

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна

Должность: проректор по учебной работе

Дата подписания: 28.08.2023 16:58:01

Уникальный программный ключ:

0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabb0754943d14a4851fda56d089

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра космического приборостроения и систем связи

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
« 8 » 08 2023 г.

ЗАКОНЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ СВЕТОВЫХ ВОЛН

Методические указания
по выполнению лабораторной работы
для студентов, обучающихся по направлению подготовки
11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»
по дисциплине «Электромагнитные поля и волны»

Курск 2023

УДК 621.391

Составители: Д.С. Коптев

Рецензент:

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий кафедрой космического приборостроения и систем связи
В. Г. Андронов

Законы отражения и преломления световых волн:
методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-
Зап. гос. ун-т; сост.: Д.С. Коптев. Курск, 2023. – 14 с.

Методические указания по выполнению лабораторной работы содержат краткие теоретические сведения, задания для выполнения работы, примеры их выполнения в математическом приложении MathCAD и перечень вопросов для самопроверки изучаемого материала.

Методические указания соответствуют учебному плану по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», а также рабочей программе дисциплины «Электромагнитные поля и волны».

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» очной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 08.08.2023. Формат 60x84/16.
Усл. печ. л. 0,81. Уч.-изд. л. 0,74. Тираж 100 экз. Заказ 748. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

1 Цель работы

- изучить основные законы отражения и преломления световых волн.

2 Краткие теоретические сведения

Для получения законов отражения и преломления света рассмотрим идеализированный случай бесконечной плоской границы раздела двух неподвижных однородных изотропных сред, каждая из которых занимает целое полупространство. Пусть в одной из этих сред задана приходящая из бесконечности плоская монохроматическая волна. Эта падающая на границу волна порождает волновой процесс в обеих средах.

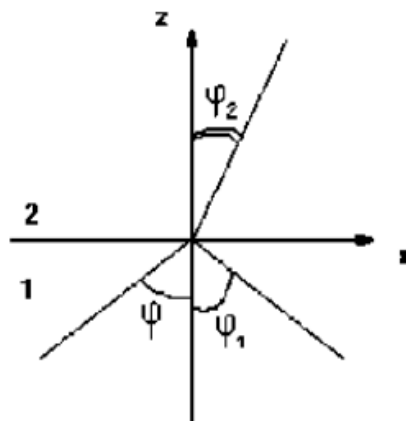


Рисунок 1 – Направления рассматриваемых волн для прозрачной, преломляющей и отражающей сред

Полное электромагнитное поле, включающее падающую, отраженную и преломленную волны, должно удовлетворять определенным граничным условиям, которые могут быть получены предельным переходом из уравнения Максвелла. Эти условия заключаются в непрерывности тангенциальных составляющих векторов \vec{E} и \vec{B} на границе (при отсутствии поверхностных токов на границе).

На рисунке 1 показаны направления рассматриваемых волн. Все величины, относящиеся к распространяющимся в первой среде с показателем преломления $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$ падающей и отраженной волнам, будем отмечать, соответственно, индексами 0 и 1, а к преломленной

волне во второй среде с показателем преломления $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}$ – индексом 2. Первую среду считаем прозрачной, для второй среды такого предположения пока делать не будем. Для каждой из трех плоских волн используем комплексную запись. Таким образом на границе

$$\begin{aligned} E_{0_r} e^{i(\vec{k}_0 \vec{r} - \omega_0 t)} + E_{1_r} e^{i(\vec{k}_1 \vec{r} - \omega_1 t)} &= E_{2_r} e^{i(\vec{k}_2 \vec{r} - \omega_2 t)}, \\ B_{0_r} e^{i(\vec{k}_0 \vec{r} - \omega_0 t)} + B_{1_r} e^{i(\vec{k}_1 \vec{r} - \omega_1 t)} &= B_{2_r} e^{i(\vec{k}_2 \vec{r} - \omega_2 t)} \end{aligned} \quad (1)$$

Чтобы граничные условия выполнялись в любой момент времени, коэффициенты при t в показателях экспонент для всех трех волн должны быть одинаковы. Поэтому частоты отраженной и преломленной волн равны частоте ω падающей волны, что, впрочем, очевидно, если эти волны рассматривать как результат сложения вторичных волн, излучаемых зарядами вещества при их вынужденном движении.

Направим ось Z перпендикулярно границе раздела. Углы $\varphi, \varphi_1, \varphi_2$, образуемые волнами с осью Z , называют углами падения, отражения и преломления. Граничные условия должны выполняться сразу во всех точках границы раздела. Это возможно тогда, когда зависимость E_r и B_r от координат точки плоскости XOY у всех трех волн одинакова, то есть равны тангенциальные компоненты k_x, k_y их волновых векторов. Отсюда следует, что направления распространения всех трех волн лежат в одной плоскости, проходящей через ось Z (плоскость падения). Выберем в качестве нее плоскость XOY (рисунке 1). Таким образом,

$$\begin{aligned} k_{1x} = k_{2x} = k_{0x} &= (\omega / c) n_1 \sin \varphi \\ k_{1z} = -k_{0z} &= -\frac{\omega}{c} n_1 \cos \varphi, \\ k_{2z} &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sin^2 \varphi} \end{aligned} \quad (2)$$

Величина k_{2z} в поглощающей среде (при комплексном значении ε_2) комплексна. Она будет комплексной (чисто мнимой) и в прозрачной среде, если $\sin^2 \varphi > \varepsilon_2 / \varepsilon_1$ (условие полного отражения).

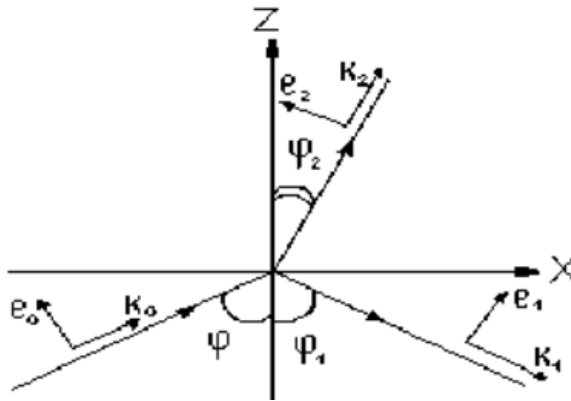


Рисунок 2 – Отражённая и преломлённая волна при прохождении через сферическую поверхность

Если вторая среда прозрачна и $\sin^2 \varphi < \sqrt{\varepsilon_2 / \varepsilon_1} = n_2 / n_1$, то из (рисунка 2) следуют законы отражения и преломления света, определяющие направления отраженной и преломленной волн. $\varphi_1 = \varphi$, $n_1 \sin \varphi = n_2 \sin \varphi_2$ Эти законы получены относительно комплексных амплитуд E_r и поэтому справедливы при любом состоянии поляризации падающей волны [1].

2.1 Формулы Френеля

Граничные условия (1) позволяют определить не только направления отраженной и преломленной волн, но и их амплитуды и состояния поляризации.

Разложим каждую из трех волн в (1) на две составляющие: поляризованную в плоскости падения (индекс \parallel) и поляризованную в перпендикулярном плоскости падения направлении (индекс \perp).

Для векторов \vec{E} и \vec{B} , лежащих в плоскости падения, условимся выбирать положительные направления в каждой из волн так, как показано на рис. 4.2. В перпендикулярной плоскости положительное направление задается единичным вектором \vec{j} , направленным вдоль оси y . Таким образом, $\vec{E}_0^\perp = E_0^\perp \cdot \vec{j}$, $\vec{E}_0^\parallel = E_0^\parallel \cdot \vec{e}_0$, и так далее. Вектор \vec{B} , в каждой из трех волн выражается через соответствующий вектор \vec{E} , с помощью соотношения $\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B}$, что дает следующую связь между амплитудами $\vec{E}^\parallel, \vec{E}^\perp$ и $\vec{B}^\parallel, \vec{B}^\perp$:

$$\begin{aligned} \vec{B}_0^\perp &= nE_0^\perp \cdot \vec{e}_0, & \vec{B}_1^\perp &= nE_1^\perp \cdot \vec{e}_1, & \vec{B}_2^\perp &= nE_2^\perp \cdot \vec{e}_2, \\ \vec{B}_0^\parallel &= -nE_0^\parallel \cdot \vec{j}, & \vec{B}_1^\parallel &= -n_1E_1^\parallel \cdot \vec{j}, & \vec{B}_2^\parallel &= -n_2E_2^\parallel \cdot \vec{j}, \end{aligned} \quad (4)$$

Используя соотношения (4), граничных условия (1) можно переписать так, чтобы в них входили амплитуды напряженностей только электрических полей каждой из волн. Учитывая, что $e_{0x} = \cos \varphi$, $e_{1x} = -\cos \varphi$, $e_{2x} = \cos \varphi_2$, получаем:

$$\begin{aligned} E_0^\perp + E_1^\perp &= E_2^\perp, \\ n_1 \cos \varphi (E_0^\perp - E_1^\perp) &= n_2 \cos \varphi_2 E_2^\perp, \\ n_1 (E_0^\parallel + E_1^\parallel) &= n_2 E_2^\parallel, \\ \cos \varphi (E_0^\parallel - E_1^\parallel) &= \cos \varphi_2 E_2^\parallel, \end{aligned} \quad (5)$$

Заметим, что эти уравнения распадаются на две группы, одна из которых содержит только компоненты E^\perp , другая – компоненты E^\parallel , то есть E_1^\perp и E_2^\perp выражаются только через E_0^\perp и не зависят от E_0^\parallel , и наоборот. Это значит, что волны указанных двух типов можно рассматривать независимо друг от друга. Уравнения (5) можно разрешить относительно компонент отраженной и преломленной волн, выразив их через компоненты падающей волны:

$$E_1^\perp = \frac{n_1 \cos \varphi - n_2 \cos \varphi_2}{n_1 \cos \varphi + n_2 \cos \varphi_2} E_0^\perp, \quad E_2^\perp = \frac{2n_1 \cos \varphi}{n_1 \cos \varphi + n_2 \cos \varphi_2} E_0^\perp, \quad (6)$$

$$E_1^\parallel = \frac{n_2 \cos \varphi - n_1 \cos \varphi_2}{n_2 \cos \varphi + n_1 \cos \varphi_2} E_0^\parallel, \quad E_2^\parallel = \frac{2n_1 \cos \varphi}{n_2 \cos \varphi + n_1 \cos \varphi_2} E_0^\parallel, \quad (7)$$

Эти соотношения, называемые формулами Френеля, полностью определяют характеристики отраженной и преломленной волн. Их обычно пишут в несколько иной форме, которую можно получить из (6) и (7), исключив n_1/n_2 с помощью закона преломления (3):

$$E_1^\perp = -\frac{\sin(\varphi - \varphi_2)}{\sin(\varphi + \varphi_2)} E_0^\perp, \quad E_2^\perp = \frac{2 \cos \varphi \sin \varphi_2}{\sin(\varphi + \varphi_2)} E_0^\perp, \quad (8)$$

$$E_1^\parallel = \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \varphi_2)}{\sin(\varphi + \varphi_2)} E_0^\parallel, \quad E_2^\parallel = \frac{2 \cos \varphi \sin \varphi_2}{\sin(\varphi + \varphi_2) \cos(\varphi - \varphi_2)} E_0^\parallel. \quad (9)$$

В случае нормального падения $\varphi = 0$ и, следовательно, $\varphi_2 = 0$. Тогда соотношения (6, 7) принимают вид:

$$\begin{aligned} E_1 &= (n_1 - n_2) \frac{E_0}{(n_1 + n_2)}, \\ E_2 &= \frac{2n_1 E_0}{(n_1 + n_2)} \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 Угол Брюстера

Угол Брюстера определяется из условия $\varphi_{\text{Бр}} + \varphi_2 = \pi/2$: при падении света под таким углом направления отражённой и преломлённой волн взаимно перпендикулярны (рисунок 3).

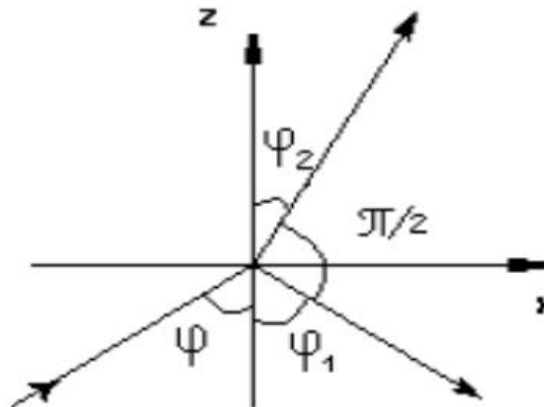


Рисунок 3 – Падение света под углом Брюстера

Из формулы (9), содержащей в знаменателе $\text{tg}(\varphi + \varphi_2)$, видно, что при $\varphi_{\text{Бр}} = \varphi$ получается $E_1^{\parallel} = 0$: отраженной волны не будет, если падающий под углом $\varphi_{\text{Бр}}$ свет поляризован в плоскости падения. Отсюда следует, что отражение естественного света, который можно представить как некогерентную смесь двух линейно поляризованных волн с ортогональными направлениями поляризации, обладает замечательным свойством: при падении под углом $\varphi = \varphi_{\text{Бр}}$ отразится только составляющая, поляризованная перпендикулярно плоскости падения, и отраженный свет будет полностью линейно поляризованным. В этом состоит закон Брюстера, открытый экспериментально в 1815 году. Угол $\varphi_{\text{Бр}}$ называется еще углом полной поляризации. Из закона преломления получаем

$$\text{tg} \varphi_{\text{Бр}} = n_2 / n_1 \quad (11)$$

Введем, по определению, коэффициент отражения R границы как отношение среднего по времени отраженного от поверхности потока энергии к падающему потоку. Коэффициент отражения тем меньше, чем ближе показатели преломления граничащих сред. При $n_1 = n_2$ отражение вообще отсутствует. Для света, поляризованного в плоскости падения и перпендикулярно ей, коэффициенты отражения

будут определяться по формулам:

$$R^\perp = \frac{\sin^2(\varphi - \varphi_2)}{\sin^2(\varphi + \varphi_2)}, \quad R^\parallel = \frac{\operatorname{tg}^2(\varphi - \varphi_2)}{\operatorname{tg}^2(\varphi + \varphi_2)} \quad (12)$$

При отражении от оптически менее плотной среды ($n_2 < n_1$) оба коэффициента обращаются в единицу уже при угле падения $\varphi = \varphi_m$, где $\sin \varphi_m = n_2 / n_1$. Угол φ_m называется предельным углом полного отражения. При $\varphi = \varphi_m$ угол преломления $\varphi_2 = \pi / 2$, то есть преломленная волна распространяется параллельно границе раздела. Отражение под углами $\varphi > \varphi_m$ требует особого рассмотрения, так как k_{2z} в (2) становится чисто мнимым, то есть поле во второй среде затухает. Затухание волны при отсутствии поглощения (диссипации энергии) означает, что на границе происходит полное отражение падающей волны.

При $\varphi > \varphi_m$ волновой вектор k_2 волны во второй среде имеет вещественную проекцию k_{2x} на направление границы и мнимую проекцию k_{2z} на направление нормали: формулы (2) для этого случая дают

$$k_{2x} = n_1 \omega \sin \varphi / c, \quad k_{2z} = \pm i \omega \sqrt{n_1^2 \sin^2 \varphi - n_2^2} / c \quad (13)$$

Это значит, что электромагнитное поле во второй (оптически менее плотной) среде представляет собой неоднородную волну, у которой поверхности постоянной фазы — это плоскости $x = \text{const}$, перпендикулярные границе, а поверхности постоянной амплитуды — плоскости $z = \text{const}$, параллельные границе раздела. Знак перед корнем в (13) определяется из требования, чтобы при удалении от границы раздела амплитуда этой неоднородной волны уменьшалась. Только такое решение имеет физический смысл. Подставляя k_{2z} и k_{2x} из (13) в выражение $\vec{E}_2 \exp i(\vec{k}_2 \vec{r} - \omega t)$, получаем:

$$\vec{E}_2 e^{-z/l} e^{i(k_{2x}x - \omega t)}, \quad l = c / \left(\omega \sqrt{n_1^2 \sin^2 \varphi - n_2^2} \right). \quad (14)$$

Убыванию амплитуды в направлении оси z соответствует знак «+» в (13). Величина l характеризует глубину проникновения волны во вторую среду: на этом расстоянии от границы амплитуда волны убывает в e раз. По существу, волну во второй среде можно считать поверхностной: ее амплитуда заметна только на

расстоянии нескольких длин волн от граничной поверхности [1].

Пример № 1. Рассмотрим отношение амплитуд отраженной и падающей волн в случае $n_1 < n_2$.

Дано:

Показатели преломления: $n_1 = 1.3$, $n_2 = 1.5$.

Угол падения $\varphi := 0, \frac{\pi}{96} \dots \frac{\pi}{2.0001}$

Амплитуды перпендикулярной и параллельной составляющих падающей волны $E_{01} := 10$ и $E_{02} := 20$, $i := 0 \dots 10$.

Решение:

Находим угол преломления по закону преломления $\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}$.

Отсюда следует, что $\psi(\varphi) := a \sin\left(\frac{\sin \varphi \cdot n_1}{n_2}\right)$.

Используя формулы Френеля:

$$E_1(\varphi) := \frac{n_1 \cos \varphi - n_2 \cos(\psi(\varphi))}{n_1 \cos \varphi + n_2 \cos(\psi(\varphi))} E_{01}$$

$$E_2(\varphi) := \frac{n_2 \cos \varphi - n_1 \cos(\psi(\varphi))}{n_2 \cos \varphi + n_1 \cos(\psi(\varphi))} E_{02}$$

найдем амплитуды перпендикулярной (E1) и параллельной (E2) составляющих отраженной волны.

$E1(\phi) =$

-0.714
-0.715
-0.717
-0.72
-0.725
-0.731
-0.739
-0.748
-0.758

$E2(\phi) =$

1.429
1.427
1.423
1.417
1.407
1.395
1.38
1.362
1.34

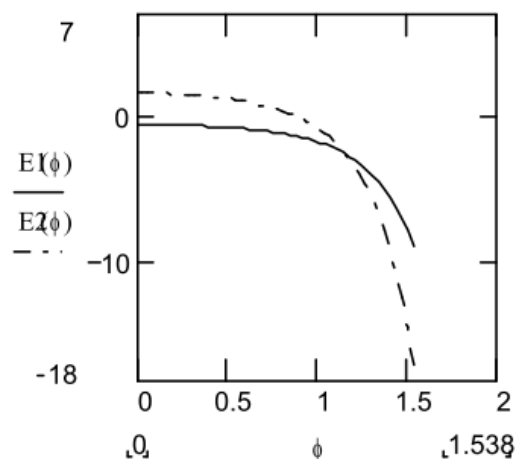


Рисунок 4 – Амплитуды перпендикулярной (E1) и параллельной (E2) составляющих отраженной волны и их график

Найдём отношение амплитуд отраженной и падающей волн

$$f(\varphi) := \frac{E_1(\varphi)}{E_{01}} \quad g(\varphi) := -\frac{E_2(\varphi)}{E_{02}}$$

$$f(\phi) = \quad g(\phi) =$$

-0.071	-0.071
-0.071	-0.071
-0.072	-0.071
-0.072	-0.071
-0.072	-0.07
-0.073	-0.07
-0.074	-0.069
-0.075	-0.068
-0.076	-0.067
-0.077	-0.066
-0.078	-0.064
-0.08	-0.063
-0.082	-0.061
-0.084	-0.059
-0.086	-0.057
-0.088	-0.054

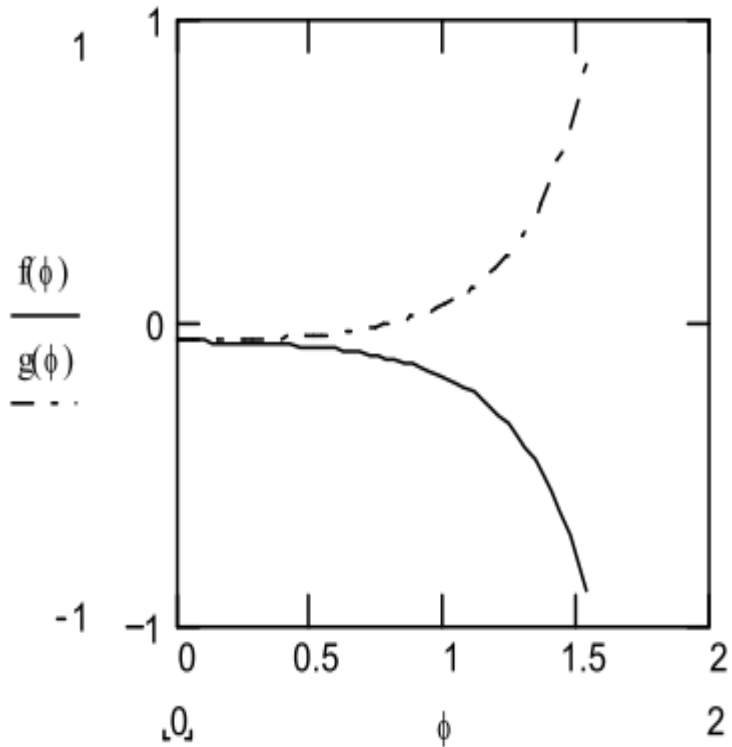


Рисунок 5 – Амплитуды отраженной и падающей волн и их график

Пример № 2. Рассмотрим отношение амплитуд отраженной и падающей волн в случае $n_1 > n_2$.

Дано:

Показатели преломления: $n_1 = 1.8, n_2 = 1.5$.

Угол падения $\varphi := 0, \frac{\pi}{96} \dots \frac{\pi}{2.0001}$

Амплитуды перпендикулярной и параллельной составляющих падающей волны $E_{01} := 10$ и $E_{02} := 20, i := 0 \dots 10$.

Решение:

Находим угол преломления по закону преломления $\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}$.

Отсюда следует, что $\psi(\varphi) := \arcsin\left(\frac{\sin \varphi \cdot n_1}{n_2}\right)$.

Используя формулы Френеля:

$$E_1(\varphi) := \frac{n_1 \cos \varphi - n_2 \cos(\psi(\varphi))}{n_1 \cos \varphi + n_2 \cos(\psi(\varphi))} E_{01}$$

$$E_2(\varphi) := \frac{n_2 \cos \varphi - n_1 \cos(\psi(\varphi))}{n_2 \cos \varphi + n_1 \cos(\psi(\varphi))} E_{02}$$

найдем амплитуды перпендикулярной (E1) и параллельной (E2) составляющих отраженной волны.

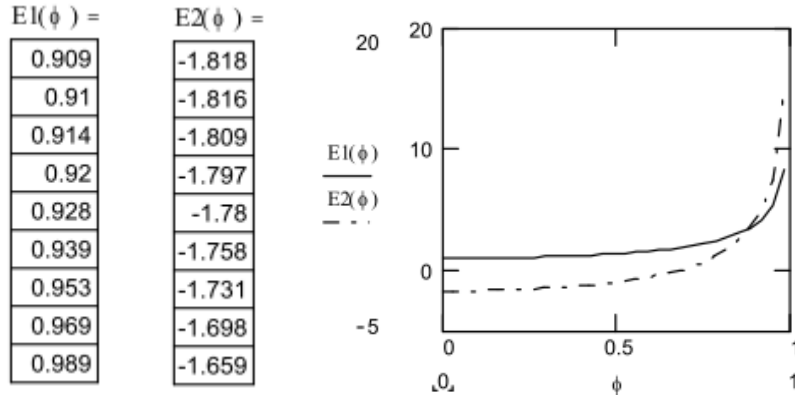


Рисунок 6 – Амплитуды перпендикулярной (E1) и параллельной (E2) составляющих отраженной волны и их график

Найдем отношение амплитуд отраженной и падающей волн

$$f(\varphi) := \frac{E_1(\varphi)}{E_{01}} \quad g(\varphi) := -\frac{E_2(\varphi)}{E_{02}}$$

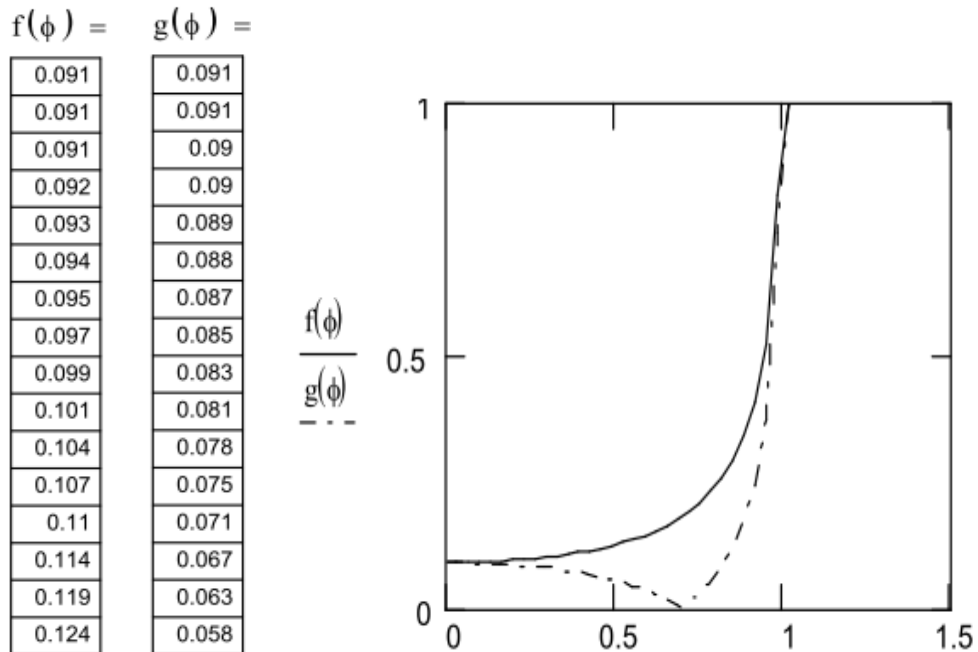


Рисунок 7 – Амплитуды отраженной и падающей волн и их график

Пример № 3. Рассмотрим случай полного отражения [1].

Дано:

Показатели преломления: $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1$.

Угол падения $\varphi := 0, \frac{\pi}{96} \dots \frac{\pi}{2.0001}$

Амплитуды перпендикулярной и параллельной составляющих падающей волны $E_{01} := 10$ и $E_{02} := 20$, $i := 0 \dots 10$.

Решение:

Находим угол преломления по закону преломления $\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}$.

Отсюда следует, что $\psi(\varphi) := a \sin\left(\frac{\sin \varphi \cdot n_1}{n_2}\right)$.

Используя формулы Френеля:

$$E_1(\varphi) := \frac{n_1 \cos \varphi - n_2 \cos(\psi(\varphi))}{n_1 \cos \varphi + n_2 \cos(\psi(\varphi))} E_{01}$$

$$E_2(\varphi) := \frac{n_2 \cos \varphi - n_1 \cos(\psi(\varphi))}{n_2 \cos \varphi + n_1 \cos(\psi(\varphi))} E_{02}$$

найдем амплитуды перпендикулярной (E_1) и параллельной (E_2) составляющих отраженной волны.

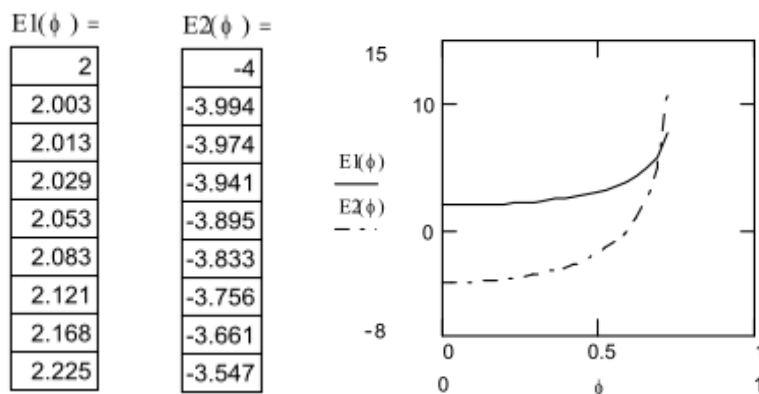


Рисунок 8 – Амплитуды перпендикулярной (E_1) и параллельной (E_2) составляющих отраженной волны и их график

Найдем графики зависимости $r_{\perp} = E_1^{\perp} / E_0^{\perp}$ и $r_{\parallel} = E_1^{\parallel} / E_0^{\parallel}$ от угла падения для $n_1 > n_2$ построенные по формулам Френеля. $r_1(\varphi) := \frac{|E_1(\varphi)|}{E_{01}}$

$$r_2(\varphi) := \frac{|E_2(\varphi)|}{E_{02}}$$

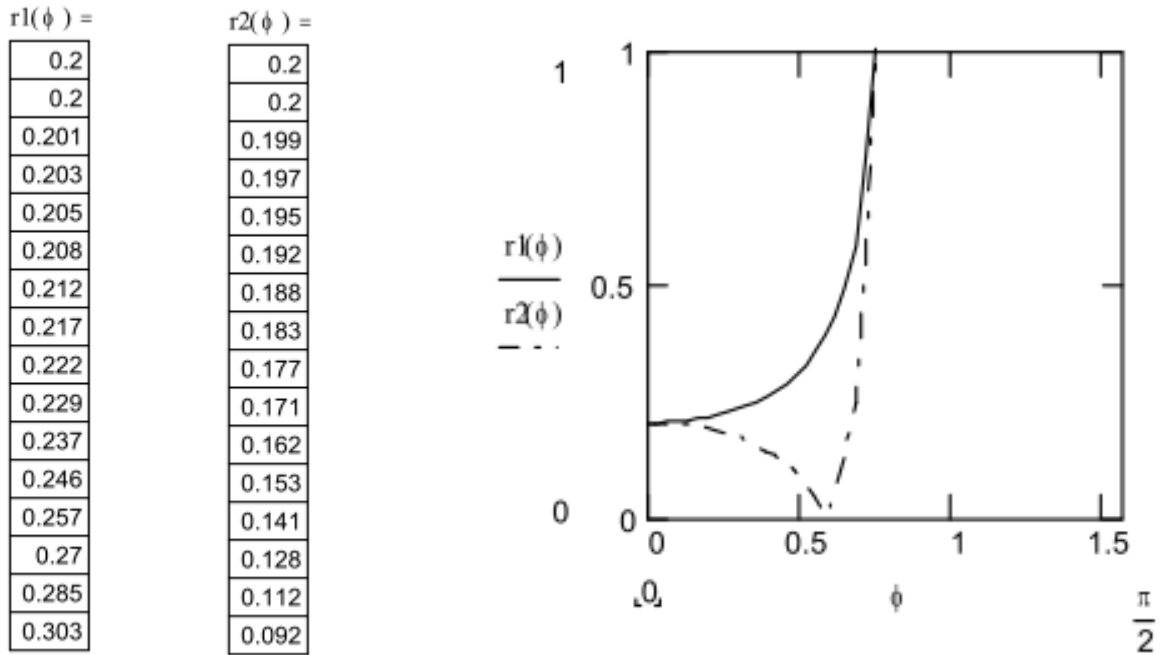


Рисунок 9 – Амплитуды отраженной и падающей волн и их график

При данных показателях преломления угол падения ϕ не превышает предельного значения угла ϕ_m (угла полного отражения).

3 Задание на лабораторную работу

1) С помощью формул Френеля показать, что при отражении от оптически менее плотной среды ($n_2 < n_1$) крутизна кривых $r_{\perp}(\phi)$ и $r_{\parallel}(\phi)$ при приближении ϕ к предельному углу полного отражения ϕ_m стремится к бесконечности.

2) Каким должен быть преломляющий угол α призмы из стекла с показателем преломления $n=1,5$, чтобы свет линейной поляризации мог пройти сквозь нее без потерь на отражение?

3) Неполаризованный почти монохроматический пучок света падает на плоскую границу раздела диэлектриков. Определить коэффициент отражения R и коэффициенты деполаризации $\rho_{1,2}$ отраженного и преломленного света, если угол падения равен углу Брюстера.

4 Контрольные вопросы

1. Дайте определение угла Брюстера.
2. Объясните явление полного внутреннего отражения.
3. Дайте определение предельного угла полного отражения.
4. Дайте определение плоскости поляризации света.
5. Запишите уравнения интерференционного максимума.