

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 16.02.2022 13:26:09  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb13e5d426d39e5f1c11eabbf73e943df4a4851fda56d089

**МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное**  
**учреждение высшего образования**  
**«Юго-Западный государственный университет»**  
**(ЮЗГУ)**

**Кафедра высшей математики**

**УТВЕРЖДАЮ**  
Проректор по учебной работе  
**О.Г. Локтионова**  
« 17 » \_\_\_\_\_ 2022 г.



**АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ**

**Методические указания к выполнению лабораторных работ**  
**по дисциплине «Алгебра и геометрия»**  
**для всех направлений подготовки**

**Курс 2022**

УДК 51

Составители: Н.А. Конорева

Рецензент

кандидат физико-математических наук, доцент  
кафедры высшей математики *В.И. Дмитриев*

**Алгебра и геометрия:** методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Алгебра и геометрия» для всех направлений подготовки / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Н.А. Конорева. – Курск, 2022. – 7 с.

Излагаются методические рекомендации по выполнению лабораторных работ. Содержатся краткие описания применяемых при решении задач математики прикладных методов, задания и вопросы для контроля знаний.

Методические указания соответствуют требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования для всех направлений подготовки. Материал предназначен для бакалавров по всем направлениям подготовки, изучающих дисциплину «Алгебра и геометрия».

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 17.01.2022. Формат 60x84 1/16.  
Усл. печ. л. 0,7. Уч.-изд. л. 0,7. Тираж 30 экз. Заказ 18. Бесплатно.  
Юго-Западный государственный университет.  
305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

**Цель работ:** освоить необходимый математический аппарат, помогающий анализировать, моделировать и решать прикладные задачи.

### Задания по работам

1. Тема «Комплексные числа»

Выполнить действия:  $(2 + 3i)(1 - i) - \frac{i^{15}}{1 + i}$

2. Тема «Вычисление определителей. Метод Крамера».

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Тема «Исследование систем линейных уравнений методом Гаусса».

$$\text{Решить систему уравнений: } \begin{cases} x_1 + 2x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

4. Тема «Кривые второго порядка».

Доказать, что уравнение  $y + x^2 - 6x + 5 = 0$  определяет параболу. Найти значение ее параметра и координаты вершины.

### Примеры выполнения заданий с кратким описанием применяемых методов

**1 Тема «Комплексные числа»**

Выполнить действия:  $(2 + 3i)(1 - i) - \frac{i^{15}}{1 + i} =$

$$= \left[ i^{15} = i \cdot i^{14} = i \cdot (i^2)^7 = i \cdot (-1)^7 = -i \right] = 2 - 2i + 3i - 3i^2 + \frac{i}{1 + i} =$$

$$= 5 + i + \frac{i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 5 + i + \frac{i-i^2}{1+1} = 5 + i + \left(\frac{i}{2} + \frac{1}{2}\right) = \underline{5,5 + 1,5i}.$$

## 2 Тема «Вычисление определителей. Метод Крамера»

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Решение:

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} \text{ — формулы Крамера, где } i = 1, 2, 3.$$

Вычислим  $|A|$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -9 \neq 0 \Rightarrow \Delta = -9$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -6 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -18, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & -6 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 36, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -6 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = -45;$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 2, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -4, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 5.$$

## 3 Тема «Исследование систем линейных уравнений методом Гаусса»

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Решение:

Запишем расширенную матрицу системы и приведем ее к ступенчатому виду:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -6 \\ 3 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -6 \\ 0 & -4 & 1 & 21 \\ 0 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -6 \\ 0 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & -4 & 1 & 21 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -6 \\ 0 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 9 & 45 \end{pmatrix}.$$

Полученная матрица соответствует системе:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -6, \\ x_2 + 2x_3 = 6, \\ 9x_3 = 45. \end{cases}$$

Откуда

$$\begin{cases} x_1 = -6 - 2x_2, \\ x_2 = 6 - 2x_3, \\ x_3 = 5; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2, \\ x_2 = -4, \\ x_3 = 5. \end{cases}$$

Система уравнений совместная определенная.

#### **4 Тема «Кривые второго порядка»**

Доказать, что уравнение  $y + x^2 - 6x + 5 = 0$  определяет параболу. Найти значение ее параметра и координаты вершины.

Решение:  $x_1 = x - 3, y_1 = y - 4$

Выделяя полный квадрат, получим  $(x - 3)^2 + y - 4 = 0$ . Если положить  $x_1 = x - 3, y_1 = y - 4$ , то уравнение примет вид:  $x_1^2 = -y_1$ . Сравнивая его с каноническим уравнением, находим  $2p = -1, p = -\frac{1}{2}$ .

Вершина параболы находится в точке  $x_1 = x - 3 = 0, y_1 = y - 4 = 0$ , т.е.  $x = 3, y = 4$

## Контрольные вопросы

1. Дать определения операций сложения, умножения матриц, умножения матрицы на число.
2. Каким условиям должны удовлетворять размеры матриц при сложении, умножении?
3. В чём заключаются свойства алгебраических операций: коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность? Какие из них выполняются для матриц при сложении, умножении, а какие нет?
4. Что такое перестановка порядка  $n$ ?
5. Что такое инверсия?
6. Какие перестановки называются чётными, какие нечётными?
7. Сколько существует различных перестановок порядка  $n$ , сколько из них чётных?
8. Дать общее определение определителя квадратной матрицы.
9. В чём заключается правило треугольников ?
10. Перечислить свойства определителей.
11. Что такое единичная матрица, каковы её свойства ?
12. Что такое алгебраическое дополнение элемента матрицы?
13. Что такое обратная матрица? Для каких матриц она определена?
14. Сформулировать теорему о существовании и единственности обратной матрицы.
15. Сформулировать лемму о транспонировании произведения матриц.
16. Какие системы называются эквивалентными?
17. Какие системы называются совместными, несовместными, определёнными, неопределёнными, однородными, неоднородными?
18. Написать формулы Крамера.
19. Как записать и решить систему в матричной форме?
20. Что такое ранг матрицы? Сформулировать теорему Кронекера-Капелли.
21. Что такое элементарные преобразования матрицы?
22. В чём заключается метод Гаусса для решения систем линейных уравнений?
23. Как найти определитель матрицы методом Гаусса?
24. Как найти обратную матрицу методом Гаусса?
25. Как найти ранг матрицы методом Гаусса?

26. Как методом Гаусса определить, будет ли система совместной или нет, определённой или нет?

27. Как записать базисное множество решений неопределённой системы?

28. Какие неизвестные называются главными, какие свободными?

29. Какими свойствами обладают решения однородной системы линейных уравнений?

30. Может ли однородная система линейных уравнений быть несовместной? При каком условии она имеет более одного решения?

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин В.А., Куркина А.В. Высшая математика [Текст]: учебник. - М.: Проспект, 2011. -608 с.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия [Текст]: учебник. -М.: Физматлит, 2009.-224 с.
3. Сборник задач по математике для втузов. Ч.1 [Текст] / Под ред. А.В.Ефимова и А.С.Поспелова -М.: Физматлит. 2009. -288 с.
4. Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии [Текст]: учебное пособие / Д. В. Клетеник. - 17-е изд. - СПб. : Профессия, 2010. -224 с.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра [Текст]: учебник. -М.: Наука, 1984. -294с.
6. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений [Электронный ресурс]: индивидуальные задания к модулю / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Бойцова Е.А., Шевцова Т.В. – Курск: ЮЗГУ, 2016. -26 с.
7. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: методические указания по выполнению М-2 / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Бойков А.В. –Курск: ЮЗГУ, 2014. -30с.
8. Векторная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: методические указания по выполнению М-2 / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Бредихина О.А., Шеставина С.В. –Курск: ЮЗГУ, 2013. -18 с.