

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 28.08.2023 16:58:01

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabb0754943d14a4851fda56d089

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
О.Г. Локтионова  
« 8 » 08 2023 г.

## МОДУЛЯЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Методические указания  
по выполнению лабораторной работы  
для студентов, обучающихся по направлению подготовки  
11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»  
по дисциплине «Электромагнитные поля и волны»

Курск 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент:

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,  
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи  
*В. Г. Андронов*

**Модуляция электромагнитных волн:** методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. Курск, 2023. – 15 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения, задания для выполнения работы, примеры их выполнения в математическом приложении MathCAD и перечень вопросов для самопроверки изучаемого материала.

Методические указания соответствуют учебному плану по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», а также рабочей программе дисциплины «Электромагнитные поля и волны».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» очной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.  
Усл. печ. л. 0,87. Уч.-изд. л. 0,79. Тираж 100 экз. Заказ 750. Бесплатно.  
Юго-Западный государственный университет.  
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

## 1 Цель работы

- изучить основные виды модуляции электромагнитных волн.

## 2 Краткие теоретические сведения

Модуляция – это процесс изменения одного или нескольких параметров несущего сигнала в соответствии с изменением параметров воздействующего сигнала (модулирующего сигнала).

Параметры несущего сигнала, изменяющиеся во времени под воздействием модулирующего сигнала, называются информационными, так как в их изменениях заложена передаваемая информация. Модулированные сигналы различаются по виду несущего сигнала и по модулируемым параметрам. В качестве несущего сигнала в настоящее время широко используются гармонические колебания, периодическая последовательность импульсов, реже – колебания специальной формы, узкополосный случайный процесс.

Гармоническая несущая  $s_n(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \psi_0)$ , например, характеризуется тремя свободными параметрами: амплитудой, частотой и фазой. Все они могут быть информационными. Изменяя один из них при постоянстве других, получаем три основных вида модуляции: амплитудную (АМ), частотную (ЧМ) и фазовую (ФМ).

Модулированный сигнал при гармонической несущей в общем случае можно представить в виде:

$$s_n(u_m, t) = A(t) \cos \Psi(t) \quad (1)$$

где модулированный сигнал на выходе модулятора зависит от времени и от модулирующего сигнала  $u_m(t)$ , поэтому и обозначается как функция двух аргументов  $s_n(u_m, t)$ ;  $A(t)$  – огибающая сигнала;  $\Psi(t)$  – полная фаза.

За интервал времени, в течение которого полная фаза  $\Psi(t)$  изменится на  $2\pi$ , огибающая не успеет сильно измениться и ее можно считать медленно меняющейся.

В модулированном сигнале (1) мгновенная угловая частота есть производная от полной фазы по времени:

$$\omega(t) = d\Psi(t) / dt \quad (2)$$

При определении параметров модулированных сигналов обычно считают, что модулирующий сигнал  $u_m(t)$ , нормирован, то есть максимальное абсолютное значение равно единице  $\max|u_m(t)|=1$ . Главная особенность любой модуляции – преобразование спектра модулирующего сигнала. В общем случае происходит расширение спектра, а при гармоническом несущем сигнале – перенос спектра в область около частоты несущего сигнала [1].

## 2.1 Амплитудная модуляция

При амплитудной модуляции амплитуда несущего колебания изменяется пропорционально мгновенным значениям модулирующего сигнала  $u_m(t)$ , то есть становится равной

$$A(t) = A_0 + au_m(t) \quad (3)$$

где  $A_0$  – амплитуда несущей;  $a$  – коэффициент пропорциональности, выбираемый так, чтобы амплитуда  $A(t)$  всегда была положительной. Частота и фаза несущего гармонического колебания при АМ остаются неизменными.

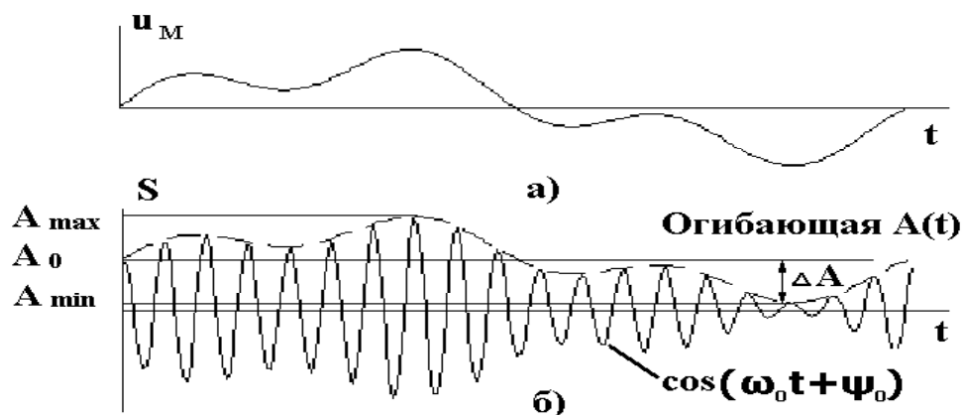


Рисунок 1 – Модулирующий сигнал (а), амплитудно – модулированный сигнал (б)

Временная диаграмма АМ сигнала показана на рисунке 1 (а – модулирующий сигнал, б – амплитудно-модулированный сигнал), из которого видно, что в соответствии с мгновенными значениями  $u_m(t)$  амплитуда несущей  $A_0$  увеличивается до значения  $A_{max}$ , получая приращение  $\Delta A_+ = A_{max} - A_0 = au_{mmax}$ , или уменьшается, получая  $\Delta A_- = A_{max} - A_0 = au_{mmax}$ . Обращает на себя внимание, что амплитуда  $A(t)$  повторяет форму модулирующего сигнала  $u_m(t)$ .

В АМ сигнале амплитуда  $A(t)$  является огибающей высокочастотного заполнения  $\cos(\omega_0 t + \psi_0)$ .

Для математического описания АМ сигнала в (3) вместо коэффициента пропорциональности  $a$ , зависящего от конкретной схемы модулятора, вводится коэффициент модуляции по формуле:

$$M = \Delta A / A_0 \quad (4)$$

то есть коэффициент модуляции равен отношению максимального приращения амплитуды к амплитуде несущего сигнала. Физически  $M$  характеризует собой глубину амплитудной модуляции и может изменяться в пределах  $0 \leq M \leq 1$ .

Подставляя (3) в (1) с учетом введенного коэффициента модуляции  $M$ , получаем аналитическое выражение (математическую модель) любого АМ сигнала:

$$S_{AM}(u_M, t) = A_0 [1 + Mu_m(t)] \cos(\omega_0 t + \psi_0) \quad (5)$$

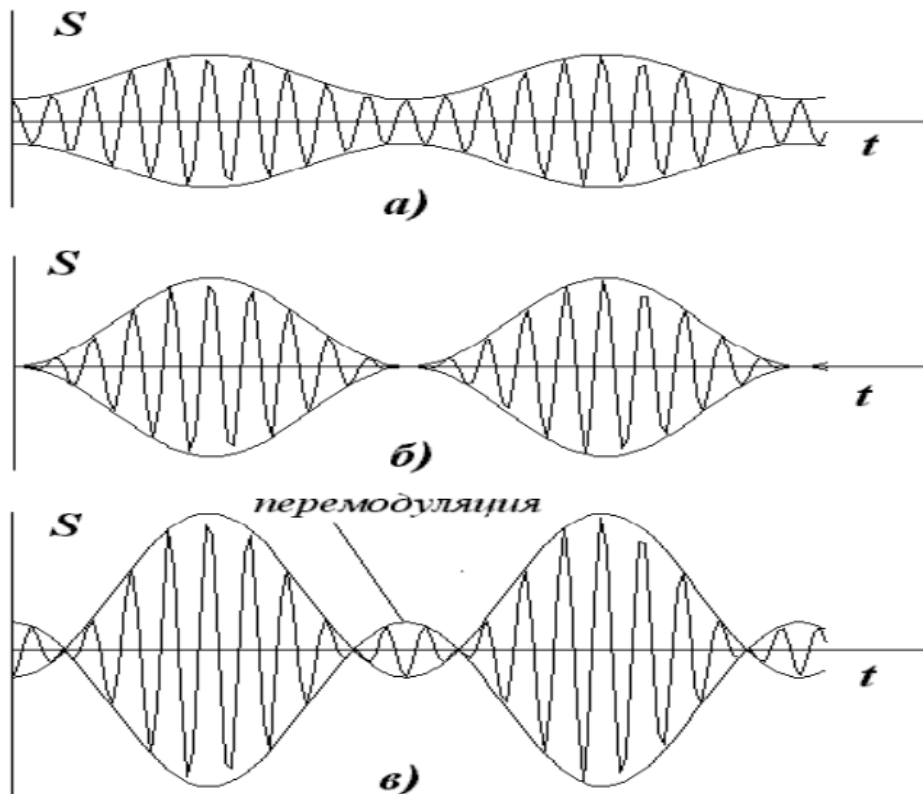


Рисунок 2 – АМ-сигналы при различных глубинах модуляции: а – неглубокая модуляция; б – глубокая модуляция; в – перемодуляция

В простейшем случае модулирующий сигнал  $u_m(t)$  является гармоническим колебанием с частотой  $\Omega \ll \omega_0$  и начальной фазой  $\Psi$ . При этом (6)

$$S_{AM}(u_m, t) = A_0 [1 + M \cos(\Omega t + \Psi)] \cos(w_0 t + \psi_0) \quad (6)$$

представляет собой аналитическое выражение однотонового АМ сигнала. На рисунке 2 показаны временные диаграммы однотонового АМ сигнала при различных значениях коэффициента модуляции  $M$ . Легко заметить характерные искажения при перемодуляции (рисунок 2, в), когда форма огибающей перестает повторять форму модулирующего гармонического колебания. Рассмотрим однотоновую амплитудную модуляцию в математическом приложении MathCAD – пример № 1.

Пример №1. Рассмотрим амплитудную модуляцию гармоническим сигналом [1].

Дано:

Амплитуда модулируемого сигнала  $A_0 := 1$

Различные коэффициенты АМ:

- нормальная АМ  $M_1 := 0.5$

- 100% АМ  $M_2 := 1$

- перемодуляция  $M_3 := 1.5$

Частота и начальная фаза модулирующего сигнала:

$\Omega := 1, \Psi := \pi$

Частота модулируемого сигнала  $w_0 := 15$

Начальная фаза модулируемого сигнала  $\psi_0 := \pi$

Рассматриваемый промежуток времени:

$t := 0.05..13$

Аналитические выражения однотонового АМ сигнала:

$$S_{1AM}(t) := A_0 \cdot (1 + M_1 \cdot \cos(\Omega \cdot t + \Psi)) \cdot \cos(w_0 \cdot t + \psi_0)$$

$$S_{2AM}(t) := A_0 \cdot (1 + M_2 \cdot \cos(\Omega \cdot t + \Psi)) \cdot \cos(w_0 \cdot t + \psi_0)$$

$$S_{3AM}(t) := A_0 \cdot (1 + M_3 \cdot \cos(\Omega \cdot t + \Psi)) \cdot \cos(w_0 \cdot t + \psi_0)$$

Решение:

Соответствующие временные диаграммы:

- нормальная амплитудная модуляция;

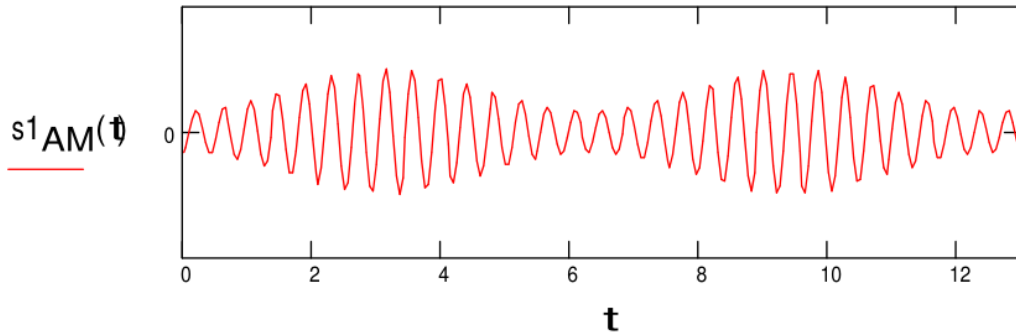


Рисунок 3 – Нормальная амплитудная модуляция

- 100% амплитудная модуляция;

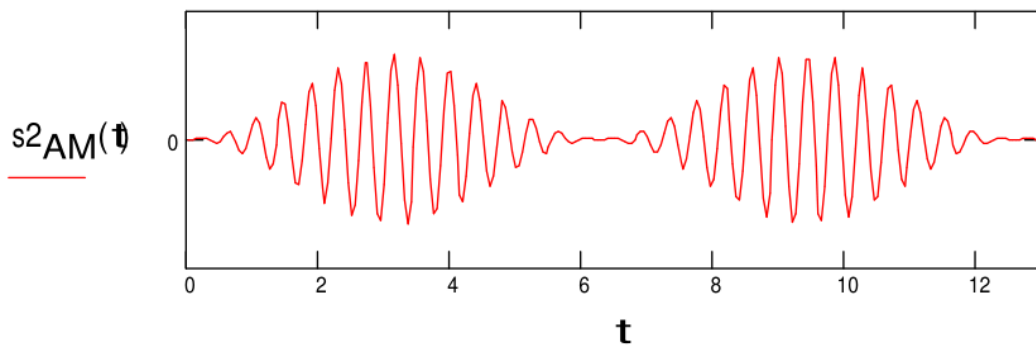


Рисунок 4 – 100% амплитудная модуляция

- перемодуляция сигнала;

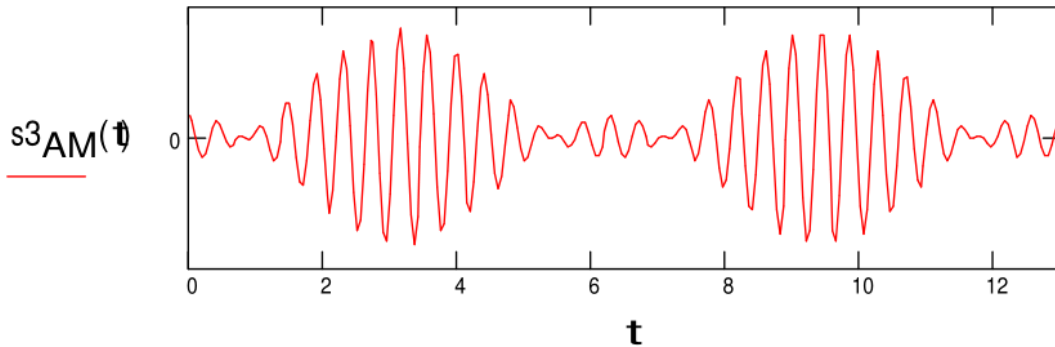


Рисунок 5 – Перемодуляция сигнала

## 2.2 Фазовая и частотная модуляции гармонического несущего сигнала

$$\Psi(t) = w_0 t + \psi_0 + \Delta\varphi_D u_m(t) \quad (7)$$

где  $\Delta\varphi_D$  – коэффициент пропорциональности, называемый (от латинского *deviatio* – отклонение). Физический смысл этого коэффициента поясняется на рисунке 6, где изображены

модулирующий сигнал а) и полная фаза ФМ сигнала б). С увеличением сигнала  $u_m(t)$  полная фаза  $\Psi(t)$  растет во времени быстрее, чем по линейному закону. При значениях сигнала  $u_m(t) < 0$  происходит спад скорости роста  $\Psi(t)$ . Абсолютная величина отклонения фазы от линейной.

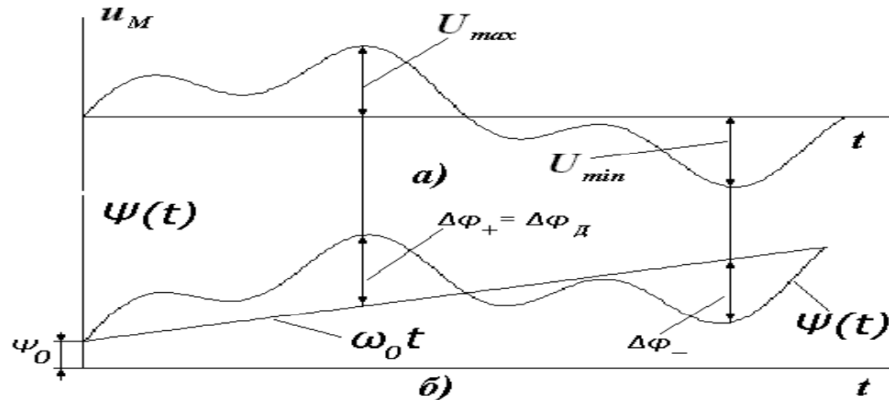


Рисунок 6 – Модулирующий сигнал (а) и полная фаза ФМ сигнала (б)

наибольшая, когда  $u_m(t)$  достигает экстремальных значений. На рисунке 6, б отмечено максимальное отклонение фазы вверх  $\Delta\phi_+$  и вниз  $\Delta\phi_-$ . Наибольшее отклонение фазы от линейной и является девиацией фазы  $\Delta\phi_D$  при ФМ. В примере на рисунке 6  $\Delta\phi_D = \Delta\phi_+$ . Измеряется  $\Delta\phi_D$  в радианах и может принимать значение от единиц до десятков тысяч радиан.

Подставляя (7) в (1), получаем аналитическое выражение (математическую модель) ФМ сигнала:

$$S_{\text{ФМ}}(u_m, t) = A_0 \cos \left[ \omega_0 t + \psi_0 + \Delta\phi_D u_m(t) \right] \quad (8)$$

При частотной модуляции отклонение частоты модулированного сигнала от  $\omega_0$  изменяется пропорционально мгновенным значениям модулирующего сигнала  $u_m(t)$

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega_D u_m(t) \quad (9)$$

где  $\Delta\omega_D$  – коэффициент пропорциональности.

По аналогии с ФМ коэффициент  $\Delta\omega_D$  называют девиацией частоты и она равна наибольшему отклонению частоты модулированного сигнала от значения частоты несущей  $\omega_0$ . Изменение частоты ЧМ сигнала графически показано на рисунке 7 (а – модулирующий сигнал, б – изменение мгновенной частоты), где



отмечена девиация частоты  $\Delta\omega_D$ , соответствующая наибольшему отклонению частоты вниз  $\Delta\omega_D = \Delta\omega -$  поскольку  $\Delta\omega_+ < \Delta\omega_-$ . Как и при ФМ, в выражении (9) величина  $u_m(t)$  нормирована, то есть  $|u_m(t)| \leq 1$ .

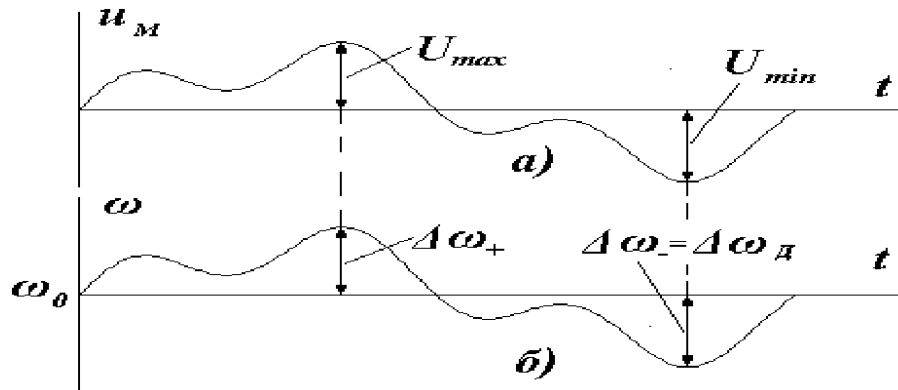


Рисунок 7 – Изменение частоты ЧМ сигнала: а – модулирующий сигнал; б – изменение мгновенной частоты

Девиация частоты является одним из главных параметров частотных модуляторов и может принимать значения от единиц герц до сотен мегагерц в модуляторах различного назначения. Однако всегда необходимо, чтобы выполнялось условие  $\Delta\omega_D \ll \omega_0$ .

Полную фазу ЧМ сигнала с частотой (9) согласно (2) находим путем интегрирования, то есть:

$$\Psi_{ЧМ}(t) = \int w(t) dt = \int [w_0 + \Delta w_D u_m(t)] dt = w_0 t + \Delta w_D \int u_m(t) dt + \psi_0,$$

где  $\psi_0$  можно рассматривать как постоянную интегрирования. Тогда аналитическое выражение (математическая модель) ЧМ сигнала запишется в виде:

$$S_{ЧМ}(t) = A_0 \cos \left[ w_0 t + \psi_0 + \Delta\omega_D \int u_m(t) dt \right] \quad (10)$$

Поскольку  $u_m(t)$  входит в это выражение под знаком интеграла, ЧМ часто называют интегральным видом модуляции.

При модуляции одним тоном  $u_m(t) = \cos(\Omega t + \Psi)$  с учетом того, что  $\cos ax = (1/a) \sin ax$  из (10) и (8) получаем, что аналитические выражения ФМ и ЧМ сигналов по форме записи имеют совершенно одинаковый вид:

$$\begin{aligned} S_{ФМ}(u_m, t) &= A_0 \cos \left[ w_0 t + \psi_0 + m_{ФМ} \cos(\Omega t + \Psi) \right]; \\ S_{ЧМ}(u_m, t) &= A_0 \cos \left[ w_0 t + \psi_0 + m_{ЧМ} \sin(\Omega t + \Psi) \right]; \end{aligned}$$

где  $m$  – индекс модуляции. Отличие только в порядке вычисления индекса и фазы модулирующего колебания. При ФМ индекс модуляции  $m_{\text{ФМ}}$  – величина, равная девиации фазы модулированного сигнала при гармоническом модулирующем сигнале  $u_m(t)$ , т.е.  $m_{\text{ФМ}} = \Delta\varphi_d$ . При ЧМ индекс модуляции  $m_{\text{ЧМ}}$  – отношение девиации частоты модулированного сигнала  $\Delta\omega_d = 2\pi\Delta f_d$  к частоте модулирующего гармонического сигнала  $\Omega = 2\pi F$ , то есть  $M_{\text{ЧМ}} = \Delta\omega_d / \Omega = \Delta f_d / F$ .

Следовательно, индекс частотной модуляции является амплитудой отклонения фазы, измеренной в радианах.

При гармоническом модулирующем сигнале временные диаграммы ФМ и ЧМ имеют совершенно одинаковый вид (рисунок 8). Отличить их можно, только сравнив изменение мгновенной фазы модулированного сигнала с законом изменения модулирующего колебания.

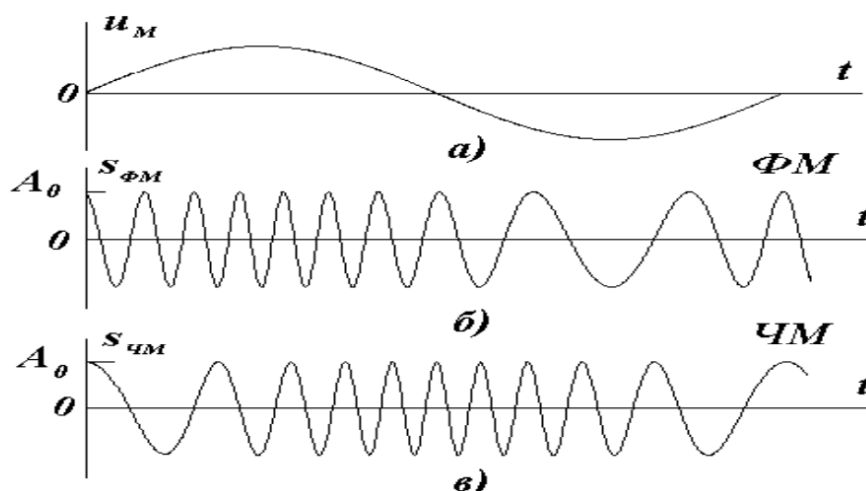


Рисунок 8 – Временные и спектральные диаграммы процесса формирования: ФМ и ЧМ модулирующего сигнала

Рассмотрим фазовую и частотную модуляцию в математическом приложении MathCAD – пример № 2.

Пример № 2. Рассмотрим фазовую и частотную однтональную модуляцию [1].

Дано:

Индекс фазовой модуляции  $m_{\text{ФМ}} := 10$

Индекс частотной модуляции  $m_{\text{ЧМ}} := 10$

Аналитическое выражение однтонального ФМ сигнала:

$$S_{\Phi M}(t) := A_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \psi_0 + m_{\Phi M} \cdot \cos(\Omega \cdot t + \Psi))$$

Аналитическое выражение однотонового ЧМ сигнала:

$$S_{\Psi M}(t) := A_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \psi_0 + m_{\Psi M} \cdot \sin(\Omega \cdot t + \Psi))$$

Решение:

Соответствующие временные диаграммы ФМ и ЧМ сигналов:

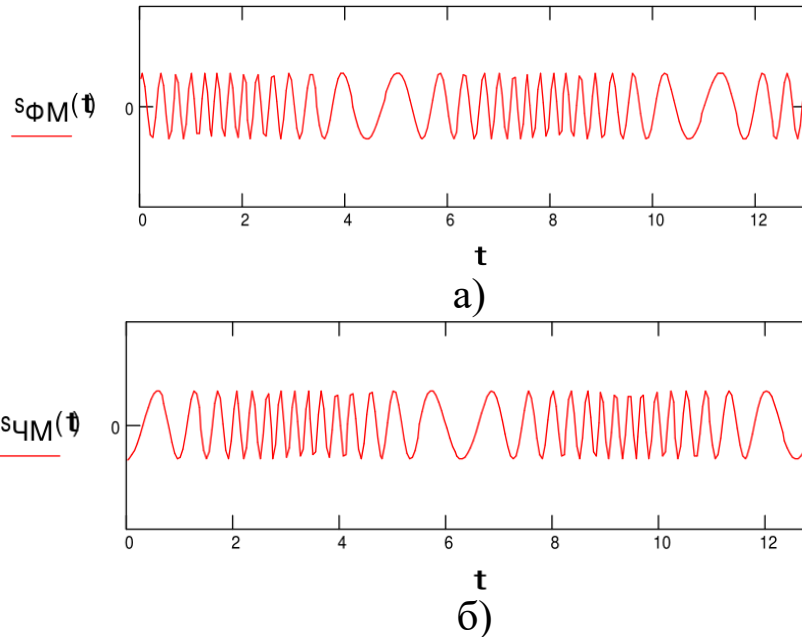


Рисунок 9 – Временные диаграммы сигналов: а – ЧМ сигнал; б – ФМ сигнал

### 2.3 Дискретная модуляция гармонического несущего сигнала

Дискретная модуляция является частным случаем модуляции гармонического несущего сигнала, когда модулирующий сигнал  $u_m(t)$  дискретный.

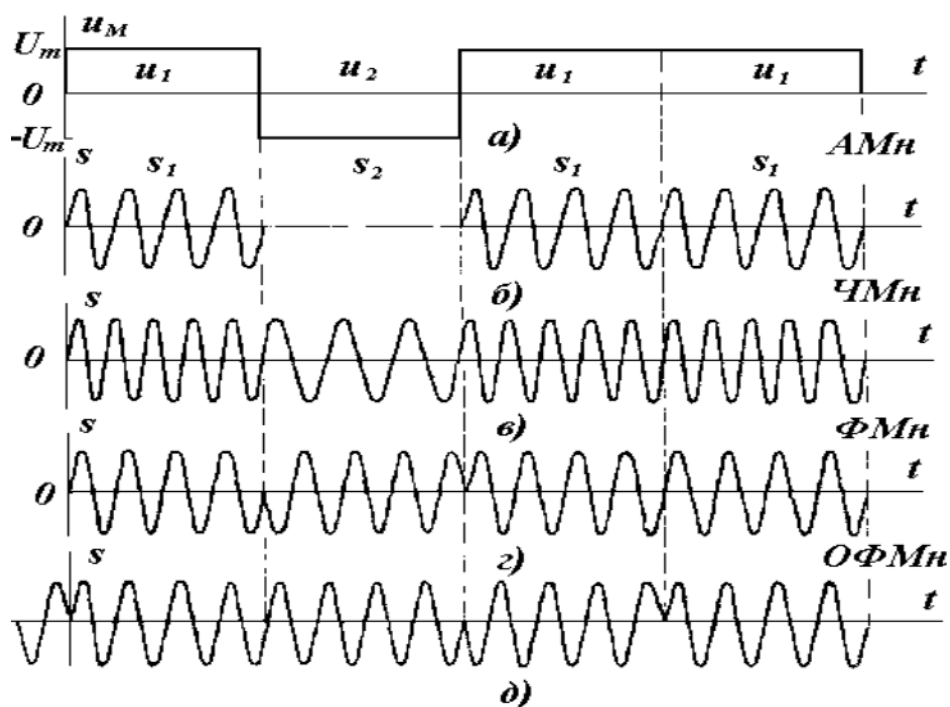


Рисунок 10 – Временные и спектральные диаграммы модулированных сигналов различных видов дискретной двоичной модуляции

Управляя с помощью первичного сигнала параметрами гармонической несущей, можно получить соответственно амплитудную (АМн), частотную (ЧМн) и фазовую (ФМн) манипуляции.

При двоичном коде первичный сигнал принимает два значения –  $u_1(t) = U_m$  и  $u_2 = -U_m$ , которые соответствуют символам вторичного алфавита 1 и 0.

Модулированный сигнал при этом также будет принимать два значения –  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$ . На рисунке 10 приведены временные диаграммы различных видов модуляции. При АМн (рисунок 10, б) первичному сигналу  $u_1(t)$  соответствует передача несущего колебания в течение  $t$  и (посылка), сигналу  $u_2(t)$  – отсутствие колебания (пауза), поэтому часто АМн называют манипуляцией с пассивной паузой. При ЧМн (рисунок 10, в) несущее колебание с частотой  $w_1 = w_0 + \Delta w_D$  соответствует сигналу  $u_1(t)$ , а колебание с частотой  $w(t) = w_0 + \Delta w_D$  – сигналу  $u_2(t)$ . Обычно разнос частот ( $w_2 - w_1$ ) выбирают таким, чтобы спектры сигналов  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$  мало перекрывались. При ФМн (рисунок 10, г) девиация фазы  $\Delta \varphi_D$  выбрана равной  $\pi/2$ , так как при этом обеспечивается наибольшее

различие между сигналами  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$ , которые являются противоположными. В связи с этим при ФМн фаза несущей меняется на  $180^\circ$  при каждом переходе от  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  и наоборот.

В настоящее время наряду с ФМн широко применяется относительная фазовая модуляция (ОФМн, (рисунок 10, д)). Фаза несущего колебания в ОФМн изменяется на  $180^\circ$  при передаче символов 1 (сигнал  $u_1$ ) и остается неизменной при передаче символов 0 (сигнал  $u_2$ ).

Рассмотрим модуляцию дискретным сигналом в математическом приложении MathCAD – пример № 3.

Пример № 3. Рассмотрим амплитудную, фазовую и частотную модуляцию дискретного сигнала [1].

Дано:

Модулирующий сигнал:  $u(t) := [(t < 4) + (t > 8) \cdot (t < 13)] \cdot 2 - 1$

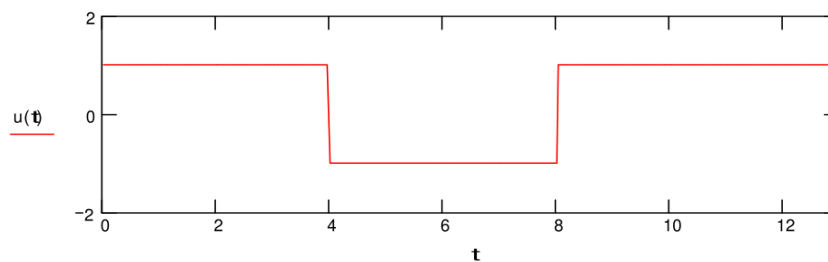


Рисунок 11 – Модулирующий сигнал, описываемый выражением:

$$u(t) := [(t < 4) + (t > 8) \cdot (t < 13)] \cdot 2 - 1$$

Аналитические выражения:  $S_{AMн}(t) = A_0(1 + M_2 u(t)) \cos(\omega_0 t + \psi_0)$

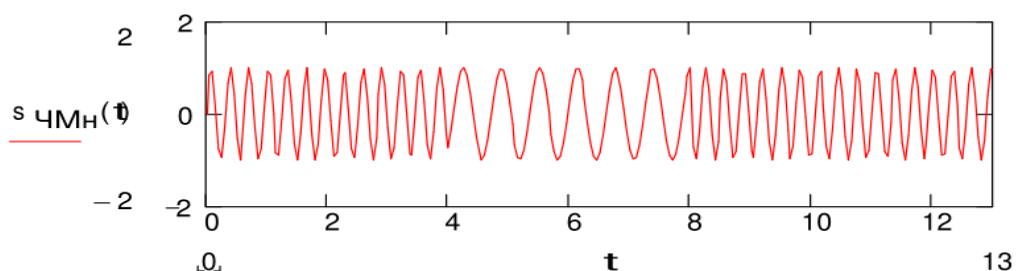
$$S_{ЧМн}(t) = [A_0 \cos(5 + u(t)\omega_0)t + 3 / 2\psi_0]$$

$$S_{ФМн}(t) = A_0 [0,315\omega_0 t + 3 / 2\psi_0 u(t)]$$

$$S_{ОФМн}(t) = A_0 \cos[0,315\omega_0 t - 5 / 2\psi_0 u(t)]$$

Решение:

Соответствующие временные диаграммы:



а)

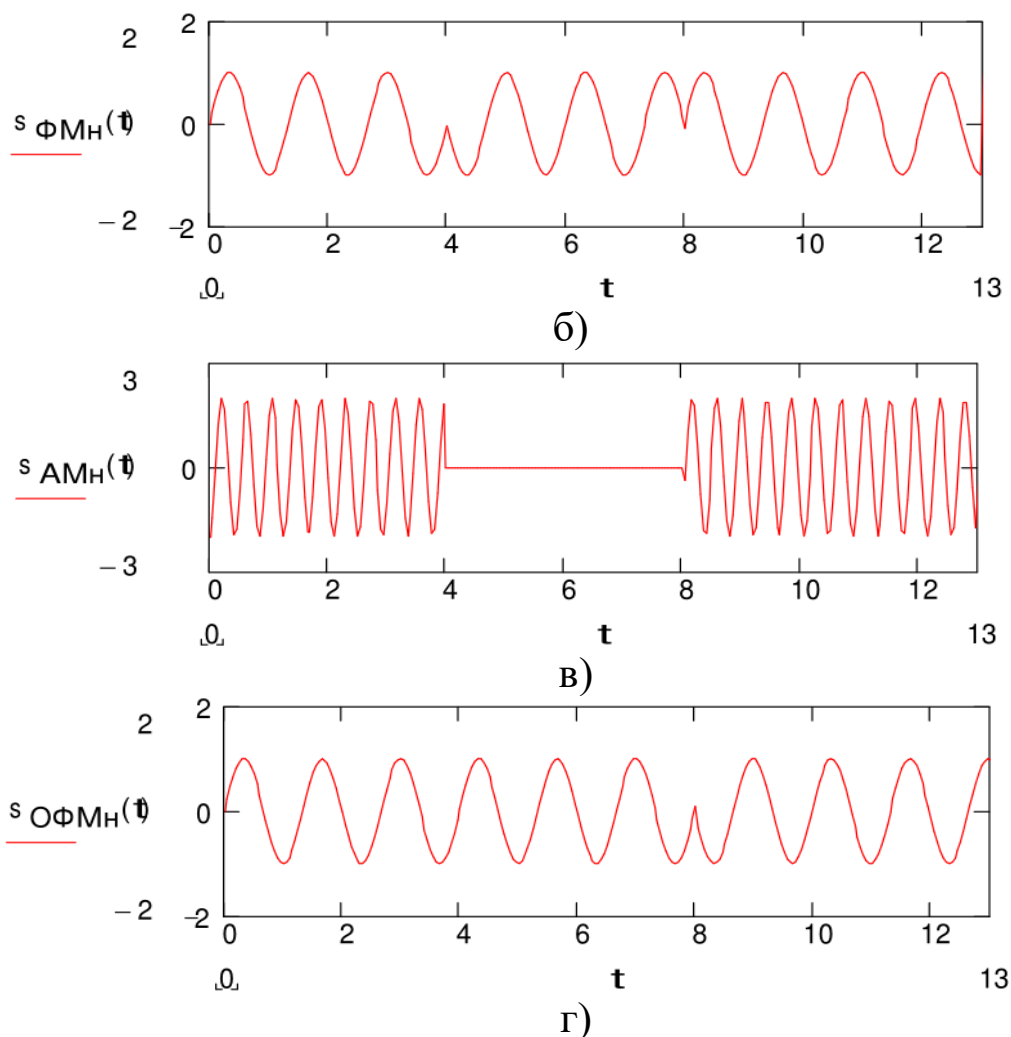


Рисунок 12 – Временные диаграммы сигналов: а – ЧМ сигнал, б – ФМ сигнал, в – АМ сигнал, г – ОФМ сигнал

### 3 Задание на лабораторную работу

1) Рассмотреть при многотональном модулирующем сигнале, содержащем три или более гармоник разной частоты:

- а) амплитудную модуляцию;
- б) фазовую модуляцию;
- в) частотную модуляцию.

2) Рассмотреть при дискретном модулирующем сигнале, содержащем три импульса различной длины:

- а) амплитудную манипуляцию;
- б) фазовую манипуляцию;
- в) частотную манипуляцию;
- г) относительную фазовую манипуляцию.

3) Рассмотреть разложение в ряд Фурье:

- а) АМ сигнал при однотономальном модулирующем сигнале;
- б) АМ сигнал при дискретном модулирующем сигнале;
- в) ФМ сигнал при однотономальном модулирующем сигнале;
- г) ЧМ сигнал при однотономальном модулирующем сигнале.

#### **4 Контрольные вопросы**

1. Дайте определение модуляции сигнала.
2. Изобразите модулирующий сигнал при амплитудной модуляции.
3. Что такое фазовая и частотная модуляции гармонического несущего сигнала?
4. Дайте определение перемодуляции сигнала?
5. Запишите аналитические выражения моделирующего сигнала.