{t \to \infty} \varepsilon(t) \tag{3}$$

Величина предельного значения установившейся ошибки при типовом воздействии (табл. 1) наиболее просто может быть рассчитана, если использовать передаточную функцию замкнутой системы по ошибке рассогласования:

$$\Phi_\varepsilon(p) = \frac{E(p)}{G(p)} = \frac{1}{1 + W(p)}, \tag{4}$$

где $E(p)$ и $G(p)$ – соответственно изображения величины рассогласования и задающего воздействия; $W(p)$ – передаточная функция разомкнутой системы, включающая в себя передаточные функции объекта регулирования $W_0(p)$ и регулятора $R(p)$ (рис. 1).

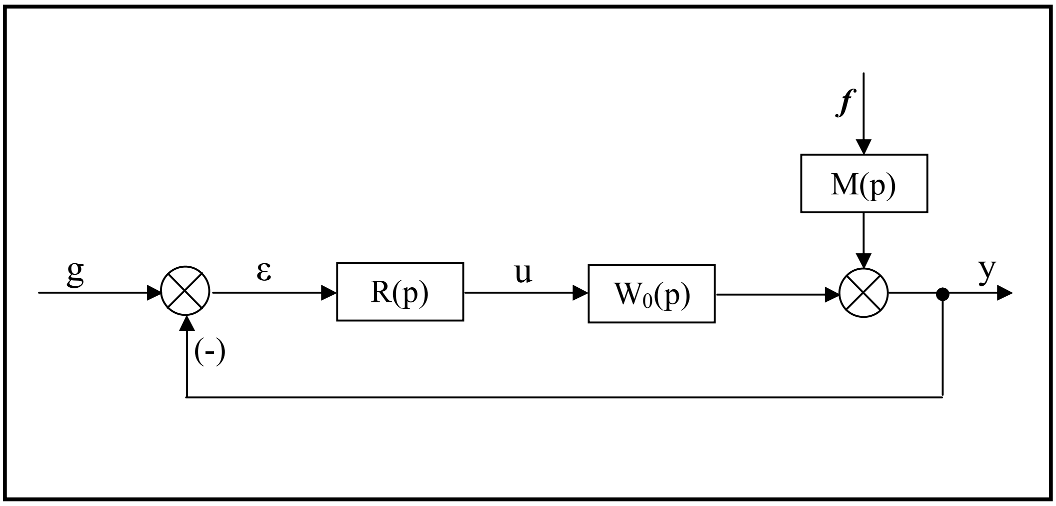


Рис.1 Система автоматического управления:
u – управление; *f* – возмущающее воздействие; *M(p)* – передаточная функция для введения в систему возмущения

Значение установившейся ошибки определяется согласно теоремы о конечном значении:

$$\varepsilon_y = \lim_{p \to 0} p \cdot \Phi_\varepsilon(p) \cdot G(p) \tag{5}$$

Разложим $\Phi_\varepsilon(p)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $p=0$

$$\Phi_\varepsilon(p) = C_o + C_1 p + \frac{c_2}{2!} p^2 + \frac{c_3}{3!} p^3 + \ldots, \tag{6}$$

где

$$c_i = \left[\frac{d^i}{dp^i} \phi_\varepsilon(p) \right]_{p=0} ;\, i = 0,1,2,\ldots$$

Подставляя (6) в (5) и переходя во временную область, получаем выражение установившейся ошибки при произвольном входном воздействии

$$\varepsilon_y(t) = c_0 g(t) + c_1 \frac{d}{dt} g(t) + \frac{c_2}{2!} \frac{d^2}{dt^2} g(t) + \frac{c_3}{3!} \frac{d^3}{dt^3} g(t) + \ldots \tag{7}$$

Здесь постоянные c_i носят название *коэффициентов ошибок*. Если $g(t)$ изменяется *достаточно медленно*, то для приближенной оценки $\varepsilon_y(t)$ можно использовать конечное число членов ряда (7).

Точность работы системы связана с *порядком астатизма.* Система называется *статической*, если она имеет нулевой порядок астатизма, т.е. в выражении (7) $c_o \neq 0$. В общем случае, если система имеет *k*-й порядок астатизма, то $c_i = 0$ для всех $0 \le i < K$ и $c_k \neq 0$.

Таблица 1

Типовые задающие воздействия

Изображение типового задающего воздействия	***Постоянное*** $g(t) = A$	***Линейно нарастающее*** $g(t) = V \cdot t$	***Квадратично нарастающее*** $g(t) = \frac{at^2}{2}$
G(p)	$\frac{A}{P}$	$\frac{V}{P^2}$	$\frac{a}{p^3}$

Порядок астатизма системы управления устанавливается на основе анализа структурных свойств схемы. Так, система (рис.1) является статической, т.е. она имеет нулевой порядок астатизма, если выполняется условие

$$\lim_{p \to 0} W(p) = K < \infty \tag{8}$$

где *К* – коэффициент усиления разомкнутой системы.

Для статической системы при постоянном входном воздействии $g(t) = A$ имеем:

$$\varepsilon = \lim_{p \to 0} p \cdot \frac{1}{1 + W(p)} \cdot \frac{A}{P} = \frac{A}{1+K} \tag{9}$$

Последнее выражение означает, что постоянное входное воздействие отрабатывается с установившейся ошибкой, которую принято называть статической ошибкой. Для уменьшения статической ошибки необходимо увеличивать коэффициент усиления разомкнутой системы *К*.

При линейно нарастающем задающем входном воздействии $g(t) = V \cdot t$ имеем:

$$\varepsilon = \lim_{p \to 0} p \cdot \frac{1}{1 + W(p)} \cdot \frac{V}{p^2} = \infty \tag{10}$$

Из полученного выражения следует, что линейно нарастающее воздействие отрабатывается статистической системой с неограниченно растущей ошибкой.

Система автоматического управления (рис. 1) является астатической, если

$$\lim_{p \to 0} W(p) = \infty \tag{11}$$

и передаточная функция разомкнутой системы *W(p)* может быть представлена в виде

$$W^*(p) = \frac{1}{p^r} \cdot W(p), \tag{12}$$

где *W(p)*- передаточная функция статической системы, для которой выполняется условие (8);

r – порядок астатизма системы.

Для астатической системы первого порядка при постоянном задающем воздействии $g(t) = A$ имеем:

$$\varepsilon = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{1}{1+\frac{W(p)}{P}} \cdot \frac{A}{P} = 0 \tag{13}$$

При линейно нарастающем задающем воздействии $g(t) = V \cdot t$

$$\varepsilon = \lim_{p\to 0} p \frac{1}{1+\frac{W(p)}{P}} \cdot \frac{V}{P^2} = \lim_{p\to 0} \frac{P}{P+K} \cdot \frac{V}{P} = \frac{V}{K} \tag{14}$$

Установившиеся ошибки автоматического управления различного астатизма при типовых задающих воздействиях приведены в таблице 2.

Таблица 2

Установившиеся ошибки систем

Порядок астатизма	$g(t) = A$	$g(t) = V \cdot t$	$g(t) = \frac{at^2}{2}$
0	$\frac{A}{1+K}$	∞	∞
1	0	$\frac{V}{K}$	∞
2	0	0	$\frac{a}{K}$

Аналогичным образом может быть введено понятие порядка астатизма по возмущающему воздействию. При этом следует отметить, что порядок астатизма по возмущающему воздействию не соответствует порядку астатизма по задающему воздействию.

В качестве примера рассмотрим задачу стабилизации величины *y(t)* системы, представленной на рис. 1.

На основе структурной схемы системы получаем при $g(t) = 0$:

$$y = W_0(p) \cdot R(p) \cdot (-y) + M(p)F \tag{15}$$

где Y, F – соответственно изображения регулируемой величины и возмущающего воздействия.

Так как $W_0(p)R(p)=W(p)$, можно определить передаточную функцию замкнутой системы по возмущающему воздействию:

$$\Phi_f(p) = \frac{y}{F} = \frac{M(p)}{1 + W(p)} \tag{16}$$

При единичной отрицательной обратной связи и при g(t)=0 имеем - Y=E, тогда передаточная функция замкнутой системы для ошибки по возмущающему воздействию будет иметь тот же вид, что и для регулируемой величины, т. е.

$$\Phi_{\varepsilon f}(p) = \frac{E}{F} = -\Phi_f(p) \tag{17}$$

Таким образом, возмущающее воздействие *f* дает статическую ошибку

$$\varepsilon = \lim_{p\to 0}\left[-p\frac{M(p)}{1 + W(p)} \cdot F\right] = -\frac{A}{1 + K} \tag{18}$$

где M(p)=1; $F = \frac{A}{p}$; $\lim\limits_{p\to 0} W(p) = K$

Порядок выполнения лабораторной работы

Параметры системы с нулевым порядком астатизма.

W₀(p)	***g=A***	***g=V·t***
$\frac{3}{2{,}5p + 1}$	*2*	*2t*

Параметры астатической системы.

W₀(p)	$g = at^2/2$
$\frac{3}{2{,}5p + 1}$	$0{,}5t^2$

Параметры систем с возмущением.

M(p)	*0,5*
f	*2*

1. Исследование системы с астатизмом нулевого порядка. *R(p)=K*

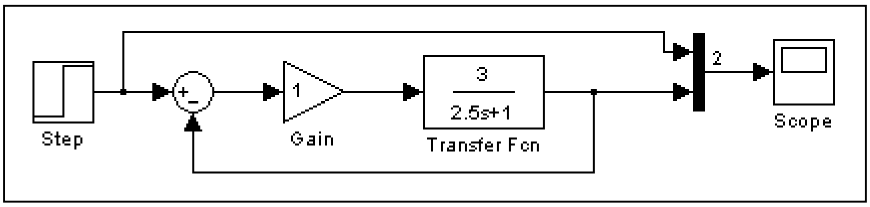


Рис.2 Структурная схема системы

Получим кривые переходного процесса для трех значений *K(K=1, 5, 10)* при подаче на вход системы сигнала *g(t)=A* и определим предельные значения установившейся ошибки.

а) *K=1*.

Значение ошибки определяется экспериментально по графикам характеристик на осциллографе как разность между установившимся выходным сигналом и входным сигналом, и подтверждается теоретически по формулам, приведённым в пункте «Краткие теоретические сведения».

Найдём ошибку:

- экспериментально: $\varepsilon = 0{,}5$ (рис.3);
- теоретически: $\varepsilon = \lim\limits_{p\to 0} p \cdot \dfrac{1}{1+W(p)} \cdot \dfrac{A}{P} = \lim\limits_{p\to 0} \dfrac{A}{1+\dfrac{3}{2{,}5\cdot p+1}\cdot k} = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$ (формула 9);

б) *K=5*.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0{,}125$;
- теоретически: $\varepsilon = \lim\limits_{p\to 0} p \cdot \dfrac{1}{1+W(p)} \cdot \dfrac{A}{P} = \lim\limits_{p\to 0} \dfrac{A}{1+\dfrac{3}{2{,}5\cdot p+1}\cdot 5} = \dfrac{2}{16} = 0{,}125$;

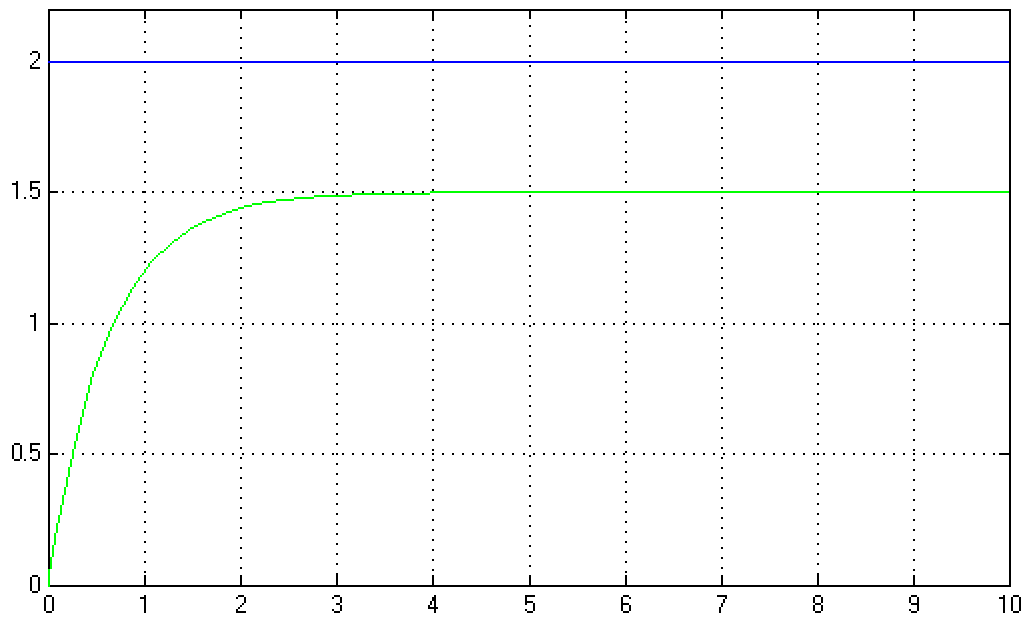


Рис.3 Характеристики системы при К=1

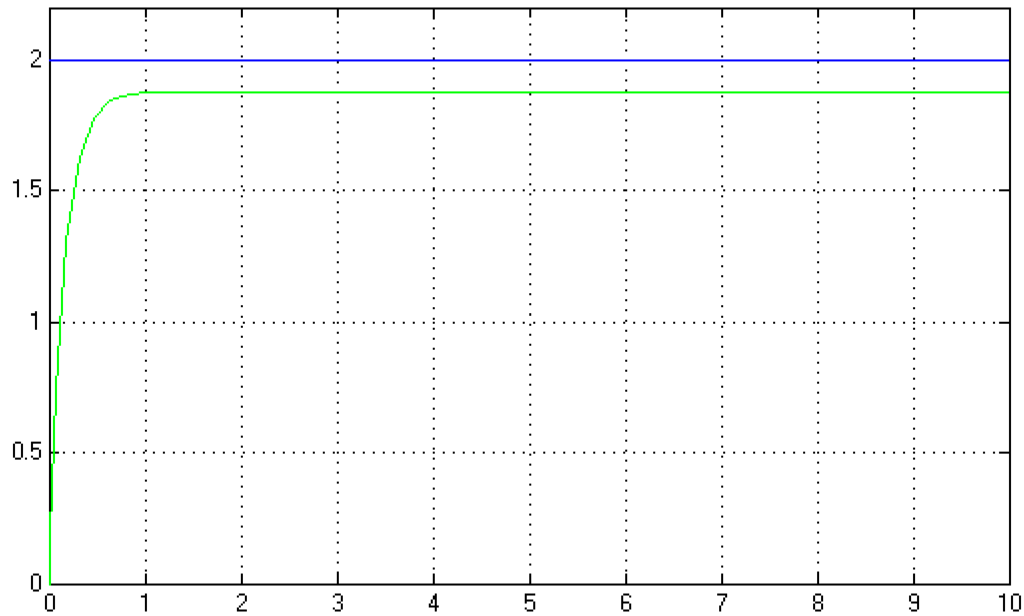


Рис.4 Характеристики системы при К=5

в) *К=10*.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0{,}0645$;
- теоретически: $\varepsilon = \lim\limits_{p\to 0} p\cdot\dfrac{1}{1+W(p)}\cdot\dfrac{A}{P} = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{A}{1+\dfrac{3}{2{,}5\cdot p+1}\cdot 10} = \dfrac{2}{31} = 0{,}0645$.

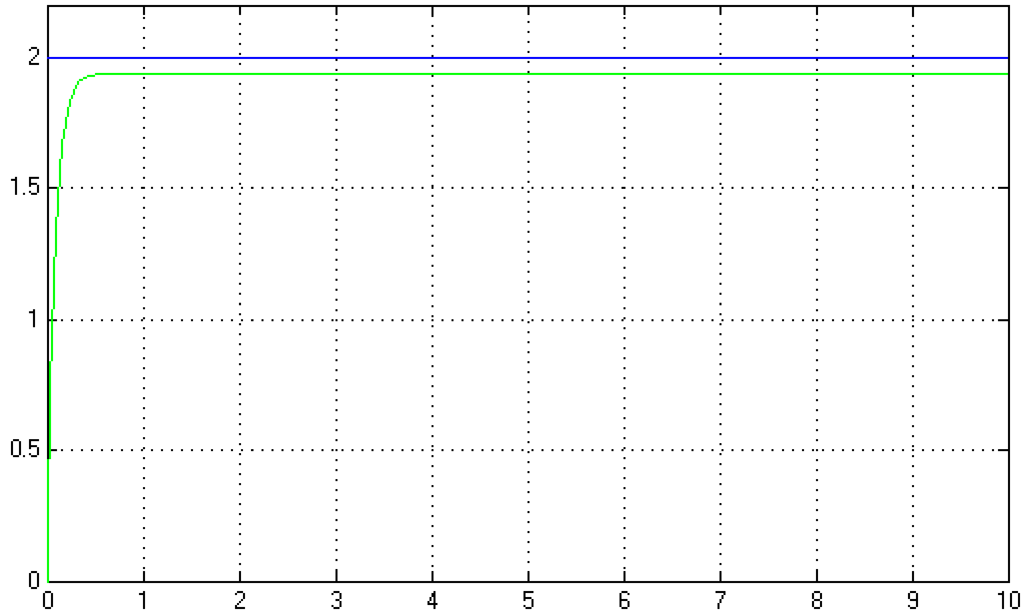


Рис.5 Характеристики системы при К=10

Получим кривые переходного процесса для трех значений *K(K=1, 5, 10)* при подаче на вход системы сигнала *g(t)=V·t* и определим предельные значения установившейся ошибки.

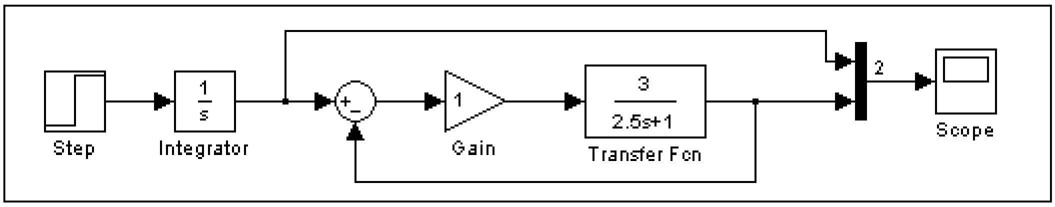


Рис.6 Структурная схема системы с астатизмом нулевого порядка и задающим воздействием *g(t)=Vt*

$$\left.\begin{array}{l}\text{а) } K=1. \\ \text{б) } K=5. \\ \text{в) } K=10.\end{array}\right\} \qquad \varepsilon = \lim_{p\to 0} p\cdot\frac{1}{1+W(p)}\cdot\frac{V}{p^2}=\infty$$ (как и указано в таблице 2).

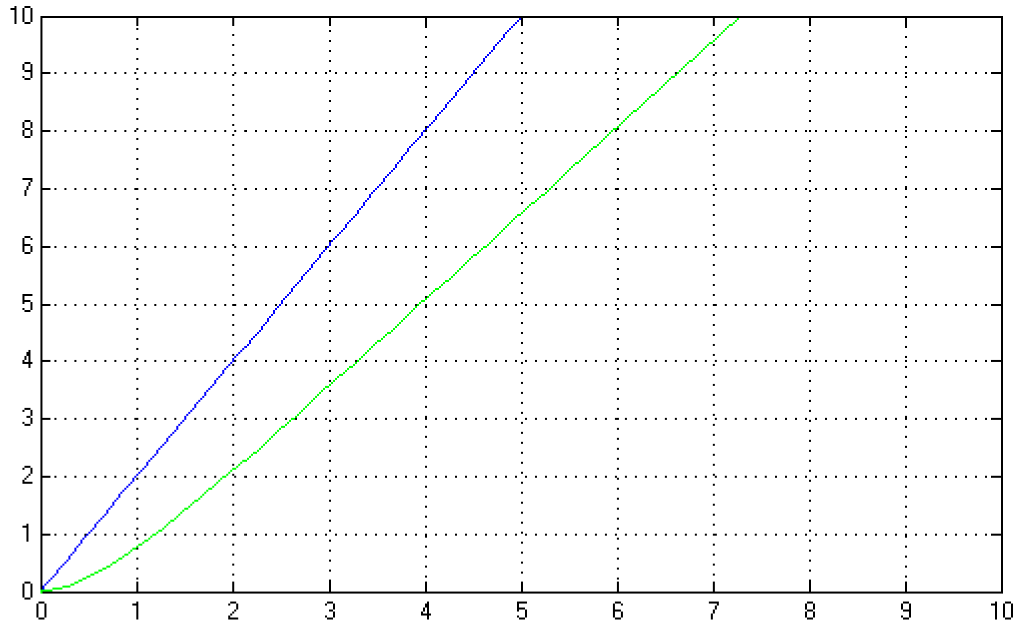


Рис.7 Характеристики системы при К=1

При подаче на вход сигнала $g(t) = \frac{at^2}{2}$ значение ошибки останется тем же, что можно проверить по формуле $\varepsilon = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{1}{1+W(p)} \cdot \frac{V}{p^3}$.

2. Исследование системы с астатизмом первого порядка. *R(p)=K/p*

Получим кривые переходного процесса для трех значений *K(K=1, 5, 10)* при подаче на вход системы сигнала *g(t)=A* и определим предельные значения установившейся ошибки.

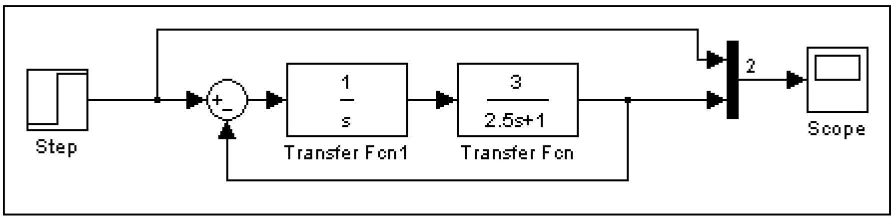


Рис.8 Структурная схема системы с астатизмом первого порядка, задающим воздействием g=A=2 и К=1

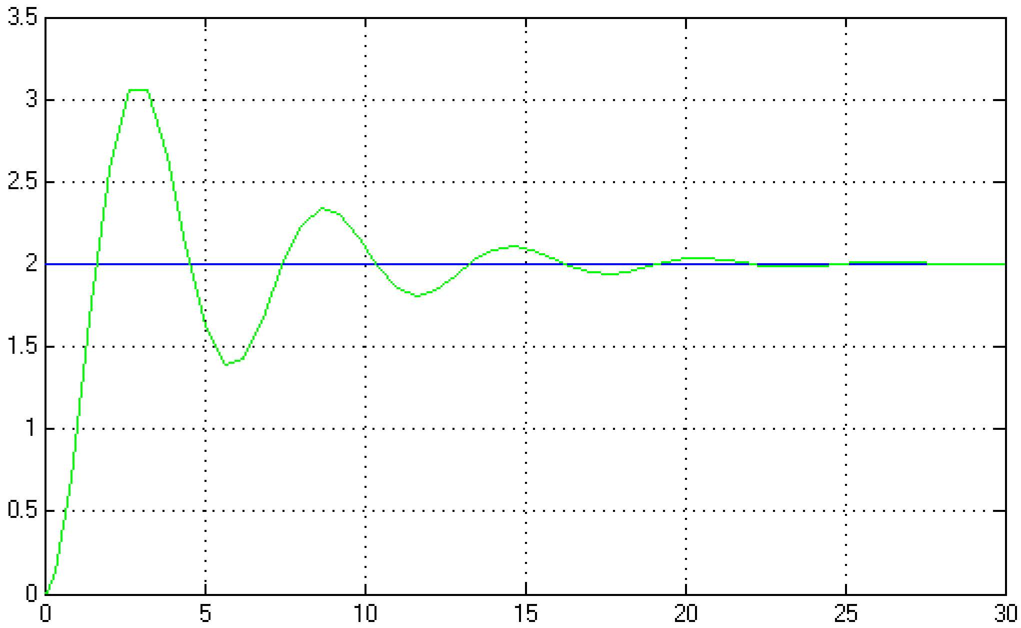


Рис.9 Характеристики системы при К=1

а) *К=1*.

б) *К=5*.

в) *К=10*.

$$\varepsilon = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{1}{1+W(p)} \cdot \frac{A}{p} = \lim_{p\to 0} \frac{2\cdot(2{,}5\cdot p+1)\cdot p}{(5{,}5\cdot p+1)} = 0\,.$$

Получим кривые переходного процесса при подаче на вход системы линейно нарастающего воздействия *g(t)= V·t*. Определим предельные значения установившейся ошибки для коэффициента *K*.

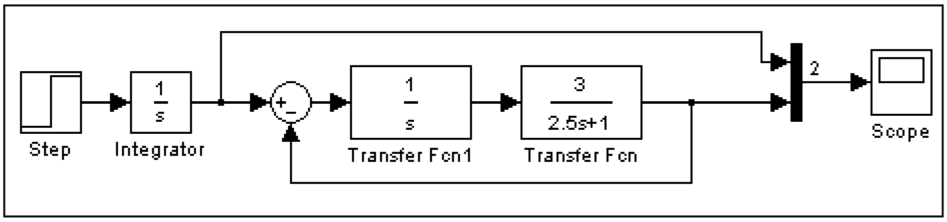


Рис.10 Структурная схема системы с астатизмом первого порядка и задающим воздействием *g(t)=Vt*

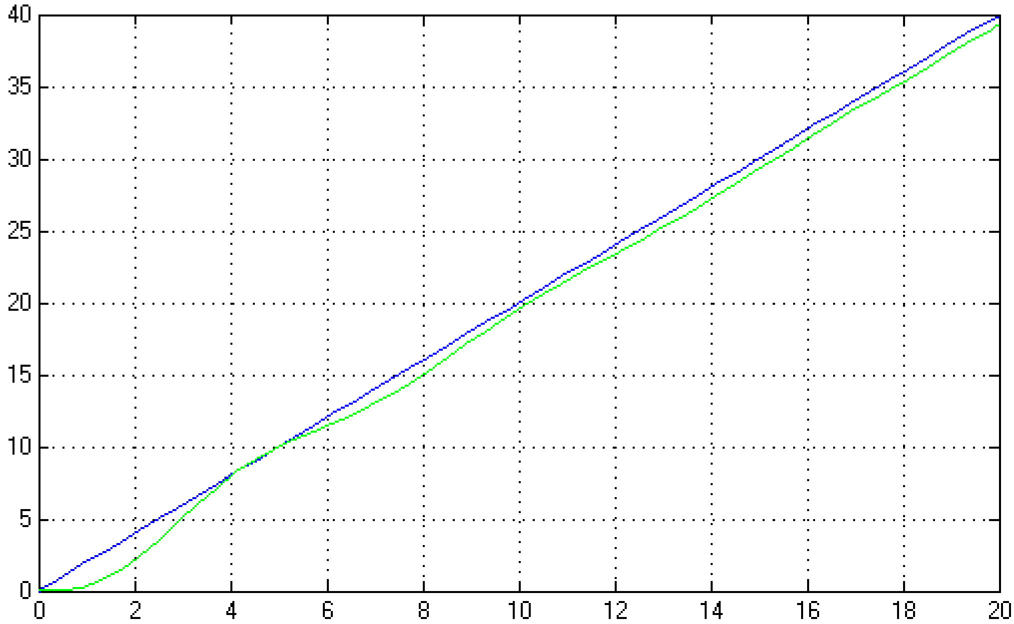


Рис.11 Характеристики системы при К=1

а) *К=1*.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0{,}7$;
- теоретически: $\varepsilon = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{1}{1+\dfrac{W(p)}{P}}\cdot\dfrac{V}{P^2} = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{V(2{,}5p+1)}{2{,}5p^2+p+3} = \dfrac{2}{3} = 0{,}7$;

б) *К=5*.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0{,}12$;
- теоретически: $\varepsilon = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{1}{1+\dfrac{W(p)}{P}}\cdot\dfrac{V}{P^2} = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{V(2{,}5p+1)}{2{,}5p^2+p+15} = \dfrac{2}{15} = 0{,}12$;

в) *К=10*.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0{,}05$;
- теоретически: $\varepsilon = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{1}{1+\dfrac{W(p)}{P}}\cdot\dfrac{V}{P^2} = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{V(2{,}5p+1)}{2{,}5p^2+p+30} = \dfrac{2}{30} = 0{,}05$.

Получим кривые переходного процесса при подаче на вход системы квадратично нарастающего воздействия $g(t)=0{,}5\cdot t^2/2$.

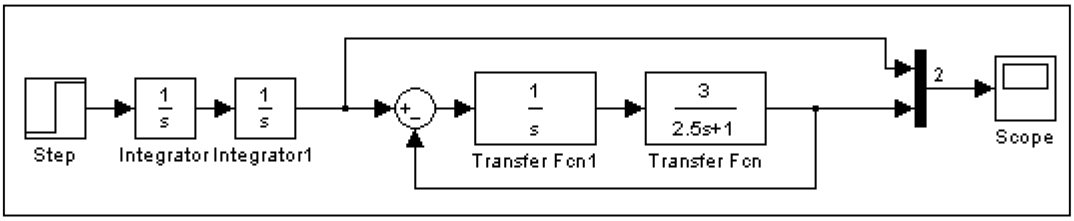


Рис.12 Структурная схема системы с астатизмом первого порядка и задающим воздействием $g(t)= 0,5\cdot t$.

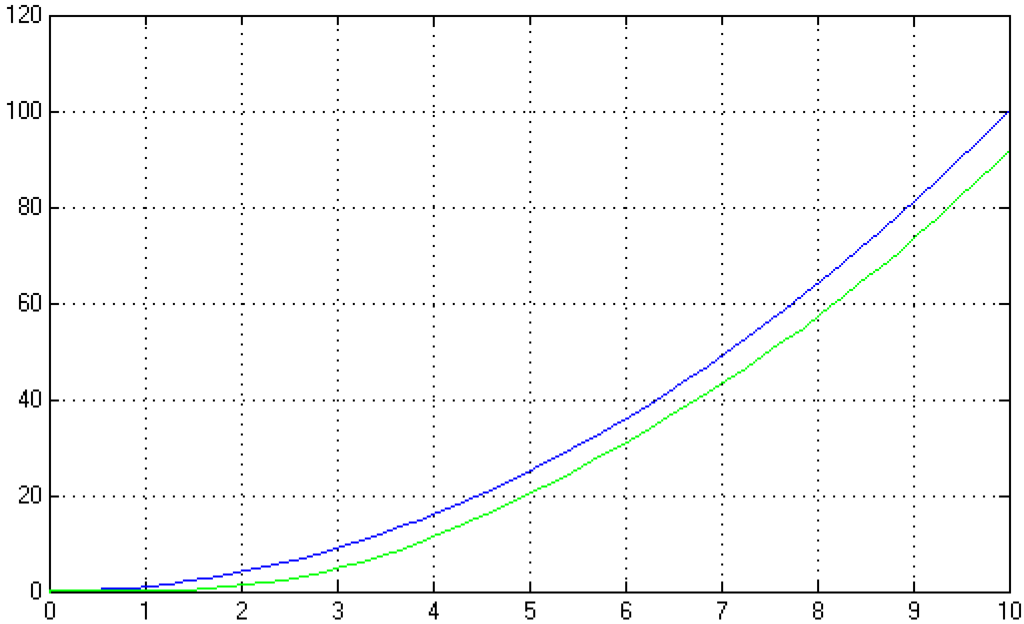


Рис.13 Характеристики системы при К=1

а) *К=1*.

б) *К=5*.

в) *К=10*.

$$\varepsilon = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{1}{1+W(p)} \cdot \frac{V}{p^3} = \infty .$$

3. Исследование влияния внешнего возмущения на систему (*R(p)=K).*

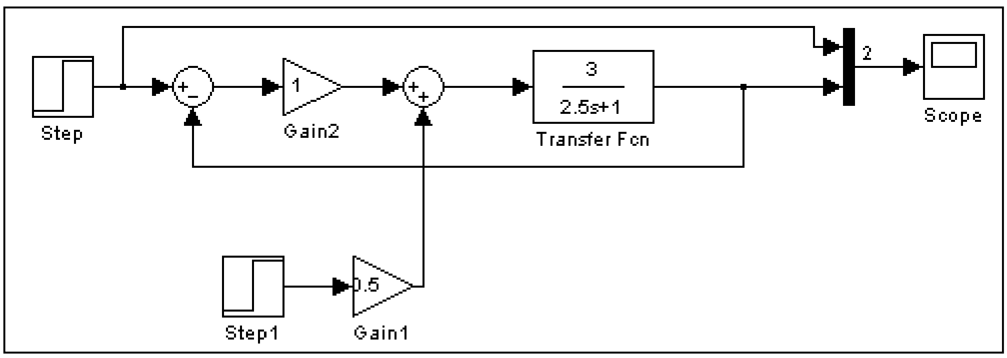


Рис.14 Структурная схема системы с внешним возмущающим воздействием

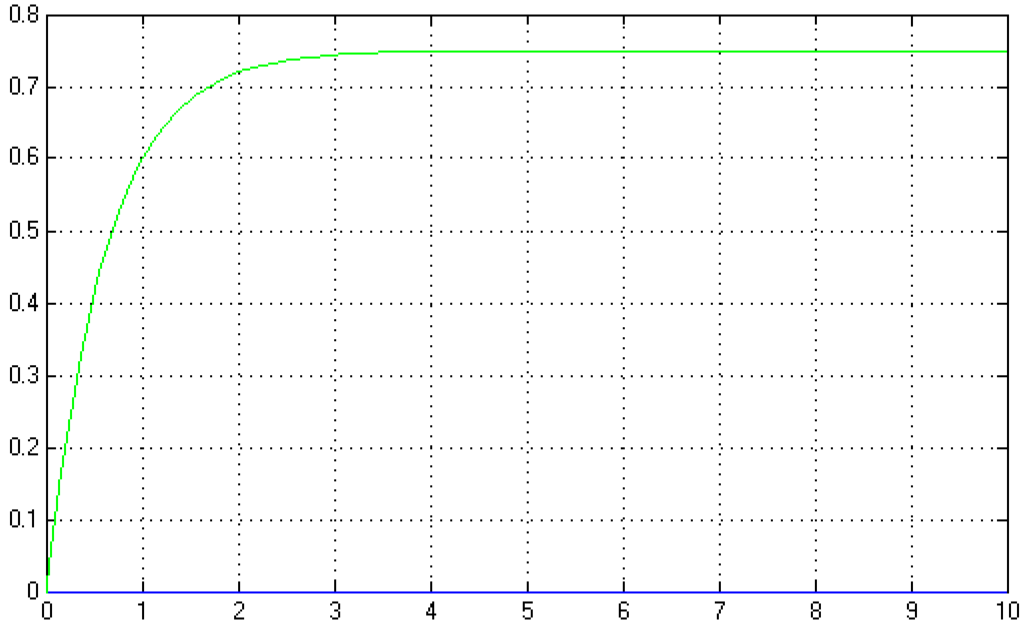


Рис.15 Характеристики системы при К=1

К=1.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0{,}7$;

- теоретически: $\varepsilon = \lim\limits_{p\to 0} p \cdot \dfrac{M(p)\cdot W_0(p)}{1+W(p)} \cdot \dfrac{f}{p} = \lim\limits_{p\to 0} \dfrac{\dfrac{0{,}5\cdot 3}{2{,}5\cdot p+1}}{\dfrac{2{,}5\cdot p+4}{2{,}5\cdot p+1}} \cdot 2 = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$.

Получим кривые переходного процесса и определим предельное значение установившейся ошибки при *R(p)=K/p.*

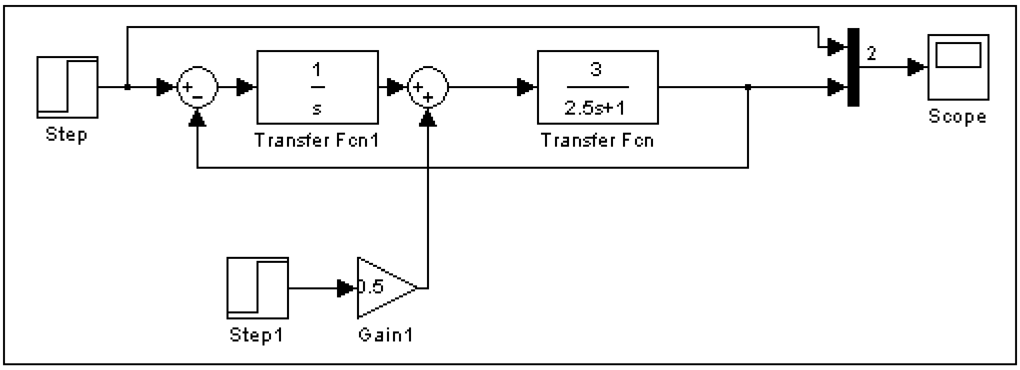


Рис.16 Структурная схема системы с внешним возмущающим воздействием

K=1.

Значение ошибки:

- экспериментально: $\varepsilon = 0$;
- теоретически: $\varepsilon = \lim\limits_{p\to 0} p \cdot \dfrac{M(p)\cdot W_0(p)}{1+\dfrac{W(p)}{p}} \cdot \dfrac{f}{p} = \lim\limits_{p\to 0} \dfrac{0{,}5\cdot 3\cdot p}{(2{,}5\cdot p+4)} \cdot 2 = 0$.

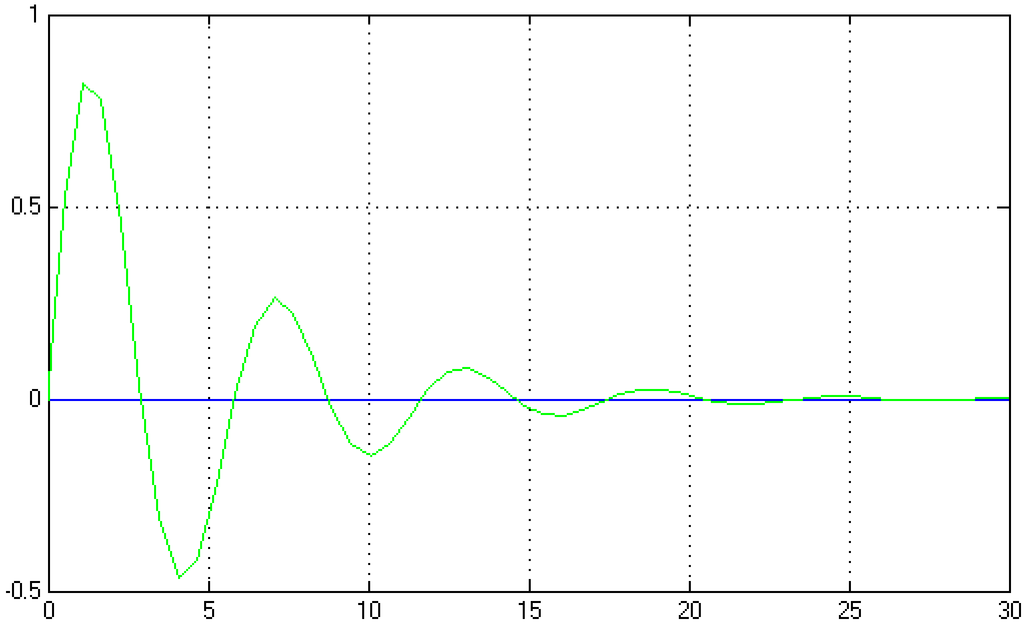


Рис.17 Характеристики системы при К=1

ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Исследовать систему с астатизмом нулевого порядка. Структурная схема системы представлена на рис. 18, где *R(p)=K*. Варианты передаточной функции $W_0(p)$ объекта управления и характеристики задающего воздействия *g(t)* приведены в табл. 3.

1.1. Получить кривые переходного процесса для трех значений *K(K=1, 5, 10)* при подаче на вход системы сигнала *g(t)=A* и определить предельные значения установившейся ошибки.

1.2. Получить кривые переходного процесса при подаче на вход системы линейно нарастающего воздействия $g(t)=V\cdot t$.

2. Исследовать систему с астатизмом первого порядка. В схеме (см. рис.18) принять *R(p)=K/p*. Варианты передаточной функции $W_0(p)$ даны в табл. 4, а характеристики заданного воздействия *g(t)* приведены в табл. 3 и 4.

2.1. Получить кривые переходного процесса при подаче на вход системы задающего воздействия *g(t)=A* (см. табл.3).

2.2. Получить кривые переходного процесса при подаче на вход системы линейно нарастающего воздействия $g(t)= V\cdot t$ (см. табл. 3). Определить предельные значения установившейся ошибки для различных значений коэффициента *K (K=1, 5, 10)*.

2.3. Получить кривые переходного процесса при подаче на вход системы квадратично нарастающего воздействия $g(t)=a \cdot t^2/2$ (см. табл. 4).

3. Исследовать влияние внешнего возмущения.

3.1. В соответствии с вариантом (см. табл. 5 и рис.19) собрать схему моделирования системы. При этом вид передаточной функции $W_0(p)$ взять из табл. 3.

3.2. Получить кривые переходного процесса и определить предельное значение установившейся ошибки *($g(t)=0$, $f(t)=1(t)$)* и $R(p)=K$, $R(p)=K/p$.

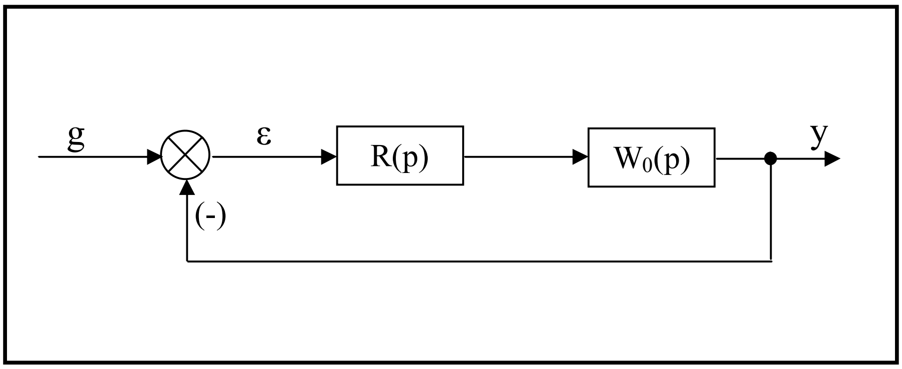
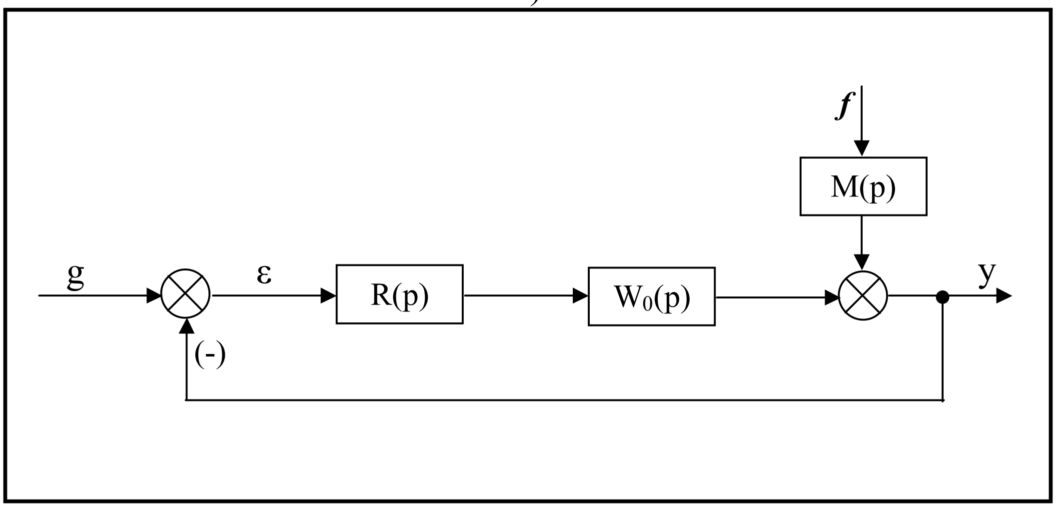


Рис. 18 Структурная схема системы

а)



б)

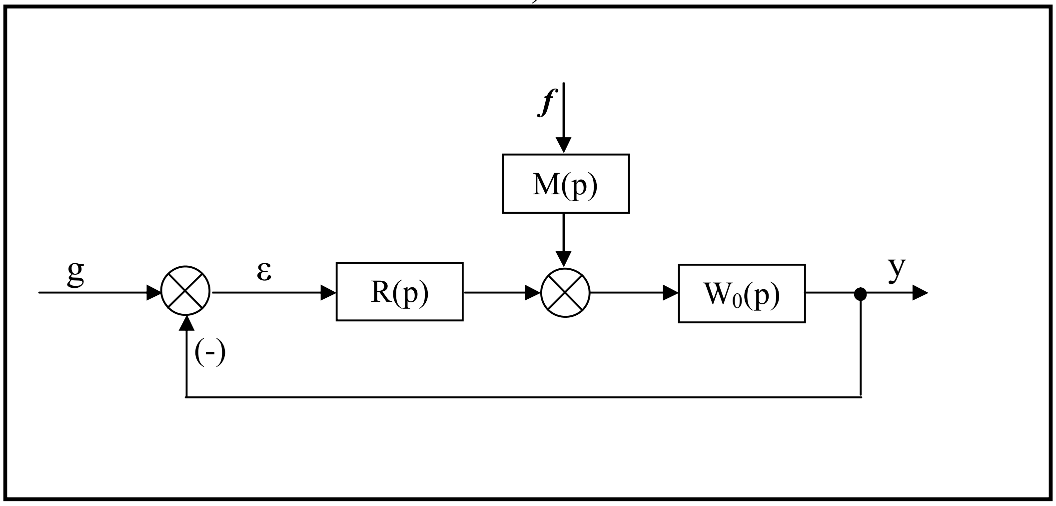


Рис.19 Структурные схемы систем с возмущающим воздействием

Таблица 3

Варианты параметров систем с нулевым порядком астатизма

Вариант	$W_0(p)$	g=A	g=V·t	Вариант	$W_0(p)$	g=A	g=V·t
1	$\frac{2}{3p+1}$	*1*	*0,5t*	6	$\frac{1}{2p^2+3p+1}$	*1*	*1,5t*
2	$\frac{1{,}5}{0{,}5p+1}$	*2*	*4t*	7	$\frac{2}{0{,}5p^2+p+2}$	*2*	*2t*
3	$\frac{1{,}5}{p^2+2p+1}$	*1*	*t*	8	$\frac{8}{0{,}5p^2+2p+8}$	*2*	*t*
4	$\frac{1}{p^2+p+2}$	*2*	*2t*	9	$\frac{1}{0{,}5p^2+p+1}$	*2*	*2t*
5	$\frac{5}{p^2+5p+6}$	*1*	*t*	10	$\frac{1}{0{,}1p^2+0{,}7p+1}$	*4*	*2t*

Таблица 4

Варианты параметров астатических систем

Вариант	$W_0(p)$	$g = at^2/2$	Вариант	$W_0(p)$	$g = at^2/2$
1	$\frac{2}{3p+1}$	$0{,}2t^2$	6	$\frac{p+1}{2p^2+3p+1}$	$0{,}25t^2$
2	$\frac{1{,}5}{0{,}5p}$	$0{,}2t^2$	7	$\frac{p+2}{0{,}5p^2+p+2}$	$0{,}5t^2$
3	$\frac{p+1{,}5}{p^2+2p+1}$	$0{,}4t^2$	8	$\frac{1{,}5p+8}{0{,}5p^2+2p+8}$	$0{,}3t^2$
4	$\frac{p+1}{p^2+p+2}$	$0{,}3t^2$	9	$\frac{p+1}{0{,}5p^2+p+1}$	$0{,}45t^2$
5	$\frac{p+5}{p^2+5p+6}$	$0{,}45t^2$	10	$\frac{p+1}{0{,}1p^2+0{,}7p+1}$	$0{,}4t^2$

Таблица 5

Варианты параметров систем с возмущением

Вариант	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*
Схема системы рис.	*а*	*а*	*б*	*а*	*б*	*а*	*б*	*а*	*б*	*а*	*б*
M(p)	*0,5*	*1*	*2*	*0,5*	*2*	*1*	*2*	*2*	*1*	*0,5*	*1*
f	*2*	*-0,5*	*1*	*2*	*1*	*1*	*0,75*	*-0,75*	*2*	*-1*	*0,5*

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать следующие разделы:

1. Цель работы.
2. Программа работы.
3. Математические модели исследуемых систем и кривые переходных процессов.
4. Графики экспериментально полученных зависимостей предельных значений установившихся ошибок ε в зависимости от коэффициента *К*.
5. Аналитический расчет установившихся ошибок систем.
6. Выводы.
7. Использованная литература.

ЛИТЕРАТУРА

1. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения / Дьяконов В. П. М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 768 с. – (Серия «Полное руководство пользователя»).

2. SIMULINK: среда создания инженерных приложений / Под общ. ред. к. т. н. В. Г. Потёмкина. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003.-496 с.

3. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования - М.: Наука, 2008.