

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна
Должность: проректор по учебной работе
Дата подписания: 27.01.2022 22:42:58
Уникальный программный ключ:
0b817ca911e6668abb13a5d426d31e51fc11eabb175e9745d14a48911da36d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

О.Г. Локтионова

« 15 »

2017 г.



КРИСТАЛЛИЧЕСКАЯ РЕШЕТКА

Методические указания по выполнению практического занятия
для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.03

Курск 2017

УДК 681.5

Составитель А.А. Гримов

Рецензент

Доктор технических наук, профессор А.Ф. Рыбочкин

Кристаллическая решетка: методические указания по выполнению практического занятия по дисциплине «Физические основы электроники» / Юго-Зап. гос. ун-т.; сост.: А. А. Гримов. Курск, 2017. 17 с.: ил. 4, табл. 4, прилож. 1. Библиогр.: с. 15.

Содержатся методические рекомендации по изучению основ кристаллического строения материалов.

Указывается порядок выполнения лабораторной работы.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60×84 1/16.

Усл. печ. л. ____ . Уч.-изд. л. ____ . Тираж 100 экз. Заказ . Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Ознакомиться с основными понятиями структурной кристаллографии и научиться определять параметры кристаллической решетки.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

В природе, согласно законам термодинамики, существуют три устойчивых состояния вещества - газообразное, жидкое и твердое. Однако такая классификация не отражает внутреннего строения вещества и связь этого строения со свойствами.

Вещества по их свойствам можно разделить на две группы: изотропные (все свойства одинаковы по всем направлениям) и анизотропные (некоторые свойства зависят от направления). К изотропным веществам следует отнести газы, жидкости и аморфные твердые тела, к анизотропным - жидкие и твердые кристаллы.

Жидкие кристаллы обладают свойствами как жидкости, так и твердого кристаллического тела. Жидкие кристаллы в основном образуются из органических соединений, молекулы которых имеют удлиненную форму. К таким веществам относят, например, бензойнокислый холестерин, п-азоксианизол, п-азоксифенетол, этиловый эфир п-азоксибензойной кислоты, олеат аммония и др. Всего к настоящему времени открыто свыше 3000 таких соединений. В жидких кристаллах наблюдается предпочтительная ориентация молекул, что делает такие вещества оптически активными.

2.1. Кристаллическое состояние

Твердый кристалл представляет собой однородное анизотропное тело. Свободно выросшие кристаллы обладают правильной внешней формой, они имеют плоские грани и прямые ребра. В различных образцах кристаллов одного и того же вещества эти грани могут иметь различный размер, но углы между гранями не меняются. Число различных граней в кристалле данного вида невелико.

Кристаллы обычно разрушаются по определенным плоскостям, называемым *плоскостями спайности*. Эти плоскости могут быть ярко выраженными, как, например, у слюды, но могут и вообще не проявляться, как в случае металлических кристаллов.

Физические и механические свойства кристаллов зависят от направления. Физические свойства кристаллов могут быть различных типов:

- Скалярные свойства (не зависящие от направления). К числу таких свойств относят плотность, теплоемкость, температуру плавления.
- Векторные свойства (характеризуются тензором 1-го ранга). Примером могут служить пьезоэлектрические свойства (возникновение электрических зарядов на поверхности кристаллических диэлектриков при их нагревании или охлаждении).

- Тензорные свойства. Некоторые физические свойства кристалла характеризуются тензорами 2-го ранга. К ним относятся тепловое расширение, магнитная восприимчивость, диэлектрическая постоянная, электро- и теплопроводность, коэффициент диффузии. В общем случае тензор содержит 9 компонентов. Распределение физических свойств в полярной диаграмме изображается эллипсоидом.

Пьезоэлектрические свойства кристаллов описываются тензором 3-го ранга, а упругие свойства - тензором 4-го ранга (упругие постоянные и упругие модули дают 36 компонент каждого из тензоров упругих постоянных, по 21 компоненте из них - независимые).

Когда хотят подчеркнуть, что рассматривают отдельный, одиночный кристалл, его называют *монокристаллом*. Как показывают исследования, монокристаллы редко имеют идеальное строение. Обычно они состоят из близко ориентированных блоков. Такое отступление от идеального строения называют *мозаичной структурой*. Степень мозаичности характеризуется углом максимальной разориентации нормалей к плоскостям кристаллических блоков. Степень мозаичности зависит от вещества и условий роста кристаллов. Естественные кристаллы каменной соли имеют мозаичность 10-15°, кристаллы кальцита - 10-14°. Кристаллы, выращенные из раствора, имеют большую степень мозаичности, чем кристаллы, выращенные из расплава.

Большинство технических материалов представляет собой скопление беспорядочно ориентированных мелких кристалликов. Такие скопления называют *поликристаллами* или кристаллическими агрегатами. Отдельные кристаллики в таких телах называют *кристаллитами* или *зернами*. Ввиду беспорядочной ориентировки кристаллитов поликристаллы в обычных условиях изотропны. Анизотропия в поликристаллических материалах появляется лишь после механической обработки, ведущей к предпочтительной ориентации кристаллитов - к образованию *текстуры*. Текстура возникает, например, в металлических поликристаллах при холодной прокатке или волочении. Текстурированные материалы обладают различными механическими свойствами по различным направлениям.

Исследования показывают, что подавляющее большинство тел является явно или скрыто кристаллическими. Аморфные твердые тела представляют собой переохлажденные жидкости, при определенных условиях переходящие в кристаллическое состояние. Таким образом, можно утверждать, что устойчивым состоянием твердого тела является кристаллическое.

2.2. Элементы структурной кристаллографии

Кристаллическим веществом называется такое, в котором материальные частицы (атомы, ионы, молекулы) расположены с правильной периодичностью в трех направлениях. Под структурой кристалла понимают расположение частиц кристалла в пространстве.

В кристалле можно мысленно соединить между собой центры тяжести одинаковых атомов (ионов, радикалов, молекул), причем получится система равных параллелепипедов, находящихся в параллельном положении, касающихся друг друга целыми гранями и целиком, без промежутков, заполняющих все пространство (рис.1).

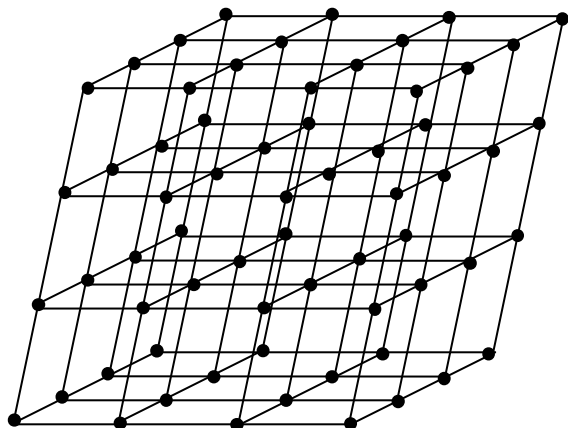


Рис.1. Пространственная решетка

Такая система, называемая *пространственной (кристаллической) решеткой*, это - геометрический образ, характеризующий расположение атомов (частиц) в кристалле.

Наименьший параллелепипед, с помощью которого можно построить всю пространственную решетку непрерывными параллельными переносами в трех направлениях, называется *элементарной ячейкой*.

Три основных вектора, являющихся ребрами элементарной ячейки, называют *трансляциями* или осевыми единицами. Абсолютную величину трансляций a , b , c называют *периодами решетки*.

Положение любой частицы (узла) в такой решетке можно определить вектором

$$\mathbf{r} = n\mathbf{a} + m\mathbf{b} + p\mathbf{c}. \quad (2.1)$$

Периоды решетки и три угла между ребрами ячейки α , β , γ (осевые углы) однозначно характеризуют элементарную ячейку (рис.2). Если решетка и ее элементарная ячейка определяются самыми короткими векторами, которые можно провести из начальной точки, то такую решетку считают примитивной; ее элементарная ячейка тоже примитивная, она содержит узлы лишь в вершинах. В бесконечной кристаллической решетке каждый узел в вершине ячейки принадлежит также 7 соседним ячейкам; таким образом, на одну примитивную ячейку приходится лишь один ($8 \cdot 1/8$) узел.

Трансляции можно выбирать разными способами. Принято выбирать их так, чтобы периоды имели наименьшее значение, а форма элементарной ячейки была возможно ближе к прямоугольному параллелепипеду при условии, что элементарная ячейка сохранит симметрию, свойственную кристаллу в целом.

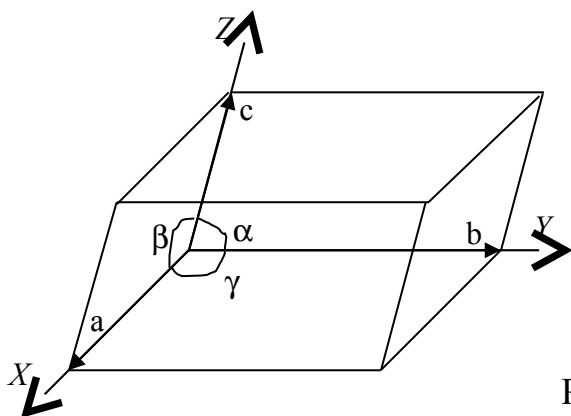


Рис.2. Элементарная ячейка

Все многообразие пространственных решеток разделяют на семь систем - *сингоний*, исходя из соотношения между осевыми единицами и углами. В сингонию объединяются кристаллы, у которых одинакова симметрия элементарных ячеек их структур и одинакова кристаллографическая система осей координат.

В табл. 1 приведены наименования сингоний, соотношения между периодами и осевыми углами для каждой из них.

Таблица 1

Характеристики сингоний кристаллов

Наименование сингоний	Соотношение между периодами	Соотношение между осевыми углами	Определяющий элемент симметрии ¹
Кубическая	$a=b=c$	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	4×3
Гексагональная	$a=b \neq c$	$\alpha=\beta=90^\circ, \gamma=120^\circ$	6 или $\bar{6}$
Тетрагональная	$a=b \neq c$	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	4, $\bar{4}$
Ромбоэдрическая	$a=b=c$	$\alpha=\beta=\gamma \neq 90^\circ$	3 или $\bar{3}$
Ромбическая	$a \neq b \neq c$	$\alpha=\beta=\gamma=90^\circ$	3×2 или $3 \times \bar{2}$
Моноклиная	$a \neq b \neq c$	$\alpha=\gamma=90^\circ, \beta \neq 90^\circ$	2 или $\bar{2}$
Триклинная	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$	1 или $\bar{1}$

Структуры, имеющие одни и те же определяющие элементы симметрии, принадлежат одной и той же сингонии. Однако реальный набор элементов симметрии структуры, кроме определяющих, может включать и дополнительные элементы симметрии. Число независимых сочетаний элементов симметрии решетки (пространственных групп) составляет 230. По наличию сходственных элементов симметрии 230 пространственных групп можно объединить в 32 точечных группы (классы симметрии).

Пространственные решетки реальных структур, кроме имеющихся элементов симметрии, различаются способами распространения (трансляции) частиц в пространстве кристалла. Если все частицы кристалла, принадлежащие одной элементарной ячейке, заменить их центрами тяжести,

¹ Цифра означает порядок оси симметрии. В случае произведения двух цифр первая означает число осей, симметрии, порядок которых указан второй цифрой.

то окажется, что в пространстве их можно периодически распространить (транслировать) четырнадцатью разными способами.

Условия, с помощью которых из бесконечно возможного числа параллелепипедов можно выбрать определенный, характеризующий решетку в целом, сформулированы Бравэ:

- 1) сингония выбранного параллелепипеда должна быть такой же, как и сингония всей решетки;
- 2) число прямых углов между ребрами параллелепипеда должно быть максимальным;
- 3) число равных осевых отрезков должно быть также максимальным;
- 4) при соблюдении первых трех условий объем его должен быть минимальным.

С помощью правил Бравэ можно однозначно выбрать параллелепипед повторяемости в структурах, принадлежащих всем сингониям, кроме триклинной и моноклинной.

Моноклинная, ромбическая, тетрагональная и кубическая системы могут иметь решетки с дополнительными узлами в середине граней или на середине пространственной диагонали. Такие решетки называют центрированными, всего их семь. Каждый тип решетки обозначают определенным символом, все возможные символы даны в табл. 2.

Таблица 2

Символ и тип решетки Бравэ	Узлы решетки
P (примитивная)	Без дополнительных узлов
I (объемно-центрированная)	Дополнительный узел в центре ячейки
A (центрированная по граням A, т.е. по граням, содержащим оси b и c)	Дополнительный узел в центре грани A
B (то же самое по граням B)	Дополнительный узел в центре грани B
C (то же самое по граням C)	Дополнительный узел в центре грани C
F (центрированная по всем граням)	Дополнительный узел в центрах всех граней
R (ромбоэдрическая)	

Таким образом, существует 14 трансляционных решеток Бравэ (табл. 3). Наиболее распространенные среди металлов пространственные решетки относительно просты и совпадают с трансляционными: объемно-центрированная кубическая (о.ц.к., I), гранецентрированная кубическая (г.ц.к., F), компактная гексагональная (г.к.), среди металлов, а среди полупроводников - кубическая типа алмаза не менее широко распространены, но представляют удвоенную трансляцию.

Кроме атомов в вершинах (узлах), ячейки этих решеток содержат по одному атому: о.ц.к. - в центре куба, г.ц.к. - в центрах каждой из шести граней куба, г.к. - в центре одной из двух трехгранных призм, образующих элементарный параллелепед, типа алмаза - в центре каждой грани и в четырех тетраэдрических порах (из восьми) внутри ячейки.

Таблица 3

Система кристалла	Возможные решетки Бравэ
Триклинная	P
Моноклинная	P, C
Ромбическая	P, C, F, I
Тетрагональная	P, I
Гексагональная	P
Кубическая	P, F, I
Ромбоэдрическая	R

В примитивной пространственной решетке на долю одной элементарной ячейки приходится всего один атом. В сложных пространственных решетках на долю одной элементарной ячейки приходится несколько атомов. Атом, расположенный внутри ячейки, приходится целиком на долю данной ячейки. Атом, расположенный на грани ячейки, входит одновременно в две ячейки и, следовательно, на долю ячейки приходится одной второй своей частью. Атом, расположенный на ребре, приходится на долю одной ячейки одной четвертой частью. Сложные решетки можно рассматривать как совокупность нескольких примитивных решеток, вставлены в друг друга. Например, структура алмаза может быть представлена на основе двух кубических гранецентрированных решеток Бравэ, смещенных относительно друг друга вдоль вектора с координатами $(a/4, a/4, a/4)$, где a - длина ребра куба.

Сложные решетки называются чаще решётками с базисом. Под базисом решетки понимают совокупность координат минимального числа частиц, выраженную в осевых единицах, трансляцией которых в трех осевых направлениях образуется данная решетка. Базис записывается в сдвоенные квадратные скобки. В табл. 4 приведены данные о базисе наиболее распространенных решеток, коэффициенте заполнения объема η (отношении объема, занимаемого атомами, к объему элементарной ячейки) и координационном числе - к.ч. (т.е. числе частиц одного сорта, ближайших к рассматриваемой частице в решетке). Понятие о координационном числе применимо лишь к так называемым координационным структурам, где каждая частица «окружена» некоторым числом одинаковых других частиц.

2.3. Симметрия кристаллов

Греческое слово «симметрия» в буквальном смысле означает «соразмерность», т.е. соответствие размеров определенных элементов или их частей. Предмет обладает симметрией, если выполнение определенных геометрических операций приводит к совмещению предмета с самим собой. Операция может представлять, например, отражение в плоскости или вращение вокруг оси n -го порядка, когда предмет совмещается сам с собой при повороте на $360/n$

Базис, коэффициент заполнения объема и координационное число некоторых распространенных решеток металлов и полупроводников

Тип решетки	Число атомов на элементарную ячейку	Базис решетки	Координационное число	Коэффициент заполнения, %
Примитивная кубическая	1	[[000]]	6	52
О.ц.к.	2	[[000; $\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}$]]	8	68
Г.ц.к.	4	[[000; $\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0$; $\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}$; $0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$]]	12	74
Алмаза	8	[[000; $\frac{1}{2} \frac{1}{2} 0$; $\frac{1}{2} 0 \frac{1}{2}$; $0 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$; $\frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}$; $\frac{1}{4} \frac{3}{4} \frac{1}{4}$; $\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{3}{4}$; $\frac{3}{4} \frac{3}{4} \frac{3}{4}$]]	4	38
Гексагональная компактная	2	[[000; $\frac{2}{3} \frac{1}{3} \frac{1}{2}$]]	12	74

градусов. Этим операциям соответствуют определенные элементы симметрии: плоскость симметрии, поворотная ось симметрии. Симметрию внешней огранки и внутреннего строения кристаллов можно описать с помощью ограниченного числа элементов симметрии.

В кристаллах могут быть следующие элементы симметрии:

Поворотные оси симметрии. Возможны пять типов этих осей: оси 1-, 2-, 3-, 4- и 6-го порядка. Символов этих осей является число n , которое может принимать значения 1, 2, 3, 4, 6 соответственно.

Инверсионные оси. Имеется также пять инверсионных осей, их символы $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$. Соответствующая операция представляет собой поворот на $360/n$ градусов и инверсию (отражение) относительно точки – центра инверсии.

Зеркальная плоскость. Плоскость симметрии, или зеркальная плоскость, имеет символ m , операция представляет собой отражение в плоскости.

С помощью наборов соответствующих элементов симметрии можно описать не только идеальную форму кристалла, но и 7 кристаллических

систем, 14 решеток Бравэ и симметрию структуры кристалла относительно точки; являющейся началом координат элементарной ячейки.

Прямые и плоскости, проходящие через узлы пространственной решетки, называют соответственно узловыми прямыми и плоскостями. Все узловые прямые или плоскости, одинаково ориентированные в пространстве, составляют семейство прямых или плоскостей. Они кристаллографически идентичны и обладают одинаковыми периодами идентичности или соответственно межплоскостным расстоянием.

Индексы узлов. Положение любого узла решетки относительно выбранного начала координат определяется заданием 3-х координат: x, y, z . Эти координаты можно выразить так:

$$x = ma, y = nb, z = pc, \quad (2.2)$$

где a, b, c - параметры решетки; m, n, p - целые числа. Если за единицы измерения длин принять параметры решетки, то координатами узла будут просто числа m, n, p . Эти числа называются индексами узла и записываются следующим образом: $[[mnp]]$.

В сложных решетках для всех узлов, не лежащих в вершинах элементарных ячеек, числа m, n, p будут дробными. Например, узел, находящийся в центре объема ячейки и ближайший к началу координат, имеет символ $[[1/2 \ 1/2 \ 1/2]]$

Индексы плоскостей. Положение плоскости определяется заданием трех отрезков A, B, C , которые она отсекает на осях решетки. Индексы такой плоскости отыскиваются следующим образом.

Выражают отрезки A, B, C в осевых единицах и записывают величины, обратные этим отрезкам: $1/A, 1/B, 1/C$. Полученные дроби приводят к общему знаменателю. Пусть таковым будет число D . Целые числа

$$h = \frac{D}{A}, k = \frac{D}{B}, l = \frac{D}{C} \quad (2.3)$$

и являются индексами плоскости. Они записываются так: (hkl) .

Для плоскостей, параллельных какой-либо координатной оси, соответствующий индекс равен нулю (отсекаемый отрезок равен ∞).

В случае, если плоскость пересекает кристаллографическую ось в отрицательном направлении, над соответствующим индексом следует ставить знак «минус», например, $(\bar{3}32)$.

Плоскости, отсекающие на каждой по равному числу осевых единиц обозначают символом (111) . В кубической решетке их называют плоскостями октаэдра, так как система подобных плоскостей, равноотстоящих от начала координат, образует октаэдр.

Плоскости, отсекающие на двух осях по равному числу осевых единиц и параллельные третьей оси (например оси z), обозначают (110) . В кубической сингонии их называют плоскостями ромбического додекаэдра, так как система подобных плоскостей образует двенадцатигранник, каждая грань которого - ромб. Плоскости, пересекающие одну ось и параллельные двум другим (например, осям y и z), обозначают (100) и называют в кубической

решетке плоскостями куба, так как система подобных плоскостей образует куб. Основные индексы Миллера для кубической решетки приведены на рис.3.

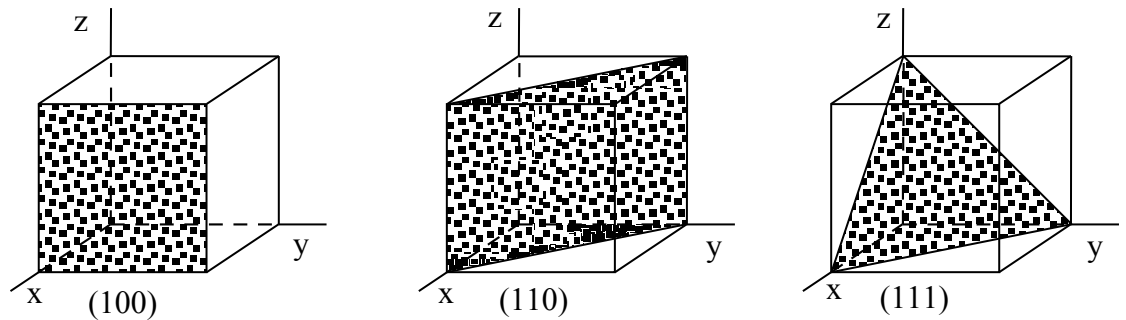


Рис.3. Расположение различных плоскостей в кубической элементарной ячейке

Для обозначения плоскостей гексагональных кристаллов пользуются 4-осной системой координат: три оси (a_1, a_2, a_3), расположенные под углом 120° друг к другу, лежат в плоскости базиса, четвертая ось (c) перпендикулярна ей.

Каждая плоскость обозначается 4 индексами ($hkil$). Дополнительный индекс i ставится на третьем месте и вычисляется через индексы h и k : $i = -(h+k)$. Часто им пренебрегают, так как этот индекс не является независимым. Тогда вместо него в индексе плоскости ставят точку ($hk.l$). Так, плоскость базиса, параллельная осям a_1, a_2, a_3 , имеет индексы (0001) . Плоскости, параллельные боковым граням призмы имеют индексы типа (1010) . Таких плоскостей (непараллельных) три. Они называются плоскостями первого рода.

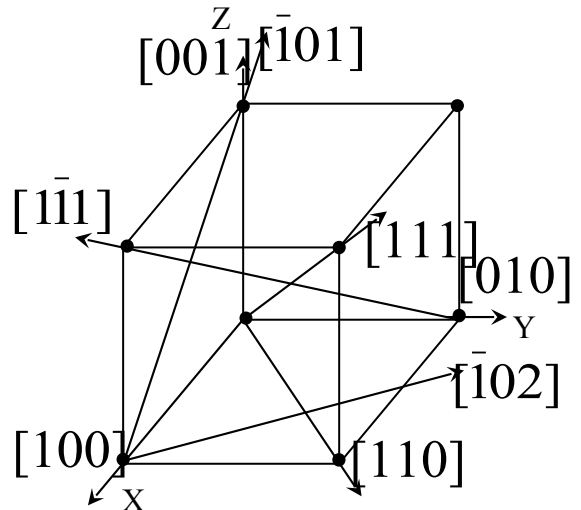


Рис 2.4. Индексы важнейших направлений

Индексы направлений. Под узлов, плоскостей и направлений кристаллографическими индексами (индексы Миллера) направления понимают три целых взаимно простых числа, пропорциональных координатам любого атома, расположенного на данном направлении, измеренным в осевых единицах.

При установлении кристаллографических индексов данного направления его необходимо перенести параллельно самому себе в начало координат.

Кристаллографические индексы направлений заключают в квадратные скобки и обозначают буквенно $[uvw]$. Индексы важнейших направлений в ку-

Рис.4. Кристаллографические индексы

бической решетке приведены на рис.4.

Для кубической сингонии индексы направления $[uvw]$, перпендикулярного к плоскостям (hkl) , численно равны индексам этой плоскости. Так, индексы по оси x равны $[100]$, а индексы плоскости, перпендикулярной оси x , равны (100) .

Индексы направления, связывающего две частицы в решетке, равны разности координат этих узлов, приведенных к целому виду.

Индексы направления $[uvw]$, по которому пересекаются две плоскости, связаны с индексами этих плоскостей $(h_1k_1l_1)$ и $(h_2k_2l_2)$ следующей системой уравнений:

$$u = k_1l_2 - k_2l_1, v = l_1h_2 - l_2h_1, w = h_1k_2 - h_2k_1, \quad (2.4)$$

Аналогично индексы плоскости (hkl) , в которой лежат два направления $[u_1v_1w_1]$ и $[u_2v_2w_2]$, определяются из симметричной системы:

$$h = v_1w_2 - v_2w_1, k = w_1u_2 - w_2u_1, l = u_1v_2 - u_2v_1. \quad (2.5)$$

Описанные уравнения позволяют определить индексы плоскости, проходящей через три узла с известным базисом. Определение начинают с установления индексов двух направлений (одну из точек принимают за начало координат, по отношению к которому записывают направления) и заканчивают определением плоскости по направлениям.

Угол между двумя направлениями в кубической сингонии с индексами $[u_1v_1w_1]$ и $[u_2v_2w_2]$ может быть найден из уравнения

$$\cos \varphi = \frac{u_1u_2 + v_1v_2 + w_1w_2}{\sqrt{u_1^2 + v_1^2 + w_1^2} \sqrt{u_2^2 + v_2^2 + w_2^2}}. \quad (2.6)$$

Серия семейств плоскостей, параллельных одному направлению $[uvw]$ в решетке, называется *кристаллографической зоной*, а само направление - *осью зоны*. Между индексами оси зоны $[uvw]$ и индексами (hkl) плоскостей, входящих в данную зону, существует следующая зависимость:

$$hu + kv + lw = 0. \quad (2.7)$$

Уравнение (2.7) определяет, таким образом, условие зональности.

Каждое семейство плоскостей с индексами (hkl) характеризуется также своим межплоскостным расстоянием d , т.е. расстоянием между двумя параллельными плоскостями.

В случае сложной решетки, состоящей как бы из нескольких простых, межплоскостное расстояние равно расстоянию между соседними параллельными кристаллографически идентичными плоскостями, принадлежащими одной простой решетке. Так, в случае о.ц.к. решетки межплоскостное расстояние для плоскостей (100) равно периоду a , но не $a/2$.

Чем больше индексы плоскости, тем меньше межплоскостное расстояние этого семейства плоскостей. Чем больше межплоскостное расстояние, тем плотнее заполнена элементами структуры соответствующая плоскость.

Между индексами (hkl) , величиной d и периодами решетки a , b , c существует математическая зависимость, различная для каждой сингонии. Формулы для межплоскостного расстояния имеют следующий вид:

кубическая сингония

$$d^2 = \frac{a^2}{h^2 + k^2 + l^2}, \quad (2.8)$$

тетрагональная сингония

$$d^2 = \frac{a^2}{h^2 + k^2 + l^2 \cdot \frac{a^2}{c^2}}, \quad (2.9)$$

гексагональная сингония

$$d^2 = \frac{a^2}{\frac{4}{3}(h^2 + k^2 + hk) + l^2 \cdot \frac{a^2}{c^2}}, \quad (2.10)$$

ромбическая сингония

$$d^2 = \frac{1}{\left(\frac{h}{a}\right)^2 + \left(\frac{k}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{c}\right)^2}. \quad (2.11)$$

Все кристаллографически идентичные семейства плоскостей, т.е. семейства плоскостей с одинаковым межплоскостным расстоянием, образуют совокупность плоскостей, обозначаемую фигурными скобками $\{hkl\}$.

Так, в кубической сингонии совокупность плоскостей куба $\{100\}$ содержит шесть кристаллографически идентичных семейств плоскостей: (100) , $(\bar{1}00)$, (010) , $(0\bar{1}0)$, (001) и $(00\bar{1})$. Если, например, с помощью различных операций симметрии повернуть решетку так, что на месте плоскостей (100) разместятся плоскости (001) или любые из остальных четырех семейств плоскостей, то новое положение решетки совпадает с начальным. В этом и заключается кристаллографическая идентичность.

Важнейшим признаком кристаллографически идентичных плоскостей является то, что они обладают одинаковым межплоскостным расстоянием. Поэтому количество кристаллографически идентичных плоскостей (семейства плоскостей) для любой совокупности равно числу возможных перестановок местами и знаками индексов, входящих в данную совокупность, не изменяющих величины межплоскостного расстояния с учетом симметрии кристалла.

3. ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Изобразить элементарную ячейку заданной сингонии и показать трансляции a , b , c (масштабные осевые векторы и углы между ними α , β , и γ).
2. Определить коэффициент заполнения η заданной решетки. Показать графически расположение атомов, из которого определяли связь между атомным радиусом и периодом ячейки.
3. Найти индексы плоскости, отсекающей на координатных осях отрезки в соответствии с вариантом.
4. Показать плоскости с индексами в соответствии с вариантом для кубической сингонии.
5. Определить (в буквенной форме) межплоскостное расстояние для плоскостей в соответствии с вариантом для следующих сингоний: кубической, тетрагональной, гексагональной, ромбической.
6. Изобразить в кубической сингонии плоскость с произвольно взятыми индексами и направление с индексами, численно равными индексам данной плоскости.
7. Найти три плоскости, входящие в зону, если задана ось зоны в соответствии с вариантом.
8. Выписать индексы всех плоскостей, входящих в кубической сингонии в совокупность, заданную в варианте. Определить число этих плоскостей p . Определить, на сколько совокупностей разобьется данная совокупность в случае тетрагональной, ромбической или гексагональной сингоний. Каковы индексы плоскостей, входящих в каждую из этих совокупностей, и каково их число.
9. Найти индексы плоскости (hkl) , в которой находятся направления $[...]$ и $[...]$.
10. Найти индексы направления, проходящего через узлы $[[...]]$ и $[[...]]$.
11. Найти индексы направления, по которому пересекаются плоскости $(...)$ и $(...)$.
12. Найти индексы плоскости, в которой расположены узлы $[[...]]$, $[[...]]$ и $[[...]]$.

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Типы физических свойств кристаллов.
2. Особенности строения монокристаллов и поликристаллов.
3. Понятие пространственная решетка, элементарная ячейка, период решетки.
4. Сингонии кристалла.
5. Решетки Бравэ.
6. Сложные пространственные решетки, определение базиса.
7. Элементы симметрии кристалла
8. Кристаллографические индексы узлов и направлений.
9. Кристаллографические индексы плоскостей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Епифанов Г.И. Физические основы микроэлектроники. М.: Советское радио, 1971. 376 с.
2. Шаскольская М.П. Кристаллография. М.: Высшая школа, 1976. 391 с.
3. Епифанов Г.И. Физика твёрдого тела. М.: Высшая школа, 1977. 288 с.
4. Уэрт Ч., Томсон Р. Физика твердого тела. М.: Мир, 1966. 356 с.
5. Росадо Л. Физическая электроника и микроэлектроника. М.: Высшая школа, 1991. 351 с.

Варианты заданий

Таблица

№ вар	Номер задания						
	1	2	3	4	5	6	7
1	Кубическ.	Прим.куб.	1; 2; 3	(1 1 0)	(0 0 1)	(1 1 2)	[2 3 3]
2	Гексагон.	О.ц.к.	2; 1; 4	(1 0 1)	(1 1 0)	(3 2 0)	[0 1 3]
3	Тетрагон.	Г.ц.к.	1; ∞; 2	(0 1 0)	(1 0 1)	(0 2 3)	[4 2 0]
4	Ромбоэдр.	Гексагон.	3; -1; 5	(1 1 1)	(1 1 1)	(0 0 3)	[3 3 2]
5	Ромбич.	Алмаз	-2; 1; 3	(1 $\bar{1}$ 1)	(2 1 0)	(0 0 2)	[3 2 1]
6	Монокл.	Прим.куб.	6; 0; 5	(2 1 1)	(2 1 1)	(0 3 1)	[3 1 0]
7	Триклин.	О.ц.к.	∞; 2; 1	(1 2 1)	(2 1 3)	(3 0 1)	[2 2 0]
8	Кубическ.	Г.ц.к.	4; 3; 7	(2 1 0)	(2 3 1)	(0 3 2)	[3 1 1]
9	Гексагон.	Гексагон.	2; 2; 3	(2 $\bar{1}$ 1)	(1 2 3)	(1 3 4)	[4 1 3]
10	Тетрагон.	Алмаз	-3; 2; 1	(2 1 $\bar{1}$)	(3 4 5)	(0 1 3)	[3 3 2]
11	Ромбоэдр.	Прим.куб.	2; 3; ∞	(0 1 3)	(3 2 1)	(2 4 1)	[0 2 1]
12	Ромбич.	О.ц.к.	5; 3; 1	(0 2 3)	(3 5 4)	(0 2 1)	[4 0 0]
13	Монокл.	Г.ц.к.	-3; 5; 2	(1 2 3)	(3 3 4)	(4 3 2)	[1 1 4]
14	Триклин.	Гексагон.	6; 4; 7	(1 3 3)	(4 4 1)	(1 4 2)	[3 3 0]
15	Кубическ.	Алмаз	2; 3; 5	(3 3 1)	(3 4 3)	(1 4 1)	[3 3 4]
16	Гексагон.	Прим.куб.	3; 1; 0	(3 $\bar{3}$ 1)	(5 3 3)	(1 2 0)	[3 1 3]
17	Тетрагон.	О.ц.к.	2; ∞; 3	($\bar{1}$ 3 3)	(5 4 3)	(4 4 0)	[2 0 3]
18	Ромбоэдр.	Г.ц.к.	6; 3; 7	(1 $\bar{3}$ 1)	(2 3 4)	(1 2 1)	[1 3 2]
19	Ромбич.	Гексагон.	2; 4; 6	($\bar{2}$ 3 1)	(3 4 2)	(2 2 3)	[1 0 4]
20	Монокл.	Алмаз	2; -3; ∞	(1 $\bar{2}$ 3)	(2 3 3)	(3 4 1)	[1 2 2]
21	Триклин.	Прим.куб.	3; -5; 0	(1 4 0)	(1 5 3)	(1 1 1)	[0 3 3]
22	Кубическ.	О.ц.к.	2; 3; -5	(1 4 1)	(1 4 1)	(2 3 3)	[2 0 4]
23	Гексагон.	Г.ц.к.	-1; -2; ∞	(1 4 2)	(2 4 1)	(2 3 2)	[0 4 3]
24	Тетрагон.	Гексагон.	3; -3; 6	(1 4 3)	(2 4 3)	(2 1 1)	[2 3 1]
25	Ромбоэдр.	Алмаз	4; ∞; 3	(1 4 4)	(3 2 5)	(3 1 3)	[3 2 4]
26	Ромбич.	Прим.куб.	-4; -3; ∞	(2 4 1)	(1 3 1)	(2 4 3)	[3 2 3]
27	Монокл.	О.ц.к.	3; -6; -2	(3 4 1)	(1 0 4)	(2 0 1)	[3 0 2]
28	Триклин.	Г.ц.к.	-2; -3; -1	(2 $\bar{4}$ 1)	(0 1 4)	(2 4 4)	[0 3 2]
29	Кубическ.	Гексагон.	∞; 4; 3	($\bar{1}$ $\bar{3}$ 4)	(0 2 3)	(4 3 1)	[1 3 4]
30	Гексагон.	Алмаз	∞; 1; 1	($\bar{4}$ 3 1)	(0 3 4)	(3 1 1)	[0 1 4]

№ вар	Номер задания				
	8	9	10	11	12
1	{0 3 4}	[331] [243]	[[112]] [[320]]	(443) (432)	[[002]] [[112]] [[101]]
2	{0 2 3}	[422] [024]	[[023]] [[003]]	(313) (202)	[[031]] [[030]] [[014]]
3	{2 4 3}	[402] [443]	[[002]] [[031]]	(202) (230)	[[334]] [[014]] [[114]]
4	{2 2 3}	[402] [443]	[[301]] [[032]]	(040) (231)	[[420]] [[423]] [[411]]
5	{2 2 2}	[320] [304]	[[134]] [[013]]	(333) (202)	[[114]] [[044]] [[143]]
6	{1 0 0}	[001] [321]	[[241]] [[021]]	(201) (010)	[[022]] [[442]] [[123]]
7	{0 1 1}	[033] [012]	[[432]] [[142]]	(421) (301)	[[120]] [[440]] [[303]]
8	{2 0 1}	[002] [132]	[[141]] [[120]]	(300) (121)	[[133]] [[140]] [[204]]
9	{3 0 3}	[200] [040]	[[440]] [[121]]	(441) (121)	[[204]] [[232]] [[003]]
10	{4 2 1}	[424] [004]	[[223]] [[142]]	(224) (103)	[[233]] [[330]] [[204]]
11	{0 1 4}	[241] [113]	[[341]] [[111]]	(324) (303)	[[203]] [[033]] [[030]]
12	{3 1 0}	[032] [124]	[[023]] [[233]]	(144) (123)	[[420]] [[310]] [[203]]
13	{3 0 0}	[300] [203]	[[232]] [[211]]	(122) (001)	[[114]] [[304]] [[441]]
14	{3 4 4}	[404] [104]	[[031]] [[211]]	(421) (112)	[[320]] [[104]] [[243]]
15	{3 3 2}	[101] [440]	[[313]] [[243]]	(204) (133)	[[034]] [[413]] [[213]]
16	{3 0 1}	[122] [444]	[[201]] [[244]]	(134) (101)	[[441]] [[311]] [[442]]
17	{0 4 1}	[341] [443]	[[431]] [[311]]	(013) (443)	[[331]] [[210]] [[421]]
18	{1 4 4}	[312] [340]	[[310]] [[343]]	(442) (101)	[[404]] [[141]] [[021]]
19	{0 1 3}	[213] [224]	[[114]] [[202]]	(021) (101)	[[020]] [[003]] [[324]]
20	{1 4 0}	[302] [222]	[[304]] [[233]]	(204) (123)	[[412]] [[014]] [[443]]
21	{1 0 3}	[420] [231]	[[010]] [[411]]	(142) (231)	[[403]] [[001]] [[430]]
22	{3 3 4}	[442] [432]	[[413]] [[342]]	(312) (432)	[[223]] [[403]] [[424]]
23	{3 2 3}	[343] [403]	[[420]] [[001]]	(341) (320)	[[104]] [[111]] [[041]]
24	{1 2 3}	[340] [204]	[[103]] [[032]]	(140) (330)	[[114]] [[043]] [[441]]
25	{3 2 4}	[324] [411]	[[231]] [[104]]	(114) (043)	[[320]] [[140]] [[330]]
26	{4 1 1}	[323] [133]	[[110]] [[040]]	(441) (104)	[[312]] [[342]] [[341]]
27	{3 4 0}	[330] [334]	[[044]] [[203]]	(111) (041)	[[123]] [[142]] [[231]]
28	{3 4 3}	[123] [400]	[[013]] [[203]]	(424) (403)	[[021]] [[101]] [[204]]
29	{2 3 1}	[013] [140]	[[301]] [[220]]	(223) (403)	[[443]] [[442]] [[101]]
30	{3 1 2}	[341] [144]	[[233]] [[013]]	(001) (430)	[[134]] [[101]] [[013]]

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____ О.Г. Локтионова
« 15 » _____ 2017 г.



**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ
ПАРАМЕТРОВ
ПОЛУПРОВОДНИКОВ**

Методические указания по выполнению практического занятия
для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.03

Курск 2017

УДК 681.5

Составитель А.А. Гримов

Рецензент

Доктор технических наук, профессор А.Ф. Рыбочкин

Определение основных физических параметров полупроводников: методические указания по выполнению практического занятия по дисциплине «Физические основы микро и nano электроники» / Юго-Зап. гос. ун-т.; сост.: А. А. Гримов. Курск, 2017. 21 с.: прилож.3. Библиогр.: с. 19.

Содержатся методические рекомендации по изучению теоретическому определению основных физических параметров полупроводника.

Указывается порядок выполнения лабораторной работы.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60×84 1/16.
Усл. печ. л. ____ . Уч.-изд. л. ____ . Тираж 100 экз. Заказ . Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Ознакомиться с основными параметрами элементарных полупроводников и методами их определения.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

2.1. Уровень и функция распределения Ферми

Важное значение в описании свойств носителей заряда в полупроводниковых средах имеет функция распределения Ферми-Дирака. Это распределение применимо к частицам, волновые функции которых антисимметричны и подчиняются запрету Паули (на одном и том же квантовом уровне не может оказаться более одного электрона). Данная функция имеет вид

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}, \quad (2.1)$$

где E_F - так называемый уровень Ферми, который при заданной температуре занят электронами с вероятностью 1/2. Уровень Ферми представляет собой некоторую функцию температуры $E_F(T)$.

Особый интерес вызывает поведение функции Ферми - Дирака при $T=0$ К, поскольку оно наглядно демонстрирует свойства уровня Ферми. В этом случае знаменатель в экспоненциальном слагаемом становится бесконечно большим, а сама функция $f(E)$ описывается следующим образом

$$f(E) = \begin{cases} 1 & \text{при } E < E_F, \\ 0 & \text{при } E > E_F. \end{cases} \quad (2.2)$$

Это следует понимать так: при нулевой абсолютной температуре величина $E_F(0)$ представляет собой то максимально допустимое значение энергии, ниже которого все энергетические уровни заняты [так как $f(E)=1$], а выше которого все энергетические уровни пусты [так как $f(E)=0$]. Таким образом, при нулевой абсолютной температуре функция $f(E)$ имеет разрыв в точке с координатой E_F .

Вероятность события, что некоторый энергетический уровень E занят не электроном, а дыркой, равна $1-f(E)$. При этом

$$\begin{aligned} 1 - f(E) &= 1 - [1 + \exp((E - E_F) / (kT))]^{-1} = \\ &= \exp[(E - E_F) / (kT)] / [1 + \exp((E - E_F) / kT)]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

При изучении явлений, связанных с дырками, часто полагают, что $E \ll E_F$ и $\exp[(E-E_F)/(kT)] \ll 1$. Следовательно,

$$1 - f(E) \approx e^{E_F/(kT)} e^{E/(kT)}. \quad (2.4)$$

2.2. Концентрация носителей заряда

Концентрация носителей заряда (электронов n или дырок p) в полупроводнике определяется как интеграл произведения плотности квантовых состояний на единицу энергии $N(E)$ на функцию распределения Ферми - Дирака $f(E)$, взятый по всем значениям энергии в данной зоне.

Концентрация электронов

$$n = \int_E N_n(E) f(E) dE \quad (2.5)$$

Концентрация дырок

$$p = \int_E N_p(E) [1 - f(E)] dE \quad (2.6)$$

Плотность квантовых состояний выражается формулой

$$N(E) = 4\pi \left(\frac{2m^*}{h^2} \right)^{3/2} \sqrt{E}, \quad (2.7)$$

где m^* - эффективная масса носителя заряда; h - постоянная Планка.

Решив уравнения (2.4)-(2.7), получим для невырожденного полупроводника концентрации электронов и дырок:

$$n = 2 \frac{(2\pi m_n^* kT)^{3/2}}{h^3} \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right) = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{kT}\right); \quad (2.8)$$

$$p = 2 \frac{(2\pi m_p^* kT)^{3/2}}{h^3} \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right) = N_V \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{kT}\right). \quad (2.9)$$

В этих выражениях величины N_C и N_V называются эффективными плотностями состояний в зоне проводимости и валентной зоне соответственно.

Для случая собственного полупроводника, т.е. не содержащего доноров и акцепторов, концентрации электронов n_i и дырок p_i определяются как

$$n_i = 2 \frac{(2\pi m_n^* kT)^{3/2}}{h^3} \exp\left(-\frac{E_C - E_i}{kT}\right) = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_i}{kT}\right) \quad (2.10)$$

и

$$p_i = 2 \frac{(2\pi m_p^* kT)^{3/2}}{h^3} \exp\left(-\frac{E_i - E_V}{kT}\right) = N_V \exp\left(-\frac{E_i - E_V}{kT}\right); \quad (2.11)$$

$$n_i p_i = 4 \left(\frac{2\pi kT}{h^2} \right)^3 (m_n^* m_p^*) \exp\left[-\frac{\Delta E}{kT}\right] \approx n_i^2, \quad (2.12)$$

где E_C - энергия, соответствующая нижней границе зоны проводимости; E_V - энергия, соответствующая верхней границе валентной зоны; E_i - энергия уровня Ферми в собственном полупроводнике, соответствующая середине запрещенной зоны; ΔE - ширина запрещенной зоны.

Изменение ширины запрещенной зоны с температурой в простейшем случае эмпирически выражается формулой

$$\Delta E(T) = \Delta E(0) - \alpha T,$$

где $\Delta E(0)$ – значение параметра при нулевой абсолютной температуре; α – температурный коэффициент величины ΔE . Для кремния $\alpha = 2,8 \cdot 10^{-4}$ эВ/К.

Если за счет термического возбуждения электрон покидает валентную зону, то на его месте в этой зоне образуется дырка. Таким образом, для собственного полупроводника

$$n = p = n_i = p_i. \quad (2.13)$$

Генерация электронно-дырочных пар и их рекомбинация происходят непрерывно. При любой температуре устанавливается такое равновесное состояние, что произведение np постоянно, т.е.

$$np = n_i^2 = p_i^2 = \text{const} \quad (2.14)$$

при неизменных значениях T и ΔE .

Равенство (2.14), играющее важную роль в теории полупроводников и полупроводниковых устройств, называют *уравнением полупроводника* или *законом действующих масс*. В случае термодинамического равновесия этот закон справедлив как для собственных, так и для примесных полупроводников. Если же равновесие нарушено и величины n и p в некотором конкретном приборе зависят от внешних факторов, то $np \neq n_i^2$.

Деля почленно (2.9) и (2.8), получаем

$$\frac{p}{n} = \frac{N_V}{N_C} \exp\left(\frac{E_C + E_V - 2E_F}{kT}\right)$$

или

$$E_F = \frac{1}{2}(E_C + E_V) - \frac{1}{2}kT \ln \frac{p}{n} - \frac{3}{4}kT \ln \frac{m_n^*}{m_p^*}. \quad (2.15)$$

Уровень Ферми E_F собственного полупроводника, для которого $\ln(p/n)=0$, обозначается символом E_i . Если $m_n^* \approx m_p^*$, что имеет место на практике, то уровень Ферми собственного полупроводника располагается посередине запрещенной зоны:

$$E_i = (E_C + E_V) / 2. \quad (2.16)$$

Если $n \neq p$, то уровень Ферми смещается в сторону той разрешенной зоны, которая имеет большую концентрацию носителей.

Чтобы превратить собственный полупроводник в примесный, необходимо ввести в его кристаллическую решетку некоторое количество специально подобранной химической добавки, т.е. осуществить легирование полупроводника. Примеси создают ряд энергетических уровней в запрещенной зоне. В результате вероятность образования электронно-дырочных пар при тепловом возбуждении оказывается гораздо более высокой, чем в случае собственного полупроводника.

Существуют примеси двух видов: *доноры* – для простейших полупроводников это пятивалентные элементы, такие, как P, As, Sb; концентрацию доноров обозначим символом N_d ; *акцепторы* - трехвалентные элементы, такие, как B, Al, Ga; их концентрацию обозначим символом N_a . На основании этого различают полупроводники n-типа и p-типа. В полупроводниках n-типа *основными носителями* являются электроны ($n > p$), а *неосновными носителями* - дырки. Основные носители в данном случае создаются пятивалентными атомами элемента, принадлежащего V группе Периодической системы элементов. В полупроводнике p-типа основные носители - дырки ($p > n$), а неосновные - электроны. Здесь «свободную» дырку создает трехвалентный атом элемента, принадлежащего III группе Периодической системы элементов.

Уровни E_d и E_a оказываются весьма близкими к зоне проводимости и к валентной зоне соответственно. Понятно, что, получив небольшую порцию тепловой энергии, электрон, первоначально находившийся на уровне E_d , попадает в зону проводимости. Таким же образом электрон, находившийся вблизи потолка валентной зоны, переходит на уровень E_a . В результате таких процессов в зоне проводимости возникают электроны, а в валентной зоне - дырки. Если теперь к образцу приложить внешнее электрическое поле, то в нем начнет протекать электрический ток. Установлено, что при комнатной температуре все примесные атомы оказываются ионизированными. Уровень Ферми располагается либо между уровнем E_d и дном зоны проводимости, либо между уровнем E_a и потолком валентной зоны.

Если некоторый полупроводник одновременно легирован донорами и акцепторами, то можно получить материал любого типа в зависимости от того, какая из добавок имеет большую концентрацию. Этим пользуются при производстве полупроводниковых приборов, превращая, например, полупроводник n-типа в материал p-типа путем создания избыточной концентрации акцепторов. Для примесного полупроводника должно выполняться *условие электронейтральности*:

$$p + N_d = n + N_a. \quad (2.17)$$

Произведение концентраций электронов и дырок проводимости в примесных полупроводниках n- и p-типа, также оказывается равным n_i^2 :

$$n_n p_n = n_p p_p = n_i^2. \quad (2.18)$$

В полупроводнике n-типа концентрацию n_n и p_n можно определить из следующих выражений:

$$n_n = \frac{1}{2} N_d \left[1 + \left(1 + \frac{4n_i^2}{N_d^2} \right)^{1/2} \right], \quad (2.19)$$

$$p_n = \frac{1}{2} N_d \left[-1 + \left(1 + \frac{4n_i^2}{N_d^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (2.20)$$

В примесных полупроводниках положение уровня Ферми определяется из формул:

для n-типа

$$E_F = E_C - kT \ln \frac{N_C}{N_d}. \quad (2.21)$$

для p-типа

$$E_F = E_V + kT \ln \frac{N_V}{N_a}. \quad (2.22)$$

Если уровень Ферми лежит близко к границе одной из зон или внутри них, то наступает вырождение электронного или дырочного газа. Полупроводник в этом случае называют *вырожденным*. Вырожденные полупроводники широко используются в полупроводниковой технике. Критические концентрации электронов и дырок, при достижении которых наступает вырождение, приблизительно равны:

$$n_{кр} \approx \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2}; \quad (2.23)$$

$$p_{кр} \approx \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2}. \quad (2.24)$$

2.3. Движение носителей заряда

Свободные частицы в кристалле полупроводника находятся в хаотическом движении, все направления которого равновероятны, а распределение частиц по энергиям определяется законами квантовой статистики Ферми-Дирака. В отсутствие электрического поля плотности потоков электронов для любых двух взаимно противоположных направлений равны: ток в кристалле равен нулю.

Если в полупроводнике при $T > 0$ К создать электрическое поле напряженностью $E_{эл}$, то наряду с хаотическим движением частиц появится и их упорядоченное движение. Это движение, называемое *дрейфом* электронов и определяющее перенос зарядов под действием внешнего поля, лежит в основе явления электропроводности.

Дрейфовую скорость v_d электронов можно определить как среднюю скорость перемещения частиц под действием электрического поля за среднее время свободного пробега $t_{ср}$:

$$v_d = \frac{eE_{эл}}{m_n^*} t_{ср}, \quad (2.25)$$

где $eE_{эл}/m_n^*$ - ускорение, приобретаемое электроном в поле $E_{эл}$.

Для характеристики направленного движения используется специальная величина μ - подвижность частиц $\text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$, равная дрейфовой скорости в электрическом поле напряженностью $E_{\text{эл}}=1 \text{ В/см}$:

$$\mu = \frac{v_{\text{д}}}{E_{\text{эл}}} . \quad (2.26)$$

Подставляя сюда (2.25), получаем для электронов:

$$\mu_{\text{n}} = \frac{et_{\text{ср}}}{m_{\text{n}}^*} . \quad (2.27)$$

Соответственно подвижность дырок равна:

$$\mu_{\text{p}} = \frac{et_{\text{ср}}}{m_{\text{p}}^*} . \quad (2.28)$$

Из последних выражений видно, что подвижность обратно пропорциональна эффективной массе частицы. Поскольку в общем случае $m_{\text{n}}^* \neq m_{\text{p}}^*$, то и $\mu_{\text{n}} \neq \mu_{\text{p}}$.

Подвижность электронов в кремнии можно аппроксимировать следующими выражениями:

$$\mu_{\text{n}}(N_{\text{T}}, T) = \mu_{\text{mn}} + \frac{\mu_{0\text{n}}}{1 + (N_{\text{T}} / N_{\text{сн}})v} ,$$

где

$$\begin{aligned} \mu_{\text{mn}} &= 88(T / 300)^{-0,57} \quad \text{см}^2 / (\text{В}\cdot\text{с}), \\ \mu_{0\text{n}} &= 7,4 \cdot 10^8 T^{-2,33} \quad \text{см}^2 / (\text{В}\cdot\text{с}), \\ v &= 0,88(T / 300)^{-0,146} , \\ N_{\text{сн}} &= 1,26 \cdot 10^{17} (T / 300)^{2,4} \quad \text{см}^{-3}, \\ N_{\text{T}} &= N_{\text{a}} + N_{\text{д}}. \end{aligned}$$

Подвижность для дырок в кремнии

$$\begin{aligned} \mu_{\text{p}}(N_{\text{T}}, T) &= \mu_{\text{mp}} + \frac{\mu_{0\text{p}}}{1 + (N_{\text{T}} / N_{\text{ср}})v} , \\ \mu_{\text{mp}} &= 54(T / 300)^{-0,57} \quad \text{см}^2 / (\text{В}\cdot\text{с}), \\ \mu_{0\text{p}} &= 7,4 \cdot 10^8 T^{-2,33} \quad \text{см}^2 / (\text{В}\cdot\text{с}), \\ v &= 0,88(T / 300)^{-0,146} , \\ N_{\text{ср}} &= 2,35 \cdot 10^{17} (T / 300)^{2,4} \quad \text{см}^{-3}. \end{aligned}$$

В результате дрейфа электронов и дырок под действием электрического поля $E_{\text{эл}}$ в полупроводнике текут дрейфовые токи, плотность которых для электронов равна:

$$j_{\text{дн}} = env_{\text{д}} = eE_{\text{эл}}n\mu_{\text{n}} , \quad (2.29)$$

и для дырок:

$$j_{\text{др}} = epv_{\text{д}} = eE_{\text{эл}}p\mu_{\text{p}} . \quad (2.30)$$

Поскольку электроны и дырки несут разноименные заряды и дрейфуют под действием поля в противоположных направлениях, суммарная плотность дрейфового тока равна:

$$j_d = j_{dn} + j_{dp} = eE_{эл}(n\mu_n + p\mu_p). \quad (2.31)$$

Коэффициент пропорциональности между плотностью тока и напряженностью поля называется *удельной проводимостью*:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = e(n\mu_n + p\mu_p), \quad (2.32)$$

где ρ - удельное сопротивление.

В собственном полупроводнике $n_i = p_i$, поэтому плотность дрейфового тока равна:

$$j_{di} = eE_{эл}n_i(\mu_n + \mu_p). \quad (2.33)$$

Для примесных полупроводников это выражение принимает вид:
для n-полупроводника

$$j_{d(n)} = eE_{эл}(n_n\mu_n + p_n\mu_p) \quad (2.34)$$

и для p-полупроводника

$$j_{d(p)} = eE_{эл}(p_p\mu_p + n_p\mu_n). \quad (2.35)$$

Для удельной проводимости можно записать:
для собственного полупроводника

$$\sigma_i = en_i(\mu_n + \mu_p); \quad (2.36)$$

для n-полупроводника

$$\sigma_n \approx en_n\mu_n \quad (2.37)$$

и для p-полупроводника

$$\sigma_p \approx ep_p\mu_p. \quad (2.38)$$

Электропроводность полупроводника, обусловленную генерацией пар носителей зарядов, называют *собственной электропроводностью*, а обусловленную ионизацией атомов примесей - *примесной электропроводностью*. Кроме того, различают *дырочную* и *электронную* электропроводности, обусловленные в основном перемещением дырок и электронов соответственно.

Если концентрация носителей заряда в полупроводнике оказывается пространственно неоднородной, то вместе с тепловым движением наблюдается перенос носителей из одной области кристалла в другую за счет диффузии.

Плотность диффузионного тока электронов $j_{n \text{ диф}}$ пропорциональна градиенту их концентрации:

$$j_{n \text{ диф}} = qD_n \frac{dn}{dx}, \quad (2.39)$$

где D_n - коэффициент диффузии электронов. Аналогично, плотность диффузионного тока дырок

$$j_{p \text{ диф}} = -qD_p \frac{dp}{dx}, \quad (2.40)$$

где D_n - коэффициент диффузии дырок. Отрицательный знак в (2.40) возник потому, что вектор плотности тока дырок направлен в сторону противоположную градиенту их концентрации.

Между величинами μ_n и μ_p , относящимися к процессу дрейфа, и параметрами D_n и D_p , которые характеризуют процесс диффузии, имеется определенная связь, так как оба указанных механизма определяются одной и той же причиной - столкновением носителей с дефектами кристаллической решетки. Выражение, определяющее данную связь, получило название *соотношение Эйнштейна* и имеет в простейшем случае следующий вид:

для электронов

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n \quad (2.41)$$

и для дырок

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p. \quad (2.42)$$

Объединяя формулы (2.41) и (2.42), получаем

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = U_T, \quad (2.43)$$

где $U_T = kT/q$ - так называемый температурный потенциал. При $T=300$ К имеем $U_T \approx 26$ мВ.

Для полупроводника, содержащего свободные электроны и дырки, плотность суммарного диффузионного тока равна:

$$j_{\text{диф}} = j_{\text{диф}n} + j_{\text{диф}p} = q \left(D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx} \right). \quad (2.44)$$

В большинстве полупроводниковых приборов величины токов обусловлены как дрейфовым, так и диффузионным перемещением свободных носителей заряда - электронов и дырок. Поэтому в общем случае плотность полного тока с учетом (2.35) и (2.44) равна:

$$j = j_d + j_{\text{диф}} = qn\mu_n E_{\text{эл}} + qp\mu_p E_{\text{эл}} + qD_n \frac{dn}{dx} - qD_p \frac{dp}{dx}. \quad (2.45)$$

2.4. Процессы генерации и рекомбинации

Если в полупроводнике нарушено состояние термодинамического равновесия, то $np \neq n_i^2$. Данное неравновесное состояние возникает под действием каких-либо внешних факторов, приводящих к изменению концентрации носителей. Такими факторами могут быть, в частности, неоднородный нагрев, воздействие света, механические напряжения, корпускулярные потоки (электроны, нейтроны, протоны, α -частицы, космические лучи и т.д.), интенсивные электри-

ческие поля, приводящие к туннельному эффекту и лавинному пробую, дефекты, легирующие примеси, разность потенциалов на контактах металл-полупроводник и p-n-переходах.

Процессы образования свободных частиц называют *генерацией свободных носителей заряда*, а процессы возвращения свободных частиц в связанное состояние - *рекомбинацией*. Рекомбинация частиц сопровождается выделением энергии, которая может быть излучена в виде фотонов (*излучательная рекомбинация*) или же воспринята кристаллической решеткой в виде фононов (*безызлучательная рекомбинация*). Процессы рекомбинации зависят от ряда факторов: концентрации свободных частиц, характера их движения, наличия и концентрации примесей и других дефектов кристаллической структуры, состояния поверхности тела и др. Принято различать *межзонную рекомбинацию*, *рекомбинацию через локальные уровни примесей (рекомбинационные ловушки)*, *поверхностную рекомбинацию* и другие виды.

Неравновесная концентрация носителей заряда в полупроводнике не совпадает с равновесной. Если произведение $np > n_i^2$, то отклонение положительно и имеет место *инжекция* избыточных носителей. Если же $np < n_i^2$, то отклонение отрицательно и имеет место *экстракция* носителей.

Если инжекция характеризуется неравенством

$$np - n_i^2 \ll M^2, \quad (2.46)$$

где M - избыточная концентрация основных носителей, то отклонение от равновесного состояния невелико. При этом говорят, что имеет место *низкий уровень инжекции*.

Если же

$$np - n_i^2 \gg M^2, \quad (2.47)$$

то имеет место *высокий уровень инжекции*.

При межзонных процессах электрон, находящийся в зоне проводимости, может совершить переход в валентную зону и рекомбинировать с дыркой. Скорость рекомбинации, т.е. число носителей, рекомбинирующих в единице объема за 1 с, зависит от расположения вакантных уровней в валентной зоне (в данном случае это уровни, занятые дырками) и пропорциональна произведению np :

$$R = rnp, \quad (2.48)$$

где r - коэффициент рекомбинации, имеющий статистическую природу и зависящий от температуры. Если параметр G_0 представляет скорость термической генерации электронно-дырочных пар при равновесии, то

$$G_0 = R_0 = r n_0 p_0. \quad (2.49)$$

В том случае, когда происходит стационарное возбуждение полупроводника, например под действием электрического поля или света, возникает некоторая дополнительная скорость генерации электронно-дырочных пар. Если считать, что избыточные концентрации носителей не превышают соответствующих равновесных значений, то

$$R = rnp = r(n_0 + n')(p_0 + p'), \quad (2.50)$$

$$G_t = G_0 + G, \quad (2.51)$$

где G_t - общая скорость генерации; $n' = n - n_0$ и $p' = p - p_0$ - избыточные концентрации.

Так как возбуждение стационарно, то $R=G_t$ и истинная скорость процесса

$$G = R - G_0 \quad (2.52)$$

или

$$G = r(n_0 + n')(p_0 - p') - r_0 p_0. \quad (2.53)$$

Из условия электрической нейтральности следует, что $n'=p'$. Так как рассматриваемый процесс происходит при низком уровне инжекции, что $p' \ll n_0 + p_0$ и после упрощения (2.53) получим

$$G = r(n_0 + p_0)p'. \quad (2.54)$$

Если материал является полупроводником n-типа, то $n_{n0} \gg p_{n0}$, так что

$$G_p = r_{n0}(p_n - p_{n0}). \quad (2.55)$$

Если ввести величину $V_p = G_p$, представляющую скорость изменения концентрации дырок за счет рекомбинации, то получим уравнение

$$\frac{dp_n}{dt} = -V_p = \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}. \quad (2.56)$$

Скорость изменения концентрации электронов в полупроводнике p-типа за счет рекомбинации

$$\frac{dn_p}{dt} = -V_n = \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}. \quad (2.57)$$

В выражениях (2.56) и (2.57) параметры $\tau_p = 1 / (r_{n0})$ и $\tau_n = 1 / (r_{p0})$ есть среднее время жизни дырок (неосновных носителей в материале n-типа) и электронов (неосновных носителей в материале p-типа) соответственно.

Время жизни представляет оценку времени в течение которого носитель (дырка) ведет себя как свободная частица, рекомбинируя затем с носителем заряда противоположного знака (электроном).

Непрямые процессы, основанные на использовании центров рекомбинации, имеют место во всех случаях, когда структуру кристаллической решетки нарушают примесные атомы. В этом случае центры рекомбинации размещаются в запрещенной зоне и обуславливают обмен носителями между зоной и разрешенными зонами. Центр рекомбинации, расположенный вблизи середины запрещенной зоны (энергетический уровень E_i), называют *глубоким центром*. Чтобы создать его, в качестве примесей используют такие элементы, как золото, платина, палладий, а также их сплавы. Центр рекомбинации, расположенный вблизи границы разрешенной зоны, называют *неглубоким центром*. Для его создания нужны примесные атомы элементов, принадлежащие III и V группам Периодической системы элементов. Процессы генерации-рекомбинации имеют место преимущественно вблизи уровня E_i , потому что здесь примесные уровни почти в равной мере способны принимать носители обоих видов. Центры, удаленные от уровня E_i , малоэффективны, так как здесь увеличивается вероятность

захвата носителя одного знака и снижается вероятность захвата носителя противоположного знака.

Рассмотрим простой случай примеси, которая создает некоторый уровень E_t (рис.2.1). Обозначим символом N_t концентрацию центров рекомбинации, а символом f_t - вероятность того, что центр будет занят электроном. Число занятых центров $N_t f_t$, а число незанятых центров $N_t(1-f_t)$. В случае стационарного внешнего воздействия скорости процессов генерации-рекомбинации в зоне проводимости и в валентной зоне равны. Полагая, что коэффициенты захвата носителей каждого сорта носителей равны, т.е. $C_{зах n} = C_{зах p}$, можно получить

$$V = \frac{CN_t(pn - n_i^2)}{n + 2n_i \operatorname{ch}[(E_t - E_i) / (kT)]}. \quad (2.58)$$

В случае полупроводника n-типа, у которого $E_t = E_i$, причем реализуется режим низкого уровня инжекции ($n_n = n_{n0}$), то

$$V \approx \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}, \quad (2.59)$$

где $\tau_p = 1 / (C_{зах p} N_t)$ - среднее время жизни неосновных носителей, которое не зависит от коэффициента захвата основных носителей. Аналогично, для полупроводника p-типа, $\tau_n = 1 / (C_{зах n} N_t)$.

Большое влияние на процессы рекомбинации оказывает поверхность полупроводника (поверхностная рекомбинация). Можно утверждать, что существование поверхности нарушает периодичность кристаллической решетки и обуславливает возникновение в запрещенной зоне энергетических уровней, которые действуют подобно объемным центрам рекомбинации. Число таких уровней велико, следствием чего является малое значение параметра τ .

2.5. Квазиуровни и квазипотенциалы Ферми

В отсутствие термодинамического равновесия вводят две новые величины E_{Fn} и E_{Fp} , которые заменяют величину E_F в соответствующих уравнениях. Таким образом, в невырожденных полупроводниках справедливы уравнения

$$n = n_i \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_i}{kT}\right) = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_{Fn}}{kT}\right), \quad (2.60)$$

$$p = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_{Fp}}{kT}\right) = N_v \exp\left(-\frac{E_{Fp} - E_v}{kT}\right). \quad (2.61)$$

Входящие сюда величины E_{Fn} и E_{Fp} называют *квазиуровнями Ферми* электронов и дырок соответственно. Выполнив подстановки $\psi_n = -E_{Fn} / q$, $\psi_p = -E_{Fp} / q$, $\psi = -E_i / q$, преобразуем формулы (2.60) и (2.61) к виду

$$n = n_i \exp\left(\frac{\psi - \psi_n}{U_T}\right), \quad (2.62)$$

$$p = n_i \exp\left(\frac{\psi - \psi_p}{U_T}\right), \quad (2.63)$$

где ψ_n и ψ_p - так называемые квазипотенциалы Ферми электронов и дырок соответственно; ψ - электростатический потенциал.

Уравнение полупроводника для неравновесного состояния принимает вид

$$np = n_i^2 \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_{Fp}}{kT}\right) = n_i^2 \exp\left(\frac{\psi_p - \psi_n}{U_T}\right). \quad (2.64)$$

2.6. Уравнение непрерывности для полупроводника

В полупроводниках наряду с движением (дрейфовым и диффузионным) частиц непрерывно протекают процессы их рождения (генерация пар, ионизация примесей) и исчезновения (рекомбинация). Причем интенсивность этих процессов может быть неодинаковой для различных частей кристалла полупроводника. Однако в любом случае все эти процессы во всем кристалле или в какой-то его части должны подчиняться фундаментальному закону физики - закону сохранения количества заряда

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \text{div} j, \quad (2.65)$$

где ρ - объемная плотность заряда.

Иначе говоря, изменение плотности объемного заряда в любом объеме в единицу времени должно быть равно числу вытекающих из этого объема (или входящих в этот объем) элементарных электрических зарядов.

Закон сохранения количества электричества (2.65) для полупроводников с учетом процессов генерации свободных частиц и их рекомбинации, а также с учетом наличия свободных разноименно заряженных частиц записывается в виде следующих уравнений, называемых *уравнениями непрерывности*:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{p - p_0}{\tau_p} - \frac{1}{q} \text{div} j_p + G_p, \quad (2.66)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n - n_0}{\tau_n} + \frac{1}{q} \text{div} j_n + G_n. \quad (2.67)$$

Здесь первые члены в правых частях характеризуют процесс рекомбинации частиц (p и n - неравновесные концентрации, p_0 и n_0 - равновесные концентрации, а τ_p и τ_n - времена жизни неравновесных носителей заряда; члены G_p и G_n характеризуют скорости процессов генерации дырок и электронов под воздействием внешних факторов. Вторые слагаемые в правых частях запишем, используя (2.45):

$$\frac{1}{q} \operatorname{div} j_p = \frac{1}{q} \frac{\partial}{\partial x} (j_{дp} + j_{дифp}) = \mu_p E_{эл} \frac{\partial p}{\partial x} + p \mu_p \frac{\partial E_{эл}}{\partial x} - D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, \quad (2.68)$$

$$\frac{1}{q} \operatorname{div} j_n = \frac{1}{q} \frac{\partial}{\partial x} (j_{дn} + j_{дифn}) = \mu_n E_{эл} \frac{\partial n}{\partial x} + n \mu_n \frac{\partial E_{эл}}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}. \quad (2.69)$$

Подставляя эти соотношения в (2.66) и (2.67), получаем уравнения непрерывности в общем виде:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{p - p_0}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p E_{эл} \frac{\partial p}{\partial x} - p \mu_p \frac{\partial E_{эл}}{\partial x} + G_p, \quad (2.70)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = - \frac{n - n_0}{\tau_n} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu_n E_{эл} \frac{\partial n}{\partial x} + n \mu_n \frac{\partial E_{эл}}{\partial x} + G_n. \quad (2.71)$$

Первый и последний члены в этих уравнениях характеризуют скорости рекомбинации и генерации носителей зарядов, второй член - их диффузионное движение, а третий и четвертый - дрейфовое движение частиц.

Решение этих дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных в общем виде встречает серьезные затруднения. Однако в большинстве практических случаев уравнения (2.70) и (2.71) могут быть сведены к более простому виду.

Один из таких случаев, когда в отсутствие дрейфа и диффузии частиц необходимо определить время рекомбинации неравновесной концентрации частиц

$$\frac{dn}{dt} = \frac{n - n_0}{\tau_n} = - \frac{\Delta n}{\tau_n}. \quad (2.72)$$

Решение этого уравнения дает:

$$\Delta n = \Delta n(0) \exp\left(- \frac{t}{\tau_n}\right), \quad (2.73)$$

где $\Delta n(0)$ - неравновесная концентрация в момент прекращения возмущающего действия. Следовательно, за время τ число неравновесных электронов уменьшается в e раз. Аналогичный вывод можно получить и для дырок.

Второй, часто встречающийся в теории полупроводниковых приборов случай приводит к преобразованию уравнений непрерывности в уравнение диффузии. Предположим, что в некотором объеме ΔV n -полупроводника в результате внешнего воздействия образовалась неравновесная концентрация дырок p превышающая равновесную концентрацию на величину Δp . Предположим, что $\Delta p \ll n_0$ - равновесной концентрации электронов, так что пришедшие к объему ΔV для компенсации положительного заряда электроны лишь несущественно повлияли на перераспределение зарядов в полупроводнике, и поле $E_{эл}$ пренебрежимо мало. В результате возникшего градиента концентраций дырки и электроны будут диффундировать из объема ΔV , постепенно рекомбинируя. В этом случае в стационарном режиме и при условии, что $G_p = G_n = 0$, уравнения непрерывности принимают вид:

$$D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p - p_0}{\tau_p} = 0, \quad (2.74)$$

$$D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \frac{n - n_0}{\tau_n} = 0. \quad (2.75)$$

Решив уравнение (2.74), можно получить закон изменения концентрации неосновных носителей вдоль координаты x , отсчитываемой от области образования неравновесной концентрации. Если протяженность кристалла полупроводника достаточно велика, граничные условия имеют вид: $p(x=0)=p_0+\Delta p$ и $p(x \rightarrow \infty)=p_0$.

Решение (2.74) получится в виде

$$p(x) = p_0 + \Delta p \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right). \quad (2.76)$$

Здесь величина

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}, \quad (2.77)$$

называемая *диффузионной длиной*, равна среднему расстоянию, на которое диффундируют неравновесные носители за время их жизни.

Средняя скорость

$$v_D = \frac{L_p}{\tau_p} = \frac{D_p}{L_p},$$

с которой диффундирующие носители проходят путь, равный L_p , называется *диффузионной скоростью*.

Иное решение уравнения (2.74) получается, если длина ω кристалла невелика ($\omega \ll L_p$) и если в плоскости $x=\omega$ все нерекombинированные носители зарядов удаляются:

$$p(x) = p_0 + \Delta p \left[\frac{\operatorname{sh}\left(\frac{\omega - x}{L_p}\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{\omega}{L_p}\right)} \right]. \quad (2.78)$$

При условии $\omega \ll L_p$ тригонометрические функции можно заменить их аргументами

$$p(x) = p_0 + \Delta p \left(1 - \frac{x}{\omega}\right). \quad (2.79)$$

Диффузионная скорость для этого случая имеет вид:

$$v_D = \frac{1}{p} D_p \frac{dp}{dx}. \quad (2.80)$$

Определяя градиент концентрации dp/dx путем дифференцирования (2.79) по x и подставляя результат в (2.80), можно найти время диффузии дырок

$$t_D = \frac{\omega}{v_D} = \frac{\omega^2}{2D}. \quad (2.81)$$

2.7. Основные уравнения, описывающие процессы в полупроводниковых приборах

Уравнения, описывающие плотность тока

Для одномерного случая

$$j_n = q\mu_n E_{эл} + qD_n \frac{dn}{dx}, \quad (2.82)$$

$$j_p = q\mu_p E_{эл} - qD_p \frac{dp}{dx}. \quad (2.83)$$

В трехмерном случае

$$\vec{j}_n = q\mu_n \vec{E}_{эл} + qD_n \nabla n, \quad (2.84)$$

$$\vec{j}_p = q\mu_p \vec{E}_{эл} - qD_p \nabla p, \quad (2.85)$$

$$\vec{j} = \vec{j}_n + \vec{j}_p. \quad (2.86)$$

Уравнения непрерывности

Для одномерного случая

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{p - p_0}{\tau_p} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p \frac{\partial}{\partial x} (pE_{эл}), \quad (2.87)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n - n_0}{\tau_n} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu_n \frac{\partial}{\partial x} (nE_{эл}). \quad (2.88)$$

В трехмерном случае

$$\frac{\partial n}{\partial t} = G_n - V_n + \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{j}_n, \quad (2.89)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = G_p - V_p - \frac{1}{q} \nabla \cdot \vec{j}_p. \quad (2.90)$$

Здесь G_n и G_p - скорости генерации носителей заряда под действием внешних, например оптических или электрических, факторов; V_n и V_p - скорости рекомбинации электронов и дырок.

Уравнение Пуассона

Напряженность электрического поля $E_{эл}$ определяют с помощью теоремы Гаусса, согласно которой

$$\frac{dE_{\text{эл}}}{dx} = \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad (2.91)$$

или на основании уравнения Пуассона

$$\frac{d^2U}{dx^2} = - \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad (2.92)$$

где ρ - объемная плотность электрического заряда; $\varepsilon \varepsilon_0$ - абсолютная диэлектрическая проницаемость полупроводника. Так как объемная плотность заряда

$$\rho = q[p + N_d - (n + N_a)], \quad (2.93)$$

то для одномерного случая получаем уравнение Пуассона:

$$\frac{dE_{\text{эл}}}{dx} = \frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0} (p - n + N_d - N_a). \quad (2.94)$$

В трехмерном случае

$$\nabla E_{\text{эл}} = \frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0} (p - n + N_d - N_a). \quad (2.95)$$

Напряженность электрического поля $E_{\text{эл}}$ представляет сумму напряженностей приложенного (внешнего) поля $E_{\text{п}}$ и внутреннего поля E . Так как внешнее поле внутри полупроводника не имеет источников и стоков, то $\nabla E_{\text{п}} = 0$ и поэтому, по определению,

$$\nabla E_i = \frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0} (p - n + N_d - N_a). \quad (2.96)$$

Приняв во внимание соответствующие начальные и граничные условия, на основании основных уравнений можно вычислить значения величин j_n , j_p , n , p и $E_{\text{эл}}$ в каждой точке среды и в любой момент времени.

3. ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Построить график распределения Ферми-Дирака $f(E)$ для свободных электронов для заданной температуры.

2. Вычислить вероятность нахождения электронов на уровнях $E = E_F + 0,1$ эВ и $E = E_F - 0,1$ эВ при заданной температуре.

3. Вычислить эффективную плотность состояний N_C и N_V .

4. Определить критические концентрации электронов и дырок, при достижении которых наступает вырождение полупроводника.

5. Найти положение уровня Ферми в собственном и примесном полупроводниках.

6. Определить удельное сопротивление заданного полупроводника. При какой концентрации примесей удельная проводимость полупроводника имеет наименьшее значение. Вычислить отношение собственной удельной проводимости к минимальной.

7. Найти, при какой температуре в данном полупроводнике начинает преобладать собственная электропроводность.
8. Найти полный ток в полупроводнике.
9. Найти значение квазипотенциала Ферми в примесном полупроводнике.
10. Вычислить диффузионную длину и скорость носителей заряда в полупроводнике.

11. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Свойства распределения и уровня Ферми.
2. Существует ли принципиальное различие между электронами проводимости в полупроводниках и свободными электронами?
3. Сколько электронов находится на уровне Ферми в собственном полупроводнике? Как влияет температура на положение этого уровня?
4. Объясните, какая из дырок обладает большей энергией: в центре валентной зоны или у ее потолка.
5. Выведите точное выражение для концентрации дырок p_n в полупроводнике n-типа через концентрацию доноров N_d и собственных носителей n_i .
6. Покажите, в чем состоит различие между дрейфовым и диффузионным токами в полупроводнике.
7. Расскажите кратко о процессах дрейфа, диффузии и рекомбинации носителей заряда в полупроводниках.
8. Сравните качественно времена жизни и диффузионные длины неравновесных носителей заряда в собственном и компенсированном полупроводниках, имеющих одинаковые удельные сопротивления.
9. Объясните механизм электропроводности в собственном полупроводнике при комнатной температуре и в сильнолегированном полупроводнике; кратко укажите, как в каждом случае проводимость зависит от температуры.
10. Напишите основные уравнения, описывающие процессы в полупроводниках.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Епифанов Г.И. Физические основы микроэлектроники. М.: Советское радио, 1971. - 376 с.
2. Епифанов Г.И. Физика твердого тела. М.: Высшая школа, 1977. - 288 с.
3. Уэрт Ч., Томсон Р. Физика твердого тела. М.: Мир, 1966. - 356 с.
4. Росадо Л. Физическая электроника и микроэлектроника. М.: Высшая школа, 1991. - 351 с.
5. Смит Р. Полупроводники. М.: Мир, 1982. - 560 с.

6. Дулин В.Н. Электронные приборы. М.: Энергия, 1977. - 424 с.

Приложение

Таблица П1

НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Наименование	Символ	Числовое значение
Скорость света в вакууме	c	$2,998 \cdot 10^8$ м/с
Заряд электрона	q, e	$1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	m_0	$9,109 \cdot 10^{-31}$ кг
Постоянная Планка	h	$6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Больцмана	k	$1,381 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Число Авогадро	N_A, N_0	$6,023 \cdot 10^{23}$ 1/моль
Магнитная постоянная вакуума	μ_0	$1,257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м
Электрическая постоянная вакуума	ϵ_0	$8,849 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Энергия, соответствующая 1 эВ	1 эВ	$1,602 \cdot 10^{-19}$ Дж
Произведение кТ при 300 К		0,0258 эВ
Температурный потенциал	U_T	25,8 мВ

Таблица П2

ПАРАМЕТРЫ КРЕМНИЯ

Параметр	Числовое значение
Атомная (молекулярная) масса, а.е.м.	28,1
Атомный номер	14
Кристаллическая структура	Типа алмаз
Плотность, г/см ³	2.33
Относительная диэлектрическая проницаемость	12
Атомная (молекулярная) плотность, см ⁻³	$5,0 \cdot 10^{22}$

Ширина запрещенной зоны, эВ, при температуре абсолютного нуля	1,21
Тип запрещенной зоны	Непрямая
Ширина запрещенной зоны, эВ, при $T = 300$ К	1,12
Ширина запрещенной зоны, эВ, при $T = 77$ К	1,17
Эффективная масса электронов	$0,33m_0$
Эффективная масса дырок	$0,56m_0$
Постоянная кристаллической решетки, нм	0,543
Температура плавления, °С	1420

Таблица ПЗ

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

№ вар	Тип	$N_{пр}, \text{см}^{-3}$	$T, \text{К}$	$E_{эл}, \text{В/см}$	$\tau, \text{мкс}$		
1	n	10^{13}	150	8	10		
2	p	10^{14}	180	9	20		
3	n	10^{15}	210	10	30		
4	p	10^{16}	240	11	40		
5	n	10^{17}	300	12	50		
6	p	10^{13}	240	13	60		
7	n	10^{14}	210	14	70		
8	p	10^{15}	180	15	80		
9	n	10^{16}	150	16	90		
10	p	10^{17}	180	8	100		
11	n	10^{16}	210	9	110		
12	p	10^{15}	240	10	120		
13	n	10^{16}	270	11	130		
14	p	10^{17}	300	12	140		
15	n	10^{16}	330	13	150		
16	p	10^{15}	350	14	160		
17	n	10^{16}	380	15	170		
18	p	10^{17}	350	16	180		
19	n	10^{14}	320	8	190		
20	p	10^{15}	290	9	200		
21	n	10^{16}	260	10	210		
22	p	10^{17}	230	11	220		
23	n	10^{16}	200	12	230		
24	p	10^{15}	170	13	240		
25	n	10^{14}	190	14	250		
26	p	10^{15}	210	15	260		
27	n	10^{16}	230	16	270		
28	p	10^{17}	250	8	280		

29	n	10^{16}	270	9	290		
30	p	10^{15}	310	10	300		

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____ О.Г. Локтионова
« 15 » _____ 2017 г.



**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ
ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНЫХ ПЕРЕХОДОВ**
Методические указания по выполнению практического занятия
для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.03

Курск 2017

УДК 681.5

Составитель А.А. Гримов

Рецензент

Доктор технических наук, профессор А.Ф. Рыбочкин

Определение основных физических параметров электронно-дырочных переходов: методические указания по выполнению практического занятия по дисциплине «Физические основы микро и нано электроники» / Юго-Зап. гос. ун-т.; сост.: А. А. Гримов. Курск, 2017. 21 с.: прилож. 1. Библиогр.: с. 20.

Содержатся методические рекомендации по теоретическому изучению физических процессов, происходящих в электронно-дырочных переходах.

Указывается порядок выполнения лабораторной работы.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать _____ . Формат 60×84 1/16.
Усл. печ. л. ____ . Уч.-изд. л. ____ . Тираж 100 экз. Заказ _____ . Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Ознакомиться с основными физическими явлениями в электронно-дырочных полупроводниковых переходах.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

2.1. Электрические переходы

Определение. Электрическим переходом называют переходный слой в полупроводнике между двумя областями с различными типами электропроводности или разными величинами удельной электрической проводимости.

Виды переходов. Переход между двумя областями полупроводника, одна из которых имеет электропроводность n -типа, а другая - электропроводность p -типа, называют *электронно-дырочным переходом* или p - n переходом.

Если же переходы образованы полупроводниковыми областями с электропроводностью одного типа, но отличающимися величиной удельной электрической проводимости, то такие переходы называют *электронно-электронными* (n^+ - n переход) или *дырочно-дырочными* (p^+ - p переход).

Одна из областей, образующих переход, может быть металлом. Такой переход называют переходом *металл — полупроводник*.

Если переход образован двумя разнородными полупроводниками (с различной шириной запрещенной зоны), например германием и арсенидом галлия, то его называют *гетеропереходом*.

Электрический переход нельзя создать путем механического контакта двух кристаллов полупроводника, так как поверхности таких кристаллов загрязнены атомами других веществ, окислами полупроводника и т. п. Для изготовления переходов используются различные технологические методы, например легирование части кристалла n -полупроводника акцепторными примесями путем их диффузии из газообразной или жидкой среды, содержащей атомы нужной примеси (диффузионный переход). Используют также метод сплавления в полупроводник металла или сплава, содержащего акцепторные или донорные примеси (сплавной переход), и др.

2.2. Симметричный электронно-дырочный переход

Физические процессы. Предположим, что электронно-дырочный переход создан в кристалле полупроводника, одна часть которого легирована акцепторными примесями (p -область), а другая — донорными примесями (n -область), причем концентрации примесей в обеих областях одинаковы: $N_a = N_d$. Будем считать также, что при комнатной температуре ($T = 300$ К) практически все примесные атомы ионизированы и в результате генерации пар зарядов в обеих областях имеется некоторое количество неосновных носителей заряда. Таким образом, p -область характеризуется равновесными концентрациями: основных носителей p_{p0} и неосновных носителей

n_{po} . Соответственно в n -области существуют основные носители с равновесной концентрацией n_{no} и неосновные носители с равновесной концентрацией p_{no} . Причем для p -полупроводника $n_{po} \ll p_{po}$, а для n -полупроводника $p_{no} \ll n_{no}$. Так как $N_a = N_d$, то концентрации основных и неосновных носителей зарядов в обеих областях одинаковы: $p_{po} = n_{no}$ и $n_{po} = p_{no}$ для каждой области справедливо условие электронейтральности. Такой переход называют *симметричным p - n переходом*. В реальном переходе провести четкую границу между областями p - и n -полупроводников невозможно. Для первого рассмотрения мы будем считать, однако, переход идеально резким, отделив две области полупроводников плоскостью, которую называют *металлургической границей* и которую мы примем за начало отсчета координаты x . Концентрации одноименных носителей зарядов по обе стороны этой границы различны: $p_{po} \gg p_{no}$ и $n_{no} \gg p_{po}$, и, следовательно, градиенты концентрации дырок и электронов отличны от нуля:

$$\frac{dp}{dx} \neq 0; \quad \frac{dn}{dx} \neq 0. \quad (2.1)$$

В результате разности концентраций возникает диффузионное движение частиц: дырки движутся из p -области в n -область, а электроны диффундируют в обратном направлении. Следует особо подчеркнуть, что это движение не связано с взаимным отталкиванием одноименно заряженных частиц или же взаимным притяжением электронов и дырок. Причиной диффузионного движения частиц является только различие их концентраций по обе стороны от границы.

В диффузионном движении участвуют те подвижные частицы, которые находятся по обе стороны от границы на расстоянии превышающем среднюю диффузионную длину. Переходя границу дырки попадают в n -область, где они постепенно комбинируют с электронами, концентрация которых в этой области велика. Аналогично в p -области протекают процессы рекомбинации дырок с перешедшими туда электронами. В приграничных слоях протяженностью l нарушается условие электронейтральности. В p -области остаются нескомпенсированными отрицательные заряды неподвижных акцепторных ионов, а в n -области остается нескомпенсированный положительный заряд неподвижных ионов доноров. Этот двойной слой электрических зарядов создает вблизи границы электрическое поле, напряженность которого $|E_K|$ растет по мере развития диффузионного движения основных носителей зарядов и, следовательно, роста объемных зарядов, образуемых неподвижными ионами примесей. Вектор E_K напряженности поля направлен так, что он препятствует диффузионному движению основных носителей, т. е. развитию того процесса, в результате которого и возникло само поле. С ростом поля E_K интенсивность движения основных носителей зарядов через границу снижается: все большее число дырок и электронов отражается этим полем

от границы и возвращается обратно.

Вместе с тем под действием поля E_K возникает дрейфовое движение через границу неосновных носителей зарядов: дырок из n -области в p -область и электронов в обратном направлении.

Таким образом, через границу перехода наблюдаются встречные потоки одноименно заряженных частиц и, следовательно, текущие навстречу друг другу токи. В результате диффузии основные носители зарядов - дырки и электроны - перемещаются в противоположных направлениях, но поскольку они переносят электрические заряды противоположных знаков, то образуют дырочную и электронную составляющие единого диффузионного тока, текущего по направлению движения дырок:

$$j_D = j_{Dp} + j_{Dn}. \quad (2.2)$$

Аналогично для плотности дрейфового тока, образованного встречным движением неосновных носителей зарядов, запишем:

$$j_D = j_{Dp} + j_{Dn}. \quad (2.3)$$

Равновесие на переходе установится при условии, что поле достигнет такого значения, при котором диффузионный ток оказывается полностью скомпенсированным встречным дрейфовым током и полный ток через переход равен нулю:

$$j_D = j_D + j_D = 0. \quad (2.4)$$

Используя выражение для тока, это равенство можно записать в общем виде, справедливом для любого сечения полупроводникового кристалла:

$$j = j_D + j_D = e \left(D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx} \right) + eE(n\mu_n + p\mu_p) = 0, \quad (2.5)$$

или отдельно для дырочной и электронной составляющих

$$\begin{aligned} j_n = j_{Dn} + j_{Dn} &= e \left(D_n \frac{dn}{dx} + E_K n \mu_n \right) = 0; \\ j_p = j_{Dp} + j_{Dp} &= e \left(-D_p \frac{dp}{dx} + E_K p \mu_p \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Поскольку суммарный ток равен нулю, система должна характеризоваться единым уровнем Ферми.

В отличие от системы, содержащей электрически нейтральные частицы, в нашем случае концентрации частиц в условиях равновесия не выравниваются по обе стороны от границы. При равновесии градиенты концентрации одноименно заряженных частиц отличны от нуля $\left(\frac{dn}{dx} \neq 0 \text{ и } \frac{dp}{dx} \neq 0 \right)$, но диффузионному движению частиц препятствует образовавшийся вблизи границы потенциальный барьер, величина которого равна контактной разности потенциалов:

$$\Phi_K = \Phi_{Op} - \Phi_{On}. \quad (2.7)$$

Запирающий слой. В запирающем слое электронейтральность полупроводников в результате ухода подвижных носителей заряда нарушена. Образовались нескомпенсированные объемные (отрицательный и положительный) заряды неподвижных ионизированных атомов акцепторных

и донорных примесей.

Запирающий слой обеднен подвижными носителями зарядов, поэтому сопротивление этого слоя значительно выше сопротивления объемов полупроводника, лежащих за пределами слоя $l = l_p + l_n$. В действительности в слое l находится некоторое количество подвижных носителей заряда, так как электроны и дырки, обладая тепловой энергией, проникают в запирающий слой и отражаются полем E_K . Кроме того, в запирающем слое могут протекать процессы генерации подвижных носителей заряда и их рекомбинации. В данном случае будем считать, что объемные заряды в запирающем слое обусловил только ионизированными атомами примесей. Используя это идеализированное представление p - n перехода, определим основные физические величины.

Высота потенциального барьера на переходе равна контактной разности потенциалов $\varphi_K = \varphi_{Op} - \varphi_{On}$. Величины работы выхода из полупроводников отсчитываются от соответствующих уровней Ферми, и, следовательно, $e\varphi_K = E_{Фp} - E_{Фn}$. Используя выражения для уровней Ферми в p - и n -полупроводниках, запишем:

$$e\varphi_K = \Delta E_a - kT \ln \frac{N_v N_c}{N_a N_d}. \quad (2.8)$$

Подставив сюда выражения для $N_c N_v$

$$N_v N_c = n_i^2 e^{\Delta E_g / kT}, \quad (2.9)$$

запишем:

$$e\varphi_K = kT \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}. \quad (2.10)$$

Полагая $N_a = p_{po}$ и $N_d = n_{no}$, получаем:

$$e\varphi_K = kT \ln \frac{n_{no} p_{po}}{n_i^2}, \quad (2.11)$$

или, учитывая, что $n_i^2 = n_{no} p_{no} = p_{po} n_{po}$, запишем:

$$e\varphi_K = kT \ln \frac{p_{po}}{p_{no}} = kT \ln \frac{n_{no}}{n_{po}}. \quad (2.12)$$

Соотношение между концентрациями по обе стороны перехода легко получить из (2.12)

$$p_{po} = p_{no} \exp\left(\frac{e\varphi_K}{kT}\right) \quad (2.13)$$

и

$$n_{no} = n_{po} \exp\left(\frac{e\varphi_K}{kT}\right). \quad (2.14)$$

Электрическое поле E_K . Для определения этой величины воспользуемся уравнением Пуассона

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon \varepsilon_0}, \quad (2.15)$$

где $\rho(x)$ – концентрация неподвижных зарядов.

Полагая, что объемные заряды в переходе созданы ионизированными атомами примесей, запишем уравнение (2.15) для запирающего слоя в p - и n -областях:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{eN_a}{\varepsilon \varepsilon_0}; \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{eN_D}{\varepsilon \varepsilon_0}. \quad (2.17)$$

Интегрируя эти уравнения в пределах соответственно $-l_p \leq x < 0$ и $0 < x \leq l_n$, получаем:

$$E_K(x) = -\frac{eN_a}{\varepsilon \varepsilon_0}(x + l_p); \quad (2.18)$$

$$E_K(x) = \frac{eN_D}{\varepsilon \varepsilon_0}(x - l_n). \quad (2.19)$$

Напряженность $|E_{K \text{ макс}}|$ легко определить, полагая в любом из этих уравнений $x = 0$:

$$|E_{K \text{ макс}}| = \frac{eN_a l_p}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{eN_D l_n}{\varepsilon \varepsilon_0}. \quad (2.20)$$

Ширина запирающего слоя. Интегрируя дважды уравнения (2.18) и (2.19) в прежних пределах и суммируя результаты, получаем выражение для высоты потенциального барьера:

$$\varphi_K = \frac{1}{2} E_{K \text{ макс}} (l_p + l_n). \quad (2.21)$$

Полагая $l_p + l_n = l$ и учитывая (2.20), запишем выражение для ширины запирающего слоя:

$$l = \sqrt{\frac{2\varepsilon \varepsilon_0 \varphi_K}{e} \frac{N_a + N_D}{N_a N_D}}. \quad (2.22)$$

2.3. Электронно-дырочный переход при подключении внешнего напряжения

Прямое включение внешнего источника напряжения. Предположим, что к электронно-дырочному переходу подключена батарея напряжением U , полярность которой противоположна контактной разности потенциалов φ_K . Такое включение называется *прямым*.

Будем считать, что сопротивление запирающего слоя много больше сопротивления объемов p - и n -областей и поэтому практически все внешнее

напряжение оказывается приложенным непосредственно к переходу. Под воздействием внешнего напряжения потенциальный барьер на переходе уменьшается до величины $\phi_K - U$, равновесие нарушается ($j_D > j_{D0}$) и через переход течет ток вследствие диффузионного движения дырок из p -области в n -область и электронов в обратном направлении.

Иначе говоря, при подключении к переходу прямого напряжения развивается диффузионное движение частиц через запирающий слой в ту область, где они являются неосновными носителями (дырок – в n -область и электронов – в p -область). Этот процесс называют *инжекцией неосновных носителей заряда*.

С уменьшением потенциального барьера уменьшится также напряженность E_K электрического поля в запирающем слое, а также и ширина запирающего слоя. В соотношении (2.22) теперь следует подставить новое значение высоты потенциального барьера:

$$l' = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0(\phi_K - U) N_a + N_D}{e N_a N_D}}. \quad (2.23)$$

Вследствие инжекции у границ запирающего слоя образуются неравновесные концентрации неосновных носителей: дырок в n -области ($p_n > p_{n0}$) и электронов в p -области ($n_p > n_{p0}$). Градиент концентрации дырок для случая $\omega_n < L_p$ равен:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{p_n - p_{n0}}{\omega_n} = \frac{\Delta p_n}{\omega_n}, \quad (2.24)$$

а в p -области - градиент концентрации электронов

$$\frac{dn}{dx} = \frac{n_p - n_{p0}}{\omega_p} = \frac{\Delta n_p}{\omega_p}. \quad (2.25)$$

Здесь ω_n и ω_p — протяженности n - и p -областей, отсчитываемые от границы запирающего слоя до омических контактов.

В результате дырки диффундируют от границы перехода в глубь n -области, постепенно рекомбинируя с электронами, а электроны диффундируют в p -области, постепенно рекомбинируя с дырками. У внешних границ полупроводниковых областей концентрации неосновных носителей соответствуют равновесным значениям n_{p0} .

Плотности диффузионных потоков неосновных носителей, инжектированных в p - и n -областях полупроводника через переход зависят от градиентов концентраций, которые в нашем случае определяются соотношениями (2.24) и (2.25).

Соотношение между равновесной и неравновесной концентрациями на границах перехода. Для определения концентраций p_n и n_p можно воспользоваться выражениями (2.13) и (2.14), подставив туда вместо значения ϕ_K высоту уменьшенного потенциального барьера $\phi_K - U$:

$$p_{p0} = p_n \exp\left(\frac{e\phi_K}{kT}\right) \exp\left(-\frac{eU}{kT}\right); \quad (2.26)$$

$$n_{no} = n_p \exp\left(\frac{e\phi_K}{kT}\right) \exp\left(-\frac{eU}{kT}\right). \quad (2.27)$$

Подставляя сюда значения p_{po} и n_{no} из (2.13) и (2.14), получаем:

$$p_n = p_{no} \exp\left(\frac{eU}{kT}\right); \quad (2.28)$$

$$n_{pn} = n_{p0} \exp\left(\frac{eU}{kT}\right). \quad (2.29)$$

Отсюда следует, что на границах перехода концентрации инжектированных неосновных носителей увеличиваются в зависимости от внешнего напряжения U по экспоненциальному закону.

Уровень инжекции. Для определения относительного изменения концентрации инжектированных неосновных носителей на границах перехода используют специальную величину, называемую *уровнем инжекции*:

$$\delta = \frac{\Delta p_n}{n_{n0}} = \frac{\Delta n_p}{p_{p0}}. \quad (2.30)$$

Как следует из этого выражения, уровень инжекции равен отношению приращения концентрации неосновных носителей, полученного в результате инжекции, к равновесной концентрации основных носителей заряда. Сравнение величин Δp_n и Δn_p с концентрациями именно основных носителей заряда объясняется следующим образом. Инжектированные неосновные носители создают у границ перехода объемные заряды, для компенсации которых из областей полупроводника к границам перехода притекают основные носители зарядов. В результате у границ перехода создаются избыточные концентрации не только неосновных, но и основных носителей зарядов: $\Delta n_n \approx \Delta p_n$ n -области и $\Delta p_p \approx \Delta n_p$ p -области.

Если $\Delta n_n \ll n_n$ и $\Delta p_p \ll p_p$, то перераспределение основных носителей зарядов по объемам областей практически не нарушает их электронейтральности (поле, возникающее при этом внутри области, мало). Области в этом случае называют *квазинейтральными*, а уровень инжекции считают *низким* ($\delta \ll 1$).

Если же приращения концентраций инжектированных носителей сравнимы с концентрациями основных носителей $\Delta p_n \approx \Delta n_n \approx n_n$ и $\Delta n_p \approx \Delta p_p \approx p_p$, то уровень инжекции считают *средним* ($\delta \approx 1$), а при условии $\delta > 1$ уровень инжекции считается *высоким*. В этих двух случаях перераспределение основных носителей по объемам полупроводника приводит к образованию значительного внутреннего поля, так как в связи с уходом из глубины областей основных носителей там остаются нескомпенсированными заряды неподвижных ионов примесей. Электронейтральность областей нарушается. Эти случаи обсудим далее применительно к реальным приборам, а сейчас при рассмотрении физических процессов в p - n переходе будем полагать

уровень инжекции низким ($\delta \ll 1$) и области полупроводников за границами перехода электрически нейтральными.

Закон изменения концентрации неосновных носителей в областях полупроводникового кристалла за границами перехода можно определить, воспользовавшись соотношениями (9-115) и (9-119). Если размеры p - и n -областей превышают диффузионные длины: $\omega_n > L_p$ и $\omega_p > L_n$, то концентрации неосновных носителей изменяются по экспоненциальному закону:

$$p(x) = p_{n0} + \Delta p \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right); \quad (2.31)$$

$$n(-x) = n_{p0} + \Delta n \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right); \quad (2.32)$$

Если же $\omega_n \ll L_p$ и $\omega_p \ll L_n$, то концентрации изменяются по линейному закону:

$$p(x) = p_{n0} + \Delta p \left(1 - \frac{x}{\omega_n}\right); \quad (2.33)$$

$$n(-x) = n_{p0} + \Delta n \left(1 + \frac{x}{\omega_p}\right); \quad (2.34)$$

Таким образом, в любом случае концентрация неосновных носителей у внешних границ полупроводникового кристалла равны равновесным. Для первого случая при $x \rightarrow \pm\infty$ $p(x) = p_{n0}$ и $n(-x) = n_{p0}$; этот же результат получается и для второго случая при условии, что $x = \omega_n$ и $-x = \omega_p$.

Обратное включение внешнего источника напряжения. Если подключить к переходу внешнюю батарею в обратной полярности, то потенциальный барьер возрастет до величины $\phi_k + |U|$, равновесие на переходе нарушится, но в отличие от случая прямого смещения плотность диффузионных потоков основных носителей через плоскость раздела уменьшится ($j_D < j_{D0}$) и через переход потечет ток, обязанный перемещению неосновных носителей зарядов: дырок из n -области в p -область и электронов – в обратном направлении.

Ширина запирающего слоя в этом случае увеличится:

$$l'' = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0(\phi_k + |U|) N_a + N_D}{e N_a N_D}}, \quad (2.35)$$

возрастет и напряженность $|E_K|$ электрического поля в переходе.

Вследствие ухода под воздействием возросшего поля E_K неосновных носителей заряда из объемов полупроводника, прилегающих к границам перехода, концентрации неосновных носителей у этих границ снизятся до значений, близких к нулю. Таким образом, вблизи границ перехода появляются градиенты концентраций неосновных носителей и возникает их диффузионное движение из толщи полупроводниковых областей к границам перехода.

Это явление называют *экстракцией неосновных носителей* заряда.

С увеличением обратного напряжения запирающий слой в соответствии с (10-37) расширяется, поле E_K растет, но ток через переход практически не меняется. Это объясняется тем, что градиенты концентрации неосновных носителей у границ перехода не изменяются с увеличением напряжения U , так как величины p_{n0} , L_p и L_n не зависят от этого напряжения. По этой причине ток, текущий через переход при обратном включении батареи, называют *обратным током насыщения* I_0 . Величина тока I_0 может возрасти лишь за счет увеличения концентраций p_{p0} и p_{n0} , т. е. при увеличении температуры. Обратный ток называют также *тепловым током*.

Вольт-амперная характеристика идеализированного p - n перехода. Для определения зависимости тока I , текущего через переход, от величины внешнего напряжения U (вольт-амперной характеристики перехода) воспользуемся уравнениями непрерывности, справедливыми для любого сечения полупроводникового кристалла, содержащего переход. Ограничимся решением уравнения непрерывности применительно к дыркам — неосновным носителям в n -области. Полученные в конечном итоге результаты могут быть легко распространены и на p -область.

В условиях низкого уровня инжекции электрическое поле в n -области очень мало. Поэтому члены уравнения непрерывности, содержащие E , положим равными нулю. Пренебрежем также генерацией носителей зарядов (G_p). Данное уравнение сводится, таким образом, к следующему уравнению:

$$D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{\tau_p} = 0, \quad (2.36)$$

или, учитывая, что $L_p^2 = D_p \tau_p$, запишем (10-38) в иной форме:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\Delta p_n}{L_p^2} = 0. \quad (2.37)$$

Оговорим условия решения этого уравнения. Будем считать ширину запирающего слоя весьма малой ($l \rightarrow 0$) так, что границе запирающего слоя с n -областью соответствует координата $x = 0$. Пренебрежем возможной генерацией и рекомбинацией носителей в переходе. Положим пределы изменения напряжения U такими, что всегда инжекция будет характеризоваться низким уровнем ($\delta \ll 1$) и, следовательно, n -область электрически нейтральна. По-прежнему будем полагать, что сопротивление запирающего слоя много больше объемных сопротивлений p - и n -областей и, следовательно, внешнее напряжение U почти полностью падает на переходе.

Граничными условиями для решения уравнения (2.37) служат значения концентраций дырок на границе n -области с переходом ($x = 0$) и на внешней границе n -области ($x = \omega_n$). Первое граничное условие запишем на основании (2.28):

$$\Delta p_n|_{x=0} = p_{n0} \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right). \quad (2.38)$$

Второе граничное условие согласно (2.33)

$$\Delta p_n|_{x=\omega_n} = 0. \quad (2.39)$$

Уравнение (2.37) имеет решение в общем виде:

$$\Delta p(x) = C_1 \exp(x/L_p) + C_2 \exp(-x/L_p). \quad (2.40)$$

Используя граничные условия (2.38) и (2.39), можно определить коэффициенты C_1 и C_2 :

$$C_1 = \frac{\Delta p_n|_{x=0}}{2\operatorname{sh}\left(\frac{\omega_n}{L_p}\right)} \exp\left(-\frac{\omega_n}{L_p}\right). \quad (2.41)$$

$$C_2 = \frac{\Delta p_n|_{x=0}}{2\operatorname{sh}\left(\frac{\omega_n}{L_p}\right)} \exp\left(\frac{\omega_n}{L_p}\right). \quad (2.42)$$

Подставляя эти величины в (2.40), получаем:

$$\Delta p(x) = p_{n0} \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right) \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{\omega_n - x}{L_p}\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{\omega_n}{L_p}\right)}. \quad (2.43)$$

Плотность диффузионного тока дырок, как известно, определяется соотношением:

$$j_D = -eD_p \frac{dp}{dx}. \quad (2.44)$$

Дифференцируя (2.43), определяем градиент концентрации дырок для нашего случая:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{p_{n0}}{L_p} \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right) \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{\omega_n - x}{L_p}\right)}{\operatorname{sh}\left(\frac{\omega_n}{L_p}\right)}. \quad (2.45)$$

Для координаты $x = 0$ это выражение упрощается:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{p_{n0}}{L_p} \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right) \operatorname{cth}\left(\frac{\omega_n}{L_p}\right). \quad (2.46)$$

Подставляя это соотношение в (2.44), получаем выражение для плотности диффузионного тока дырок:

$$j_{Dp} = \frac{eD_p p_{n0}}{L_p} \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right) \operatorname{cth}\left(\frac{\omega_n}{L_p}\right). \quad (2.47)$$

Аналогичное выражение можно получить для плотности диффузионного

тока электронов в p -области:

$$j_{Dn} = \frac{eD_n n_{p0}}{L_n} \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right) \operatorname{cth}\left(\frac{\omega_p}{L_n}\right). \quad (2.48)$$

Умножив (2.47) и (2.48) на величину s - площади поперечного сечения кристалла, можно получить выражения для соответствующих составляющих тока. Дырки n -области и электроны в p -области движутся в противоположных направлениях, но так как они переносят разноименные заряды то общий ток равен сумме электронной и дырочной составляющих:

$$I = \left[\frac{seD_p p_{n0}}{L_p} \operatorname{cth}\left(\frac{\omega_n}{L_p}\right) + \frac{seD_n n_{p0}}{L_n} \operatorname{cth}\left(\frac{\omega_p}{L_n}\right) \right] \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right). \quad (2.49)$$

При достаточно больших отрицательных значениях U член $e^{U/kT} \rightarrow 0$ и, следовательно, через переход течет ток, не зависящий от приложенного напряжения. Иначе говоря, выражение в квадратных скобках определяет значение обратного тока насыщения:

$$I_0 = \frac{seD_p p_{n0}}{L_p} \operatorname{cth}\left(\frac{\omega_n}{L_p}\right) + \frac{seD_n n_{p0}}{L_n} \operatorname{cth}\left(\frac{\omega_p}{L_n}\right). \quad (2.50)$$

Выражение (2.49), которое можно представить в виде

$$I = I_0 \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right), \quad (2.51)$$

описывает *вольт-амперную характеристику* идеализированного p - n -перехода. Как следует из (2.51), при достаточно больших положительных напряжениях U (прямое включение) ток через переход растет в зависимости от напряжения по экспоненциальному закону.

(Обратный ток насыщения зависит от соотношения ω/L . Если $\omega_n \gg L_p$ и $\omega_p \gg L_n$, то $\operatorname{cth}(\omega/L) \approx 1$, следовательно,

$$I_0 = es \left(\frac{D_p p_{n0}}{L_p} + \frac{D_n n_{p0}}{L_n} \right). \quad (2.52)$$

Если же $\omega_n \ll L_p$ и $\omega_p \ll L_n$, то $\operatorname{cth}(\omega/L) \approx L/\omega$. Таким образом,

$$I_0 = es \left(\frac{D_p p_{n0}}{\omega_n} + \frac{D_n n_{p0}}{\omega_p} \right). \quad (2.53)$$

2.4. Различные типы переходов

В предыдущих разделах был рассмотрен идеализированный симметричный p - n -переход, в котором металлургическая граница резко разделяет два полупроводника с электропроводностью различных знаков. Иначе говоря, область Δx , внутри которой наблюдается изменение примесей по их типу и концентрации, очень мала ($\Delta x \rightarrow 0$). В реальных переходах $\Delta x > 0$

и переход называют резким в том случае, если область объемного заряда (ширина запирающего слоя l) много больше области Δx .

Плавный переход. На практике нередко встречаются переходы, для которых область Δx сравнима по величине с областью объемного заряда шириной l . Такие переходы называют *плавными*. Плавные переходы обычно получаются при их изготовлении путем одно- или двусторонней диффузии примесей в кристалл полупроводника.

Для симметричного плавного перехода выражение (2.22) принимает вид:

$$l = \sqrt{\frac{9\varepsilon\varepsilon_0\phi_K}{e\left(\frac{dN_a}{dx} + \frac{dN_D}{dx}\right)}}. \quad (2.54)$$

Несимметричный p - n переход. Такой переход образуется полупроводниками с различными концентрациями примесей, а следовательно, с различными концентрациями основных и неосновных носителей зарядов. Если концентрация основных носителей отличаются более чем на порядок, то такой переход называют односторонним.

Вследствие того что $\left|\frac{dn}{dx}\right| < \left|\frac{dp}{dx}\right|$, диффузионное движение дырок p -области в n -область значительно интенсивней диффузионного потока электронов в обратном направлени. Поэтому прямой ток через переход в основном определяется током дырок из p -области в n -область, а обратный ток - потоком дырок из n -полупроводника в p -полупроводник ($p_n > n_p$).

Условие равновесия в отсутствие внешнего напряжения по-прежнему имеет вид (10-5), но поскольку $j_{Dp} > j_{Dn}$ и $j_{Dp} > j_{Dn}$, его можно записать в виде

$$J_{Dp} + j_{Dp} = 0. \quad (2.55)$$

Поскольку $N_a \gg N_D$, поле проникает в n -полупроводник на большую глубину: $l_n > l_p$. Для определения ширины запирающего слоя в резком несимметричном переходе можно воспользоваться выражением (2.22), положив $N_a + N_D \approx N_a$:

$$l \approx l_n \approx \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0\phi_K}{eN_D}}. \quad (2.56)$$

Для плавного несимметричного перехода выражение (2.54) принимает вид:

$$l \approx \sqrt[3]{\frac{9\varepsilon\varepsilon_0\phi_K}{e\frac{dN_D}{dx}}}. \quad (2.57)$$

Подключение внешнего напряжения, как и в случае симметричного перехода, нарушает равновесие. При прямом включении внешней батареи высота потенциального барьера уменьшается и течет прямой ток, который определяется в основном движением дырок из p -области в n -область.

При включении батареи в обратной полярности через несимметричный p - n переход течет обратный ток насыщения неосновных носителей, обязанный движению главным образом дырок из n -области в p -область.

Несимметричные p - n переходы наиболее широко используются в полупроводниковых приборах. Полупроводник с высокой концентрацией основных носителей называют *эмиттером*, а второй полупроводник — *базой*.

Переходы типа p - i ; n - i ; p^+ - p и n^+ - n . При контакте таких полупроводников в результате разности концентраций ($p_p > p_i$ и $n_i > n_p$) возникает диффузия дырок в собственный полупроводник и электронов - в p -полупроводник. Разность потенциалов на переходе образуется за счет ионов акцепторов в p -полупроводнике и, в отличие от обычного p - n перехода, дырок в собственном полупроводнике. Запирающий слой простирается большей частью в область собственного полупроводника, так как его удельное сопротивление выше.

Почти аналогичная картина получается при контакте высоколегированного p -полупроводника со слаболегированным (p^+ - p переход). В этом случае высота потенциального барьера будет несколько ниже, чем в p - i переходе, так как разность концентраций дырок меньше.

Переход металл - n -полупроводник. Предположим, что контакт осуществляется между металлом и n -полупроводником, работа выхода которого меньше работы выхода электронов из металла ($e\phi_{0n} < e\phi_0$). Поскольку $e\phi_{0n} < e\phi_0$, электроны при контакте из зоны проводимости n -полупроводника переходят в металл, заряжая его отрицательно. В приконтактной области n -полупроводника образуется слой, обедненный основными носителями и несущий нескомпенсированный положительный заряд ионов доноров. Образующееся приконтактное поле E_k препятствует дальнейшему движению электронов в металл, Это поле отталкивает свободные электроны (в зоне проводимости) и втягивает в приконтактную область дырки (в валентной зоне). При равновесии уровни Ферми металла и полупроводника выравниваются. Образовавшийся запирающий слой лежит в основном в толще полупроводника, так как его удельное сопротивление значительно выше.

При подключении внешней батареи в прямом направлении потенциальный барьер снижается, сопротивление запирающего слоя уменьшается и через переход течет ток, обязанный перемещению электронов в металл. При подключении обратного напряжения потенциальный барьер повышается, но под действием увеличившегося поля на переходе возможно движение дырок в металл. Этот ток мал, так как концентрация неосновных носителей в n -полупроводнике невелика. Таким образом, такой переход также обладает униполярными — выпрямляющими свойствами.

Переходы металл — полупроводник называют также *барьерами Шоттки*.

Переход металл — p -полупроводник. При контакте металла с p -полупроводником, работа выхода которого больше, чем у металла ($e\phi_{0p} < e\phi_0$)- В этом случае также возникает запирающий слой, лежащий в p -полупроводнике. Электроны, переходя из металла в p -полупроводник, заряжают его отрицательно. Образующееся контактное поле препятствует

дальнейшему переходу электронов и вытесняет из запирающего слоя дырки. Этот переход также обладает униполярными свойствами, так как при подключении прямого напряжения увеличивается поток электронов из металла, а при подключении обратного напряжения течет лишь ток, обусловленный движением неосновных носителей заряда - электронов из p -полупроводника в металл. Плотность этого тока невелика.

Образование инверсного слоя. Картина перехода несколько меняется, если разность работ выхода металла и полупроводника велика, когда $e\phi_0 \gg e\phi_{0n}$. Искривление границ энергетических зон n -полупроводника в результате значительной величины $e\phi_k$ настолько значительно, что в некоторой части I_u запирающего слоя образуется слой p -проводимости — *инверсный слой*. Об этом свидетельствует расположение уровня Ферми ниже середины запрещенной зоны, что характерно для p -полупроводников. Образование инверсного слоя объясняется недостатком свободных электронов в n -полупроводнике для достижения равновесного состояния. Равновесие достигается за счет перехода в металл части валентных электронов, что, естественно, сопровождается избытком в приконтактной области дырок. Таким образом, в рассмотренном случае в приконтактной области образуется плавный p - n переход.

Аналогичное явление наблюдается при контакте металла с p -полупроводником, если $e\phi_0 \ll e\phi_{0p}$.

Омический переход. В случае контакта металла с n -полупроводником при условии, что $e\phi_0 < e\phi_{0n}$, или же в случае контакта металла с p -полупроводником, когда $e\phi_0 > e\phi_{0p}$, вблизи границы образуется слой с повышенной концентрацией основных носителей. Такой переход, обладающий повышенной по сравнению с объемом полупроводника удельной проводимостью, называют омическим, так как он не обладает униполярными свойствами. При подключении прямого или обратного напряжения изменяется лишь степень обогащения основными носителями приконтактного слоя.

Подобные переходы используются при осуществлении электрических выводов от областей полупроводников, образующих p - n переход.

Гетеропереход — это переход, образованный двумя полупроводниками с запрещенными зонами различной ширины. Такие переходы получают с помощью специальных технологических операций (эпитаксиального выращивания из газовой фазы, вакуумного распыления одного полупроводника и осаждения его на другой полупроводник и др.).

2.5. Пробой электронно-дырочного перехода

При значительном увеличении обратного напряжения на p - n -переходе наблюдается резкий рост обратного тока. Это явление называют *пробоем электронно-дырочного перехода*. Пробой перехода возникает либо в результате воздействия сильного электрического поля в запирающем слое,

либо в результате разогрева перехода при протекании тока большой величины.

Лавинный пробой. Этот вид пробоя развивается в $p-n$ переходах, образованных слаболегированными полупроводниками, когда ширина запирающего слоя достаточно велика. Если к переходу приложено высокое обратное напряжение, то суммарное поле $E = E_k + E_{вн}$ в запирающем слое может оказаться настолько большим, что неосновные носители, ускоряемые полем перехода, приобретают энергию, достаточную для ионизации атомов полупроводника. Дырки и электроны на своем пути через широкий запирающий слой образуют новые пары подвижных носителей, которые в свою очередь ускоряются полем E , ионизируют новые атомы и т. д. В результате ударной ионизации в запирающем слое развивается лавина подвижных носителей заряда и обратный ток резко увеличивается.

Для характеристики этого процесса используется *коэффициент лавинного умножения* числа подвижных носителей заряда (электронов и дырок), измеряемый отношением числа носителей, покидающих переход, к числу N_1 частиц, поступающих в запирающий слой:

$$M = \frac{N_1 + N_2 + N_2'}{N_1}. \quad (2.58)$$

Здесь N_2 — число частиц, получившихся в результате ударной ионизации электронами, а N_2' — число частиц за счет ионизации дырками.

Коэффициент M лавинного умножения носителей, естественно, зависит от приложенного обратного напряжения, удельного сопротивления контактирующих полупроводников (степени их легирования) и других факторов. Обратное напряжение, при котором коэффициент M стремится к бесконечности, называют *напряжением лавинного пробоя* $U_{\text{проб.лав.}}$. Коэффициент M связан с этой величиной соотношением

$$M = \frac{1}{1 - \left(\frac{U}{U_{\text{проб.лав.}}} \right)^b}, \quad (2.59)$$

где $b = 3$ для p — Si и n — Ge и $b = 5$ для p — Ge и n — Si.

При этом обратный ток диода

$$I_{\text{обр}} = I_{\text{нас}} \left[1 - \left(\frac{|U|}{U_{\text{проб}}} \right)^b \right]^{-1}.$$

Как видно, ток $I_{\text{обр}}$ обращается в бесконечность при $U = U_{\text{проб}}$. Однако практически обратный ток ограничивается сопротивлением внешних цепей.

В диоде с резким переходом напряжение пробоя $U_{\text{проб}}$ связано с максимальной напряженностью поля

$$E_{\text{max}} = - \left(\frac{2qN_a N_d}{\epsilon_0 \epsilon (N_a + N_d)} U_{\text{проб}} \right)^{1/2}.$$

Отсюда

$$U_{\text{прб}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon |E_{\text{max}}|^2 (N_a + N_d)}{2qN_a N_d}.$$

Напряжение пробоя можно определить, пользуясь эмпирической зависимостью

$$U_{\text{проб.лав.}} = A \rho_6^m. \quad (2.60)$$

Здесь ρ_6 — удельное сопротивление базы, Ом/см; $m \approx 0,6$ для Ge и $m \approx 0,7$ для Si; $A = 83$ для n — Ge; 52 для p — Ge; 86 для n — Si и 23 для p — Si.

Туннельный пробой характерен для переходов, образованных полупроводниками с меньшим удельным сопротивлением, а также с неширокой запрещенной зоной. В сильных электрических полях границы энергетических зон смещаются и вблизи границы может образоваться достаточно тонкий потенциальный барьер, вероятность туннельного прохождения частиц через который определяется выражением

$$P \approx \exp\left(-\frac{4\pi}{ehE} \sqrt{2m^* (\Delta E_z)^3}\right). \quad (2.61)$$

Ток, обусловленный туннельным прохождением частиц, называют *туннельным током* $I_{\text{тун}}$.

Напряженность поля $E_{\text{проб.тун}}$ зависит как от приложенного напряжения U , так и от удельного сопротивления полупроводников. Значения $U_{\text{проб.тун}}$ можно определить по эмпирическим формулам

$$U_{\text{проб.тун.}} \approx 19 \cdot 10^3 \rho_n + 94 \cdot 10^2 \rho_p \quad (2.62)$$

для германия и

$$U_{\text{проб.тун.}} \approx 20 \cdot 10^3 \rho_n + 73 \cdot 10^2 \rho_p \quad (2.63)$$

для кремния, где ρ - удельное сопротивление, Ом·м.

В случае высокоомных полупроводников $U_{\text{проб.тун.}} > U_{\text{проб.лав.}}$; для более низкоомных полупроводников туннельный пробой развивается при меньших напряжениях: $U_{\text{проб.тун.}} < U_{\text{проб.лав.}}$.

Тепловой пробой. Этот вид пробоя возникает в результате разогрева p - n -перехода обратным током большой величины. Если количество джоулева тепла, выделяемого в переходе, больше тепла, отводимого от перехода, то температура перехода повышается. Число неосновных носителей заряда и обратный ток возрастают, переход разогревается еще больше и т.д. Напряжение $U_{\text{проб.теп.}}$ теплового пробоя зависит от величины обратного тока, удельного сопротивления полупроводника, условий теплоотвода, температуры окружающей среды и других факторов. Зависимость $I_0=f(U)$ при тепловом пробое имеет характерный участок отрицательного дифференциального сопротивления.

2.6. Емкости электронно-дырочного перехода

Наличие различных по знаку электрических зарядов по обе стороны от

металлургической границы можно представить некоторой эквивалентной электрической емкостью, включенной параллельно переходу, которую называют *емкостью перехода*.

Величины объемных зарядов в переходе и у его границ изменяются в зависимости от приложенного к переходу напряжения, так как изменяется ширина запирающего слоя l , а также концентрации основных и неосновных носителей зарядов вблизи границ перехода. Поэтому в общем случае $C_{\text{пер}}=f(U)$. В связи с этим принято рассматривать емкость перехода как состоящую из двух величин.

Одну из этих величин, характеризующую перераспределение зарядов в запирающем слое, называют *барьерной емкостью*. Вторая составляющая – *диффузионная емкость* – отображает перераспределение зарядов у границ перехода в результате инжекции и экстракции носителей.

Барьерная емкость. Рассмотрим эту емкость на примере резкого несимметричного p - n -перехода, в котором $N_a \gg N_d$. Запирающий слой в этом случае простирается в основном в толще n -полупроводника. Его ширина определяется из выражения

$$l \approx l_n \approx \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0\phi_K}{eN_d}}.$$

При подключении обратного напряжения запирающий слой расширяется:

$$l'' \approx l_n'' \approx \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0(\phi_K + |U|)}{eN_d}} \approx l \sqrt{\frac{\phi_K + |U|}{\phi_K}}. \quad (2.64)$$

Если представить барьерную емкость в виде некоторого плоского конденсатора с зарядами на его пластинах $Q_p=Q_n$, то можно определить, например,

$$Q_n = eN_dsl, \quad (2.65)$$

Где s – площадь перехода. Заряд Q_n не пропорционален напряжению, поэтому $C_{\text{бар}}=dQ/dU$. Подставим (2.64) в выражение (2.65) и продифференцировав его по напряжению, получим для дифференциальной барьерной емкости:

$$C_{\text{бар}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0s}{l} \sqrt{\frac{\phi_K}{\phi_K + |U|}}. \quad (2.66)$$

С увеличением обратного напряжения барьерная емкость резкого несимметричного перехода изменяется примерно обратно пропорционально корню квадратному из напряжения.

При подключении к переходу прямого напряжения запирающий слой сужается и барьерная емкость увеличивается. Однако в этом случае приращение зарядов в результате инжекции неосновных носителей оказывает значительное более существенное влияние на изменение емкости $C_{\text{пер}}$, нежели уменьшение ширины перехода l . Иначе говоря, при включении прямого напряжения емкость перехода определяется в основном

диффузионной емкостью C_D .

Диффузионная емкость. Эта емкость обусловлена изменением зарядов у границ перехода при изменении напряжения U . При подключении обратного напряжения емкость C_D невелика, так как изменение концентрации неосновных носителей от равновесного значения до значения, близкого к нулю, наблюдается лишь при изменении U от нуля до небольшой отрицательной величины. При дальнейшем увеличении обратного напряжения закон распределения неосновных носителей остается практически неизменным.

Значение дифференциальной диффузионной емкости определяется из выражения:

$$C_D = \frac{e\tau_p I}{kT} \left(1 - \operatorname{sech} \frac{\omega_n}{L_p} \right), \quad (2.67)$$

где I – ток через переход при подключении прямого напряжения.

В случае $\omega_n > L_p$ функция $\operatorname{sech}(\omega_n/L_p) \approx 0$ и соотношение (2.67) принимает вид:

$$C_D \approx \frac{e}{kT} I \tau_p. \quad (2.68)$$

Если же $\omega_n < L_p$, то $\operatorname{sech} \left(\frac{\omega_n}{L_p} \right) \approx 1 - \frac{\omega_n^2}{2L_p^2}$ и диффузионная емкость с учетом

того, что $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$, равна:

$$C_D \approx \frac{eI \omega_n^2}{kT 2D}. \quad (2.69)$$

Таким образом, величина диффузионной емкости прямо пропорциональна прямому току через переход. При достаточно больших токах емкость C_D может быть на несколько порядков больше емкости $C_{бар}$.

3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Виды электронно-дырочных переходов.
2. Записать условие равновесия токов на переходе для симметричного p - n -перехода.
3. Вывести выражение для высоты потенциального барьера на переходе.
4. Вывести выражение для максимальной напряженности электрического поля в переходе.
5. Вывести выражение для ширины запирающего слоя перехода.
6. Записать выражение для ширины запирающего слоя при прямом включении источника напряжения.
7. Записать соотношение между равновесной и неравновесной концентрациями на границах перехода.
8. Уровень инжекции.
9. Записать выражение для ширины запирающего слоя при обратном

включении внешнего источника напряжения.

10. Вывести выражение для вольт-амперной характеристики идеализированного $p-n$ -перехода.

11. Различные типы переходов и значения ширины запирающего слоя для этих переходов.

12. Пробой электронно-дырочного перехода.

13. Емкости электронно-дырочного перехода.

14. Вывести выражение для дифференциальной барьерной емкости перехода.

15. Записать выражения для диффузионной емкости перехода.

4. ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Найти контактную разность потенциалов ϕ_k .

2. Определить ширину запирающего слоя l .

3. Протяженности обедненных областей l_n и l_p .

4. Значение максимальной напряженности электрического поля в области перехода $E_{k \max}$.

5. Значение обратного тока насыщения I_0 .

6. Найти напряжения лавинного и туннельного пробоев для перехода.

7. Определить значения барьерной и диффузионной емкостей при условии $\omega \gg L$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Епифанов Г.И. Физические основы микроэлектроники. М.: Советское радио, 1971. - 376 с.
2. Епифанов Г.И. Физика твердого тела. М.: Высшая школа, 1977. - 288 с.
3. Уэрт Ч., Томсон Р. Физика твердого тела. М.: Мир, 1966. - 356 с.
4. Росадо Л. Физическая электроника и микроэлектроника. М.: Высшая школа, 1991. - 351 с.
5. Смит Р. Полупроводники. М.: Мир, 1982. - 560 с.
6. Дулин В.Н. Электронные приборы. М.: Энергия, 1977. - 424 с.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

№	$n_i,$ см ⁻³	$N_a,$ см ⁻³	$N_d,$ см ⁻³	$S_{пер.},$ см ⁻²	$\mu_n,$ см ² /В· с	$\mu_n,$ см ² /В· с	$L_n,$ см	$L_p,$ см	$U_{1см},$ В	$U_{2см},$ В
1	10 ¹⁰	10 ¹³	10 ¹²	0,0001	3900	1900	0,1	0,1	-1	0,10
2	10 ¹⁰	2·10 ¹³	2·10 ¹²	0,0002	3900	1900	0,12	0,11	-2	0,12
3	10 ¹⁰	3·10 ¹³	3·10 ¹²	0,0003	3900	1900	0,13	0,12	-3	0,14
4	10 ¹⁰	4·10 ¹³	4·10 ¹²	0,0001	3900	1900	0,14	0,13	-4	0,16
5	10 ¹⁰	5·10 ¹³	5·10 ¹²	0,0002	3900	1900	0,15	0,14	-5	0,18
6	10 ¹⁰	6·10 ¹³	6·10 ¹²	0,0003	3900	1900	0,16	0,15	-6	0,20
7	10 ¹⁰	7·10 ¹³	7·10 ¹²	0,0001	3900	1900	0,1	0,1	-1	0,22
8	10 ¹⁰	8·10 ¹³	8·10 ¹²	0,0002	3900	1900	0,12	0,11	-2	0,10
9	10 ¹⁰	9·10 ¹³	9·10 ¹²	0,0003	3900	1900	0,13	0,12	-3	0,12
10	10 ¹¹	10 ¹⁴	10 ¹³	0,0001	3900	1900	0,14	0,13	-4	0,14
11	10 ¹¹	2·10 ¹⁴	2·10 ¹³	0,0002	3900	1900	0,15	0,14	-5	0,16
12	10 ¹¹	3·10 ¹⁴	3·10 ¹³	0,0003	3900	1900	0,16	0,15	-6	0,18
13	10 ¹¹	4·10 ¹⁴	4·10 ¹³	0,0001	3900	1900	0,1	0,1	-1	0,20
14	10 ¹¹	5·10 ¹⁴	5·10 ¹³	0,0002	3900	1900	0,12	0,11	-2	0,22
15	10 ¹¹	6·10 ¹⁴	6·10 ¹³	0,0003	3900	1900	0,13	0,12	-3	0,10
16	10 ¹¹	7·10 ¹⁴	7·10 ¹³	0,0001	3900	1900	0,14	0,13	-4	0,12
17	10 ¹¹	8·10 ¹⁴	8·10 ¹³	0,0002	3900	1900	0,15	0,14	-5	0,14
18	10 ¹¹	9·10 ¹⁴	9·10 ¹³	0,0003	3900	1900	0,16	0,15	-6	0,16
19	10 ¹²	10 ¹⁵	10 ¹⁴	0,0001	3900	1900	0,1	0,1	-1	0,18
20	10 ¹²	9·10 ¹⁵	2·10 ¹⁴	0,0002	3900	1900	0,12	0,11	-2	0,20
21	10 ¹²	8·10 ¹⁵	3·10 ¹⁴	0,0003	3900	1900	0,13	0,12	-3	0,22
22	10 ¹²	7·10 ¹⁵	4·10 ¹⁴	0,0001	3900	1900	0,14	0,13	-4	0,10
23	10 ¹²	6·10 ¹⁵	5·10 ¹⁴	0,0002	3900	1900	0,15	0,14	-5	0,12
24	10 ¹²	5·10 ¹⁵	6·10 ¹⁴	0,0003	3900	1900	0,16	0,15	-6	0,14
25	10 ¹²	4·10 ¹⁵	7·10 ¹⁴	0,0001	3900	1900	0,1	0,1	-1	0,16
26	10 ¹²	3·10 ¹⁵	8·10 ¹⁴	0,0002	3900	1900	0,12	0,11	-2	0,18
27	10 ¹²	2·10 ¹⁵	9·10 ¹⁴	0,0003	3900	1900	0,13	0,12	-3	0,20
28	10 ¹³	10 ¹⁶	10 ¹⁵	0,0001	3900	1900	0,14	0,13	-4	0,22
29	10 ¹³	3·10 ¹⁶	2·10 ¹⁵	0,0002	3900	1900	0,15	0,14	-5	0,10
30	10 ¹³	4·10 ¹⁶	3·10 ¹⁵	0,0003	3900	1900	0,16	0,15	-6	0,12