

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 28.08.2023 16:58:01

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf754943df4a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
« 8 » 08 2023 г.



ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИНЦИПА ГЮЙГЕНСА – ФРЕНЕЛЯ И ЯВЛЕНИЯ ДИФРАКЦИИ НА РАЗЛИЧНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по направлению подготовки
11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»
по дисциплине «Электромагнитные поля и волны»

Курск 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент:

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Исследование принципа Гюйгенса – Френеля и явления дифракции на различных поверхностях: методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. Курск, 2023. – 16 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения, задания для выполнения работы, примеры их выполнения в математическом приложении MathCAD и перечень вопросов для самопроверки изучаемого материала.

Методические указания соответствуют учебному плану по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», а также рабочей программе дисциплины «Электромагнитные поля и волны».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» очной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,93. Уч.-изд. л. 0,84. Тираж 100 экз. Заказ 745. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- изучить принцип Гюйгенса – Френеля и явление дифракции на различных поверхностях

2 Краткие теоретические сведения

2.1 Принцип Гюйгенса – Френеля

Дифракцией света называется совокупность явлений, обусловленных интерференцией вторичных волн. Последние возникают при распространении света в среде с резко выраженными неоднородностями (отверстия в непрозрачных экранах, границы непрозрачных тел и т. д.).

Для решения дифракционных задач – отыскание распределения на экране интенсивности световой волны, распространяющейся в среде с препятствиями, – применяются приближенные методы, основанные на принципах Гюйгенса и Гюйгенса – Френеля.

Согласно принципу Гюйгенса, каждую точку, в которую пришла волна от источника, можно принять за источник вторичных волн, распространяющихся во все стороны. Результирующая волна рассматривается как наложение вторичных волн. Гюйгенс считал, что отдельные вторичные волны не обладают периодичностью, что они очень слабы и заметное действие производят только на их огибающей. При таком произвольном допущении принцип Гюйгенса даёт лишь некоторый рецепт построения волновых фронтов. Построения Гюйгенса наглядно объясняют законы прямолинейного распространения, отражения и преломления света. Но в этих построениях не используется понятие длины световой волны, поэтому они не позволяют определить условия применимости упомянутых законов.

Френель вложил в принцип Гюйгенса ясное физическое содержание, отказавшись от искусственного предположения обогибающих вторичных волн и рассматривая полное световое поле как результат интерференции вторичных волн. При этом не только получает физическое объяснение рецепт Гюйгенса (к точкам на огибающей все вторичные волны приходят в одинаковых фазах), но и появляется возможность расчёта светового поля в пространстве. Изучая распределение света вблизи границы между светом и тенью

на основе принципа Гюйгенса – Френеля, можно получить количественное описание дифракционных явлений.

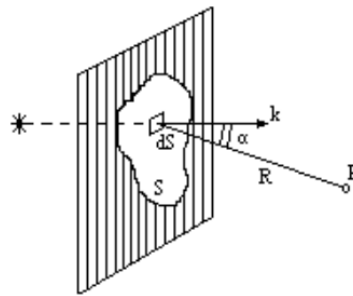


Рисунок 1 – Экран с отверстием

Рассмотрим какой-либо экран с отверстием, через которое проходит свет от данного источника (рисунок 1). Источник пока будем считать точечным и монохроматическим. Размеры отверстия много больше длины волны света. Будем под \vec{E} понимать любую из компонент векторов \vec{E} или \vec{B} электромагнитного поля световой волны, опуская при этом множитель $e^{-i\omega t}$ определяющий зависимость от времени. Задача состоит в определении E_p в любой точке P за экраном. При приближенном решении этой задачи по методу Френеля делается предположение, что напряженность \vec{E} в точках отверстия такова, какой она была бы в случае свободного распространения волны от источника вообще при отсутствии какого бы то ни было экрана, и что в точках, находящихся непосредственно за экраном, напряженность поля равна нулю. Очевидно, что в этом предположении совершенно не учитываются специфические свойства экрана (материала, из которого он сделан). Считается, что это не играет никакой роли. Существенна только форма края отверстия. Это предположение справедливо, когда размеры отверстия и расстояния до источника и точки наблюдения много больше длины волны.

Проведём мысленно произвольную поверхность S , закрывающую отверстие в экране и ограниченную краями отверстия (рисунок 1). Разделим эту поверхность на элементарные участки площадью dS , малые по сравнению с размерами отверстия, но большие по сравнению с длиной волны. Можно считать, что каждый из этих участков сам становится источником световой волны, распространяющейся во все стороны. Напряжённость dE_p , создаваемая элементарным участком dS в точке P , пропорциональна

напряжённости E в самом участке dS (какой она была бы при отсутствии экрана) и проекции dS_p площади dS этого участка на плоскость, перпендикулярную волновому вектору \vec{k} луча, пришедшего из источника света в dS . Последнее связано с тем, что при любой форме участка dS через него будут проходить одни и те же лучи от источника, если только проекция dS_n будет неизменной, а потому и вклад его в напряжённость в точке P будет тем же самым.

При вычислении вклада участка dS в E_p нужно учесть изменения амплитуды и фазы вторичной волны при её распространении от dS к P . Это приводит к появлению в выражении для dE_p множителя e^{ikR} / R , где R – расстояние от dS до P , а $k = 2\pi / \lambda$ – волновое число. Таким образом,

$$dE_p = K(\alpha) E \frac{e^{ikR}}{R} dS_n \quad (1)$$

где $K(\alpha)$ – некоторый коэффициент наклона, учитывающий зависимость вторичных волн от угла α между вектором k и направлением на точку наблюдения. Из теории Кирхгофа, основанной на том, что напряжённость поля световой волны удовлетворяет волновому уравнению, следует

$$K(\alpha) = k(1 + \cos \alpha) / (4\pi i) = (1 + \cos \alpha) / (2\lambda i) \quad (2)$$

и при малых углах дифракции ($1 \ll \alpha$) можно положить $\cos \alpha \approx 1$ и

$$K(\alpha) \approx k / (2\pi i) = -i\lambda.$$

Полное поле в точке P представляет собой суперпозицию полей вторичных волн от всех элементов dS поверхности, закрывающей отверстие в экране:

$$E_p = \int_S K(\alpha) E \frac{e^{ikR}}{R} dS_n \quad (3)$$

В рассматриваемом приближении интеграл (3) по поверхности S не зависит от формы этой поверхности.

Формула (3) даёт математическое выражение принципа Гюйгенса – Френеля [1].

2.2 Дифракция Френеля от круглого отверстия

Применим формулу (2) для определения напряжённости поля в точке P за круглым отверстием в экране. Будем считать, что точечный источник S и точка P лежат на прямой, проходящей через

центр отверстия и перпендикулярной его плоскости (рисунок 2). В качестве вспомогательной поверхности S выберем часть сферы радиусом r_0 с центром в источнике, проходящей через края отверстия. В соответствии с основным предположением напряжённость поля на ней будет такой же, как при отсутствии экрана. Она одинакова на всех её элементах dS и равна

$$E = E_0 e^{ikr_0} \quad (4)$$

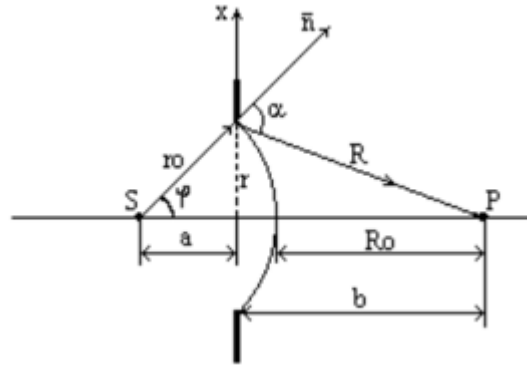


Рисунок 2 – Схема дифракции на щели

В качестве элемента dS удобно взять на сфере кольцо, все точки которого лежат на одинаковом расстоянии R от P . Площадь такого кольца $dS = dS_n = 2\pi r_0^2 \sin \varphi d\varphi$. Выберем R за переменную интегрирования в (3). Из рисунка 2 видно, что $R^2 = r_0^2 + (r_0 + R_0)^2 - 2r_0(r_0 + R_0)\cos \varphi$, где R_0 – расстояние от сферы до точки P .

Дифференцируя это уравнение (при постоянных r_0 и R_0), получаем $Rdr = r_0(r_0 + R_0)\sin \varphi d\varphi$, откуда

$$dS_n = 2\pi \frac{r_0 R}{r_0 + R_0} dR. \quad (5)$$

Подставляя (4) и (5) в (3), получаем:

$$E_p = 2\pi \frac{r_0}{r_0 + R_0} E_0 e^{ikr_0} \int_{R_0}^{R_m} K(R) e^{ikr} dR \quad (6)$$

Теперь найдём $K(R)$, для этого выразим $\cos \alpha$ через R , используя теорему косинусов: $(r_0 + R_0)^2 = r_0^2 + R^2 + 2r_0 R \cos \alpha$, отсюда

$$\cos \alpha = \frac{(r_0 + R_0)^2 - r_0^2 - R^2}{2Rr_0} \quad (7)$$

Подставим (7) в (2) и найдём $K(R)$, затем подставим его в (6).

При радиусе отверстия $r\sqrt{m\lambda ab/(a+b)}$, если расстояния от источника до щели a и от щели до точки наблюдения b , и m – целое число, отверстие оставит открытым ровно m первых зон Френеля, построенных для точки P . Если m – четное, то в точке P наблюдается минимум интенсивности, если нечетное, то максимум.

Пример № 1. Рассмотрим дифракцию Френеля от круглого отверстия с помощью программы MathCAD [1].

Дано:

Пусть на диафрагму радиусом r , падает сферическая световая волна (длина волны λ , амплитуда E_0), исходящая от точечного источника S , находящегося на расстоянии a от диафрагмы. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран на расстоянии b от диафрагмы. Пронаблюдаем за тем как будет изменяться интенсивность в точке P , если мы будем изменять расстояние b (уменьшать или увеличивать).

Радиус отверстия $r := 3$

Расстояние от источника до диафрагмы с отверстием $a := 5$

Расстояние от отверстия до экрана $b := 15$

Длина волны $\lambda := 632.8 \cdot 10^{-4}$

Амплитуда колебаний $E_0 := 500$

Решение:

Найдём радиус волнового фронта:

$$r_0 := \sqrt{r^2 + a^2} \quad r_0 = 5.831$$

Волновое число: $k := 2 \cdot \frac{\pi}{\lambda}$

Зададим порядок изменения b :

$$j := 0..2000$$

Чем больше j тем точнее будут вычисления.

Будем увеличивать расстояние от отверстия до экрана:

$$b_j := b + 0.05j$$

Теперь зададим пределы интегрирования. Из рисунка видно, что

$$R_{mj} := \sqrt{(b_j)^2 + r^2} \quad R_{0j} := b_j - (r_0 - a)$$

Используя принцип Гюйгенса - Френеля найдём результирующее колебание в точке P :

$$E_j := \frac{2 \cdot \pi \cdot r_0}{r_0 + R_{0j}} \cdot E_0 \cdot e^{-ikr_0} \cdot \int_{R_{0j}}^{R_{mj}} \frac{1 + \left[\frac{(a + b_j)^2 - (R^2 + r_0^2)}{2r_0R} \right]}{2\lambda i} \cdot e^{-ikR} dR$$

Б =

	0
0	-43.963+135.909i
1	-152.647-14.887i
2	-19.105-162.328i
3	163.685-56.176i
4	94.191+155.945i
5	-138.886+130.849i
6	-163.826-112.873i
7	78.849-190.923i
8	210.207+38.291i
9	6.868+220.139i
10	-219.681+54.346i
11	-101.643-208.365i
12	186.342-146.187i
13	185.484+154.379i
14	-113.831+217.273i
15	-239.656-66.567i

Найдём интенсивность колебаний (квадрат напряжённости) в точке P и построим её график:

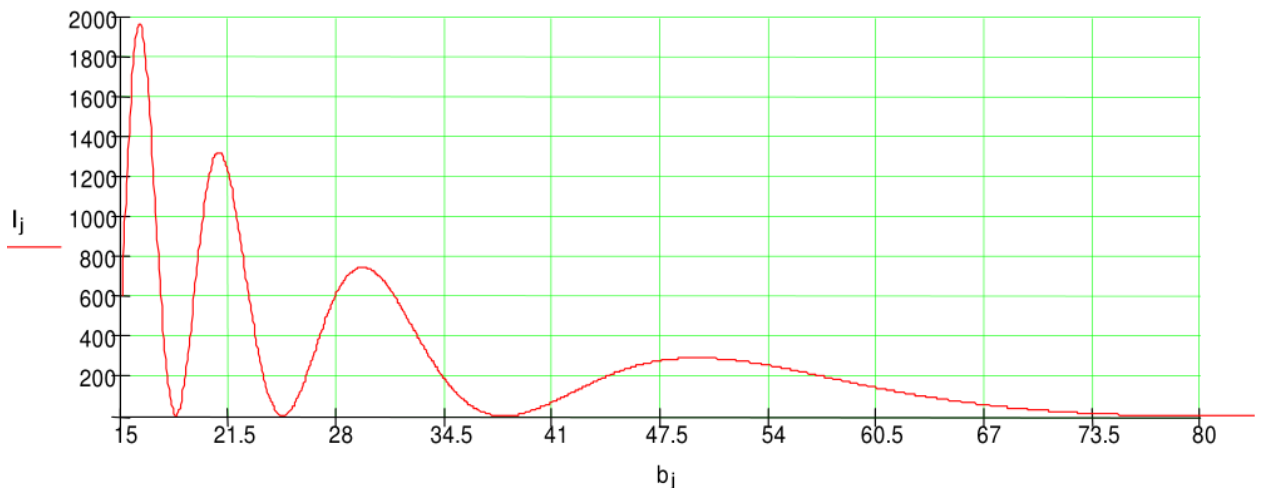


Рисунок 3 – График изменения интенсивности колебаний

Сделаем проверку размерности:

$$r := 1 \cdot \text{cm} \quad a := 5 \text{ cm} \quad b := 20 \text{ cm}$$

$$\lambda := 632.8 \cdot 10^{-4} m \quad E_0 := 500 \frac{V}{m} \quad k := 2 \frac{\pi}{\lambda} \quad k = 99.292 \frac{1}{m}$$

$$r_0 := \sqrt{r^2 + a^2} \quad r_0 = 0.0151 m$$

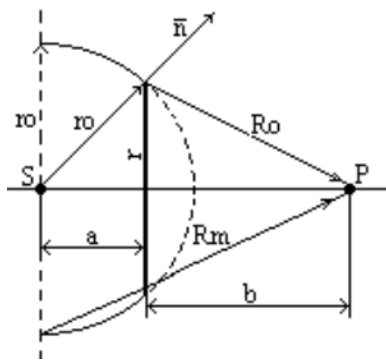
$$R_m := \sqrt{(b)^2 + r^2} \quad R_m = 0.2 m$$

$$R_0 := b - (r_0 - a) \quad R_0 = 0.199 m$$

$$E_j := \frac{2 \cdot \pi \cdot r_0}{r_0 + R_0} \cdot E_0 \cdot e^{-ikr_0} \cdot \int_{R_0}^{R_m} \frac{1 + \left[\frac{(a + b_j)^2 - (R^2 + r_0^2)}{2r_0 R} \right]}{2\lambda i} \cdot e^{-ikR} dR$$

$$E_j = 3,061 / 12,071 i \frac{V}{m}$$

2.3 Дифракция Френеля от круглого диска



Поместим между источником света S и точкой наблюдения P круглый непрозрачный диск радиусом r , находящийся на расстоянии a от источника, и на расстоянии b от точки наблюдения. Пронаблюдаем за тем как будет изменяться интенсивность в точке P , если мы будем изменять расстояние b (уменьшать или увеличивать). Решение этой задачи аналогично решению задачи о дифракции от круглого отверстия. Поменяются только границы интегрирования [1]. Из рисунка 4 видно, что $R_0 = \sqrt{r^2 + b^2}$, а $R_m = \sqrt{r_0^2 + (a+b)^2}$.

Пример № 2. Рассмотрим дифракцию Френеля от круглого диска с помощью программы MathCAD.

Дано:

Радиус диска $r := 10$

Расстояние от источника до диска $a := 3$

Расстояние от диска до экрана $b := 20$

Длина волны $\lambda := 632.8 \cdot 10^{-4}$

Амплитуда колебаний $E_0 := 500$

Решение:

Найдём радиус волнового фронта:

$$r_0 := \sqrt{r^2 + a^2} \quad r_0 = 10.44$$

Волновое число:

$$k := 2 \frac{\pi}{\lambda}$$

Зададим порядок изменения b :

$$j := 0 \dots 2000$$

Будем увеличивать расстояние от отверстия до экрана:

$$b_j := b + 0.05 j.$$

Теперь зададим пределы интегрирования. Из рисунка видно, что

$$R_{mj} := \sqrt{(b_j + a)^2 + r_0^2} \quad R_{oj} := \sqrt{r^2 + (b_j)^2}$$

Используя принцип Гюйгенса – Френеля найдём результирующее колебание в точке P :

$$E_j := \frac{2 \cdot \pi \cdot r_0}{r_0 + R_{oj}} \cdot E_0 \cdot e^{-ikr_0} \cdot \int_{R_{oj}}^{R_{mj}} \frac{1 + \left[\frac{(a + b_j)^2 - (R^2 + r_0^2)}{2r_0 R} \right]}{2\lambda i} \cdot e^{-ikR} dR$$

Теперь найдём интенсивность колебаний в точке P и построим её график $I_j := E_j \cdot |E_j| \cdot e^{-1 \cdot i \cdot \arg(E_j)}$.

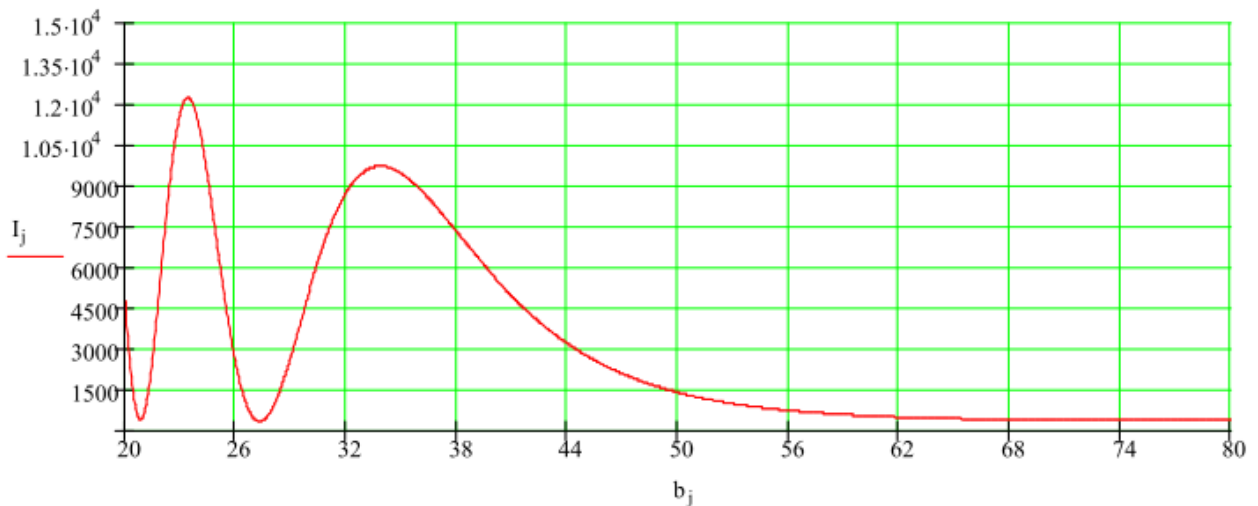


Рисунок 5 – График изменения интенсивности колебаний

2.4 Дифракция Фраунгофера на щели

Пусть на бесконечно длинную (практически достаточно, чтобы длина щели была во много раз больше, чем ширина) щель падает плоская световая волна. Поместим за щелью линзу, а в

фокальной плоскости линзы–экран. Волновая поверхность падающей волны, плоскость щели и экран параллельны друг другу. Поскольку щель бесконечна, картина, наблюдаемая в любой плоскости, перпендикулярной к щели, будет одинакова. Поэтому достаточно исследовать характер картины в одной такой плоскости, например в плоскости рисунка 6.

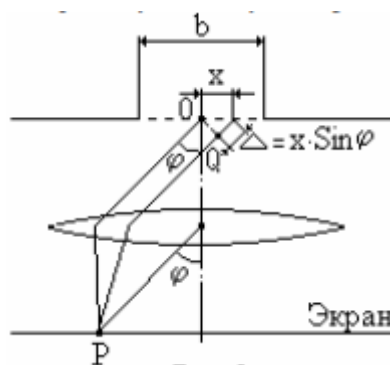


Рисунок 6 – Дифракция Фраунгофера на одной щели

Все вводимые в дальнейшем величины, в частности угол φ , образуемый лучом с оптической осью линзы, относятся к этой плоскости. Разобьём открытую часть волновой поверхности на параллельные краям щели элементарные зоны ширины dx . Вторичные волны, посылаемые зонами в направлении, определяемом углом φ , соберутся в точке P экрана. Каждая элементарная зона создаст в точке P колебание dE . Линза собирает в фокальной плоскости плоские (а не сферические) волны. Поэтому множитель $1/R$ как в (1) в случае дифракции Фраунгофера будет отсутствовать. Ограничившись рассмотрением не слишком больших углов φ , можно считать коэффициент K в формуле (1) постоянным. Тогда амплитуда колебаний, возбуждаемого зоной в любой точке экрана будет зависеть только от площади зоны. Площадь пропорциональна ширине зоны dx . Следовательно, амплитуда dA колебания dE , возбуждаемого зоной шириной dx в любой точке экрана, имеет вид $dA = Cdx$, где C – константа.

Обозначим алгебраическую сумму амплитуд колебаний, возбуждаемых в некоторой точке экрана всеми зонами, через A_0 . Её можно найти, проинтегрировав dA по всей ширине щели b :

$$A_0 = \int dA = \int_0^b Cdx = Cb. \text{ Отсюда } C = A_0 / b \text{ и, следовательно, } dA = \frac{A_0}{b} dx.$$

Теперь определим фазовые соотношения между колебаниями dE . Сопоставим фазы колебаний, возбуждаемых в точке P элементарными зонами с координатами O и x (рисунок 6). Оптические пути OP и QP таутохронны. Поэтому разность фаз между рассматриваемыми колебаниями образуется на пути $\Delta = x \sin \varphi$. Если начальную фазу колебания, возбуждаемого в точке P элементарной зоной, находящейся в середине щели, положить равной нулю, то начальная фаза колебания, возбуждаемого зоной с координатой x , будет равна:

$$-2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = -\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi.$$

Таким образом, колебание, возбуждаемое элементарной зоной с координатой x в точке P (положение которой определяется углом φ), может быть представлено в виде

$$dE_{\varphi} = \left(\frac{A_0}{b} dx \right) e^{-ikx \sin \varphi} \quad (7)$$

Проинтегрировав выражение (7) по всей ширине щели, найдем результирующее колебание, возбуждаемое в точке P открываемом щелью участком волновой поверхности:

$$E_{\varphi} = \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{A_0}{b} e^{-ikx \sin \varphi} dx \quad (8)$$

Условие максимумов интенсивности для щели можно записать в виде $b \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$, а минимумов $b \sin \varphi = m\lambda$, где $m = \pm 1, 2, 3, \dots$ - порядок максимума (минимума) [1].

Пример № 3. Рассмотрим дифракцию Фраунгофера от щели с помощью программы MathCAD.

Дано:

Пусть на бесконечно длинную щель шириной b нормально падает плоская световая волна. Рассмотрим, как будет изменяться интенсивность на экране при изменении угла дифракции φ . Считаем, что амплитуда результирующего колебания в точке наблюдения равна A_0 .

Ширина щели

$$b := 0.2$$

Длина волны

$$\lambda := 632.8 \cdot 10^{-6}$$

Амплитуда колебаний

$$A_0 := 1$$

Волновое число $k := \frac{2\pi}{\lambda}$

Решение:

Зададим значение дифракционного угла: $\varphi_j := \frac{0.01\pi}{180} j$

$j := 0 \dots 60$.

Подсчитаем напряженность при различных значениях дифракционного угла:

$$E_j := \int_{-b/2}^{b/2} \frac{A_0}{b} e^{-ikx \sin(\varphi_j)} dx$$

Теперь найдём интенсивность колебаний в точке P и построим её график: $I_j := E_j \cdot |E_j| \cdot e^{-1j \cdot \arg(E_j)}$.

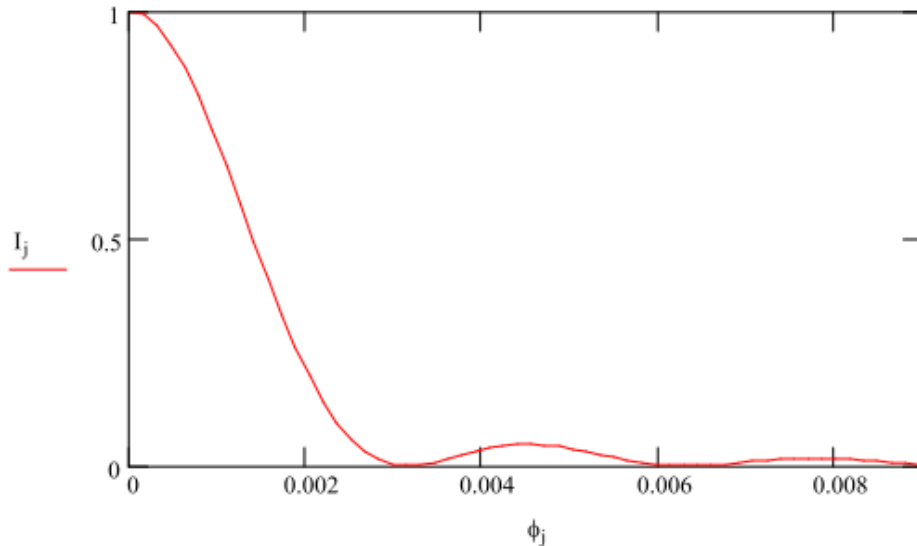


Рисунок 7 – График изменения интенсивности колебаний

Заметим, что при наклонном падении света под углом φ_0 (рисунок 8) разность хода между крайними интерферирующими лучами АВ – CD составляет

$$\Delta = b(\sin \varphi - \sin \varphi_0) \quad (9)$$

В этом случае формула (8) примет вид:

$$E_\varphi = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{A_0}{b} e^{-ikx(\sin \varphi - \sin \varphi_0)} dx \quad (10)$$

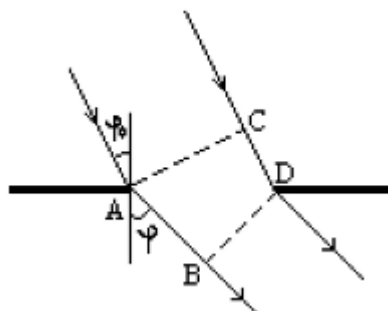


Рисунок 8 – Прохождение световой волны при наклонном падении света под углом φ_0 через узкую щель шириной АВ

Условия для максимумов и минимумов интенсивности примут вид в соответствии с формулой (10).

2.5 Дифракция Фраунгофера от нескольких щелей

Дифракционной решеткой называется совокупность большого числа одинаковых щелей, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние (рисунок 9). Расстояние d между серединами соседних щелей называется периодом решетки.

Расположим параллельно решетке собирательную линзу, в фокальной плоскости которой поставим экран. Выясним характер дифракционной картины, получающейся на экране при падении на решетку плоской световой волны (для простоты будем считать, что волна падает на решетку нормально). Каждая из щелей даст на экране картину. Картины от всех щелей придутся на одно и то же место экрана (независимо от положения щели, центральный максимум лежит против центра линзы). Если бы колебания, приходящие в точку Р от различных щелей, были бы некогерентными, результирующая картина от N щелей отличалась бы от картины, создаваемой одной щелью лишь тем, что все интенсивности возросли бы в N раз. Однако колебания от различных щелей являются в большей или меньшей степени когерентными, поэтому результирующая интенсивность будет отлична от $N I_{cp}$ (I_{cp} – интенсивность, создаваемая одной щелью). В дальнейшем будем предполагать, что радиус когерентности падающей волны намного превышает длину решетки, так что колебания от всех щелей можно считать когерентными друг относительно друга. В этом случае результирующее колебание в точке Р, положение которой определяется углом φ , представляет

собой сумму N колебаний с одинаковой амплитудой A_φ , сдвинутых друг относительно друга по фазе на одну и ту же величину δ . Интенсивность при этих условиях равна

$$I_{\text{реши}} = I_{\text{ср}} \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)} \quad (11)$$

Из рисунка 9 видно, что разность хода от соседних щелей равна $\Delta = d \sin \varphi$. Следовательно, разность фаз равна: $\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi$.

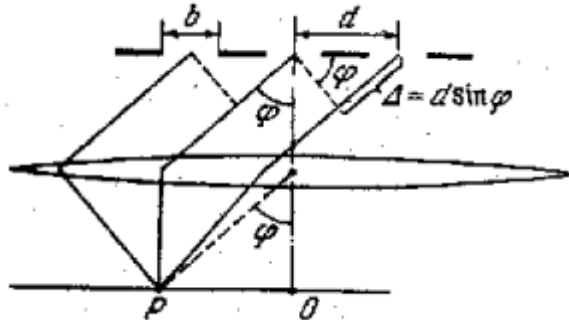


Рисунок 9 – Многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света

Условие главных максимумов интенсивности для дифракционной решетки $d \sin \varphi = m\lambda$, где $m = \pm 1, 2, 3, \dots$ - номер главного максимума, а d - период решётки [1].

3 Задание на лабораторную работу

1) Рассмотреть дифракцию Френеля на диске для разных значений радиуса диска. Осуществить проверку полученных результатов с помощью зон Френеля.

2) Рассмотреть дифракцию Френеля на отверстии в виде кольца. Осуществить проверку полученных результатов с помощью зон Френеля.

3) Рассмотреть дифракцию Фраунгофера от щели при падении плоской световой волны под углом φ_0 .

4) Рассмотреть дифракцию Фраунгофера от N щелей при падении волны под углом φ_0 .

5) Рассмотреть дифракцию Фраунгофера от края непрозрачного прямого экрана.

4 Контрольные вопросы

1. Перечислите основные характеристики дифракционной решетки.
2. Дайте понятие дифракции.
3. Сформулируйте принцип Гюйгенца – Френеля.
4. В чём заключаются условия наблюдения дифракции Френеля
5. Сформулируйте принцип дифракции Фраунгофера?