МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования

«Юго-Западный государственный университет» (ЮЗГУ)

Кафедра общей и прикладной физики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
________________ О.Г. Локтионова
«10» ______________ 2015 г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ ВРАЩЕНИЯ МАХОВОГО КОЛЕСА

Методические указания к выполнению лабораторной работы №5 по разделу «Механика и молекулярная физика» для студентов инженерно-технических специальностей

Курск 2015

УДК 534.2
Составители: Т.И. Аксенова, Г.В. Карпова

Рецензент
Кандидат физико-математических наук, доцент *Л.И. Рослякова*

Определение основных параметров вращательного движения на примере вращения махового колеса: Методические указания к выполнению лабораторной работы №5 по разделу физики «Механика и молекулярная физика» /Юго-зап. гос. ун-т; сост.: Т.И. Аксенова, Г.В. Карпова.- Курск, 2015.- 12с.: ил.4, табл. 1, Библиогр.: 3 назв.

Содержит методические рекомендации по выполнению лабораторной работы. Экспериментально исследуются закономерности вращательного движения махового колеса, определяются основные параметры вращательного движения.

Методические указания соответствуют требованиям рабочей программы и рабочему учебному плану, утвержденным ректором ЮЗГУ.

Предназначены для студентов инженерно-технических специальностей всех форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60х84 1/16.
Усл.печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 100 экз. Заказ. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Лабораторная работа №5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ ВРАЩЕНИЯ МАХОВОГО КОЛЕСА.

Цель работы: опытным путем изучить закономерности вращательного движения махового колеса.

Приборы и принадлежности: маховое колесо с грузом, секундомер, сантиметровая лента, штангенциркуль.

Краткая теория.

Момент силы относительно точки.

Моментом силы $\vec{F}$ относительно некоторой точки «О» называется векторная величина $\vec{M}$, определяемая векторным произведением:

$$\vec{M}=\left[\vec{r}\times\vec{F}\right] \tag{1}$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный из точки «О» в точку приложения силы.

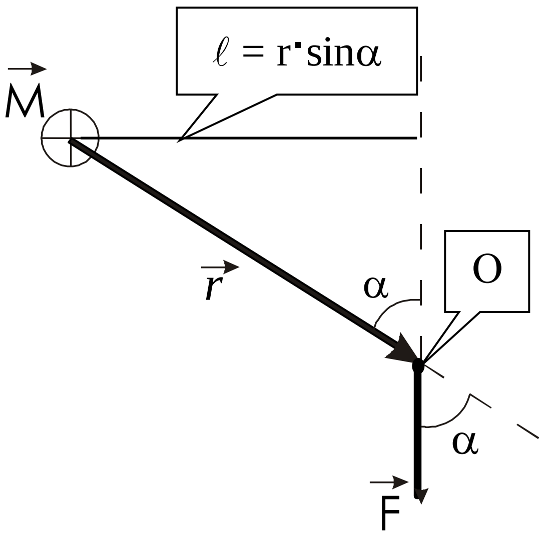

Рис.1.

На рис. 1 вектор момента силы согласно правилу векторного произведения будет направлен от нас за лист. Модуль момента силы определяется выражением:

$$\left|\vec{M}\right|=\left|\vec{r}\right|\cdot\left|\vec{F}\right|\cdot\sin\alpha \tag{2}$$

где произведение $\left|\vec{r}\right|\cdot\sin\alpha=l$ определяет длину перпендикуляра, опущенного из центра вращения «М» на линию действия силы, и называется плечом силы относительно точки приложения силы «О», «α» – угол между направлением векторов «F» и «r»

Момент инерции материальной точки – скалярная величина, определяемая произведением массы этой точки на квадрат расстояния от этой точки до оси вращения:

$$J = mr^2 \qquad (2)$$

Момент инерции твердого тела равен сумме моментов инерции отдельных материальных точек: $J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$

(3)

Для тела произвольной формы, представленного в виде совокупности бесконечно малых объемов dV, масса которых равна dm, момент инерции вычисляется как интеграл по объему:

$$J = \int_V r^2 dm = \int_V r^2 \rho dV \qquad (4)$$

где ρ - плотность элементарного объема.

Момент инерции тела характеризует инертность тела по отношению к изменению им угловой скорости. Он является аналогом массы как меры инертности тела при прямолинейном движении.

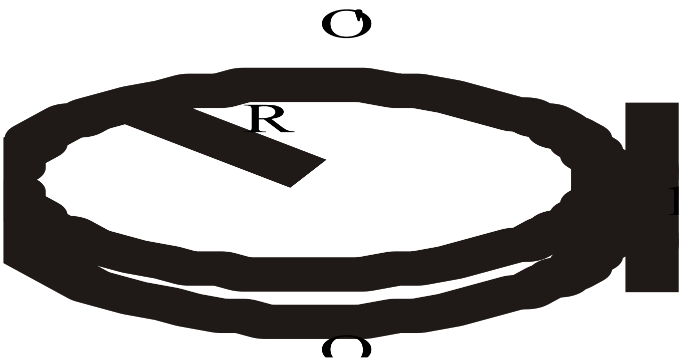

Рис. 2.

Расчет момента инерции различных тел является задачей на интегрирование, в ряде случаев достаточно сложной.

В частности, момент инерции сплошного однородного диска (Рис.2)относительно оси, проходящей через центр диска перпендикулярно плоскости его оснований, равен: $J = \frac{1}{2} mR^2$ (5)

где m – масса диска, R – его радиус.

Если представить массу диска как $m = \rho V$, где ρ - плотность вещества диска, V – его объем и учесть, что $V = \pi \cdot R^2 h$, где h – толщина диска, получим:

$$J = \frac{1}{2} \rho \cdot \pi \cdot R^2 h \cdot R^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot \pi \cdot R^4 h, \qquad (6)$$

так как $\boldsymbol{R} = \dfrac{\boldsymbol{D}}{2}$, где D – диаметр диска, имеем:

$$\boldsymbol{J} = \frac{1}{32}\boldsymbol{\rho}\cdot\boldsymbol{\pi}\cdot\boldsymbol{D}^4\boldsymbol{h} \qquad (7)$$

Угловая скорость и угловое ускорение.

Угловая скорость характеризует интенсивность вращения материальной точки и твердого тела и вычисляется как первая производная угла поворота по времени:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\boldsymbol{d\varphi}}{\boldsymbol{dt}} \qquad (8)$$

Угловое ускорение, определяющее быстроту изменения угловой скорости, есть:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\boldsymbol{d\omega}}{\boldsymbol{dt}} \qquad (9)$$

Принято приписывать величинам $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}$ определенные направления (считать их псевдовекторами). Вектор угловой скорости перпендикулярен плоскости, в которой происходит вращение точки, а направление его определяется правилом правого винта (буравчика).

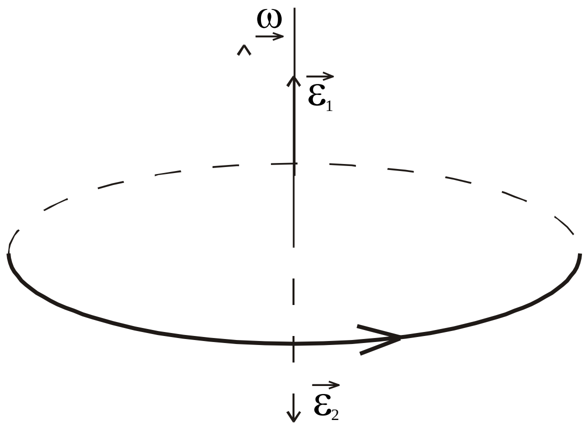

Рис. 3.

Угловое ускорение может быть направлено либо в ту же сторону, что и угловая скорость (при ускоренном вращении ($\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}_1$)), либо в противоположную вектору $\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}_1$ сторону ($\vec{\boldsymbol{\varepsilon}}_2$) – при замедленном вращении.

Рассмотренные величины связаны соотношением:

$$\sum_{i=1}^{n}\vec{\boldsymbol{M}}_i = \boldsymbol{J}\vec{\boldsymbol{\varepsilon}} \qquad (10)$$

где $\sum_{i=1}^{n}\vec{\boldsymbol{M}}_i$ - сумма моментов внешних сил, действующих на тело. Так как угловое ускорение можно записать как первую производную, $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$, то уравнение (10) можно преобразовать как:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = J\frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = \frac{d(J\vec{\omega})}{dt} \qquad (12)$$

Это соотношение называется основным уравнением динамики вращательного движения твердого тела.

Векторная величина $\vec{L} = J\vec{\omega}$ - момент импульса твердого тела.

Описание установки.

Установка, с помощью которой проводится исследование, состоит из массивного махового колеса, радиус которого «$R_{кол}$» и насажанного на вал радиусом «$r_{вал}$» и отсчетной вертикальной шкалы с делениями, укрепленной на стене. Вал установлен на шарикоподшипниках. Шкив радиуса $R_{шк}$, на который наматывается нить с грузом массой «m», насажен на вал. Под действием груза нить разматывается и приводит маховое колесо в равноускоренное вращательное движение. Положение груза «m» отмечается по шкале с делениями.

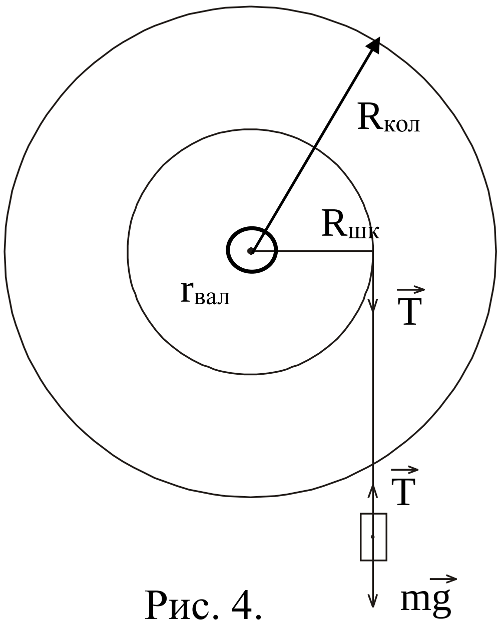

Рис. 4.

Методика определения параметров вращательного движения.

Для определения параметров вращательного движения махового колеса грузу сообщают запас потенциальной энергии ($m \cdot g \cdot h_1$), поднимая его за счет вращения колеса на высоту (h_1). Освободив колесо, измеряют время (t) опускания груза до нижней точки. Выключив секундомер, отмечают высоту (h_2), на которую поднимается груз (по инерции) от нижней точки. Экспериментальные расчетные формулы получают исходя из того, что запас потенциальной энергии груза, переходит в кинетическую энергию его поступательного движения, в кинетическую энергию вращательного движения махового колеса и работу по преодолению силы трения в подшипниках.

$$mgh_1 = \frac{m v^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} + A_{1тр} \tag{12}$$

Воспользуемся соотношениями угловых и линейных характеристик в форме выражений (10).

$$v = a \cdot t; \quad h_1 = \frac{at^2}{2}; \quad v = \frac{2h_1}{t}; \quad \omega = \frac{v}{R}, \omega = \frac{2h_1}{Rt} \tag{13}$$

Подставляя соотношения (13) в формулу (12) получим выражение для расчета момента инерции махового колеса.

$$J = m \cdot R_{шк}{}^2 (g \cdot t^2 \cdot \frac{h_2}{h_1(h_1 + h_2)} - 1) \tag{14}$$

где m – масса груза, $R_{шк}$ – радиус шкива, t – время опускания груза.

Когда груз дойдет до нижней точки, маховое колесо, вращаясь по инерции, начинает наматывать нить на шкив, в результате чего груз снова начинает подниматься. Но так как существуют силы трения в опорах, то он поднимается на высоту $h_2<h_1$. При этом кинетическая энергия вращательного движения колеса и поступательного движения груза перейдет в потенциальную энергию и работу против сил трения в опорах вала, то есть

$$\frac{m v^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} = m \cdot g \cdot h_2 + A_2$$

где A_2 – работа против сил трения, совершаемая при движении груза наверх или $$mgh_2 = \frac{m v^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} - A_2$$

(15)

Убыль потенциальной энергии груза равна работе по преодолению силы трения в подшипниках.

$$m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2 = A_{1тр} + A_{2тр} = F_{тр}(l_1 + l_2) \tag{16}$$

l_1, l_2 – пути, проходимые трущимися участками вала при движении груза вниз и вверх соответственно.

$$l_1 = 2\pi\, r\, n_1;\; l_2 = 2\pi\, r\, n_2; \qquad (17)$$

где n_1, n_2 – число оборотов, которое вал сделал при движении груза вниз и вверх соответственно, r – радиус вала.

При этом шкив тоже сделал (n1)и (n_2) оборотов за те же промежутки времени. Длину смотанной и намотанной нити (нить можно считать упругой и нерастяжимой), равную соответственно высоте опускания h_1 и поднятия h_2 груза, можно определить по формуле:

$$\boldsymbol{h}_1 = 2\boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{R}_{шк} \cdot \boldsymbol{n}_1; \quad \boldsymbol{h}_2 = 2\boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{R}_{шк} \cdot \boldsymbol{n}_2 \qquad (18)$$

Из соотношения (18) следует, что $\boldsymbol{n}_1 = \dfrac{\boldsymbol{h}_1}{2\boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{R}_{шк}}; \quad \boldsymbol{n}_2 = \dfrac{\boldsymbol{h}_2}{2\boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{R}_{шк}};$ (19)

Подставляя выражения (19) в (17) получаем:

$$l_1 = h_1 \frac{r}{R_{шк}}; \quad l_2 = h_2 \frac{r}{R_{шк}} \qquad (20)$$

Подставляя соотношения (20) в формулу (16), получаем выражение для силы трения в подшипниках.

$$F_{тр} = m \cdot g \frac{(h_1 - h_2)}{(h_1 + h_2)} \cdot \frac{R_{шк}}{r} \qquad (21)$$

Вращательный момент создаётся силой натяжения нити

T = m·(g-a), плечом этой силы является радиус шкива $R_{шк}$:

$$\boldsymbol{M_T = m(g - a)R_{шк}} \qquad (22)$$

Противодействующий – тормозящий момент создаёт сила трения $F_{тр}$, а плечом этой силы является, r – радиус вала, где проявляют действие силы трения качения. Поэтому можно записать выражение: $M_{тр}=F_{тр}r$ или

$$\boldsymbol{M}_{тр} = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{g} \frac{(\boldsymbol{h}_1 - \boldsymbol{h}_2)}{(\boldsymbol{h}_1 + \boldsymbol{h}_2)} \cdot \boldsymbol{R}_{шк} \qquad (23)$$

Измерения сводятся к нахождению (R), (r), (t), (h_1), (h_2). Измерения всех величин необходимо проводить 3-5 раз. Высоту (h_1) целесообразно оставлять неизменной.

Задания.

1. Измерить в трех-четырех местах диаметр шкива $\boldsymbol{D_{шк}}=2\boldsymbol{R_{шк}}$ и диаметр вала $d_в=2r$, r – радиус вала, где проявляют действие силы трения качения.

2. Вращая рукой маховое колесо, намотать на шкив нить (трос), удерживающую груз, так, чтобы груз поднялся на некоторую высоту (h_1) (порядка 70-100 см.).

3. Добившись успокоения груза, отпустить маховое колесо и одновременно включить секундомер. Измерить время опускания груза (t).

4. Не останавливая вращения колеса, дождаться, когда груз, поднимаясь, остановится. Удерживая колесо, определить высоту подъема груза (h_2).

5. Повторить выполнение пунктов 2, 3 и 4 ещё два раза, поднимая при этом груз на ту же самую высоту, что и в первый раз. Рассчитать средние значения величин $\langle t \rangle$ и $\langle h_2 \rangle$. Результаты измерений занести в таблицу.

6. Взвесить на товарных весах массу груза «m». Результаты проведённых измерений занести в таблицу.

№ п/п	m, кг	h_2, м	t, с	$R_{шк}$, 10^{-3}м	r, 10^{-3}м	T, Н	$F_{ТР}$, Н
1							
2							
3							
<ср>							

7. Рассчитать экспериментальное значение момента инерции махового колеса по формуле (14):

$$\boldsymbol{J_э}=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{R}_{шк}^2\left[\frac{\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{t}^2\boldsymbol{h}_2}{\boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{h}_1+\boldsymbol{h}_2)}-1\right]$$

При этом подставлять средние значения величин h_2 и t.

8. Произвести расчет теоретического значения момента инерции махового колеса $J_{кол}$. Для этого, необходимо измерить диаметр махового колеса $D_{кол}$, его толщину $h_{кол}$, и зная плотность вещества, из которого сделано маховое колесо – сталь (ρ = 7,8 10^3 кг/м^3), подставить эти значения в формулу (7).

9. Сравнить полученные значения моментов инерции махового колеса, то есть найти относительную погрешность полученных результатов лабораторной работы по формуле (24).

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\left|\boldsymbol{J_m} - \boldsymbol{J_э}\right|}{\boldsymbol{J_m}} \cdot 100\% \qquad (24)$$

Сделать вывод.

10. Определить силу трения в опорах по формуле (21):

$$F_{TP} = m \cdot g\frac{(h_1 - \langle h_2 \rangle)}{(h_1 + \langle h_2 \rangle)} \cdot \frac{R_{шк}}{r}$$

При этом подставляются средние значения $\langle h_2 \rangle$, $\langle R_{шк} \rangle$, $\langle r \rangle$.

11. Рассчитать момент силы натяжения нити по формуле :

$$\boldsymbol{M_T = R_{шк} \cdot T}$$

с учетом того, что сила натяжения

$$\boldsymbol{T = m(g - a) = m\left(g - \frac{2h_1}{t^2}\right)} \qquad (25)$$

имеем

$$\boldsymbol{M_т = R_{шк} \cdot m \cdot \left(g - \frac{2 \cdot h_1}{t^2}\right)} \qquad (26)$$

12. Рассчитать момент силы сопротивления по формуле :

M_c=r F

13. Сравнить моменты силы натяжения и силы сопротивления. Сделать выводы.

14. Определить работу по преодолению сил трения по формуле $\boldsymbol{A_{тр} = m \cdot g(h_1 - h_2)}$ (27)

Контрольные вопросы.

1. Каков физический смысл момента инерции?

2. От чего зависит величина момента инерции?
3. В каких единицах измеряется момент инерции?
4. Как рассчитать момент инерции однородного диска.?
5. Для чего используется закон сохранения механической энергии в этой работе?
6. Сформулируйте и напишите математическое выражение момента силы,
7. Сформулируйте и напишите математическое выражение основного уравнения динамики вращательного движения твердого тела.

Библиографический список:

1. **Трофимова Т. И.** Курс общей физики [Текст]: учеб. пособие / М.: Высш. шк., 2002. – 542с.
2. **Савельев И. В.** Курс общей физики Т.1. Механика [Текст]: учеб. пособие / И. В. Савельев; СПб.: Лань, 2007. – 320 с.