МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра физики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
___________ О.Г. Локтионова
«10» декабря 2015 г.

ИЗУЧЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ

Методические указания к выполнению лабораторной
работы № 17 по разделу "Механика и молекулярная физика".

Курск 2015 г.

УДК 534.2
Составители: В.М. Полунин, Л.И. Рослякова, А.М. Стороженко

Рецензент
Кандидат физ.-мат. наук, профессор Г.Т. Сычев

Изучение колебаний струны : методические указания к лабораторной работе № 17 по разделу „Механика и молекулярная физика" / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.М. Полунин, Л.И. Рослякова, А.М. Стороженко Курск, 2015. 9 с.: ил. 2, табл. 1. Библиогр.: 3 назв.

Содержат краткие теоретические сведения о закономерностях распространения упругих волн, описание методики эксперимента по изучению колебаний горизонтально натянутой струны, порядок выполнения работы и оформления полученных результатов.

Методические указания соответствуют требованиям Государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования и рабочих учебных планов технических специальностей ЮЗГУ.

Предназначены для студентов технических специальностей.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60 х 84 1/16.
Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж экз. Заказ . Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Лабораторная работа № 17

Изучение колебаний струны

Цель работы: освоение экспериментальной методики определения частоты колебаний струны при образовании стоячих волн.

Приборы и принадлежности: стойка со струной, вибратор, разновесы.

ВВЕДЕНИЕ

Всякой упругой системе присуща собственная частота колебаний, т. е. частота, с которой протекают колебания за счет первоначально запасенной энергии без внешних воздействий на систему и без потерь энергии внутри системы. Если линейная упругая система ограничена с двух сторон отражающими «зеркалами», то в ней возникают собственные колебания с множеством собственных (резонансных) частот, кратных основной частоте. Собственные колебания линейных колебательных систем называются нормальными модами или гармониками.

Сложные по форме колебания, наблюдаемые в технике, можно представить в виде суммы (суперпозиции) простых гармонических колебаний (гармоник) с частотами кратными основной частоте. Данную процедуру называют гармоническим анализом или Фурье-анализом. Этот анализ широко используется в технике и физике при исследовании сложных колебательных систем.

Линейной упругой системой, ограниченной с обоих концов точками закрепления, может служить натянутая струна. При возбуждении поперечных колебаний в струне возникают стоячие волны. Они являются результатом наложения волны бегущей, т. е. падающей на точку закрепления и волны отраженной от точки закрепления.

Уравнения падающей и отраженной волн, распространяющихся вдоль оси x, имеют вид (при равенстве начальных фаз):

$$S_1 = A\cos(\omega \cdot t - kx), \qquad (1)$$

$$S_2 = A\cos(\omega \cdot t + kx). \qquad (2)$$

Складывая эти выражения и применяя формулу для суммы косинусов, получим уравнение стоячей волны

$$S = S_1 + S_2 = (2A\cos kx) \cdot \cos\omega \cdot t, \qquad (3)$$

где S - смещение колеблющейся точки, A - амплитуда колебаний, $k = 2\pi / \lambda$ – волновое число, λ - длина волны, ω - частота колебаний, x - расстояние от источника колебаний до колеблющейся точки.

Из уравнения (3) следует, что в каждой точке стоячей волны совершаются гармонические колебания той же частоты ω, что и у встречных волн, причем амплитуда стоячей волны A_0 зависит от координаты x

$$A_0 = \left|2A\cos 2\pi x/\lambda\right|. \qquad (4)$$

Пучностями волны называют точки, в которых амплитуда максимальна $(\cos 2\pi x/\lambda = 1)$, то есть координата пучностей удовлетворяет условию:

$$2\pi\frac{x}{\lambda} = \pm n\pi; \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

$$x_{пуч} = \pm n\frac{\lambda}{2}. \qquad (5)$$

Узлами стоячей волны называют точки, в которых амплитуда обращается в нуль $(\cos 2\pi x/\lambda = 0)$. Тогда координаты узлов определяются выражением:

$$2\pi\frac{x}{\lambda} = \pm(n + \frac{1}{2})\pi; \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

$$x_{узл} = \pm(n + 1/2)\,\lambda/2. \qquad (6)$$

Из выражений (5)-(6) следует, что расстояние между соседними узлами равно $\lambda/2$.

Когда струну приводят в колебательное движение, в ней возбуждаются волны с самыми различными частотами. Они движутся по струне в обоих направлениях, отражаются на концах и меняют направление движения. Большинство возбужденных волн, накладываясь, интерферируют друг с другом случайным образом и быстро затухают. Длительное время сохраняются только те стоячие волны, которые соответствуют резонансным, то есть собственным частотам струны или нормальным модам.

Наблюдать нормальные моды струны можно путем изменения внешней частоты до совпадения с собственными частотами. При этом в каждом случае колебания будут резонансными и стоячие волны будут устойчивы. Если же внешняя частота неизменна (как в данной работе), то резонансные колебания могут быть получены путем изменения упругих характеристик системы, от которых зависит скорость распространения колебаний в струне. Изменить упругость струны можно, например, изменением силы ее натяжения.

Получим формулу для скорости распространения упругого импульса в натянутой струне.

Рассмотрим колебания гибкой однородной струны с закрепленными концами.

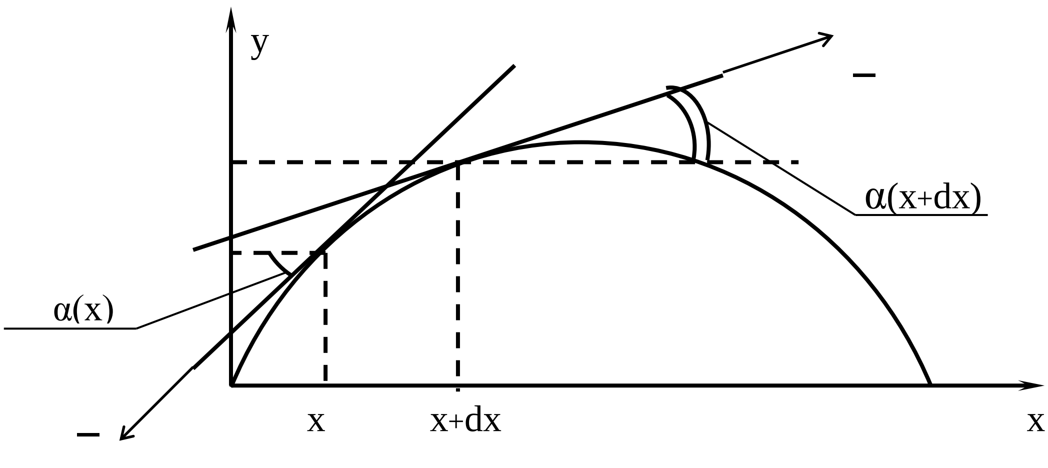

Рис. 1. К выводу скорости распространения упругого импульса натянутой струны

Проекции силы натяжения струны T на ось y, взятые в точках x и x+dx (рис.1), при малых углах α равны:

$$T\sin(x) \approx T\mathrm{tg}\alpha(x) = T\frac{dy}{dx}\Big|_{x}$$

$$T\sin\alpha(x+dx) \approx T\frac{dy}{dx}\Big|_{x+dx}$$

Разность этих проекций есть сила, приводящая в движение участок dx.

По второму закону Ньютона имеем:

$$T\left(\frac{\partial y}{\partial x}\Big|_{x+dx} - \frac{\partial y}{\partial x}\Big|_{x}\right) = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\rho dx\,, \tag{7}$$

где ρ - линейная плотность материала струны, то есть масса одного метра проволоки, $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ – ускорение, с которым колеблется участок dx.

Разделив обе части соотношения (7) на dx, введя обозначение

$$\frac{T}{\rho} = \vartheta^2 \tag{8}$$

и учитывая, что $\partial y\big|_{x+dx} - \partial y\big|_{x} = \partial(\partial y) = \partial^2 y$,

получим:

$$\vartheta^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\,. \tag{9}$$

Уравнение типа (9) называются волновыми уравнениями, причем ϑ является скоростью распространения упругого импульса в натянутой струне. Из уравнения (9) получаем:

$$\vartheta = \sqrt{\frac{T}{\rho}}\,. \tag{10}$$

Во всех музыкальных инструментах звуки образуются благодаря стоячим волнам в струнах у струнных, в столбах воздуха у духовых, в барабанах и других ударных. Звучание струнных инструментов зависит от силы натяжения струн и от их линейной плотности.

С помощью стоячих волн можно определять скорости распространения волн и частоту их колебаний, проградуировать шкалу частот звукового генератора.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В работе исследуются колебания горизонтально натянутой струны. Левый конец струны вертикально спадает вниз и несет чашку весов. К правому концу струны прикреплен вибратор.

Если нагрузить чашку весов и включить вибратор, то по струне побегут поперечные волны, которые, отражаясь от концов, образуют картину колебаний. Изменяя нагрузку чашки весов, можно заметить, что колебания струны при некоторых нагрузках стабилизируются – образуются стоячие волны. При этом струна делится неподвижными точками – узлами – на несколько равных отрезков. Так как в местах закрепления струны должны располагаться узлы, то в струне возбуждаются с заметной интенсивностью только такие колебания, длина стоячей волны которых укладывается на длине струны целое число раз, то есть

$$\ell = \lambda_0 \cdot n$$

где ℓ - длина горизонтально натянутой струны, λ_0 – длина стоячей волны, n – число пучностей стоячей волны.

Учитывая, что длина бегущей волны $\lambda = 2\lambda_0$, получаем:

$$\ell = n \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

Отсюда следует, что собственные частоты, на которых стоячие волны устойчивы, соответствуют волнам с длинами

$$\lambda = \frac{2\ell}{n}. \tag{11}$$

Как известно, длина волны λ равна расстоянию, на которое распространяется фаза колебаний за период T, то есть

$$\lambda = \vartheta T$$

или учитывая, что $T = \frac{1}{\nu}$, где ν - частота колебаний, получаем:

$$\lambda = \frac{\vartheta}{\nu}. \tag{12}$$

Из уравнений (11) и (12) получаем собственную частоту колебаний струны

$$\nu = n\frac{\vartheta}{2\ell}. \tag{13}$$

Таким образом, меняя силу натяжения струны, можно получить стоячие волны, соответствующие различным n (рис. 2).

n = 3

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. На держатель грузов, прикрепленный к концу струны, установить перегрузки в количестве 12 шт.

2. Включить вибратор, создающий колебания, в сеть 220В. При этом на длине струны должна установиться стоячая волна с двумя пучностями. Для получения устойчивой картины колебаний струны необходимо подобрать подходящий груз, изменяя число перегрузков от 12 до 10, и всякий раз 10-20 секунд выжидать установления колебаний.

3. Постепенно уменьшая число перегрузков до 1-0 шт., получить устойчивую стоячую волну с 3, 4 пучностями.

4. Для каждого из опытов рассчитать скорость распространения упругих волн в струне, пользуясь выражением (10) и учитывая, что

$$T = (m_{гр} + m_{\partial}) \cdot g; \quad \rho = \frac{m_{стр.}}{l_1}$$

где $m_{гр}$ – общая масса грузов,

m_{∂} – масса держателя,

$m_{стр}$ – масса струны,

ℓ_1 – длина струны от вибратора до держателя.

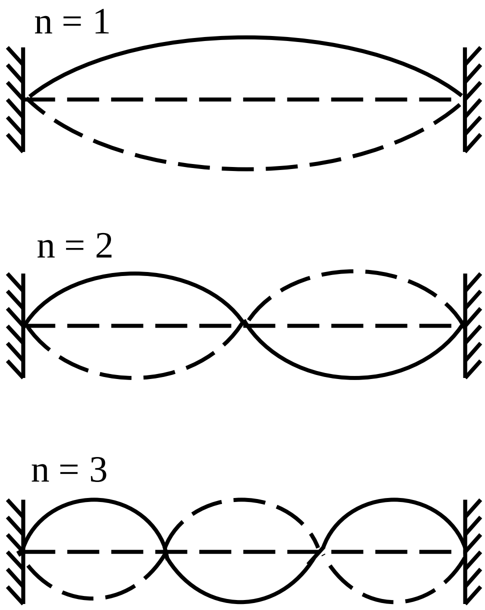

Рис. 2. Образование стоячих волн в горизонтально натянутой струне

5. Рассчитать частоту колебаний струны по формуле (13) для каждого из опытов и убедиться в том, что она неизменна.

6. Результаты измерений и расчетов занести в таблицу 1.

7. Рассчитать погрешность вычисления частоты колебаний струны.

Таблица 1

№ опыта	$m_{гр}$, 10^{-3} кг	n	T, Н	ϑ, м/с	ν, Гц

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дать определение упругих волн и их характеристик. Получить уравнение стоячей волны.
2. Вывести формулу для скорости распространения упругого импульса в натянутой струне.
3. Дать анализ полученных результатов

Список рекомендуемой литературы

1. Бордовский, Г.А. Курс физики в 3 кн. Кн. 1. Физические основы механики: Учебник / Г.А.Бордовский, С.В.Борисенок, Ю.А.Гороховский. – М.: Высш. шк., 2004. – 423 с.
2. Савельев, И.В. Курс физики: Учебное пособие в 3-х тт. Т.1 Механика. Молекулярная физика / И.В.Савельев. – СПб: Из-во «Лань», 2007. – 352 с.
3. Федосеев В.Б. Физика: Учебник / В.Б.Федосеев. – Ростов н/Д: Феникс, 2009. – 669 с. 1