МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра фундаментальной химии и химической технологии

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
________ О.Г. Локтионова
« » ________ 2016 г.

ПОСТРОЕНИЕ НОМОГРАММ

Методические указания по выполнению лабораторной работы для студентов на правления подготовки 04.03.01 Химия и специальности 04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия

Курск 2016

УДК 378.147.88

Составитель: А.В. Лысенко

Рецензент
Доктор химических наук, профессор *Л.М. Миронович*

Построение номограмм: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: А.В. Лысенко. Курск, 2016, 18 с.: ил., 6 табл. Библиогр.:18 с.

Излагаются методические рекомендации к лабораторной работе «Построение номограмм» по дисциплине «Вычислительные методы в химии». Приведены краткие теоретические основы по изучаемой теме. Рассмотрены примеры решения типовых задач. Представлены индивидуальные задания.

Методические указания предназначены для студентов направления подготовки 04.03.01 Химия и специальности 04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 20.01 Форма 60х84 1/16.
Усл. печ. л. 1,0 Уч.-изд.л. 0,9 Тираж 100 экз. Заказ. 30 Бесплатно
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Содержание

Краткие теоретические основы	4
Примеры решения типовых задач	5
Индивидуальные задания	17
Список использованных источников	18

Цель работы: Освоить методику построения номограмм различных видов с помощью стандартных компьютерных программ

Краткие теоретические основы

Номография *(от греч. nómos - закон и ...графия)* раздел математики, объединяющий теорию и практические методы построения номограмм - специальных чертежей, являющихся изображениями функциональных зависимостей.

Особенность номограмм заключается в том, что

- каждый чертёж изображает заданную область изменения переменных;

- каждое из значений переменных в этой области изображено на номограмме определённым геометрическим элементом (точкой или линией);

- изображения значения переменных, связанных функциональной зависимостью, находятся на номограмме в определённом соответствии, общем для номограмм одного и того же типа.

Номограммы различают по способу изображения переменных и по способу задания соответствия между изображениями переменных.

Наиболее распространены номограммы из выравненных точек, сетчатые и транспарантные; для уравнения с двумя переменными применяют двойные шкалы.

Процессы химической технологии часто являются весьма сложными, и случаи, когда анализируемые явления можно описать функцией одной переменной, встречаются редко. При описании тепловых или диффузионных процессов число этих переменных часто достигает восьми и более. Хотя теория подобия и теория размерностей позволяют (путем градуировки переменных в безразмерные комплексы) сократить число параметров, получаемые критериальные уравнения все же содержат обычно больше двух переменных. Изображение таких функций при помощи графиков связано с рядом неудобств, так как при этом необходимо интерполировать значения одной из переменных. Поскольку соответствующие функции, как правило, не являются линейными, то ошибки при такой интерполяции могут быть значительными. Использование номограмм позволяет получить непрерывное изображение функции нескольких переменных, с помощью которого можно определить значение одной из переменных, если известны значения всех остальных. Ниже будут описаны только номограммы с прямолинейными функциональными шкалами, так как они чаще всего встречаются при расчётах аппаратов химической технологии.

Основным элементом номограммы является **функциональная шкала**, на которую нанесены только значения независимой переменной в некотором интервале. Деления, соответствующие значениям зависимой переменной, пропорциональные расстоянию от начала отсчета и имеющие известный масштаб, не наносятся как само собой разумеющиеся.

Примеры решения типовых задач

Номограммы с параллельными функциональными шкалами

Такие номограммы строят для зависимостей вида $f_1(z)=f_2(x)+f_3(y)$ или для функций, которые можно привести к такому виду. Методика построения этих номограмм основана на их математических свойствах и заключается в следующем:

- на расстоянии, приближенно равном длине шкал (для обеспечения максимальной точности отсчета), строят обе функциональные шкалы $f_2(x)$ и $f_3(y)$, выбирая масштабы шкал в зависимости от интервала изменения переменных x и y;
- положение функциональной шкалы $f_1(z)$ определяют из условия равенства отношения расстояний до двух остальных шкал отношению масштабов mx и my соответствующих шкал;
- начала отсчета всех трех шкал берут так, чтобы они лежали на одной прямой;
- масштаб m_z функциональной шкалы $f_1(z)$ определяют из соотношения:

$$\frac{1}{m_z}=\frac{1}{m_x}+\frac{1}{m_y} \qquad (1)$$

Номограммы с параллельными функциональными шкалами можно построить и для суммы трех, четырех или пяти функций, причем метод их построения остается таким же.

Пример 1: Построить функциональную шкалу для функции y=lg*x* в интервале 1<x<10.

Решение: Сначала построим соответствующую двойную шкалу (рисунок 1 а)*.

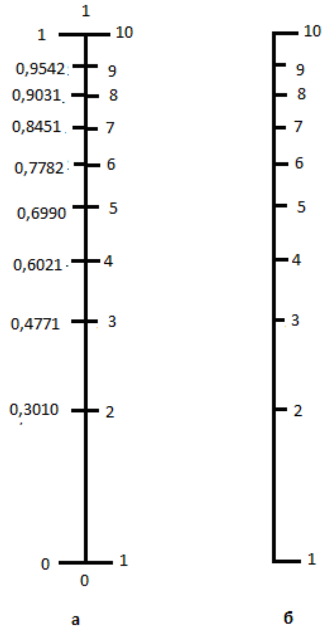

Рисунок 1 - Построение двойной (а) и функциональной (б) шкал

Отложим отрезок OI длиной 100 мм. Давая независимой переменной *x* ряд значений в выбранном интервале, вычисляем значения зависимой переменной и наносим их слева от функциональной шкалы делениями, пропорциональными расстоянию от начала отсчета. Справа наносим соответствующие значения независимой переменной. Таким образом, получаем двойную шкалу, масштаб которой m=100/(1-0), где 100 - длина шкалы в мм, 1 и 0 - величины функции при значениях независимой переменной, соответствующих границам изображаемого интервала.

Оставив на шкале только значения независимой переменной, получим функциональную шкалу, изображенную на рисунке 1б.

***Обратите внимание на то, что номограммы на рисунках 1-6 включительно носят иллюстрационный характер: их масштабы может не соответствовать данным в тексте**

Номограммы с наклонными шкалами

Номограммы с наклонными шкалами приведена на рисунке 2.

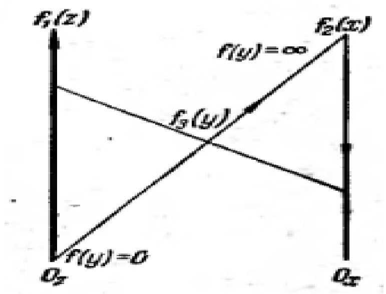

Рисунок 2 - Номограмма с наклонной шкалой (общий вид)

С помощью таких номограмм можно изображать соотношения вида

$$f_1(z) = f_2(x) \cdot f_3(y) \qquad (2)$$

где $f_1(z)$, $f_2(x)$, $f_3(y)$ – функции одной переменной.

Шкала у соединяет начало 0_x, 0_y и 0_z двух других функциональных шкал, и деления на нее наносятся в соответствии с соотношением

$$l_y = \frac{l}{\alpha f_3(y) + 1} \qquad (3)$$

l – общая длина шкалы у; l_y – длина отрезка шкалы у, соответствующая данному значению функции $f_3(y)$; $\alpha = m_z/m_x$ – отношение масштабов двух других шкал.

Пример 2: Построить номограмму для определения половины произведения двух чисел z =xy/2.

Решение: Приведем функцию к виду, соответствующему номограмме с параллельными функциональными шкалами:

$$\lg z = \lg x + \lg \frac{y}{2}$$

В такой записи, при которой каждый член является функцией только одной переменной, половину произведения двух чисел можно определить при помощи номограммы с тремя параллельными функциональными шкалами, соответствующими функциям:

$$f_1(z)=\lg z, \quad f_2(x)=\lg x\,, \; f_3(y)=\lg\frac{y}{2}$$

Определяем значения переменных, соответствующие началам всех рассматриваемых шкал:

$$f_1(z)=0, \text{ т.е. } \lg z=0, \text{ следовательно } z=1$$
$$f_2(x)=0, \text{ т.е. } \lg x=0, \text{ следовательно } x=1$$
$$f_3(y)=0, \text{ т.е. } \lg\frac{y}{2}=0, \text{ следовательно } y=2$$

Выбрав интервалы изменения переменных x и y:

$$1<x<10,\ 2<y<20\ ,$$

получим интервал изменения z:

$$1<z<100.$$

Строим функциональные шкалы, соответствующие функциям $f_2(x)$, $f_3(y)$ в выбранных интервалах, взяв длины шкал по 80 мм при расстоянии между ними, также равном 80 мм (рисунок 3).

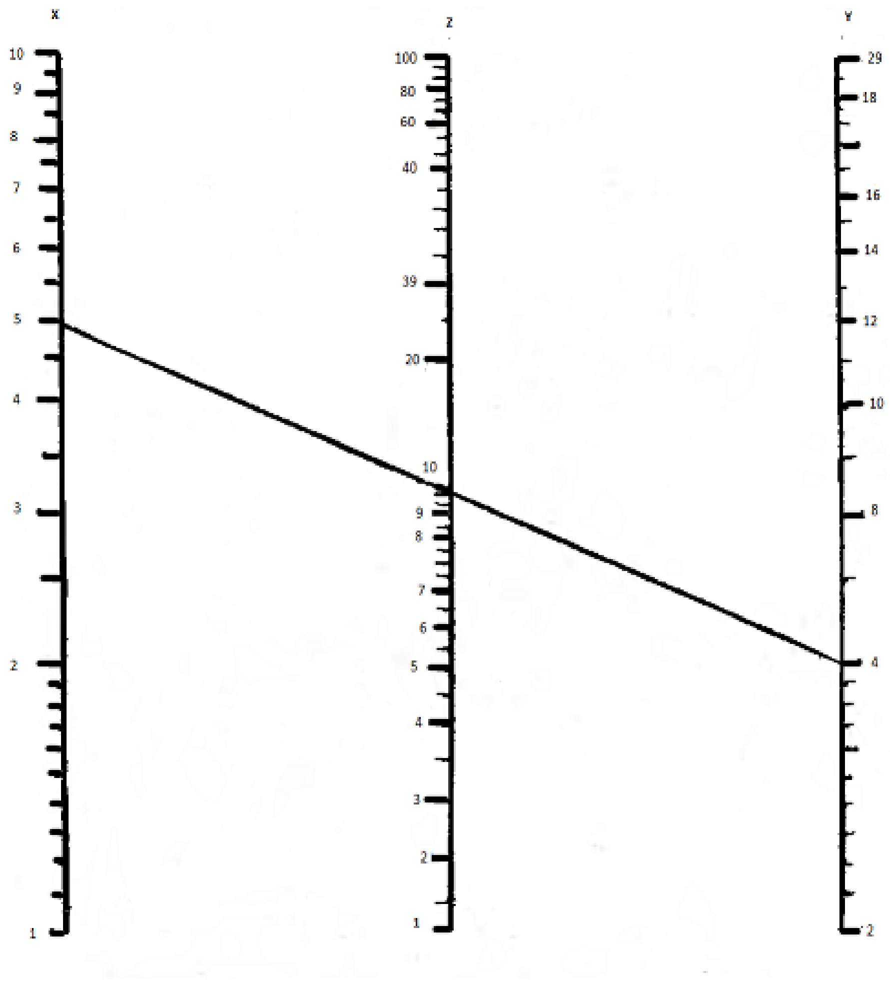

Рисунок 3 - Построение номограммы для примера 2

При определении масштаба шкал следует принимать во внимание, что обе функции являются логарифмическими и масштаб соответствует длине логарифмической единицы:

$m_x = \frac{80}{\lg 10 - \lg 1} = \frac{80}{1} = 80$мм $m_y = \frac{80}{\frac{\lg 20}{2} - \frac{\lg 2}{2}} = \frac{80}{1} = 80$ мм

Масштаб $f_1(z)$ вычисляем по уравнению:

$$\frac{1}{mz} = \frac{1}{mx} + \frac{1}{my} = \frac{1}{80} + \frac{1}{80} = \frac{1}{40} \text{ мм}$$, m_z=40 мм,

Так как масштабы функций $f_2(x)$, $f_3(y)$ равны, шкала функций $f_1(z)$ располагается между ними на равном расстоянии. Деления наносятся так, чтобы точки, соответствующие началу отсчета всех шкал, лежали на одной прямой. Деления наносим по логарифмической шкале, длина которой, равна масштабу соответствующей шкалы (рисунок 3).

Точка соответствующая значению функции $f_1(z)$ для известных числовых значений x_1 и y_1 лежит на пересечении шкалы $f_1(z)$ с прямой, соединяющей точки x_1 и y_1.

Пример 3: Построить номограмму для перевода весовых процентов в мольные.

Решение: Рассмотрим однородную смесь, состоящую из двух компонентов А и В с молекулярными весами M_a и M_b. Если смесь содержит а весовых процентов компонента А, то соответствующая мольная доля, выраженная в процентах, определится из равенства

$$x = \frac{\frac{a}{M_a} \times 100}{\frac{a}{M_a} + \frac{100-a}{M_b}}$$

или после преобразований

$$\frac{1}{x} = \frac{\frac{a}{M_a} + \frac{100-a}{M_b}}{\frac{a}{M_a} * 100} = \frac{1}{100} + \frac{100-a}{100a} * \frac{M_a}{M_b}$$

Откуда

$$\frac{M_a}{M_b} = \frac{\frac{100-x}{x}}{\frac{100-a}{a}}$$

Путем логарифмирования приводим уравнение к виду, соответствующей сумме функций:

$$\log M_a - \log M_b = \log\frac{100 - x}{x} - \log\frac{100 - a}{a}$$

или

$$\log\frac{100 - x}{x} = \log M_a - \log M_b + \log\frac{100 - a}{a}$$

После приведения уравнения к такому виду можно построить номограмму (рисунок 4) с четырьмя параллельными функциональными шкалами, соответствующими функциям

$$f_1(x) = \log\frac{100 - x}{x}$$

$$f_2(M_a) = \log M_a$$

$$f_3(M_b) = -\log M_b$$

$$f_4(a) = \log\frac{100 - a}{a}$$

Пользуясь этой номограммой, удобно переводить весовые проценты в мольные.

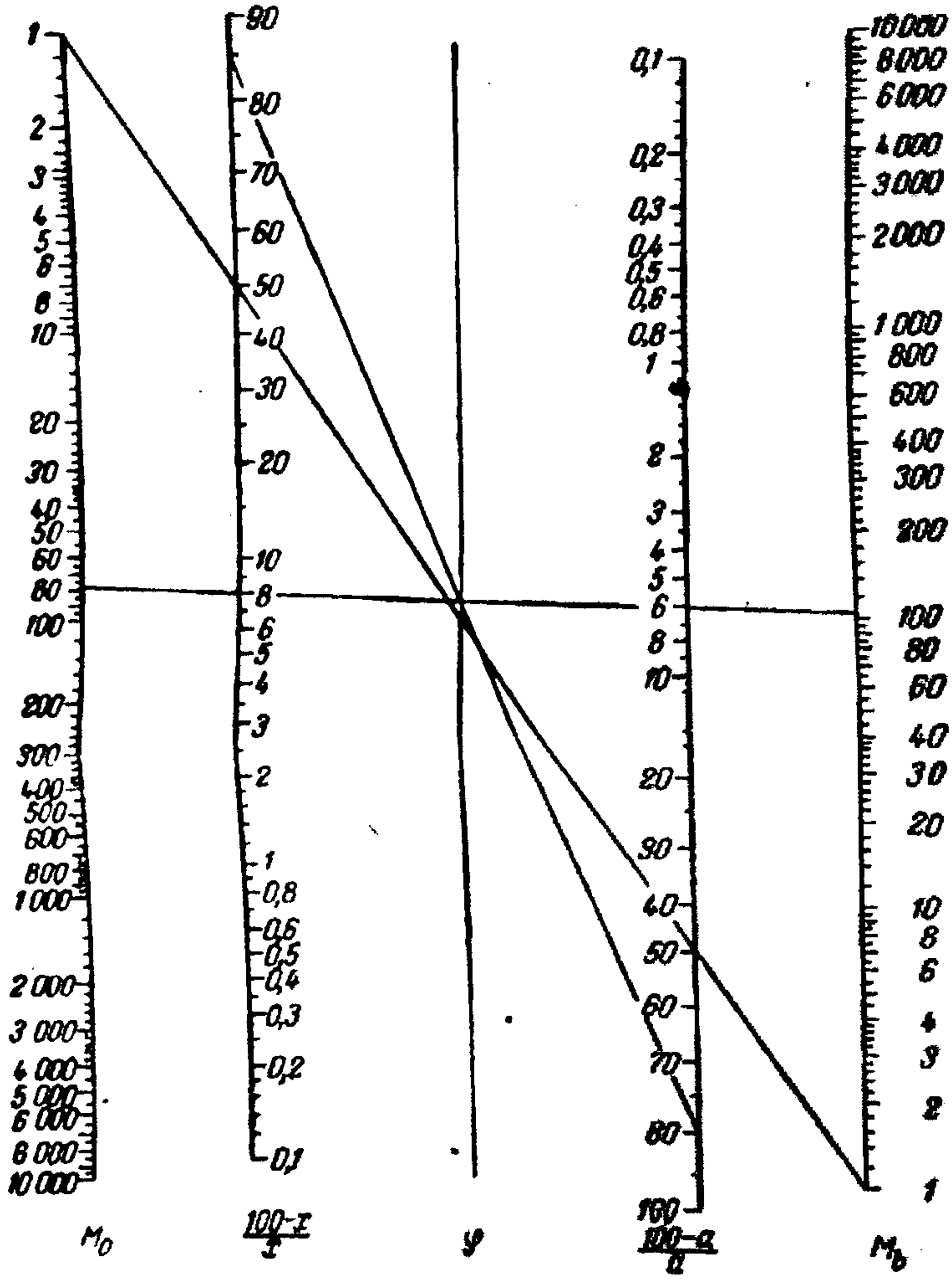

Рисунок 4 - Построение номограммы

Сначала строим номограмму для функции

$$\varphi = f_2(M_a) - f_2(M_b) = \log M_a - \log M_b,$$

которая представляет собой номограмму с тремя параллельными шкалами. Так как функция $f_3(M_b)$ входит в уравнение с отрицательным знаком, шкала этой функции в обратную сторону по отношению к шкале функции $f_2(M_a)$. Определим начало отсчета рассматриваемых двух функций:

$$f_2(M_a) = 0\text{, когда } M_a = 1$$

и соответственно

$$f_3(M_b) = 0\text{, когда } M_b = 1$$

Молекулярные веса, представляющие наибольший интерес для практических расчетов, имеют величины порядка десятков и сотен. Однако примем интервал изменения молекулярных весов от 1 до 10^4; как будет видно из дальнейшего, это не требует увеличения размеров номограммы. Интервалы изменения и соответственно масштабы шкал обеих функций примем одинаковыми

$$m_{M_a} = m_{M_b} = \frac{148}{\log 10^4 - \log I} = \frac{148}{4} = 37,$$

где 148 мм - длина соответствующих шкал.

Пусть расстояние между шкалами составляет 100 мм. Шкала φ является вспомогательной, поэтому на неё деления не наносятся; ее положение определяется тем, что отношения расстояний между шкалами и отношения масштабов пропорциональны. Так как масштабы шкал $f_2(M_a)$ и $f_3(M_b)$ равны, то вспомогательная шкала φ расположена посередине.

Затем на этом рисунке строим номограмму для функции

$$\log\frac{100 - x}{x} = \varphi + \log\frac{100 - a}{a}$$

Если уравнение представлено в таком виде, то необходимо продолжить построение номограммы справа от уже начерченных шкал. Для экономии места, а также для увеличения точно номограммы перепишем уравнение:

$$\varphi = \log\frac{100 - x}{x} - \log\frac{100 - a}{a}$$

Это эквивалентно построению функциональных шкал $f_1(x)$ и $f_4(a)$ по обе стороны от вспомогательной шкалы φ. Так как $f_1(x)$ и $f_4(a)$ имеют разные знаки, соответствующие шкалы направлены в противоположные стороны. Построение обеих функциональных шкал по обе стороны от вспомогательной шкалы φ облегчено в данном случае тем, что сколь бы ни была велика разность молекулярных весов, обе переменные *x* и *a* изменяются приблизительно в одинаковом интервале. Так как на вспомогательную шкалу цифры не нанесены, значения масштабов шкал функций $f_1(x)$ и $f_4(a)$ принимаем с учетом требуемой точности и имеющегося свободного места на рисунке. Вследствие совпадения интервалов из изменения переменных *x* и *a* принимаем длины обеих шкал одинаковыми и равными 148 мм каждая. Масштабы шкал также одинаковы и равны

$$m_x = m_a = \frac{148}{\log\frac{100-0{,}1}{0{,}1} - \log\frac{100-90}{90}} = \frac{148}{2{,}99997-(-09543)} = 37{,}5$$

Как только масштабы определены, можно наносить деления на шкалы, исходя из условия, что точки, соответствующие началу отсчета всех шкал, должны лежать на одной прямой. Для этого определяем значения всех 4 переменных, соответствующие началу отсчета:

$$f_1(x) = \log\frac{100-x}{x}, \quad x = 50$$

$$f_2(M_a) = \log M_a = 0, \quad M_a = 1$$

$$f_3(M_b) = \log M_b = 0, \quad M_b = 1$$

$$f_4(a) = \log\frac{100-a}{a} = 0, \quad a = 50$$

Принимаем расстояние между шкалами функций $f_1(x)$ и $f_4(a)$ и шкалой φ равными 29 мм каждое и наносим деления, учитывая значения переменных, соответствующие началам шкал.

Пользоваться номограммой можно следующим образом. Предположим, что нужно определить мольную долю бензола в смеси бензол-толуол, содержащей 80 вес. % бензола (M_a=78, M_b=102, a=80%). Соединяем точки, соответствующие значениям M_a и M_b, прямой линией. Точку пересечения этой прямой со вспомогательной шкалой φ соединяем с точкой, соответствующей значению a=80 на шкале (100-a)/a. Пересечение этой прямой со шкалой (100-x)/x дает искомое: значение *x*, равное в данном случае 83,8.

Пример 4. Построить номограмму для уравнения $z=x^y$.

Решение: Номограмма такого типа показана на рисунке 5.

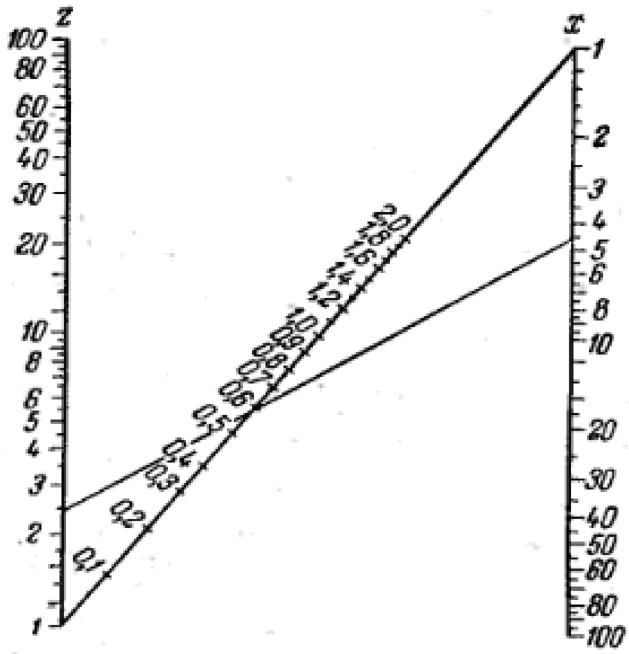

Рисунок 5 - Номограмма с наклонной шкалой функции $z=x^y$

После логарифмирования исходное уравнение принимает вид

$$\lg z=y\lg x$$

где $f_1(z)=\lg(z)$; $f_2(x)=\lg x$; $f_3(y)=y$.

Принимаем следующие интервалы изменения переменных

$$1<x<10^2;\ 1<z$$

$$1<x<10^2;\ \ 1<z<10^2;$$

что соответствует изменению переменной y в пределах

$$0<y<\infty$$

Функциональные шкалы $f_1(z)$ и $f_2(z)$ длиной 79 мм каждая из сторон на расстоянии 69 мм друг от друга. Учитывая пределы изменения переменных, вычисляем масштабы обеих шкал

$$m_z=m_x=79/(\lg10^2-\lg1)=79/2=39{,}9 \text{ мм}$$

и наносим на них соответствующие деления. Соединяем точки, отвечающие началам обеих шкал $f_1(z)$ и $f_2(z)$, и получаем шкалу y длиной l=105 мм.

Для нанесения делений на шкалу функции $f_3(y)$ подставляем в уравнение различные значения y и вычисляем соответствующую длину отрезка l_y, против которой наносим на шкалу данное значение переменной y:

при y=0: $l_0=105/(39{,}5/39{,}5\cdot0+1)=105/1=105$ мм, что соответствует началу шкалы функции $f_1(z)$;

при y=0,1; $l_{0,1}=105/(0{,}1\cdot0+1)=105/1{,}1=95{,}5$ мм;

при y=0,2: $l_{0,2}$=105/(0,2·0+1)=105/2,1=87,5 мм и т.д.;

при y=∞ l_∞=0, что соответствует началу шкалы функции f_2(x).

Проверим номограмму, построенную на рисунке 4, для значений x=4,5 и y=0,6. По номограмме находим величину z=2,45, а при вычислении с помощью логарифмической линейки получаем

$$\lg z=0,6\ \lg 4,5=0,6\cdot 0,6532=0,3919=$$
$$z=2,47$$

Пример 5. Построить номограмму для определения понижения температуры кипения при понижении давления согласно уравнению Клаузиуса-Клапейрона.

Решение. Уравнение Клаузиуса-Клапейрона в конечных разностях имеет вид:

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta T}=\frac{r\rho}{RT^2}$$

где Δp - изменение давления, мм. рт. ст.;

ΔT - изменение температуры кипения, град;

r - теплота парообразования при нормальных условиях, кал/моль;

p - давление, при котором происходит киперие, мм. рт. ст.;

T - температура кипения , K;

R=1,986 - универсальная газовая постоянная, кал/(моль·град).

Считая допустимым применение правила Трутона, т.е принимая постоянным отношение теплоты парообразования в кал/мол и абсолютной температуры кипения, получим

$$\Delta T=\frac{RT}{C'p}\Delta p=CT\Delta p$$

где C’ - постоянная Трутона, равная ${}^{r}/_{T}$; $C={}^{R}/_{C'p}$.

Это уравнение удобнее представить в виде

$$\frac{\Delta t}{C}=(273+t)(760-p)$$

где t - температура кипения, ºC.

При выбранных единицах измерения C=1,24·10^{-4} (мм. рт. ст.)$^{-1}$ для неассоциированных жидкостей [C’=21кал/(моль*град)] и C=1,04·10^{-4} (мм. рт. ст.)$^{-1}$ для ассоциированных жидкостей [C’=25 кал/(моль·град)].

Номограмма показана на рисунке 6.

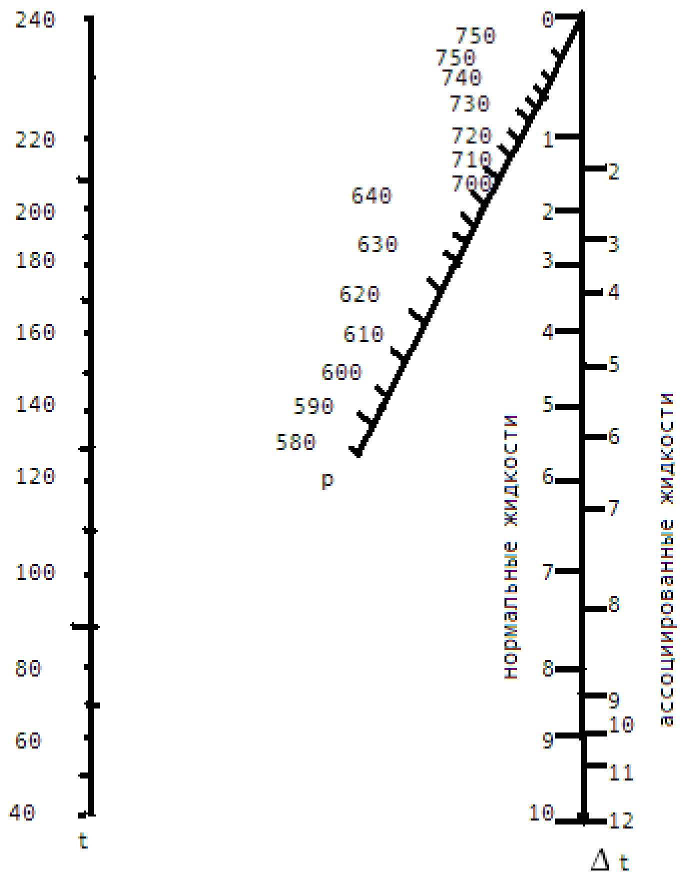

Рисунок 6 - Номограмма для определения понижения температуры кипения

Для t принят интервал 40-240°C, а длина шкалы составляет 100 мм, поэтому масштаб шкалы m_t=0,5.

Деления на шкалу Δt нанесены как для нормальных, так и для ассоциированных жидкостей. Так как длина шкалы равна 96,6 мм, то её масштаб:

$$m_{\Delta t} = \frac{96{,}6}{\frac{12}{1{,}24 * 10^{-4}} - 0} = 1 * 10^{-3} \text{мм}$$

Общая длина шкалы температуры l_t=(273+240)·0,5=256,5, а расстояние между шкалами составляет 80 мм. Следовательно, длина шкалы давлений

$$l_p = \sqrt{(256{,}2)^2 + 80^2} = 268{,}5 \text{ мм}$$

Учитывая, что соединение точек, соответствующая началам шкал t и Δt, шкалой p в данном случае не представляется возможным проводим шкалу p по тангенсу угла ее наклона. После проведения требуемого отрезка шкалы р наносим на него деления согласно уравнению: $l_y = \frac{l}{af_3(y)+1}$

при р=750 мм. рт. ст.

$$l_{750} = \frac{268{,}5}{\frac{1*10^{-3}}{0{,}5}(760-750)+1} = 262{,}5\ \text{мм}$$

при р=740 мм. рт. ст.

$$l_{740} = \frac{268{,}5}{\frac{1*10^{-3}}{0{,}5}(760-740)+1} = 258\text{мм}$$

и т. д.

Точность полученной номограммы определяется применимостью правила Трутона. Для повышения точности номограммы следует нанести деления на одну из её шкал с учетом экспериментальных данных.

Индивидуальные задания

Задача 1: Построить функциональную шкалу для функции $y=\ln x$ в интервале $0{,}2718<x<2{,}718$.

Задача 2: Построить номограмму для определения половины произведения двух чисел $z = xy/5$.

Задача 3: Построить номограмму для перевода массовой доли в нормальность.

Задача 4. Построить номограмму для уравнения $z=x^{y/2}$.

Задача 5. Построить номограмму для определения понижения температуры кипения при понижении давления согласно уравнению Клаузиуса-Клапейрона.

Задача 6. Построить функциональную шкалу для функции $y=\lg x$ в интервале $40<x<100$.

Задача 7. Построить номограмму для определения половины произведения двух чисел $z = xy/3$.

Задача 8. Построить номограмму для уравнения $z=x^{2y/3}$.

Задача 9. Построить номограмму для определения понижения температуры кипения при повышении давления согласно уравнению Клаузиуса-Клапейрона.

Задача 10. Построить номограмму для перевода массовой доли в титр.

Задача 11. Построить функциональную шкалу для функции $y=\ln x$ в интервале $0,2718<x<5,436$.

Задача 12. Построить номограмму для определения половины произведения двух чисел $z=xy/4$.

Список использованных источников

1. ***Батунер, Л.М. Математические методы в химической технике*** [Текст]: учеб. / Л.М. Батунер, М.Е. Позин; Химия, 5-е изд.; М., 1968. 823 с.

2. ***Вычислительная математика в химии и химической технологии*** [Текст]: учеб. / С.В. Брановицкая, Р.Б. Медведев, Ю.Я. Фиалков; Высшая школа. Головное издательство, М., 1986. 216 с.

3. ***Глаголев, Н.А.*** Курс номографии [Текст]: учеб. / Н.А. Глаголев; Высшая школа, 2-е изд.; М., 961. 270 с.

4. ***Семендяев, К.А.*** Эмпирические формулы [Текст]: учеб. пособие / К.А Семендяев; Гостехиздат, М., 1933. 88 с.

5. ***Флореа,*** О. Расчеты по процессам и аппаратам химической технологии [Текст]: учеб. / О. Флореа, О. Смигельский; Химия. М., 1971. 448 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра фундаментальной химии и химической технологии

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____________ О.Г. Локтионова
«____»______________2016 г.

ПОСТРОЕНИЕ НОМОГРАММ

Методические указания по выполнению лабораторной работы для студентов на правления подготовки 04.03.01 Химия и специальности 04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия

Курск 2016

УДК 378.147.88

Составитель: А.В. Лысенко

Рецензент
Доктор химических наук, профессор *Л.М. Миронович*

Построение номограмм: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: А.В. Лысенко. Курск, 2016, 18 с.: 6 ил., табл. Библиогр.:18 с.

Излагаются методические рекомендации к лабораторной работе «Построение номограмм» по дисциплине «Вычислительные методы в химии». Приведены краткие теоретические основы по изучаемой теме. Рассмотрены примеры решения типовых задач. Представлены индивидуальные задания.

Методические указания предназначены для студентов направления подготовки 04.03.01 Химия и специальности 04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать Форма 60х84 1/16.
Усл. печ. л. Уч.-изд.л. Тираж 100 экз. Заказ. Бесплатно
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.