

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 05.02.2021 07:55:33  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

**МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)**

Кафедра экономики, управления и аудита

Проректор по учебной работе  
*Локтионова*  
« 15 » 01



## **ЭКОНОМЕТРИКА**

Методические указания по выполнению лабораторных работ  
для студентов направления подготовки  
09.03.02 «Информационные системы и технологии»

УДК 330.4(075)

Составители: Т.А. Беляева, И.А. Козьева

Рецензент

*Кандидат технических наук, доцент Томакова И.А.*

**Эконометрика:** методические указания по выполнению лабораторных работ для студентов направления подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Т.А. Беляева, И.А. Козьева Курск, 2021. 55 с.

Методические указания составлены на основании учебного плана направления подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии» и рабочей программы дисциплины «Эконометрика».

Предназначены для студентов направления подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии» для выполнения лабораторных работ по дисциплине «Эконометрика». Содержат теоретические основы и практические рекомендации по разработке и характеристике основных видов эконометрических моделей.

Предназначены для студентов очной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать . Формат 60×84 1/16.  
Усл.печ.л. . Уч.-изд.л. . Тираж 100 экз. Заказ. Бесплатно.  
Юго-Западный государственный университет.  
305040 г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94

## Содержание

Введение.....	4
1 Лабораторная работа «Линейные модели множественной регрессии» .....	6
2. Лабораторная работа «Прогнозирование на основе временных рядов»	16
3. Лабораторная работа «Моделирование структуры временного ряда» .....	22
4. Методические рекомендации по выполнению отчетов о лабораторных работах	27
5. Рекомендуемые источники информации	28
Приложения	29

## **Введение**

Любая область экономической деятельности связана с необходимостью количественного описания, анализа и прогнозирования экономических явлений и их взаимосвязей. Это требует применения современных методов и инструментов обработки социально-экономической информации. Большинство современных методов основывается на эконометрических моделях, концепциях и приемах; моделях временных рядов.

Методические указания по выполнению и защите лабораторных работ по эконометрике адресованы студентам очной и заочной форм обучения и ориентированы на освоение начального курса эконометрики и получение навыков статистического анализа и построения эконометрических моделей с использованием пакета прикладных программ.

Основной целью выполнения лабораторных работ по эконометрике является обучение студентов методологии и методике построения и применения эконометрических моделей для решения профессиональных задач, моделирования и прогнозирования развития конкретных экономических и социальных систем на микро- и макроуровне.

Лабораторные работы по эконометрике выполняются в соответствии с учебным планом направления 09.03.02 «Информационные системы и технологии» очной и заочной формы обучения. Студентам предлагаются выполнить три комплексные лабораторные работы по основным темам изучаемой дисциплины. Лабораторные работы выполняются в пределах часов, отводимых на изучение дисциплины

## **Лабораторная работа «Линейные модели множественной регрессии»**

**Цель лабораторной работы:** построить линейную модель множественной регрессии и проверить ее на адекватность.

### **Задание:**

1. Для заданного набора данных постройте линейную модель множественной регрессии.
2. Оцените точность и адекватность построенного уравнения регрессии и полученных коэффициентов регрессионной модели.
3. Дайте экономическую интерпретацию параметров модели (на основе коэффициентов эластичности)
4. Для полученного уравнения проверьте выполнение условия гомоскедастичности остатков, применив тест Голдфельда-Квандта.
5. Проверьте полученную модель на наличие автокорреляции остатков с помощью теста Дарбина – Уотсона.

### **Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы**

Выполнение лабораторной работы предлагается осуществить с помощью табличного процессора MS EXCEL, в частности, его надстройки «Анализ данных». Выбор «Пакета анализа» MS Excel обусловлен его широким распространением, доступностью, изучением MS Excel в курсе «Информатика», а также тем, что он обладает достаточным набором средств статистического анализа и математических операций для решения задач, входящих в начальный курс эконометрики.

Для получения отчета о построение регрессионной модели в среде Excel необходимо выполнить следующие действия: проверьте доступ к пакету анализа.

В главном меню последовательно выберите Данные / Анализ данных. В случае его отсутствия необходимо выполнить следующую последовательность действий: Настройкой панели быстрого доступа / Надстройка / Пакет анализа / Перейти к настройкам Excel / Анализ данных.

Далее необходимо подготовить необходимую информацию для расчетов в столбцах таблицы Excel, исходная информация должна располагаться в столбцах таблицы, а не в строках.

В главном меню выберите Данные / Анализ данных / Регрессия. Заполните диалоговое окно ввода данных и параметров вывода.

*Входной интервал Y* - диапазон (столбец), содержащий данные со знаменами объясняемой переменной;

*Входной интервал X* - диапазон (столбцы), содержащий данные со значениями объясняющих переменных.

*Метки* - флажок, который указывает, содержат ли первые элементы отмеченных диапазонов названия переменных (столбцов) или нет;

*Константа-ноль* - флажок, указывающий на наличие или отсутствие свободного члена в уравнении регрессии ( $\beta_0$ );

*Выходной интервал* - достаточно указать левую верхнюю ячейку будущего диапазона, в котором будет сохранен отчет по построению модели;

*Новый рабочий лист* - можно задать произвольное имя нового листа, в котором будет сохранен отчет.

Если необходимо получить значения и графики остатков ( $e_i$ ), установите соответствующие флажки в диалоговом окне. Нажмите на кнопку ОК.

Вид отчета о результатах регрессионного анализа будет представлен в таблицах 1, 2, 3.

Таблица 1.1- Регрессионная статистика

Регрессионная статистика		
Множественный коэффициент корреляции (R)	(множественный коэффициент корреляции)	
R-квадрат (коэффициент детерминации)		

Нормированный (нормированный детерминации)	R-квадрат коэффициент	
Стандартная ошибка (мера разброса исходных данных вокруг линии регрессии)		
Наблюдения (количество единиц в изучаемой совокупности исходных данных)		

Одной из наиболее эффективных оценок адекватности модели является коэффициент детерминации  $R^2$ , определяемый формулой:

$$R^2 = 1 - \frac{\sigma_{ост}^2}{\sigma_y^2} \quad (1.1)$$

где  $\sigma_{ост}^2$  - остаточная дисперсия (отклонений фактических значений результативного признака от вычисленных по регрессионному уравнению);

$\sigma_y^2$  - общая дисперсия результативного признака (отклонение фактических значений от их средней арифметической).

Коэффициент детерминации характеризует долю вариации зависимой переменной, обусловленной регрессией или изменчивостью объясняющих переменных. Чем ближе  $R^2$  к единице, тем лучше построенная регрессионная модель описывает зависимость между объясняющей и зависимой переменной.

Следует иметь в виду, что при включении в модель новой объясняющей переменной, коэффициент детерминации увеличивается, хотя это и не обязательно означает улучшение качества регрессионной модели. В этой связи лучше использовать скорректированный (поправленный) коэффициент детерминации  $R^2$ , пересчитываемый по формуле:

$$R^2 = 1 - \frac{n-1}{n-m-1}(1-R^2), \quad (2)$$

где  $n$  – число наблюдений,

$m$  – число параметров при переменных  $x$ .

Из формулы следует, что с включением в модель дополнительных переменных разница между значениями  $R^2$  увеличивается. Таким образом, скорректированный коэффициент детерминации может уменьшаться при добавлении в модель новой объясняющей переменной, не оказывающей существенного влияния на результативный признак.

Для перехода к первой степени извлекается квадратный

корень из приведенного выражения (1). В результате получаем коэффициент или индекс корреляции ( $r$ ). Другими словами, устанавливается степень соответствия типа функции реальным условиям или рассчитывается множественный коэффициент корреляции.

$$r = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{ocm}^2}{\sigma_y^2}}, \quad (1.3)$$

Коэффициенты корреляции по абсолютной величине могут принимать значения в пределах от нуля до единицы. Чем ближе значение коэффициента к 1, тем теснее связь. Однако, величина коэффициента корреляции и, соответственно, коэффициента детерминации, равная 1 свидетельствует о функциональной зависимости, что требует корректировки в разработке модели.

Корреляция может быть положительной или отрицательной (коэффициент корреляции имеет тот же знак, который имеет параметр уравнения связи); знак характеризует направленность связи (прямая или обратная связь).

Стандартная ошибка регрессии:

$$S = \sqrt{S^2}, \quad (1.4)$$

где  $S^2 = \sum \frac{e_i^2}{n-m}$  - необъясненная дисперсия (мера разброса зависимой переменной вокруг линии регрессии);  $n$  — число наблюдений,  $m$  - число объясняющих переменных

Рассмотрим таблицу с результатами дисперсионного анализа.

Таблица 1.2 - Дисперсионный анализ

Дисперсионный анализ	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия ( $RSS$ )	$m$	$\sum (y - \bar{y})^2$	$RSS/m=MS_R$	$MS_R/MS_E$	
Остаток ( $ESS$ )	$n-m-1$	$\sum (y_x - \bar{y})^2$	$ESS/n-m-1=MS_E$	$E$	
Итого ( $TSS$ )	$m-1$	$\sum (y - y_x)^2$			

$df$  - *degrees of freedom* - число степеней свободы связано с числом единиц совокупности  $n$  и с числом определяемых по ней констант ( $m+1$ ).

$SS$  - *sum of squares* - сумма квадратов (регрессионная ( $RSS$ -*regression sum of squares*), остаточная ( $ESS$  — *error sum of squares*) и



общая ( $TSS$ — *total sum of squares*), соответственно).  $MS$ -mean sum - сумма квадратов на одну степень свободы.

$F$  - расчетное значение F-критерия Фишера.

Основной идеей дисперсионного анализа является разложение общей суммы квадратов отклонений результативной переменной  $y$  от среднего значения  $y$  на «объясненную» и «остаточную»:

$$\sum (y - \bar{y})^2 = \sum (y_x - \bar{y})^2 + \sum (y - y_x)^2.$$

общая сумма	Сумма квадратов	Остаточная	
квадратов	отклонений,	сумма квадратов	
отклонений	объясненная	отклонений	(1.5)
	регрессией		

Для приведения дисперсий к сопоставимому виду, определяют дисперсии на одну степень свободы.

Сравнивая полученные оценки объясненной и остаточной дисперсии на одну степень свободы, определяют значение  $F$  – критерия Фишера, используемого для оценки значимости уравнения регрессии:

$$F = \frac{S_R^2}{S^2}. \quad (1.6)$$

С помощью  $F$  – критерия проверяется нулевая гипотеза о равенстве дисперсий  $H_0: S_R^2 = S^2$ .

Если нулевая гипотеза справедлива, то объясненная и остаточная дисперсии не отличаются друг от друга. Для того, чтобы уравнение регрессии было значимо в целом (гипотеза  $H_0$  была опровергнута) необходимо, чтобы объясненная дисперсия превышала остаточную в несколько раз. Критическое значение  $F$  – критерия определяется по таблице Фишера – Снедекора.

Расчетное значение сравнивается с табличным, и если оно превышает табличное ( $F_{расч} > F_{табл}$ ), то гипотеза  $H_0$  отвергается, и уравнение регрессии признается значимым. Если  $F_{расч} < F_{табл}$ , то уравнение регрессии считается статистически незначимым. Нулевая гипотеза  $H_0$  не может быть отклонена. Если нет табличного значения, то для проверки значимости уравнения регрессии в целом можно посмотреть *Значимость F*. На уровне значимости  $\alpha = 0,05$  уравнение регрессии признается значимым в целом, если *Значимость F*  $< 0.05$ , и незначимым, если *Значимость F*  $\geq 0.05$

Расчетное значение  $F$  – критерия связано с коэффициентом детерминации  $R^2$  следующим соотношением:

$$F = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-m-1}{m}, \quad (1.7)$$

где  $m$  – число параметров при переменных  $x$ ;  
 $n$  – число наблюдений.

В таблице 3 приведена оценка статистической значимости параметров (коэффициентов регрессии) и целесообразности включения соответствующих факторных показателей в регрессионную модель.

Таблица 1.3 Анализ коэффициентов регрессии

	Коэффициенты	Станд. ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижн 95%	Верхн 95%	Нижн 95%	Верхн 95%
Y-перес-е								
X1								
X2								
.....								

Оценка значимости коэффициентов регрессии сводится к проверке гипотезы о равенстве нулю коэффициента регрессии при соответствующем факторном признаке, т.е. гипотезы:

$$H_0 : b_i = 0$$

Проверка гипотезы проводится с помощью  $t$  – критерия Стьюдента. Для этого расчетное значение  $t$ -критерия:

$$t_{bi} = \frac{b_i}{m_{bi}}, \quad (1.8)$$

где  $b_i$  – коэффициент регрессии при  $x_i$   
 $m_{bi}$  – средняя квадратическая ошибка коэффициента регрессии  $b_i$

сравнивается с табличным  $t_{табл}$  при заданном уровне значимости  $\alpha = 0,05$  (для экономических процессов и явлений) и числе степеней свободы  $(n-2)$ .

Если расчетное значение превышает табличное, то гипотезу о несущественности коэффициента регрессии можно отклонить.

Рассмотрим интерпретацию параметров модели линейной множественной регрессии. В линейной модели множественной регрессии  $y_x = b_0 + b_1x_1 + \dots + b_m \cdot \lambda_m$  коэффициенты регрессии  $b_i$  характеризуют среднее изменение результата с изменением

соответствующего фактора на единицу при неизменном значении других факторов, закрепленных на среднем уровне.

На практике часто бывает необходимо сравнить влияние на зависимую переменную различных объясняющих переменных, когда последние выражаются разными единицами измерения. В этом случае используют коэффициенты эластичности:

Средние коэффициенты эластичности вычисляются по формуле:

$$\bar{\varepsilon}_{yxt} = b_i \cdot \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}_{xi}}. \quad (1.9)$$

Коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов (от средней) изменится в среднем  $Y$  при увеличении только фактора  $X_i$  на 1%.

На основании выше приведенных таблиц делается вывод о значимости (не значимости) параметров уравнения регрессии. В случае, когда один из факторов признается незначимым он исключается из модели и строится новое уравнение регрессии.

При эконометрическом моделировании реальных экономических процессов предпосылки КЛММР нередко оказываются нарушенными: дисперсии остатков модели не одинаковы (гетероскедастичность остатков), или наблюдается корреляция между остатками в разные моменты времени (автокоррелированные остатки).

Для полученного в задании 2 уравнения регрессии проверяют выполнение условия гомоскедастичности остатков, применив тест Голдфельда-Квандта.

Для проверки полученного уравнения на выполнение условия гомоскедастичности остатков необходимо все  $n$  наблюдений расположить в порядке возрастания значений фактора  $X$ . Затем выбирают  $m$  первых и  $m$  последних наблюдений.

Гипотеза о гомоскедастичности равносильна тому, что значения остатков  $e_1, \dots, e_m$  и  $e_{n-m+1}, \dots, e_n$  представляют собой выборочные наблюдения нормально распределенных случайных величин, имеющих одинаковые дисперсии.

Гипотеза о равенстве дисперсий двух нормально распределенных совокупностей проверяется с помощью  $F$  – критерия Фишера.

Расчетное значение вычисляется по формуле (в числителе всегда большая сумма квадратов):

$$F = \frac{\sum_{i=1}^m e_i^2}{\sum_{i=n-m+1}^n e_i^2}. \quad (1.10)$$

Гипотеза о равенстве дисперсий двух наборов по  $m$  наблюдений (т.е. гипотеза об отсутствии гетероскедастичности остатков) отвергается, если расчетное значение превышает табличное  $F > F_{\alpha; m-p; m-p}$ , где  $p$  – число регрессоров.

Мощность теста (вероятность отвергнуть гипотезу об отсутствии гетероскедастичности, когда гетероскедастичности действительно нет) максимальна, если выбрать  $m$  порядка  $n/3$ .

Тест Голдфельда – Квандта позволяет выявить факт наличия гетероскедастичности, но не позволяет описать характер зависимостей дисперсий ошибок регрессии количественно.

Заключительным этапом выполнения лабораторной работы модель является проверка регрессионной модели на наличие автокорреляции остатков с помощью теста Дарбина – Уотсона.

Расчетное значение определяется по следующей формуле:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}. \quad (1.11)$$

Значения критерия находятся в интервале от 0 до 4. По таблицам критических точек распределения Дарбина-Уотсона для заданного уровня значимости  $\alpha = 0,05$ , числа наблюдений ( $n$ ) и количества объясняющих переменных ( $m$ ) находят пороговые значения  $d_n$  (нижняя граница) и  $d_g$  (верхняя граница).

Если расчетное значение:

$d_g < d < 4 - d_g$ , то гипотеза об отсутствии автокорреляции не отвергается (принимается);

$d_n < d < d_g$  или  $4 - d_g < d < 4 - d_n$ , то вопрос об отвержении или принятии гипотезы остается открытым (расчетное значение попадает в зону неопределенности);

$0 < d < d_n$ , то принимается альтернативная гипотеза о наличии положительной автокорреляции;

$4 - d_n < d < 4$ , то принимается альтернативная гипотеза о наличии отрицательной автокорреляции.

Варианты исходных данных для выполнения лабораторной работы, представлены в приложении 1 данных методических указаний. По результатам выполнения работы оформляется отчет, защита которого проходит в установленное кафедрой время.

### **Контрольные вопросы для подготовки к защите лабораторной работы**

1. Сформулируйте понятия функциональной и стохастической зависимостей.
2. Какая взаимосвязь случайных величин называется корреляционной?
3. В чем заключается основная задача корреляционного - регрессионного анализа?
4. В чем заключается спецификация модели множественной регрессии?
5. Назовите основные этапы эконометрического моделирования.
6. назовите основные виды эконометрических моделей.
7. Охарактеризуйте понятия результативного и факторного признаков.
8. В чем отличие коэффициента ковариации и корреляции.
9. Что показывает интервальная оценка коэффициента регрессии?
10. Значимость коэффициентов регрессии (критерий Стьюдента).
11. Дисперсионный анализ. Проверка достоверности модели связи (по F-критерию Фишера).
12. Охарактеризовать термин «гомоскедастичность остатков».
13. Что называют «автокоррелированными остатками»?
14. Как проверяется значимость коэффициента корреляции?
15. Назовите основные показатели, используемые для оценки статистической значимости модели.
16. Что характеризует множественный коэффициент корреляции?

17. Назовите метод, используемый для оценки параметров оценки параметров линейной множественной регрессии?
18. Приведите предпосылки применения метода наименьших квадратов.
19. С помощью каких критериев проверяется значимость линейного уравнения множественной регрессии?
20. В чем отличие ошибок регрессии от остатков регрессии?
21. Что характеризует скорректированный коэффициент детерминации?
22. Как определяется средняя ошибка аппроксимации, что она характеризует?
23. Что характеризует частный коэффициент эластичности для линейной множественной регрессии?
24. Для чего используют стандартизированные коэффициенты регрессии?
25. Что такое верификация модели?

## **Лабораторная работа «Прогнозирование на основе временных рядов»**

**Цель лабораторной работы:** на основе показателей временного ряда получить точечные и интервальные прогнозы на максимальный период упреждения.

### **Задание:**

1. В таблице 2.1 (приложение 2) представлена динамика количества предприятий и организаций Центрального федерального округа. Выберите временной ряд в соответствии с вариантом.

2. По данным временного ряда постройте графики значений и добавьте линии тренда с помощью диаграммы Excel в виде линейной, логарифмической, степенной, экспоненциальной и полиномиальной функций. Графики вставьте в текст отчета о лабораторной работе. На рисунке должны присутствовать уравнение тренда и коэффициент детерминации (коэффициент достоверности аппроксимации в терминах Excel).

3. Используя полученные уравнения, рассчитайте в таблице Excel теоретические значения среднесписочной численности и показатели адекватности моделей трендов.

4. Оформите итоговую таблицу 2.3. По данным таблицы сделайте выводы и выберите модель тренда, которую будете использовать для прогноза.

5. Исследовать полученную модель временного ряда на наличие автокорреляции на основе критерия Дарбина-Уотсона, оценить устойчивость тенденции изменения показателей временного ряда.

6. На основе модели тенденции временного ряда рассчитайте точечный прогноз на максимальный период упреждения.

## **Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы**

*Временным рядом* (динамическим рядом) называется набор значений какого-либо показателя за несколько последовательных моментов или периодов времени. Отдельные наблюдения называются уровнями ряда.

Временные ряды, содержащие общую (в длительной перспективе) тенденцию в изменении анализируемого признака  $y(t)$ . Обычно эта тенденция описывается с помощью математической функции  $y = f(t)$ . Эту функцию называют трендом.

Тренд – это математическая модель тенденции развития

Анализ временных рядов, отражающих развитие экономических процессов, начинается с оценки данных. Уровни исследуемого показателя обязательно должны быть сопоставимы, однородны и устойчивы. Количество наблюдений в них должно быть достаточно велико. Сопоставимость предполагает формирование всех уровней по одной и той же методике, использование одинаковой единицы измерения и шага наблюдений.

Самым распространённым способом моделирования тенденций временного ряда является построение аналитической функции, характеризующей зависимость уровней ряда от времени или тренда.

Временные ряды наблюдаемых показателей чаще всего аппроксимируются следующими элементарными функциями:  $y = a + b_1 * t$  (уравнение прямой линии);  $y = a + b_1 * t + b_2 * t^2$  (парабола 2-го порядка);  $y = a + b_1 * t + b_2 * t^2 + b_3 * t^3$  (парабола 3-го порядка);  $y = a + b * \ln(t)$  (логарифмическая);  $y = a * t^b$  (степенная);  $y = a * b^t$  (показательная);  $y = a + \frac{b}{t}$  (гиперболическая);  $y = 1 / (a + b * e^{-t})$  (логистическая);  $y = \sin t$  и  $y = \cos t$  (тригонометрическая). Возможно использование комбинированных функций.

Некоторые социально-экономические процессы и объекты моделируются на основе тренда с помощью определенных функций. Например, демографические модели, модели спроса, модели урожайности и т.д.

Приведем примеры функций, которые используются для моделирования спроса:

1.  $y = a$  – функция спроса не зависит от времени;

2.  $y = a + bt$  – функция спроса линейно зависит от времени;

3.  $y = a + u \cos \frac{2\pi}{n} t + v \sin \frac{2\pi}{n} t$  - функция спроса циклично

(периодично) зависит от времени;

4.  $y = a + bt + u \cos \frac{2\pi}{n} t + v \sin \frac{2\pi}{n} t$  - функция спроса линейно-

циклично меняется во времени.



Статистическая оценка построенной модели временного ряда проводится в основном по тем же показателям, что и регрессионные модели. Из совокупности показателей адекватности выберем:

– коэффициент детерминации

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{t=1}^n (y - y_t)^2}{\sum_{t=1}^n (y - \bar{y})^2}, \quad (2.1)$$

где  $Y$  - фактические значения показателей временного ряда;

$Y_t$  - теоретические значения показателей временного ряда;

$\bar{y}$  - среднее фактических значений показателей временного ряда;

$n$  - число элементов временного ряда.

– средняя ошибка аппроксимации

$$A = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y - y_t}{y} \right| \cdot 100\%, \quad (2.2)$$

где  $Y$  - фактические значения показателей временного ряда;

$Y_t$  - теоретические значения показателей временного ряда;

$n$  - число элементов временного ряда.

- среднеквадратическое отклонение фактических значений показателей от расчетных (остаточная дисперсия или стандартное отклонение)

$$S = \sqrt{\frac{\sum (y_t - y)^2}{n - f}}, \quad (2.3)$$

где  $Y$  - фактические значения показателей временного ряда;

$Y_t$  - теоретические значения показателей временного ряда;

$n$  - число элементов временного ряда.

$f$  - число параметров.

Выбранная прогнозная эмпирическая функция, описывающая временной ряд, должна минимизировать стандартное отклонение  $S$  на интервале оценивания, обеспечивать тесноту связи (по коэффициенту детерминации); аппроксимирующее уравнение должно быть адекватно фактической временной тенденции ( $A < 12\%$  свидетельствует об адекватности функции реальным условиям).

Полученные результаты по теоретическим значениям и расчету показателей адекватности необходимо представить в технологических таблицах, соответствующих пяти графикам. Макет технологической таблицы – таблица 2.2.

Устойчивость характеризуется преобладанием закономерности над случайностью в изменении уровней ряда. Устойчивость экономических процессов можно рассматривать как категорию противоположную колеблемости, и как устойчивость направленности изменений.

В первом случае показатель устойчивости можно измерять как разность между единицей и относительным показателем колеблемости. В свою очередь показатель колеблемости вычисляется как отношение среднеквадратического отклонения от тренда к среднему значению показателя.

$$V_y = \frac{S_y}{\bar{y}}, \text{ где } S_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y - y_t)^2}{n - p}} \quad (2.4)$$

$V_y$  - показатель колеблемости уровней временного ряда;

$S_y$  - среднеквадратическое отклонение уровней временного ряда от рассчитанных по уравнению тренда (стандартное отклонение);

$\bar{y}$  - среднее значение уровней временного ряда;

$y$  - фактические значения уровней временного ряда;

$y_t$  - значения уровней временного ряда, рассчитанные по уравнению тренда.

Следовательно, показатель устойчивости будет равен:  
 $W_y = (1 - V_y) \cdot 100\%$

Показатель устойчивости характеризует близость фактических уровней к тренду. Изменения показателей считаются устойчивыми, если показатель устойчивости не менее 67% (то есть показатель колеблемости не превышает 33%).

*Во втором случае* устойчивость характеризует уровни временного ряда как процесс их направленного изменения. С этих позиций полной устойчивостью направленного изменения уровней временного ряда следует считать такое их изменение, в процессе которого каждый следующий уровень либо выше всех предшествующих (устойчивый рост), либо ниже всех предшествующих (устойчивое снижение). Всякое нарушение

строго ранжированной последовательности уровней свидетельствует о неполной устойчивости их развития.

При такой интерпретации в качестве показателя устойчивости тенденции можно использовать коэффициент корреляции рангов Ч.Спирмена:

$$r = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n^3 - n}, \quad (2.5)$$

где  $n$  – число уровней временного ряда;

$\Delta_i$  – разность рангов уровней и номеров периодов времени.

Коэффициент корреляции рангов Спирмена изменяется от -1 до 1. При хаотическом чередовании подъемов и падений исследуемого процесса его значение будет близко к нулю. Значение коэффициента близкое к 1 доказывает устойчивость тенденции возрастания, близость коэффициента к -1 свидетельствует об устойчивой тенденции убывания.

Период упреждения или прогнозный период не должен превышать одной трети периода наблюдения или длины временного ряда.

Интервальный прогноз может быть получен с использованием стандартной ошибки прогноза, что позволит рассчитать расширяющийся доверительный интервал, указывающий на рост неопределенности с повышением горизонта прогноза.

Стандартная ошибка прогноза, определяется по формуле 2.6.

$$S_{y^t} = S_y \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(T-t)^2}{\sum_t (t-t)^2}}$$

где  $\bar{t}$  – середина временного интервала наблюдений;

$T$  – момент прогноза;

$n$  – число элементов временного ряда.

$S_y$  – стандартная ошибка уравнения, определяемая по формуле 2.3.

Прогнозные результаты необходимо представить в таблице 2.4.

## Контрольные вопросы для подготовки к защите лабораторной работы

1. Дайте определение временного ряда, приведите примеры моментных и интервальных временных рядов.
2. Назовите основные показатели динамики, используемые для анализа временных рядов
3. Из каких компонент формируются уровни временного ряда?
4. Какие требования предъявляются к временным рядам?
5. Перечислите основные задачи анализа временных рядов.
6. Что такое тренд?
7. Перечислите способы выявления тренда временного ряда.
8. По каким критериям в лабораторной работе была выбрана модель тренда
9. Как определяется средняя ошибка аппроксимации, что она характеризует?
10. Что означает показатель «величина достоверности аппроксимации»?
11. Для чего в анализе временных рядов используют величину среднеквадратического отклонения?
12. Дайте определение устойчивости временного ряда.
13. Охарактеризуйте способы оценки устойчивости тенденции временного ряда.
14. В чем различие интервальных и точечных прогнозов?
15. Как строится интервальный прогноз исследуемого показателя?
16. Вероятность реализации интервального прогноза выше чем точечного?
17. Что характеризует автокорреляция уровней временного ряда?
18. Приведите основные характеристики тенденции временного ряда.
19. Приведите графики основных типов трендов.
20. Какой метод прогнозирования был использован в лабораторной работе?



## **Лабораторная работа «Моделирование структуры временного ряда»**

**Цель лабораторной работы:** на основе данных временного ряда определить его основные компоненты, построить аддитивную (мультипликативную) модель временного ряда, согласно которой разработать прогноз исследуемого показателя на максимальный период упреждения.

### **Задание:**

1. Используя метод скользящей средней скорректируйте уровни исходного временного ряда.
2. Рассчитайте значения сезонной компоненты  $S$ .
3. Устраните сезонную компоненту из исходных уровней ряда и получите выровненные данные  $(T + E)$  в аддитивной или  $(T \cdot E)$  в мультипликативной модели.
4. Используя прием аналитического выравнивания уровней  $(T + E)$  или  $(T \cdot E)$  и расчет значений  $T$  на основе полученного уравнения тренда.
5. Рассчитайте значения полученных по модели значений  $(T + S)$  или  $(T \cdot S)$ .
6. Определите абсолютные и/или относительные ошибки.
7. Используя полученную модель временного ряда, определите прогнозное значение исследуемого показателя.

### **Методические рекомендации по выполнению лабораторной работы**

Целесообразно выделить следующие 4 типа факторов, под воздействием которых формируются значения элементов временного ряда.

1. Долговременные, формирующие общую (в длительной перспективе) тенденцию в изменении анализируемого признака  $y(t)$ . Обычно эта тенденция описывается с помощью математической функции  $y = f(t)$ . Эту функцию называют трендом.

2. Сезонные, формирующие периодически повторяющиеся в определенное время года колебания анализируемого признака.

Обозначим результат действия сезонных факторов с помощью функции  $\varphi(t)$ . Поскольку эта функция должна быть периодической (с периодами, кратными «сезонам»), в ее аналитическом выражении участвуют гармоники, периодичность которых, как правило, обусловлена содержательной сущностью задачи.

3. Циклические, формирующие изменения анализируемого признака, обусловленные действием долговременных циклов экономической, демографической или астрофизической природы (волны Кондратьева, демографические «ямы», циклы солнечной активности и т.п.).

4. Случайные, не поддающиеся учету и регистрации. Их воздействие на формирование значений временного ряда как раз и обуславливает стохастическую природу элементов  $y_t$ , а, следовательно, и необходимость интерпретации  $y_1, y_2, \dots, y_n$  как наблюдений, произведенных над случайными величинами, соответственно,  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ . Будем обозначать результат воздействия случайных факторов с помощью случайных величин («остатков», «ошибок»)  $\varepsilon_t$ .

Конечно, вовсе не обязательно, чтобы в процессе формирования значений всякого временного ряда участвовали одновременно факторы всех четырех типов. Однако во всех случаях предполагается непрременное участие случайных факторов.

Выводы о том, участвуют или нет факторы данного типа в формировании значений  $y_t$ , могут базироваться как на анализе содержательной сущности задачи (т.е. быть априорно-экспертными по своей природе), так и на специальном статистическом анализе исследуемого временного ряда.

Моделирование и прогнозирование сезонных колебаний особенно актуально для хозяйственных субъектов, так как многие показатели экономической деятельности предприятий и организаций имеют сезонные колебания. Прогнозы сезонных колебаний обеспечивают совершенствование управления и обеспечивают экономическую безопасность предприятия.

Существует несколько подходов к анализу структуры временных рядов, содержащих сезонные или циклические колебания. Простейший подход - расчет значений сезонной компоненты методом скользящей средней и построение

аддитивной или мультипликативной модели временного ряда. Общий вид аддитивной модели следующий:

$$Y = T + S + E \quad (3.1)$$

Эта модель предполагает, что каждый уровень временного ряда может быть представлен как сумма трендовой (T), сезонной (S) и случайной (E) компонент. Общий вид мультипликативной модели выглядит так:

$$Y = T \cdot S \cdot E \quad (3.2)$$

Эта модель предполагает, что каждый уровень временного ряда может быть представлен как произведение трендовой (T), сезонной (S) и случайной (E) компонент. Выбор одной из двух моделей осуществляется на основе анализа структуры сезонных колебаний. Если амплитуда колебаний приблизительно постоянна, строят аддитивную модель временного ряда, в которой значения сезонной компоненты предполагаются постоянными для различных циклов. Если амплитуда сезонных колебаний возрастает или уменьшается, строят мультипликативную модель временного ряда, которая ставит уровни ряда в зависимость от значений сезонной компоненты.

Построение аддитивной и мультипликативной моделей сводится к расчету значений T, S и E для каждого уровня ряда.

*Процесс построения модели включает в себя следующие шаги.*

1. Выравнивание исходного ряда методом скользящей средней.

2. Расчет значений сезонной компоненты S.

3. Устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выровненных данных (T + E) в аддитивной или (T • E) в мультипликативной модели.

4. Аналитическое выравнивание уровней (T + E) или (T • E) и расчет значений T с использованием полученного уравнения тренда.

5. Расчет полученных по модели значений (T + S) или (T • S).

6. Расчет абсолютных и/или относительных ошибок

Если полученные значения ошибок не содержат автокорреляции, ими можно заменить исходные уровни ряда и в дальнейшем использовать временной ряд ошибок E для анализа взаимосвязи исходного ряда и других временных рядов.



Выявление и устранение сезонного эффекта (в некоторых источниках применяется термин «десезонализация уровней ряда») используются в двух направлениях.

Во-первых, воздействие сезонных колебаний следует устранять на этапе предварительной обработки исходных данных при изучении взаимосвязи нескольких временных рядов. Поэтому в российских и международных статистических сборниках публикуются данные, в которых устранено влияние сезонной компоненты (если это помесечная или поквартальная статистика), например, показатели объемов производства в отдельных отраслях промышленности, уровня безработицы и т.д.

Во-вторых, это анализ структуры одномерных временных рядов с целью прогнозирования уровней ряда в будущие моменты времени.

### **Контрольные вопросы для подготовки к защите лабораторной работы**

1. Приведите аддитивную и мультипликативную модели временного ряда, содержащего тенденцию и сезонные колебания.

2. Как определяется простая скользящая средняя временного ряда?

3. Как определяется взвешенная скользящая средняя временного ряда?

4. Поясните, когда целесообразно использовать простые скользящие средние, а для каких временных рядов предпочтительнее взвешенные.

5. Осуществим ли прогноз уровней временного ряда для будущих моментов времени при использовании простых скользящих средних?

6. Что понимается под аналитическим выравниванием уровней временного ряда?

7. Какие основные способы выявления тенденции временного ряда вы знаете?

8. Какими способами может быть определен тип функции тренда при аналитическом выравнивании?

9. Какой следует выбрать тип тренда, если уровни ряда абсолютных ускорений имеют малый разброс вокруг некоторого отличного от нуля числа? Напишите уравнение этого тренда.

10. Чему равна сумма оценок коэффициентов сезонности для полного сезонного цикла? (характер сезонности мультипликативный)
11. Чему равна сумма оценок коэффициентов сезонности для полного сезонного цикла? (характер сезонности аддитивный)
12. Как на стадии графического анализа динамики временного ряда можно определить характер сезонности (аддитивный или мультипликативный)?
13. Методы выявления периодической компоненты. Модели сезонных колебаний.
14. В чем основное различие в последовательности построения аддитивных и мультипликативных моделей временного ряда?
15. В каких случаях использую термин «десезонализация уровней ряда»?

## **Методические рекомендации по выполнению отчетов о лабораторных работах**

1. Отчет оформляется студентом по каждой лабораторной работе на листах формата А4 в машинописном варианте.

2. Отчет включает титульный лист, задание, подробное описание выполнения заданий и выводы. Расчеты выполняются в Excel, после чего результаты переносятся в Word и представляются в виде таблиц, рисунков или текста с использованием «редактора формул».

3. Таблицы и рисунки, содержащие результаты расчетов оформляются в соответствии с требованиями ГОСТа. Не допускается распечатка таблиц непосредственно из Excel.

4. Все полученные результаты должны быть экономически интерпретированы, на основании промежуточных и прогнозных расчетов делаются обоснованные выводы.

5. Объем отчета составляет 5-10 страниц машинописного текста в зависимости от лабораторной работы. Параметры печатного текста стандартные.

6. В конце лабораторной работы приводится список литературы.

7. Отчет защищается комиссии в часы индивидуальной работы со студентами.

## **6. Рекомендуемые источники информации**

### **6.1 Основная учебная литература**

1. Гладилин, Александр Васильевич. Эконометрика [Текст]: учебное пособие / А. В. Гладилин, А. Н. Герасимов, Е. И. Громов. - Москва : КноРус, 2011. - 232 с. –ISBN978-5-406-009 43-7: 105 р. (100 экз.)

2. Балдин, К. В. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебник / К. В. Балдин, О. Быстров, М. Соколов. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юнити-Дана, 2012. - 255 с. - ISBN5-238-00702-7: Б. ц. // Режим доступа - <http://biblioclub.ru/>

### **6.2. Дополнительная учебная литература**

1. Валентинов, В. А. Эконометрика [Текст]: практикум / В. А. Валентинов. - 2-е изд. - М.: Дашков и К, 2009. - 436 с. –ISBN978-5-394-004 28-5: 116.00 р. (52 экз.)

2. Герасимов, А. Н. Эконометрика: теория и практика [Электронный ресурс]: электронный учебник / А. Н. Герасимов, А. В. Гладилин, Е. И. Громов. - М. : КноРус, 2011. - 1 электрон. опт. диск (CD-ROM). - Систем. требования: ПК 500 MHz ; оперативная память 512 Мб и более ; Windows 2000/XP/Vista/7 ; SVGA 1024x768 ; CD привод ; зв. карта (любая) ; Internet Explorer 7.0 и выше ; мышь. - Загл. с контейнера. - Диск помещен в контейнер 19x14 см. - ISBN 978-5-406-001 86-8 : 450.00 р. (1экз.)

3. Глухов, Д. А. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебное пособие / Д. А. Глухов. - Воронеж: Воронежская государственная лесотехническая академия, 2012. - 112 с. - Б. ц. // Режим доступа - <http://biblioclub.ru/>

4. Дуброва, Т. А. Прогнозирование социально-экономических процессов [Текст] : учебное пособие / Т. А. Дуброва. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Маркет ДС, 2010. - 192 с. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-94416-0 66-9: 48.00 р. (20 экз.)

5. Мхитарян, В. С. Эконометрика [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. С. Мхитарян, М. Архипова, В. Сиротин. - Москва : Евразийский открытый институт, 2012. - 221 с. - ISBN 978-5-374-00053-5: Б. ц. // Режим доступа - <http://biblioclub.ru/>

6. Практикум по эконометрике [Текст] : учебное пособие / под ред. И. И. Елисеевой. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Финансы и статистика, 2008. - 344 с. : ил. - ISBN 978-5-279-027 85-9: 180.00 р. (1экз.)

**Приложения к методическим указаниям  
по выполнению лабораторных работ  
по дисциплине «Эконометрика»**

## Приложение 1. Задания для выполнения лабораторной работы «Линейные модели множественной регрессии»

### Вариант №1

Предполагается, что объем предложения некоторого блага  $Y$  для функционирующей в условиях конкуренции фирмы зависит линейно от цены  $X_1$  этого блага и заработной платы  $X_2$  сотрудников этой фирмы. Исходные данные за 16 месяцев представлены в таблице :

Месяцы	$Y$	$X_1$	$X_2$
1	20	10	12
2	25	15	10
3	30	20	9
4	45	25	9
5	60	4	8
6	69	37	8
7	75	43	6
8	90	35	4
9	105	38	4
10	110	55	5
11	120	50	3
12	130	35	1
13	130	40	2
14	130	55	3
15	135	45	1
16	140	65	2

### Вариант №2

По данным, представленным в таблице ниже, изучается зависимость объема валового национального продукта  $Y$  (млрд. долл.) от следующих переменных:  $X_1$  – потребление, млрд.долл.  $X_2$  – инвестиции, млрд. долл.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Y$	8	9,5	11	12	13	14	15	16,5	17	18
$X_1$	1,65	1,8	2,0	2,1	2,2	2,4	2,65	2,85	3,2	3,55
$X_2$	14	16	18	20	23	23,5	25	26,5	28,5	30,5

### Вариант №3

По данным за два года изучается зависимость оборота розничной торговли  $Y$  (млрд. долл.) от ряда факторов. В таблице представлены следующие данные за 2 года:  $Y$  – оборот розничной торговли, млрд.руб.;  $X_1$  – денежные доходы населения, млрд.руб.;  $X_2$  – доля доходов, используемая на покупку товаров и оплату услуг, млрд.руб.;  $X_3$  – численность безработных, млн.чел.;  $X_4$  – официальный курс рубля по отношению к доллару США.

Месяц	Y	X1	X2	X3	X4
1	72,9	117,7	81,6	8,3	6,026
2	67,0	123,8	73,2	8,4	6,072
3	69,7	126,9	75,3	8,5	6,106
4	70,0	134,1	71,3	8,5	6,133
5	69,8	123,1	77,3	8,3	6,164
6	69,1	126,7	76,0	8,1	6,198
7	70,7	130,4	76,6	8,1	6,238
8	80,1	129,3	84,7	8,3	7,905
9	105,2	145,4	92,4	8,6	16,065
10	102,5	163,8	80,3	8,9	16,010
11	108,7	164,8	82,6	9,4	17,880
12	134,8	227,2	70,9	9,7	20,650
13	116,7	164,0	89,9	10,1	22,600
14	117,8	183,7	81,3	10,4	22,860
15	128,7	195,8	83,7	10,0	24,180
16	129,8	219,4	76,1	9,6	24,230
17	133,1	209,8	80,4	9,1	24,440
18	136,3	223,3	78,1	8,8	24,220
19	139,7	223,6	79,8	8,7	24,190
20	151,0	236,6	92,1	8,6	24,750
21	154,6	236,6	83,2	8,7	25,080
22	160,2	248,6	80,8	8,9	26,050
23	163,2	253,4	81,8	9,1	26,420
24	191,7	351,4	68,3	9,1	27,000

## Вариант №4

По данным, представленным в таблице 1, изучается зависимость чистой прибыли предприятия  $Y$  (млрд. долл.) от следующих переменных:  $X_1$  – оборот капитала, млрд. долл.;  $X_2$  – численность служащих, тыс. чел.;  $X_3$  – рыночная капитализация компании, млрд. долл.

№ п/п	$Y$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	0,9	31,3	43	40,9
2	1,7	13,4	64,7	40,5
3	0,7	4,5	24	38,9
4	1,7	10	50,2	38,5
5	2,6	20	106	37,3
6	1,3	15	96,6	26,5
7	4,1	137,1	347	37
8	1,6	17,9	85,6	36,8
9	6,9	165,4	745	36,3
10	0,4	2	4,1	35,3
11	1,3	6,8	26,8	35,3
12	1,9	27,1	42,7	35
13	1,9	13,4	61,8	26,2
14	1,4	9,8	212	33,1
15	0,4	19,5	105	32,7
16	0,8	6,8	33,5	32,1
17	1,8	27	142	30,5
18	0,9	12,4	96	29,8
19	1,1	17,7	140	25,4
20	1,9	12,7	59,3	29,3
21	0,9	21,4	131	29,2
22	1,3	13,5	70,7	29,2
23	2	13,4	65,4	29,1
24	0,6	4,2	23,1	27,9
25	0,7	15,5	80,8	27,2



## Вариант №5

По данным за два года изучается зависимость оборота розничной торговли  $Y$  (млрд. долл.) от ряда факторов. В таблице представлены следующие данные за 2 года:  $Y$  – оборот розничной торговли, млрд.руб.;  $X_1$  – товарные запасы в фактических ценах, млрд.руб.;  $X_2$  – номинальная заработная плата, руб.;  $X_3$  – денежные доходы населения, млрд.руб.;  $X_4$  – официальный курс рубля по отношению к доллару США.

Месяц	$Y$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
1	72,9	42,1	988	117,7	6,026
2	67,0	36,7	1000	123,8	6,072
3	69,7	37,9	1059	126,9	6,106
4	70,0	39,1	1040	134,1	6,133
5	69,8	39,6	1047	123,1	6,164
6	69,1	39,6	1122	126,7	6,198
7	70,7	38,8	1110	130,4	6,238
8	80,1	44,9	1052	129,3	7,905
9	105,2	42,9	1112	145,4	16,065
10	102,5	41,5	1123	163,8	16,010
11	108,7	46,9	1164	164,8	17,880
12	134,8	50,6	1482	227,2	20,650
13	116,7	48,3	1167	164,0	22,600
14	117,8	46,7	1199	183,7	22,860
15	128,7	50,4	1385	195,8	24,180
16	129,8	51,9	1423	219,4	24,230
17	133,1	54,2	1472	209,8	24,440
18	136,3	54,6	1626	223,3	24,220
19	139,7	54,4	1618	223,6	24,190
20	151,0	54,9	1608	236,6	24,750
21	154,6	57,0	1684	236,6	25,080
22	160,2	58,1	1716	248,6	26,050
23	163,2	63,1	1785	253,4	26,420
24	191,7	68,0	1808	351,4	27,000

## Вариант 6

Построить регрессионную модель зависимости данных об объеме продаж в зависимости от: X1 результат теста способности к продаже; X2 возраст продавца; X3 результат теста тревожности; X4 опыт работы; X 5 средний балл школьного аттестата.

Объем продаж в месяц (тыс. руб.) У	Результат теста способности к продаже X1	Возраст продавца X2	Результат теста тревожности X3	Опыт работы X4	Средний балл школьного аттестата X5
44	10	22,1	4,9	0	2,4
47	19	22,5	3,0	1	2,6
60	27	23,1	1,5	0	2,8
71	31	24	0,6	3	2,7
61	64	22,6	1,8	2	2,0
60	81	21,7	3,3	1	2,5
58	42	23,8	3,2	0	2,5
56	67	22,0	2,1	0	2,3
66	48	22,4	6,0	1	2,8
61	64	22,6	1,8	1	3,4
51	57	21,1	3,8	0	3,0
47	10	22,5	4,5	1	2,7
53	48	22,2	4,5	0	2,8
74	96	24,8	0,1	3	3,8
65	75	22,6	0,9	0	3,7
33	12	20,5	4,8	0	2,1
54	47	21,9	2,3	1	1,8
39	20	20,5	3,0	2	1,5
52	73	20,8	0,3	2	1,9
30	4	20,0	2,7	0	2,2
58	9	23,3	4,4	1	2,8
59	98	21,3	3,9	1	2,9
52	27	22,9	1,4	2	3,2
56	59	22,3	2,7	1	2,4
49	23	22,6	2,7	1	2,4
63	90	22,4	2,2	2	2,6
61	34	23,8	0,7	1	3,4
39	16	20,6	3,1	1	2,3
62	32	22,4	0,6	3	4,0
78	94	25,0	4,6	5	3,6

## Вариант 7

Приведена информация по 15 предприятиям, характеризующая эффективность использования основных производственных фондов.

№	Фондоотдача, У	Среднечасовая производительность оборудования, Х1	Удельный вес активной части основных производственных фондов, Х2
1	26	37	39
2	33	33	40
3	24	15	35
4	29	36	48
5	42	26	53
6	24	24	42
7	52	15	54
8	56	33	54
9	26	44	50
10	45	34	53
11	27	63	46
12	54	8	50
13	34	44	43
14	48	43	55
15	45	32	51

## Вариант 8

Приведена информация о 25 лагерях. Анализировались следующие переменные:

У - стоимость одного пребывания в лагере;

X1 – общая площадь лагеря, га

X2 – количество жилых помещений;

X3 – наличие плательного бассейна;

X4 – количество дополнительных мест развлечения.

№ лагеря	У	X1	X2	X3	X4
1	7	0,8	32	0	2
2	8,8	0,4	47	0	2
3	9	0,9	18	1	1
4	8	2,2	32	0	3
5	8	0,6	54	0	2
6	7	1,0	30	0	3
7	7,75	0,7	30	0	2
8	8,0	0,36	40	0	1
9	8,5	0,46	60	1	1
10	8,5	0,18	60	0	3
11	9,0	1,04	56	1	2
12	7,0	0,50	50	0	1
13	9,0	5,0	21	0	2
14	8,5	2,4	30	1	2
15	9,0	1,2	70	1	1
16	7,5	2,4	80	1	2
17	8,5	3,46	50	0	2
18	9,0	2,0	35	1	2
19	8,0	2,68	25	0	2
20	9,5	2,28	75	1	1
21	7,5	0,04	35	1	2
22	7,5	0,64	17	0	2
23	7,5	0,5	15	1	3
24	9,0	1,32	30	1	2
25	7,5	2,4	95	0	2

## Вариант 9

В таблице представлена зависимость собственного капитала банка от совокупности факторов

Банк	Собственный капитал, млн руб.	Средства частных лиц, млн руб.	Кредиты частным лицам, млн руб.	Средства предприятий и организаций, млн руб.	Кредиты предприятиям и организациям, млн руб.	Акции, млн руб.	Облигации, млн руб.	Векселя, млн руб.
Сбербанк	209933	1235105	308437	389016	1073255	13571	359499	2
Внешторгбанк	72057	58557	5205	111103	189842	23152	50012	24859
Газпромбанк	30853	33574	5084	141437	207118	18660	35676	6107
Альфа-банк	25581	30001	1361	58489	138518	4505	8471	3153
Банк Москвы	18579	49300	5768	44636	90757	3026	24838	873
Росбанк	12879	31989	4466	93007	62388	4474	5667	4538
Ханты-Мансийский банк	3345	6310	1392	11655	4142	406	15601	6231
МДМ-банк	13887	9903	7266	28779	51731	2656	13186	3987
ММБ	8380	10871	4119	66525	48400	721	14213	59
Райффайзенбанк	7572	21602	10828	42129	46393	284	5273	0
Промстройбанк	9528	22829	2719	27362	45580	2781	18727	2480
Ситибанк	8953	10401	3576	38895	33339	13	23442	0
Уралсиб	13979	18665	8170	15953	43073	6705	4026	784
Межпромбанк	28770	1072	511	5457	60154	63	2577	1185
Промсвязьбанк	5222	6404	822	26302	32761	68	5250	6009
Петрокоммерц	8373	14844	1693	21544	23053	3561	9417	863
Номос-банк	6053	3556	476	9488	28511	2126	9416	2100
Зенит	7373	5075	421	18923	25412	2743	8264	1357
Русский стандарт	9078	3246	38799	599	3599	0	377	370
Транскредитбанк	3768	3495	993	19923	18506	827	7350	322

## Вариант 10

По данным, представленным в таблице, изучается зависимость балансовой прибыли предприятия торговли  $Y$  (тыс. руб.) от следующих факторов:

X 1 - объем товарных запасов, тыс. руб.;

X 2 - фонд оплаты труда, тыс. руб.;

X 3 - издержки обращения, тыс. руб.;

X4 - объем продаж по безналичному расчету, тыс. руб.

Месяц	Y	X1	X2	X3	X4
1	41321,57	300284,10	19321,80	42344,92	100340,02
2	40404,27	49107,21	20577,92	49000,43	90001,35
3	37222,12	928388,75	24824,91	50314,52	29301,98
4	37000,80	724949,11	28324,87	48216,41	11577,42
5	29424,84	730855,33	21984,07	3301,30	34209,84
6	20348,19	2799881,13	11000,02	21284,21	29300,00
7	11847,11	1824351,20	4328,94	28407,82	19531,92
8	14320,64	1624500,80	7779,41	40116,00	17343,20
9	18239,46	1115200,93	18344,11	32204,98	4391,00
10	22901,52	1200947,52	20937,31	30105,29	14993,25
11	27391,92	1117850,93	27344,30	40294,40	104300,00
12	44808,37	1379590,02	31939,52	42239,79	119804,33
13	40629,28	588365,77	29428,60	55584,35	155515,15
14	31324,80	434281,91	30375,82	49888,17	60763,19
15	34847,92	1428243,59	33000,94	59866,55	8763,25
16	33241,32	1412181,59	31322,60	49975,79	4345,42
17	29971,34	1448274,10	20971,82	3669,92	48382,15
18	17114,90	4074616,71	11324,93	26032,95	10168,00
19	8944,94	1874298,99	8341,52	29327,21	22874,40
20	17499,58	1525436,47	10481,14	40510,01	29603,05
21	19244,80	1212238,89	18329,90	37444,69	16605,16
22	34958,32	1154327,22	29881,52	36427,22	32124,63
23	44900,83	1173125,03	34928,60	51485,62	200485,00
24	57300,25	1435664,93	41824,92	49959,92	88558,62

## Приложение 2. Задания для выполнения лабораторной работы «Прогнозирование на основе временных рядов»

Таблица 2.1 Динамика количества предприятий и организаций Центрального федерального округа

	2000	2005	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Российская Федерация	288423	2249531	2504518	2727146	2901237	3106350	3346483	3593837	3845278	4149815
Центральный федеральный округ	80074	740557	852146	956850	1041981	1132052	1237129	1347273	1458202	1596789
Белгородская область	3122	17162	20075	20977	21689	22421	24112	25386	27187	28154
Брянская область	3638	14420	14345	15178	15926	16510	17715	18410	19208	18993
Владимирская область	2980	17948	19714	20586	20974	21581	22849	24349	26000	28187
Воронежская область	5079	26158	28908	30389	31617	33821	36637	40396	44171	48133
Ивановская область	3121	14417	15199	16572	17082	18460	20152	21961	23851	25733
Калужская область	2914	15485	16464	17716	18486	19825	21204	22860	24227	25493
Костромская область	2831	11126	12747	13179	12952	12856	13497	14123	14329	15015
Курская область	3532	15920	16254	16869	17523	18801	20045	20948	21755	23326
Липецкая область	2689	11720	12343	12940	13982	14587	15469	16766	17896	19257
Московская область	8186	79157	89302	97373	104392	114551	126401	137947	150016	164749
Орловская область	2840	10593	11244	11681	11728	12242	12769	13197	13781	14616
Рязанская область	3514	18863	20210	21039	21628	23014	24400	25952	27476	29176
Смоленская область	3502	14767	15994	16536	16874	17422	18260	18867	19538	20539
Тамбовская область	3347	13928	13966	15188	16010	16720	16371	16284	16627	16826
Тверская область	4818	22365	23892	26036	28230	30627	33413	36526	39549	42708
Тульская область	3664	19037	20663	22152	23165	24330	25920	27632	29509	31607
Ярославская область	3156	19534	20915	22464	24121	26601	29216	31381	33560	36024
г. Москва	17141	397957	479911	559975	625602	687683	758699	834288	909522	1008253

### Приложение 3. Задания для выполнения лабораторной работы «Моделирование структуры временного ряда»

#### Вариант 1

Анализ данных временного ряда свидетельствует о наличии сезонных колебаний в производственном процессе насоса «Малыш». В весенне-летний период объем производства выше, чем в осенне-зимний период. Поскольку амплитуда сезонных колебаний уменьшается можно предположить существование мультипликативной модели. Определите ее компоненты и разработайте прогноз на первое полугодие следующего года.

t	Объем производства, тыс. шт.	t	Объем производства, тыс. шт.
1	27,2	9	25
2	2	10	24
3	34,8	11	24
4	2	12	20
5	16,5	13	23
6	21	14	22
7	24,5	15	23
8	22	16	13



## Вариант 2

Анализ исходного временного ряда спроса на кирпич свидетельствует о наличии сезонных колебаний (период колебаний равен одному году). Наблюдается устойчиво повторяющееся увеличение спроса во втором и третьем кварталах по сравнению с первым и четвертым кварталами. Так как амплитуда сезонных колебаний увеличивается, то для описания и прогнозирования динамики временного ряда можно предложить мультипликативную модель. Определите ее компоненты и разработайте прогноз на первое полугодие следующего года.

№ квартала	t	Объём спроса $y_t$ , тыс. шт.
I	1	1119,3
II	2	1500,6
III	3	1525,2
IV	4	1279,2
I	5	1205,4
II	6	1549,8
III	7	1562,1
IV	8	1291,5
I	9	1266,9
II	10	1611,3
III	11	1648,2
IV	12	1463,7
I	13	1451,4
II	14	1734,3
III	15	1992,6
IV	16	1453,6

### Вариант 3

В реализации лекарственных средств выявлены сезонные колебания. Наблюдается устойчиво повторяющееся увеличение спроса на лекарства в осенне-зимний период. Определите компоненты мультипликативной модели и разработайте прогноз на первое полугодие следующего года.

№ квартала	t	Объём спроса $y_t$ , тыс. шт.
I	1	1500,6
II	2	1279,2
III	3	1205,4
IV	4	1549,8
I	5	1562,1
II	6	1291,5
III	7	1266,9
IV	8	1611,3
I	9	1648,2
II	10	1463,7
III	11	1451,4
IV	12	1734,3
I	13	1992,6
II	14	1453,6
III	15	1711,3
IV	16	1748,2

## Вариант 4

Анализ исходного временного ряда спроса на природный газ свидетельствует о наличии сезонных колебаний. Определите компоненты временного ряда и разработайте прогноз на первое полугодие следующего года.

Динамика поквартальной реализации природного газа

Год и квартал	Объем транспортировки природного газа, млн. м <sup>3</sup>
1 год	
I	596,23
II	281,55
III	182,18
IV	596,23
2 год	
I	558,47
II	342,29
III	234,20
IV	666,56
3 год	
I	733,25
II	308,74
III	250,85
IV	636,77
4 год	
I	681,36
II	294,64
III	220,98
IV	644,53
5 год	
I	732,46
II	308,40
III	231,30
IV	655,36
Итого	9156,35

### Вариант 5

Основываясь на месячных данных о внутригодовой динамике числа браков, расторгнутых населением города, определите компоненты временного ряда и разработайте прогноз на первое полугодие следующего года.

Месяц	Число расторгнутых браков		
	2014	2015	2016
Январь	195	158	144
Февраль	164	141	136
Март	153	153	146
Апрель	136	140	132
Май	136	136	136
Июнь	123	129	125
Июль	126	128	124
Август	121	122	119
Сентябрь	118	118	118
Октябрь	126	130	128
Ноябрь	129	131	135
Декабрь	138	114	139

## Вариант 6

По результатам обследования 60 аптек города были определены данные о средних фактических розничных ценах на лекарственный препарат.

Анализ исходного временного ряда цен на лекарственный препарат свидетельствует о наличии сезонных колебаний (период колебаний равен одному году). Наблюдается устойчиво повторяющееся снижение цен в первом полугодии и четвертом квартале каждого года, а также заметный рост цен в третьем квартале, а наиболее существенные всплески в ценовой динамике просматриваются в январе и октябре каждого года. В течение года максимальный уровень цен приходится на октябрь, а минимальный — на июль. Поскольку амплитуда сезонных колебаний с ростом цен остается примерно постоянной, то для прогнозирования цен целесообразно использовать аддитивную модель. Определите ее компоненты и разработайте прогноз на первое полугодие следующего года.

Месячная динамика цен на лекарственный препарат

Месяц	Средние розничные цены, руб.		
	2007 г.	2008 г.	2009 г.
Январь	20,65	22,54	26,67
Февраль	20,16	22,12	25,74
Март	20,47	21,99	25,56
Апрель	20,09	21,8	25,24
Май	19,97	21,62	24,93
Июнь	20,23	21,7	25,56
Июль	19,87	21,53	24,87
Август	20,91	22,22	25,45
Сентябрь	21,17	22,52	25,97
Октябрь	23,3	23,52	26,44
Ноябрь	23,01	23,19	25,79
Декабрь	22,48	23,37	25,14

## Вариант 7

Компания ABC - недавно на рынке, производит нужный рынку товар с января 2014 г. Покупатели уже начинают узнавать товар компании ABC в магазинах, но, конечно, не так активно, как хотелось бы отделу маркетинга ABC. С декабря 2016 г. начата активная кампания по продвижению товара. Вопрос - как можно ощутить эффективность мероприятий продвижения, если продажи имеют сильную сезонную зависимость? Как спрогнозировать объем продаж на 6 месяцев с учетом сезонности?

Месяц	Выпуск продукции, тыс. руб.		
	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Январь	96,17	105,02	112,92
Февраль	92,34	99,77	101,63
Март	88,50	96,69	99,61
Апрель	88,18	97,54	101,21
Май	91,96	100,57	111,27
Июнь	96,00	104,2	120,5
Июль	99,95	106,6	116,3
Август	104,36	113,59	123,14
Сентябрь	107,6	117,06	130,57
Октябрь	109,26	117,85	127,94
Ноябрь	106,77	116,24	126,55
Декабрь	108,9	115,39	135,21

## Вариант 8

Анализ спроса на безалкогольный напиток «Тархун» в декалитрах (дал) в одном из регионов начиная с 2014 г. позволил выявить наличие сезонности в его потребление, что непосредственно отражается на объемах производства. Спрогнозируйте объем потребления данного продукта на предстоящее полугодие с учетом сезонного фактора.

Месяц	Потребление безалкогольного напитка, тыс. дал		
	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Январь	6,7	8,4	8,8
Февраль	6,6	8,3	8,7
Март	8,4	10,5	11,2
Апрель	8,7	10,9	10,9
Май	9,1	11,1	11,9
Июнь	10,6	12,6	12,9
Июль	10,8	12,7	12,1
Август	11,3	11,8	12,7
Сентябрь	9,4	10,9	11,1
Октябрь	7,8	9,7	10,5
Ноябрь	7,9	9,5	9,8
Декабрь	8,1	9,7	9,4

## Вариант 9

Анализ спроса на хлебобулочные изделия в одном из регионов, начиная с 2014 г. представлен в таблице. Спрогнозируйте объем потребления данного продукта на предстоящее полугодие с учетом сезонного фактора.

Месяц	Потребление хлебобулочных изделий, тыс. руб		
	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Январь	38105	38105	40285,3
Февраль	43135,9	44135,1	40941,6
Март	42451,2	44459,8	40671,9
Апрель	40675,6	43484,2	39476,2
Май	33851,2	36701,6	373545
Июнь	32714,3	35629,1	34305
Июль	32438,6	34789,7	33654,6
Август	33741,9	32897,3	32119,8
Сентябрь	33789,5	32789,4	34567,8
Октябрь	35443,9	34567,8	35453,6
Ноябрь	39896,7	38632,9	38970,4
Декабрь	40014,7	39123,8	40678,1



## Вариант 10

Объем потребления электроэнергии населением города представлен следующими данными:

Год и квартал	Потребления электроэнергии
I	3693,42
II	3793,54
III	3893,66
IV	3993,78
I	4093,9
II	4194,02
III	4294,14
IV	4394,26
I	4494,38
II	4594,5
III	4694,62
IV	4794,74
I	4894,86
II	4994,98
III	5095,1
IV	5195,22
I	5295,34
II	5395,46
III	5495,58
IV	5595,7
Итого	92891,2

Анализ временного ряда позволяет сделать вывод об увеличивающейся амплитуде сезонных колебаний, следовательно, для описания и прогнозирования динамики временного ряда можно предложить мультипликативную модель. Определите ее компоненты и разработайте прогноз на первый квартал следующего года.

## Вариант 11

Имеются данные об объеме экспорта в РФ за 6 лет

Номер квартала	Экспорт, млрд.дол.	Номер квартала	Экспорт, млрд.дол.
1	4087	13	6975
2	4737	14	6891
3	5768	15	7527
4	6005	16	7971
5	5639	17	5875
6	6745	18	6140
7	6311	19	6248
8	7107	20	6041
9	5741	21	4626
10	7087	22	6501
11	7310	23	6284
12	8600	24	6707

## Вариант 12

Имеются данные о разрешения на строительство нового частного жилья выданных в 2012 – 2016 гг., в % к уровню 2000 г.

	2012 г.	2013 г.	2014г.	2015г.	2016г.
Январь	72,9	61,4	71,2	78,3	86,4
Февраль	113,4	51,0	69,9	76,4	87,5
Март	86,2	55,3	74,3	74,5	80,2
Апрель	80,8	59,1	70,2	68,5	84,3
Май	73,7	59,5	68,4	71,6	86,8
Июнь	69,2	64,3	68,5	72,1	86,9
Июль	71,9	62,5	68,6	73,3	85,2
Август	69,9	63,1	70,6	76,2	85,0
Сентябрь	69,4	61,2	69,7	79,8	87,5
Октябрь	63,3	63,2	72,3	81,2	90,0
Ноябрь	60,0	64,3	73,5	83,5	88,4
Декабрь	61,0	63,9	72,5	88,0	85,7

**Приложение 4. Статистические таблицы**  
**Таблица значений F-критерия Фишера (при  $\alpha = 0,05$ )**

$k_1 \backslash k_2$	1	2	3	4	5	6	8	12	24	$\infty$
1	161,5	199,5	215,7	224,6	230,2	233,9	238,9	243,9	249,0	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,60	1,21
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07

### Критические значения $t$ -критерия Стьюдента

Число степеней свободы d.f.	$\alpha$	Число степеней свободы d.f.	$\alpha$
	0,05		0,05
1	12,706	18	2,1009
2	4,3027	19	2,0930
3	3,1825	20	2,0860
4	2,7764	21	2,0796
5	2,5706	22	2,0739
6	2,4469	23	2,0687
7	2,3646	24	2,0639
8	2,3060	25	2,0595
9	2,2622	26	2,0555
10	2,2281	27	2,0518
11	2,2010	28	2,0484
12	2,1788	29	2,0452
13	2,1604	30	2,0423
14	2,1448	40	2,0211
15	2,1315	60	2,0003
16	2,1199	120	1,9799
17	2,1098	$\infty$	1,9600

## Статистика Дарбина-Уотсона: $d_L$ и $d_U$

*уровень значимости  $\alpha=5\%$*

n	k = 1		k = 2		k = 3		k = 4		k = 5	
	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$	$d_L$	$d_U$
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75	0,69	1,97	0,56	2,21
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83
31	1,36	1,50	1,30	1,57	1,23	1,65	1,16	1,74	1,09	1,83
32	1,37	1,50	1,31	1,57	1,24	1,65	1,18	1,73	1,11	1,82
33	1,38	1,51	1,32	1,58	1,26	1,65	1,19	1,73	1,13	1,81
34	1,39	1,51	1,33	1,58	1,27	1,65	1,21	1,73	1,15	1,81
35	1,40	1,52	1,34	1,58	1,28	1,65	1,22	1,73	1,16	1,80
36	1,41	1,52	1,35	1,59	1,29	1,65	1,24	1,73	1,18	1,80
37	1,42	1,53	1,36	1,59	1,31	1,66	1,25	1,72	1,19	1,80
38	1,43	1,54	1,37	1,59	1,32	1,66	1,26	1,72	1,21	1,79
39	1,43	1,54	1,38	1,60	1,33	1,66	1,27	1,72	1,22	1,79
40	1,44	1,54	1,39	1,60	1,34	1,66	1,29	1,72	1,23	1,79
45	1,48	1,57	1,43	1,62	1,38	1,67	1,34	1,72	1,29	1,78
50	1,50	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67	1,38	1,72	1,34	1,77
55	1,53	1,60	1,49	1,64	1,45	1,68	1,41	1,72	1,38	1,77
60	1,55	1,62	1,51	1,65	1,48	1,69	1,44	1,73	1,41	1,77
65	1,57	1,63	1,54	1,66	1,50	1,70	1,47	1,73	1,44	1,77
70	1,58	1,64	1,55	1,67	1,52	1,70	1,49	1,74	1,46	1,77
75	1,60	1,65	1,57	1,68	1,54	1,71	1,51	1,74	1,49	1,77
80	1,61	1,66	1,59	1,69	1,56	1,72	1,53	1,74	1,51	1,77
85	1,62	1,67	1,60	1,70	1,57	1,72	1,55	1,75	1,52	1,77
90	1,63	1,68	1,61	1,70	1,59	1,73	1,57	1,75	1,54	1,78
95	1,64	1,69	1,62	1,71	1,60	1,73	1,58	1,75	1,56	1,78
100	1,65	1,69	1,63	1,72	1,61	1,74	1,59	1,76	1,57	1,

$n$  — число наблюдений,

$k$  — число объясняющих переменных (без учета постоянного члена)