

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Емельянов Сергей Геннадьевич

Должность: ректор

Дата подписания: 16.12.2021 20:49:45

Уникальный программный ключ:

9ba7d3e34c012eba476ffd2d064cf3781953be730df2374d16f3c0ce5366f0fc6

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)**

Кафедра биомедицинской инженерии



АВТОМАТИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ МЕДИКО-БИОЛОГИЧЕСКИХ ДАНЫХ

Методические указания к выполнению практических работ аспирантов на-
правления подготовки

06.06.01 Биологические науки (Математическая биология, биоинформатика)

Курск 2018

УДК 615.478

Составители: С.А. Филист, С.П. Серегин.

Рецензент:

Доктор медицинских наук, *А.Г. Коцарь*

Автоматизация обработки медико-биологических данных:
методические указания к выполнению практических работ/ Юго-
Зап. гос. ун-т; сост.: С.А. Филист, С.П. Серегин. - Курск, 2018. - 31
с.

Содержатся теоретические и справочные сведения, а также задания к выполнению практических работ аспирантов направления подготовки 06.06.01. Биологические науки (Математическая биология, биоинформатика)

Методические указания по структуре, содержанию и стилю изложения материала соответствуют методическим и научным требованиям, предъявляемым к учебным и методическим пособиям.

Предназначены для аспирантов направления подготовки 06.06.01. Биологические науки (Математическая биология, биоинформатика)

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 14.02.18. . Формат 60x84 1/16
Усл.печ.л.1,8. Уч.-изд.л. 1,63. Тираж 100 экз. Заказ: 1226.Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040. г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ

1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Фильтрация представляет собой одну из самых распространенных операций обработки сигналов. Цель фильтрации состоит в подавлении помех, содержащихся в сигнале, или в выделении отдельных составляющих сигнала, соответствующего тем или иным свойствам исследуемого процесса.

В электрических и электронных измерительных устройствах уже давно находят применение различные типы RLC - фильтров. С появлением доступных и дешевых интегральных операционных усилителей получили широкое распространение активные фильтры. Прогресс в развитии цифровых интегральных схем, повсеместное применение микропроцессоров для цифровой обработки измерительной информации обусловили интерес разработчиков аппаратуры к цифровым фильтрам.

Фильтрация сигнала – это целенаправленное изменение соотношения между различными компонентами спектра сигнала. Как известно, спектр сигнала, получаемого на выходе линейной цепи, $Y(f)$, равен произведению входного спектра $X(f)$ и частотной характеристики (ЧХ) цепи $G(f)$:

$$Y(f) = X(f) G(f). \quad (1.1)$$

На практике разложение сигнала в спектр и обратно занимает довольно большое время, поэтому рассмотрим теперь соотношения, позволяющие непосредственно находить временное описание сигнала. Как известно, спектр δ -импульса равен единице. Если такой δ -импульс подать на вход линейной цепи, то тогда $X(f)=1$ и в соответствии с формулой (1.1) получим:

$$Y(f) = G(f). \quad (1.2)$$

Таким образом, ЧХ цепи можно найти как спектр выходного сигнала цепи при подаче на ее вход δ -импульса. Реакция цепи $g(t)$ на δ -импульс носит название импульсной характеристики (ИХ). В соответствии с (1.2) спектр этой функции равен ЧХ цепи. Отсюда следует, что импульсная и частотная характеристики линейной цепи связаны между собой парой преобразований Фурье:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{j2\pi ft} df \quad (1.3)$$

$$G(f) = \int_0^{\infty} g(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (1.4)$$

В соответствии с теоремой свертки перемножение спектров соответствует свертке функций во временной области. Поэтому из равенства (1.1), определяющего спектр сигнала на выходе линейной цепи, следует, что выходной сигнал цепи может быть найден в виде свертки входного сигнала и импульсной характеристики цепи:

$$y(t) = x(t) * g(t) = \int_{-\infty}^t x(t\textcircled{C}) g(t - t\textcircled{C}) dt\textcircled{C}, \quad (1.5)$$

где * - знак свертки.

Последнее соотношение показывает, что функция $g(t)$ определяет веса, с которыми входят в выходной сигнал $y(t)$ различные мгновенные значения входного сигнала $x(t)$. Поэтому импульсную характеристику часто называют весовой функцией (ВФ).

Итак, динамические свойства линейной цепи (в том числе и цифровых фильтров) полностью определяются одной из двух характеристик: частотной характеристикой или импульсной. Одна из них может быть найдена из другой по формулам преобразования Фурье (1.3) и (1.4).

Если ИХ фильтра будет дискретной, то такие фильтры можно построить на цифровых элементах. Дискретную ИХ нерекурсивных фильтров $g(n)$ находят путем дискретного преобразования Фурье из дискретной ЧХ $G(k)$:

$$g(n) = \sum_{k=0}^{N-1} G(k) e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \quad (1.6)$$

ЧХ фильтра, построенного по формуле (1.6), гарантированно будет проходить через точки заданной ЧХ $G(k)$. Однако между этими точками совпадение желаемой и реальной частотных характеристик не гарантируется.

На практике дискретный сигнал $s(n)$ фильтруют путем дискретной свертки самого сигнала и ИХ фильтра $g(n)$:

$$s_{\text{вых}}(n) = s(n) * g(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} s(m) g(n - m) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} s(n - m) g(m) \quad (1.7)$$

Эта операция занимает минимум вычислений. Однако анализ работы фильтров гораздо удобнее производить в частотной области.

Наибольшее распространение получили фильтры с четной ИХ. Они не вносят фазового сдвига в результирующий сигнал и их можно разложить в вещественный ряд косинусоид, что значительно облегчает их расчет.

1.2. ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для расчета дискретных цифровых фильтров используется программа filters.exe. Для запуска программы необходима ЭВМ IBM PC со стандартной конфигурацией. В текущем каталоге должен быть расположен драйвер видеоадаптера фирмы Borland (например, EGA, VGA.BGI).

Если на компьютере установлена операционная система WINDOWS XP, то необходимо воспользоваться командами: Программы/Командная строка/Filter.exe.

При запуске программы в диалоговом режиме необходимо ввести следующие входные данные:

- Частота дискретизации F_{diskr} фильтруемого сигнала. От этой величины зависит полоса частот, на которой задается АЧХ фильтра. В соответствии с теоремой Котельникова ширина этой полосы от 0 до $F_{diskr}/2$ Гц.
- Количество элементов N импульсной характеристики проектируемого фильтра. Это число должно быть нечетным и находиться в пределах от 3 до 4001 (верхняя граница зависит от количества свободной оперативной памяти). Чем выше значение N , тем выше порядок проектируемого фильтра.
- Значения АЧХ $G(f)$ проектируемого фильтра. Шаг дискретизации Δf зависит от частоты дискретизации сигнала и количества элементов N и определяется программой автоматически.

Выходные данные:

- Изображение требуемой АЧХ фильтра.
- Изображение АЧХ фильтра, который был рассчитан программой. Этот график строится по дискретному аналогу формулы (1.4). Для выявления характера кривой АЧХ вне заданных точек $G(k)$ программа расширяет время наблюдения найденной ИХ $g(n)$, путем дополнения ее нулями, что согласно свойствам дискретного спектра позволяет уменьшить частоту дискретизации графика АЧХ.
- Значения элементов ИХ проектируемого фильтра.

Пример: требуется рассчитать ФНЧ для сигнала с частотой дискретизации 200 Гц и с частотой среза 50 Гц. Следовательно, значения ЧХ фильтра $G(f)$ будут принимать значения 1 в полосе пропускания фильтра (т.е. когда $0 < f < 50$ Гц), и 0 в полосе задержания фильтра (когда $f > 50$ Гц).

Пусть число элементов ИХ фильтра $N=15$. На запросы программы вводим:

$F_{diskr}=200$ (это частота дискретизации нашего сигнала); $N=15$ (число элементов ИХ фильтра);

$G[0]=1$

$G[14]=1$

$G[28]=1$

$G[42]=1$

$G[57]=0.5$

$G[71]=0$

$G[85]=0$

$G[100]=0$,

где 0, 14, 28, 42 и т.д. – отсчеты частот f , на которых должна задаваться АЧХ фильтра (рассчитываются программой);

значения $G[F]=1$ характеризуют полосу пропускания фильтра, а значения $G[F]=0$ характеризуют полосу задержания фильтра (вводятся пользователем).

В результате работы программы изображаются графики заданной и реальной АЧХ (Рисунок 1.1).

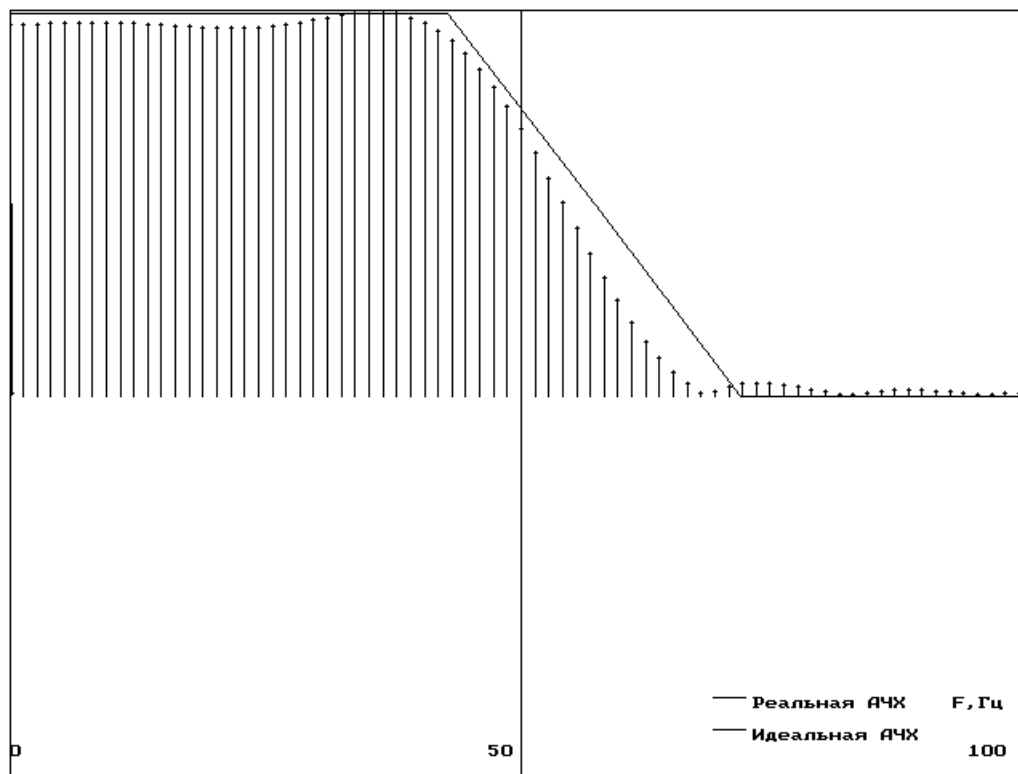


Рисунок 1.1. Идеальная и реальная АЧХ НЧ фильтра

Далее на экран выводятся элементы ИХ фильтра, которые вычисляются программой по формуле (1.6) из заданной АЧХ $G(k)$. В нашем случае они равны $[-0.07 \ -0.19 \ 0.5 \ 0.36 \ -1.3 \ -0.47 \ 4.68 \ 8 \ 4.68 \ -0.47 \ -1.3 \ 0.36 \ 0.5 \ -0.19 \ -0.07]$.

1.3. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучить методы синтеза цифровых фильтров и эффективность их применения.

1.4. СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ И ПОРЯДОК ЕЕ ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Получите у преподавателя задание на проектирование цифрового фильтра: АЧХ и порядок.
2. С помощью программы MODEL получите тестовый сигнал, в спектре которого присутствуют составляющие, лежащие как в полосе пропускания, так и в полосе задержания цифрового фильтра.
3. С помощью программы FILTERS.EXE получите коэффициенты цифрового фильтра.
4. Составьте схему алгоритма и программу цифровой фильтрации полученным в п. 3 цифровым фильтром тестового сигнала, созданного в п.2.
5. Запустите полученную в п. 4 программу, подав на ее вход файл данных, полученный в п. 2. Сравните сигналы на входе и на выходе.

1.5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. АЧХ и коэффициенты разработанного цифрового фильтра.
2. Спектральный состав и графическое изображение тестового сигнала.
3. Графическое изображение тестового сигнала после фильтрации.
4. Изображения реального сигнала до и после фильтрации.
5. Анализ спектрального состава реального сигнала, помех, присутствующих в нем, их спектра.
6. Выводы по эффективности цифровой фильтрации.

1.6. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. В чем состоят основные преимущества и недостатки цифровых фильтров?
2. Изобразите структурную схему цифровой обработки сигнала. Поясните этапы преобразования сигнала.

3. Какие методы математического описания и аппараты анализа дискретных сигналов и цепей Вы знаете?

4. Как выражается прямое (ДПФ) и обратное (ОДПФ) дискретные преобразования Фурье?

5. Как связаны коэффициенты ДПФ последовательности конечной длины с z -преобразованием этой последовательности?

5. Как связаны коэффициенты ДПФ последовательности конечной длины с ее непрерывным частотным спектром?

7. Как определяется линейная дискретная цепь с постоянными параметрами (ЛДЦПП)?

8. Что понимается под импульсной характеристикой $g(n)$ ЦФ?

9. Что понимается под системной функцией $H(z)$ цифрового фильтра? Как выражается системная функция через импульсную характеристику и элементы схемы фильтра?

10. Как определить устойчивость ЦФ по его системной функции?

11. Что понимается под частотной характеристикой ЦФ? Что отличает ее от частотной характеристики соответствующего аналогового фильтра-прототипа?

12. Как связана частотная характеристика с системной функцией цифрового фильтра?

13. Как определяется нерекурсивный цифровой фильтр? Запишите алгоритм обработки сигнала и изобразите соответствующую структурную схему фильтра.

14. В чем заключается недостаток нерекурсивных фильтров?

15. В чем состоит особенность рекурсивных ЦФ? Запишите алгоритм обработки сигнала и изобразите структурную схему фильтра.

16. Какой вид имеет структурная схема прямого рекурсивного ЦФ? Чем отличается от нее структура канонического фильтра?

17. Определение корреляционной функции. Определить циклическую корреляционную функцию следующих последовательностей с числом элементов

$N=8$:

а) $\{1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\}$,

б) $\{1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\}$,

в) $\{1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\}$,

г) $\{1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\}$.

18. Определение корреляционной функции. Какова циклическая корреляционная функция последовательностей

а) $\{1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\}$, б) $\{1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\}$, в) $\{1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\}$?

Просуммировать элементы полученных корреляционных последовательностей и объяснить результат.

19. Определение корреляционной функции. Определить циклическую корреляционную функцию последовательностей

а) $\{1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\}$, б) $\{1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\}$, в) $\{1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\}$, г) $\{1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\}$.

20. Определение корреляционной функции. Определить циклическую корреляционную функцию последовательностей

а) $\{-3\ -2\ -1\ 0\ 1\ 2\ 3\ 4\}$,

б) $\{-4\ -3\ -2\ -1\ 1\ 2\ 3\ 4\}$.

Просуммировать элементы полученных корреляционных последовательностей и объяснить результат.

21. Корреляционные последовательности. Определить корреляционную функцию последовательностей

а) $\{1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\}$,

б) $\{0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\}$.

Вычислить произведение 1100101×1010011 и использовать полученный результат для вывода очень простого алгоритма определения корреляционной функции. Если алгоритм столь прост, то почему бы не существовать еще более оптимальному методу?

22. Получите последовательность, корреляционная функция которой имеет вид $\{1, 1\ 6\ 15\ 20\ 15\ 6\ 1, 1\}$. *Определение свертки.* Выполнить свертку последовательности $\{1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\}$ с последовательностями вида

а) $\{1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\}$,

б) $\{1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\}$,

в) $\{1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\}$,

г) $\{1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\}$.

23. Определение свертки. Выполнить свертку последовательности $\{1\ (1/2)\ (1/4)\ (1/8)\ (1/16)\ (1/32)\ (1/64)\ (1/128)\}$ с последовательностями:

а) $\{1\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\}$, б) $\{2\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\}$.

24. Свертка с нечетной функцией. Должна быть выполнена свертка последовательности данных с нечетной последовательностью, т. е. функцией, для которой $f(N - \tau) = -f(\tau)$. После определения ДПХ требуются только N произведений. Показать, что изменение знаков преобразования последовательности данных на обратные перед умножением и переходом в область обратного преобразования приводит к желаемому результату.

25. Уплотнение. Последовательность данных, состоящая из 1024 элементов, должна быть уплотнена до 256 элементов ценой потери тонкой структуры исходной последовательности. Показать, что это может быть осуществлено путем определения ДПХ для $N = 1024$ и последующего вычисления ДПХ первой четверти элементов преобразования для $N = 256$.

26. Скользящее среднее, а) Вычислить скользящее среднее пяти последовательных элементов биномиальной последовательности $\{0000\ 1464\ 1000\}$. •

б) Какова дисперсия полученной последовательности?

27. Циклическая функция $\text{sinc}(x)=\sin x/x$. Показать, что $\text{sinc}(x)+\text{sinc}(x-N)+\text{sinc}(x-2N)+\dots+\text{sinc}(x+N)+\text{sinc}(x+2N)+\text{sinc}(x+3N)+\dots=N^{-1}\sin(N\pi x)/\sin(\pi x)$.

1.7. ПОРЯДОК ЗАЩИТЫ РАБОТЫ

Работа может быть зачтена, если студент представил отчет согласно п.4.5, исследуемые в работе сигналы соответствуют индивидуальному варианту, электронная форма соответствует представленному тексту, и студент дал исчерпывающие ответы на 10 произвольных вопросов из п.4.6.

Литература

1. Гольденберг Л.М. и др. Цифровая обработка сигналов: Справочник/Л.М.Гольденберг, Б.Д.Матюшкин, М.Н.Поляк. – М.: Радио и связь, 1985.-312с.
2. Гутников В.С. Фильтрация измерительных сигналов.- Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990.-192с.
3. Каппелини В., Константи́нидис А.Дж., Эмилиани П. Цифровые фильтры и их применение.-М.: Энергоатомиздат, 1983.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2. ДЕЦИМАЦИЯ И ИНТЕРПОЛЯЦИЯ СИГНАЛОВ

2.1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Наиболее удобной в обращении на практике функцией является алгебраический многочлен. Чтобы задать многочлен, нужно задать только конечное число его коэффициентов. Значения многочлена легко вычисляются, его легко продифференцировать, проинтегрировать и т.д. Поэтому алгебраические многочлены нашли широкое применение для приближения (аппроксимации) функций. Наряду с алгебраическими многочленами применяются также тригонометрические многочлены, которые являются более естественными для приближения периодических функций.

Интерполяция функций по формуле Лагранжа

Пусть известны значения некоторой функции f в $n+1$ различных точках x_0, x_1, \dots, x_n , которые обозначим следующим образом:

$$f_i = f(x_i), i = 0, 1, \dots, n.$$

Например, эти значения получены из эксперимента или найдены с помощью достаточно сложных вычислений. Возникает задача приближенного восстановления функции f в произвольной точке x . Часто для решения этой задачи строится алгебраический многочлен $L_n(x)$ степени n , который в точках x_i принимает заданные значения, т.е.

$$L_n(x_i) = f_i, i = 0, 1, \dots, n, \tag{2.1}$$

и называется интерполяционным. Точки $x_i; i = 0, 1, \dots, n$ называются узлами интерполяции.

Приближенное восстановление функции f по формуле

$$f(x) = L_n(x) \tag{2.2}$$

называется интерполяцией функции f с помощью алгебраического многочлена.

Существует теорема, согласно которой имеется только один интерполяционный многочлен n -й степени, удовлетворяющий условию (1).

Интерполяционный многочлен, представленный в виде

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n P_{ni}(x) f_i \quad (2.3)$$

где

$$P_{ni}(x) = \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$$

$$x \in [ab] \quad (2.4)$$

называется интерполяционным многочленом Лагранжа, а функции (2.4) – Лагранжевыми коэффициентами.

Погрешность интерполяции (экстраполяции) в текущей точке оценивается по формуле

$$| f(x) - L_n(x) | \leq \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} |w_n(x)|, \quad (2.5)$$

где

$$M_{n+1} = \max_{[ab]} | f^{(n+1)}(x) | \quad (2.6)$$

$$w_n(x) = (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_n). \quad (2.7)$$

Максимальная погрешность интерполяции на всем отрезке [a,b]:

$$\max_{[a,b]} | f(x) - L_n(x) | \leq \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} \max_{[a,b]} |w_n(x)| \quad (5.8)$$

1.1.1 Линейная интерполяция

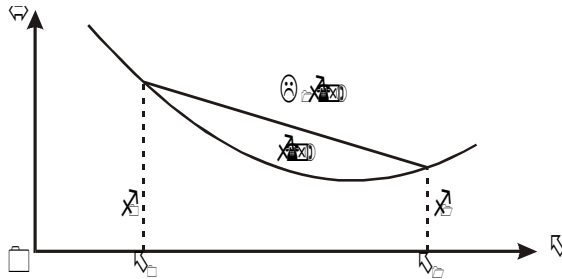
Интерполяция по формуле (2) при $n=1$, т.е. с помощью линейной функции (3) называется линейной.

Если ввести обозначения $h=x_1-x_0$, $q=(x-x_0)/h$, то по формула линейной интерполяции может быть записана в следующем виде:

$$f(x) \approx L_1(x) = L_1(x_0 + qh) = (1-q)f_0 + q_1f_1 \quad (2.9)$$

Величина q называется фазой интерполяции, которая изменяется в пределах от 0 до 1, когда x пробегает значение от x_0 до x_1 .

Геометрическая линейная интерполяция означает замену графика функции на отрезке $[x_0, x_1]$ хордой, соединяющей точки (x_0, f_0) , (x_1, f_1) , как показано на нижеприведенном рисунке.



1.2 Сплайны

Пусть отрезок $[a, b]$ разбит на N равных частичных отрезков $[x_i, x_{i+1}]$, где $x_j = a + ih$, $i=0, 1, \dots, N-1$; $x_N = b$, $h = (b-a)/N$.

Сплайном называется функция, которая вместе с несколькими производными непрерывна на всем заданном отрезке $[a, b]$, а на каждом частичном отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ в отдельности является некоторым алгебраическим многочленом.

Максимальная по всем частичным отрезкам степень многочленов называется степенью сплайна, а разность между степенью сплайна и порядком наивысшей непрерывной на $[a, b]$ производной – дефектом сплайна.

На практике наиболее широко распространение получили кубические сплайны – сплайны третьей степени, имеющие на $[a, b]$ непрерывную, по крайней мере, первую производную. Величина $m_i = S'_3(x)$ называется наклоном сплайна в точке (узле) x_i .

$$S_3(x) = \frac{(x_{i+1} - x)^2(2(x - x_i) + h)}{h^3} f_i + \frac{(x - x_i)^2(2(x_{i+1} - x) + h)}{h^3} f_{i+1} + \frac{(x_{i+1} - x)^2(x - x_i)m_i}{h^2} + \frac{(x - x_i)^2(x - x_{i+1})^2 m_{i+1}}{h^2} \quad (2.10)$$

Нетрудно убедиться, что кубический сплайн $S_3(x)$, принимающий в узлах x_i, x_{i+1} , соответственно значения f_i, f_{i+1} , имеет на частичном отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ вид

Действительно, легко видеть, что $S_3(x_i)=f_i$, $S_3(x_{i+1})=f_{i+1}$. Кроме того, простые вычисления показывают, что $S_3'(x_i)=m_i$, $S_3'(x_{i+1})=m_{i+1}$. Можно доказать, что любой алгебраический многочлен третьей степени, принимающий в точках x_i, x_{i+1} значения, равные соответственно f_i, f_{i+1} и имеющий в этих точках производную, соответственно равную m_i, m_{i+1} , тождественно совпадает с многочленом (10).

Итак, чтобы задать кубический сплайн $S_3(x)$ на всем отрезке $[a, b]$, нужно задать в $N+1$ узлах x_i его значения f_i и наклоны или касательные m_i , $i=0, 1, \dots, N$.

Кубический сплайн, принимающий в узлах x_i те же значения, что и некоторая функция f называется интерполяционным. Он служит для аппроксимации функции f на отрезке $[a, b]$ вместе с несколькими производными.

Способы задания наклонов интерполяционного кубического сплайна.

1) Упрощенный способ.

$$\begin{aligned} m_i &= \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}, i = 1, 2, \dots, N-1 \\ m_0 &= \frac{4f_1 - f_2 - 3f_0}{2h}, m_n = \frac{3f_n + f_{n-2} - 4f_{n-1}}{2h} \end{aligned} \quad (2.11)$$

2) Если известны значения f'_i производной f' в узлах x_i , то полагаем $m_i=f'_i$, $i=0, 1, \dots, N$.

Способы 1 и 2 – локальные, так как с их помощью сплайн строится отдельно на каждом частичном отрезке $[x_i, x_{i+1}]$.

2) Глобальный способ.

Обозначаем через $S_3''(x_i+0)$ значение $S_3''(x)$ в узле x_i справа, найденное непосредственно из выражения (10), а через $S_3''(x_i-0)$ значение $S_3''(x)$ в узле x_i слева, т.е. найденное из соответствующего выражения $S_3(x)$ на частичном отрезке $[x_i, x_{i+1}]$, которое получается из (10) заменой i на $i-1$.

Имеем

$$\begin{aligned} S_3''(x_i+0) &= \frac{4m_i}{h} - \frac{2m_{i+1}}{h} + 6\frac{f_{i+1} - f_i}{h^2}, \\ S_3''(x_i - 0) &= \frac{2m_{i-1}}{h} + \frac{4m_i}{h} - 6\frac{f_i - f_{i-1}}{h^2} \end{aligned}$$

Требуем непрерывности $S''(x)$ в узлах:

$$S''_3(x_i-0) = S''_3(x_i+0), \quad i=1,2,\dots,N-1 \quad (2.12)$$

и приходим к следующей системе линейных алгебраических уравнений относительно наклонов:

$$m_{i-1} + 4m_i + m_{i+1} = \frac{3(f_{i+1} - f_{i-1}))}{h}, \quad i = 1,2,\dots,N-1.$$

Поскольку неизвестных $N+1$, то необходимо задать еще два условия, которые называются краевыми (они обычно связаны с крайними значениями m_0 и m_N). Дадим три варианта краевых условий.

а) Если известны $f'_0 = f'(a)$, $f'_N = f'(b)$, то задать $m_0 = f'_0$, $m_N = f'_N$.

б) Производные f'_0 и f'_N аппроксимируем формулами численного дифференцирования третьего порядка точности:

$$\begin{aligned} m_0 &= \frac{1}{6h}(-11f_0 + 18f_1 - 9f_2 + 2f_3); \\ m_n &= \frac{1}{6h}(11f_N - 18f_{N-1} - 9f_{N-2} - 2f_{N-3}). \end{aligned} \quad (2.13)$$

в) В некоторых случаях бывают известны значения f'' на концах отрезка $[a,b]$,

т.е. величины $f''_0 = f''(a)$, $f''_N = f''(b)$. Тогда требование $S''_3(a) = f''_0$, $S''_3(b) = f''_N$ приводит к краевым условиям:

$$\begin{aligned} m_0 &= -\frac{m_1}{2} + \frac{3}{2} \frac{f_1 - f_0}{h} - \frac{h}{4} f''_0 \\ m_N &= -\frac{m_{N-1}}{2} + \frac{3}{2} \frac{f_N - f_{N-1}}{h} + \frac{h}{4} f''_N \end{aligned} \quad (2.14)$$

Система (5.12) при всех рассматриваемых краевых условиях имеет единственное решение. Решая систему (5.12) при выбранных краевых условиях, находим наклоны m_i , $i=0,1,\dots,N$, во всех узлах. Затем по формуле (5.10) задаем сплайн на каждом частичном отрезке $[x_i, x_{i+1}]$, $i=0,1,\dots,N-1$.

Построенный данным глобальным способом сплайн $S_3(x)$ имеет дефект не

больше единицы, т.к. этот сплайн обладает на отрезке $[a,b]$ непрерывной второй производной.

Интерполяционный сплайн $S_3(x)$ с наклоном, заданным способом 2 или 3, удовлетворяет неравенству

$$\max_{[x_i, x_{i+1}]} |f^{(m)}(x) - S_3^{(m)}(x)| \leq ch^{k+1-m} \max_{[a,b]} |f^{(k+1)}(x)|, \quad (5.15)$$

где

$$i = 0, 1, \dots, N-1; m = 0, 1, \dots, k; 0 \leq k \leq 3;$$

c - независящая от h, i, f - постоянная.

Точность аппроксимации функции f сплайном $S_3(x)$ управляется выбором N , т.е. шагом $h=(b-a)/N$.

Аппроксимация функций по методу наименьших квадратов

Интерполяция на практике хороша лишь для таких функций, значения которых не искажены шумом. Случайные ошибки в значениях функции сильно искажают интерполяционное многочлены высоких степеней, а при интерполяции многочленами низких степеней теряется существенная информация. Поэтому, в этом случае, целесообразно применять «сглаживающую» аппроксимацию с минимизацией взвешенной средней квадратической ошибки аппроксимации. Это значит, что для данной функции $f(x)$ требуется построить функцию $F(x)$ вида

$$F(x) = a_0\varphi_0(x) + a_1\varphi_1(x) + \dots + a_n\varphi_n(x) \quad (2.16)$$

так, чтобы минимизировать взвешенную среднюю квадратическую ошибку на интервале $[a,b]$:

$$\sigma^2 = \int_a^b \gamma(x)[F(x) - f(x)]^2 dx \quad (2.17)$$

где $\gamma(x)$ – заданная весовая неотрицательная функция.

Если функции $\varphi(x)$ действительны и попарно ортогональны с весом $\gamma(x)$ на интервале $[a,b]$, то есть если

$$\int_a^b \gamma(x) \varphi_i(x) \varphi_j(x) dx = 0; \text{ при } i \neq j, \quad (2.18)$$

то искомые коэффициенты определяются по формуле

$$a_i = \frac{\int_a^b \gamma(x) f(x) \varphi_i(x) dx}{\int_a^b \gamma(x) \varphi_i^2(x) dx} \quad (2.19)$$

Аппроксимация ортогональными функциями, например, ортогональными многочленами или тригонометрическими полиномами имеет то замечательное преимущество, что улучшение аппроксимации путем добавления нового члена $a_{n+1} \varphi_{n+1}(x)$ не меняет ранее вычисленные коэффициенты $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$.

Таким образом, для аппроксимации функции $f(x)$ необходимо задать класс приближающих функций или n - мерное пространство, где n - число заданных значений функции $f(x)$, и норму в этом пространстве. При приближении функций многочленами на дискретном множестве точек норма имеет вид:

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^m \gamma_k [F(x_k) - f(x_k)]^2, \quad (2.20)$$

где γ_k заданные положительные веса,

$m + 1$ - дискретное множество точек.

Согласно условию ортогональности (5.18):

$$\sum_{k=0}^m \gamma_k \varphi_i(x_k) \varphi_j(x_k) = 0 \quad (2.21)$$

и на основании (2.19) имеем:

$$a_i = \frac{\sum_{k=0}^m \gamma_k f(x_k) \varphi_i(x_k)}{\sum_{k=0}^m \gamma_k \varphi_i^2(x_k)} \quad (2.22)$$

Отметим, что можно использовать другую норму (2.20), тогда получим другое приближение, которое может значительно отличаться от предыдущего

Приведем пример аппроксимации функций тригонометрическим многочленом:

$$F_m(x) = \alpha_0 + \sum_{p=1}^{m/2} (\alpha_p \cos px + \beta_p \sin px) \quad (2.23)$$

Коэффициенты этого многочлена при учете условия (2.20) находятся согласно формулам:

$$\alpha_0 = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n f\left(\frac{2\pi i}{n+1}\right), \alpha_p = \frac{2}{n+1} \sum_{i=0}^n f\left(\frac{2\pi i}{n+1}\right) \cos \frac{2\pi i}{n+1} p, \quad (2.24)$$

$$\beta_p = \frac{2}{n+1} \sum_{i=0}^n f\left(\frac{2\pi i}{n+1}\right) \sin p \frac{2\pi i}{n+1}, p = 1, 2, \dots, m,$$

где

$$x_i = \frac{2\pi i}{n+1}, i = 0, 1, \dots, n.$$

Цель работы: Получить практические навыки децимации и интерполяции сигналов

Порядок выполнения работы.

1. Запишите математическое выражение полигармонического сигнала с трендом. Нарисуйте его спектр.

2. Вычислите частоту дискретизации сигнала, полученного в п.1, и с помощью программы REEBOK создайте файл данных с этим сигналом. Вычислите спектр сигнала, записанного в полученном файле данных, и сравните его с теоретическим, полученным в п.1.

3. Составьте схему алгоритма и программный модуль для уменьшения в два раза числа отсчетов сигнала, полученного в п.1, не изменяя интервал наблюдения сигнала (апертуру).

4. Запустите программный модуль, полученный в п.3, подав на его вход сигнал, файл данных которого был получен в п.2. Зарисуйте сигнал на

выходе программного модуля. Получите его спектр. Сравните его со спектром исходного сигнала.

5. Составьте схему алгоритма и программный модуль для увеличения в два раза числа отсчетов сигнала, полученного в п.1, не изменяя интервал наблюдения сигнала.

6. Запустите программный модуль, полученный в п.5, подав на его вход сигнал, файл данных которого был получен в п.2. Зарисуйте сигнал на выходе программного модуля. Получите его спектр. Сравните его со спектром исходного сигнала.

Литература

1. Методические указания к лабораторной работе "Интерполяция и аппроксимация кривых"/Курск. политехн. ин-т; Сост. С.А. Филист. Курск. КПИ.1993. 13 с.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3.
ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ИМИТАЦИОННОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

3.1. Краткие теоретические сведения

При модуляции параметров немодулированного (несущего) колебания

$$u_{\omega} = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (3.1)$$

формируется модулированное колебание, которое в общем случае можно записать в виде

$$u = U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] = U(t) \cos \Phi(t) \quad (3.2)$$

где ω_0 – несущая частота; $\Phi(t) = (\omega_0 t + \varphi(t))$ – мгновенная фаза колебания.

Амплитуда $U(t)$ и фазовый сдвиг $\varphi(t)$ колебания (3.2) изменяются в зависимости от модулирующего сигнала $s(t)$.

Спектр модулированного колебания (3.2) обычно оказывается шире спектра модулирующего сигнала.

3.1.1. Амплитудно-модулированные колебания

При амплитудной модуляции происходит изменение амплитуды $U(t)$ модулированного колебания при постоянной начальной фазе φ . Выражение (3.2) принимает вид

$$u_{AM} = U(t) \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (3.3)$$

Огибающая (амплитуда) модулированного колебания изменяется вокруг среднего значения U_0 и связана с модулирующим сигналом $s(t)$ линейным соотношением

$$U(t) = U_0 + k_A s(t), \quad (3.4)$$

где k_A – коэффициент пропорциональности, такой, что при любых t обеспечивается $U(t) \geq 0$.

Модуляция гармоническим сигналом (тональная модуляция). Если модулирующий сигнал $s(t)$ является гармоническим колебанием, т. е.

$$s(t) = S \cos(\Omega t + \psi), \quad (3.5)$$

то, согласно (3.4), огибающая модулированного колебания имеет вид

$$U(t) = U_0 + \Delta U \cos(\Omega t + \psi), \quad (3.6)$$

где Ω – частота модуляции ($\Omega \ll \omega_0$); ψ – начальная фаза огибающей; $\Delta U = k_A S$ – наибольшее отклонение амплитуды от среднего значения. Мгновенное значение подобного тонально-модулированного колебания выражается как

$$u_{AM} = U_0 [1 + M \cos(\Omega t + \psi)] \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (3.7)$$

где отношение $M = \Delta U/U_0$, называемое коэффициентом модуляции, является одним из основных параметров АМ колебания.

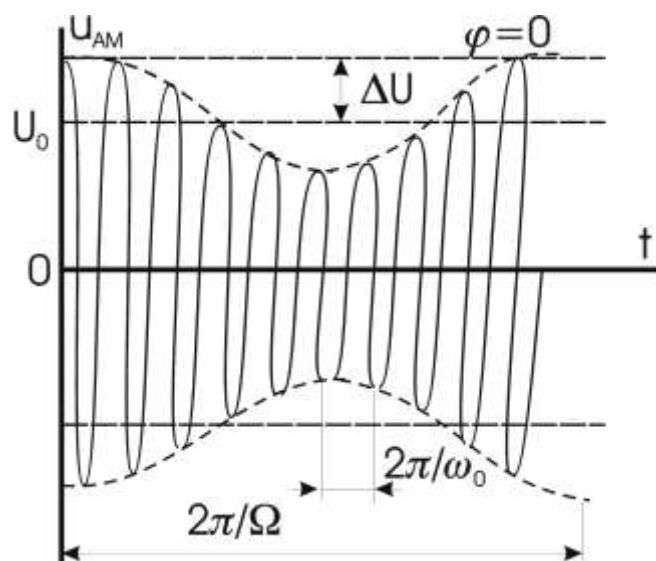


Рис. 3.2. Временная диаграмма колебания (3.7)

Колебание u_{AM} имеет дискретный спектр, состоящий из трех высокочастотных спектральных составляющих. Первое слагаемое в правой части представляет собой исходное немодулированное колебание с частотой ω_0 и начальной фазой φ . Второе и третье слагаемые называют соответственно верхней и нижней боковыми составляющими. Они расположены симметрично относительно несущего колебания на верхней ($\omega_0 + \Omega$) и нижней ($\omega_0 - \Omega$) боковых частотах модуляции и имеют соответственно начальной фазы $(\varphi + \psi)$ и $(\varphi - \psi)$. Амплитуды боковых составляющих равны $U_0M/2$. При неискаженной модуляции $U_0M/2 \leq U_0/2$ ($M \leq 1$). Рис. 3.3 иллюстрирует формирование спектра АМ колебания. На рис. 3.3, а изображен спектр колебаний до модуляции. При модуляции (в результате перемножения функций $\cos \Omega t - \cos \omega_0 t$) происходит сдвиг спектра модулирующего сигнала на величину ω_0 и расширение спектра (рис. 3.3, б). Ширина полосы частот $2\Delta\omega_{AM}$, занимаемой АМ колебанием, определяется удвоенной частотой модулирующего сигнала.

$$2\Delta\omega_{AM} = 2\Omega$$

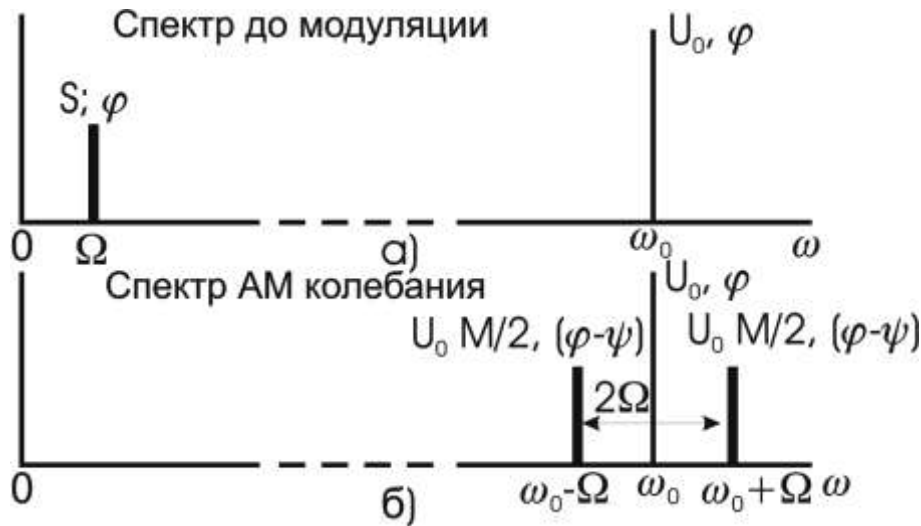


Рис. 3.3. Спектр колебаний до модуляции

Модуляция произвольным периодическим сигналом. Периодический модулирующий сигнал $s_n(t)$ может быть представлен рядом Фурье вида (2.8):

$$s_n(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t + \psi_n), \quad (3.9)$$

где Ω – основная частота модулирующего сигнала.

Если отнести постоянную составляющую $A_0/2$ ряда Фурье к амплитуде несущего колебания U_0 , то огибающую $U(t)$ модулированного колебания можно записать так:

$$U(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta U_n \cos(n\Omega t + \psi_n), \quad (3.10)$$

где $\Delta U_n = k_A A_n$.

Каждая спектральная составляющая модулирующего сигнала (3.9) так же, как при тональной модуляции, создает две боковые частоты в спектре модулированного колебания.

Если ширину спектра $\Delta\Omega$ модулирующего сигнала определить как

$$\Delta\Omega = \Omega_{\max} = m\Omega,$$

где Ω_{\max} – максимальная частота, которая учитывается в спектре этого сигнала, соответствующая m -й гармонике, то ширина спектра АМ колебания равна

$$2\Delta\omega_{\text{AM}} = 2\Omega_{\max}.$$

Модуляция непериодическим сигналом. В случае модуляции непериодическим сигналом $s(t)$ со спектральной плотностью $G(\omega)$ огибающую $U(t)$ и АМ колебание $u_{\text{AM}}(t)$ можно записать в виде

$$U(t) = U_0 + k_{AS}(t), \quad (3.12)$$

$$u_{AM}(t) = [U_0 + k_{AS}(t)]\cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (3.13)$$

спектральная плотность огибающей, сосредоточенная в области нижних частот, «раздваивается» и переносится в область высоких частот, смещаясь на $\pm\omega_0$. спектральная плотность $G_{AM}(\omega)$ АМ колебания имеет две составляющие: $1/2G_u(\omega - \omega_0)$ и $1/2G_u(\omega + \omega_0)$, сконцентрированные вблизи частот ω_0 и $-\omega_0$ соответственно. Ширина спектра $2\Delta\omega_{AM}$ АМ колебания вдвое превышает ширину спектра $\Delta\omega_U$ огибающей.

2.1.2. Колебания с угловой модуляцией

Общие понятия. При угловой модуляции под действием модулирующего сигнала происходит изменение фазового сдвига $\varphi(t)$ несущего колебания (3.1) при постоянной амплитуде U_0 . Модулированное колебание (3.2) принимает вид

$$u(t) = U_0 \cos[\omega_0 t + \varphi] = U_0 \cos\Phi(t) \quad (3.23)$$

Изменение фазового сдвига $\varphi(t)$ происходит как при модуляции мгновенной частоты $\omega(t)$, так и при модуляции непосредственно фазового сдвига $\omega(t)$ колебания (3.23). Поэтому различают два вида угловой модуляции: частотную модуляцию (ЧМ) и фазовую модуляцию (ФМ).

При частотной модуляции имеет место линейная связь между мгновенной частотой $\omega(t)$ колебания (3.23) и модулирующим сигналом $s(t)$:

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega_d s(t)^*, \quad (3.25)$$

где ω_d – девиация частоты, т. е. максимальное отклонение частоты $\omega(t)$ от ω_0 .

Полная фаза $\Phi(t)$ ЧМ колебания определяется как интеграл от мгновенной частоты (3.25)

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \int \omega(t) dt + \varphi = \int [\omega_0 + \omega_d s(t)] dt + \varphi = \\ &= \omega_0 t + \omega_d \int s(t) dt + \varphi = \omega_0 t + \varphi(t), \end{aligned} \quad (3.26)$$

где фазовый сдвиг

$$\varphi(t) = \omega_d \int s(t) dt + \varphi. \quad (3.27)$$

При этом ЧМ колебание принимает вид

$$u_{ЧМ} = U_0 \cos \left[\omega_0 t + \omega_d \int s(t) dt + \varphi \right]. \quad (3.28)$$

Таким образом, фазовый сдвиг $\varphi(t)$ ЧМ колебания изменяется по закону интеграла от модулирующего сигнала $s(t)$.

Частотно-модулированный сигнал можно получить на выходе частотного модулятора, в котором модулирующий сигнал $s(t)$ либо непосредственно управляет угловой частотой $\omega(t)$ несущего колебания в соответствии с выражением (3.25), либо после интегрирования управляет фазовым сдвигом $\varphi(t)$ несущего колебания согласно выражению (3.27).

При фазовой модуляции в соответствии с модулирующим сигналом $s(t)$ изменяется фазовый сдвиг

$$\varphi(t) = \varphi + ms(t), \quad (3.29)$$

где φ – начальная фаза немодулированного колебания; m – индекс угловой модуляции, т. е. максимальное отклонение фазы колебания (3.23) от начальной фазы φ . Учитывая (3.29), полную фазу $\Phi(t)$ модулированного колебания (3.23) можно определить по формуле

$$\Phi(t) = \omega_0 t + ms(t) + \varphi. \quad (3.30)$$

При этом фазомодулированное колебание принимает вид:

$$u_{\text{ФМ}} = U_0 \cos[\omega_0 t + ms(t) + \varphi]. \quad (3.31)$$

Мгновенная частота ФМ колебания, равная

$$\omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \omega_0 + m \frac{ds(t)}{dt}. \quad (3.32)$$

изменяется по закону производной от модулирующего сигнала $s(t)$.

Следовательно, ФМ сигнал можно получить на выходе фазового модулятора, в котором модулирующий сигнал $s(t)$ либо непосредственно управляет фазовым сдвигом $\varphi(t)$ несущего колебания согласно выражению (3.29), либо после дифференцирования управляет угловой частотой $\omega(t)$ несущего колебания в соответствии с (3.32).

Ограничимся рассмотрением ЧМ и ФМ колебаний при модуляции гармоническим сигналом

$$s(t) = S \cos \Omega t. \quad (3.33)$$

Сравним основные характеристики сигналов с частотной и фазовой модуляцией.

ЧМ колебание

Согласно (3.25)

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega_d \cos \Omega t. \quad (3.34)$$

Здесь $\omega_d = k_{\text{ЧМ}}S$, т. е. девиация частоты ЧМ колебания пропорциональна амплитуде S модулирующего сигнала и не зависит от частоты модуляции Ω . Тогда

$$\varphi(t) = m \sin \Omega t + \varphi, \quad (3.36)$$

где $m = \omega_d / \Omega$. (3.37)

То есть индекс угловой модуляции m ЧМК пропорционален амплитуде модулирующего сигнала и обратно пропорционален частоте модуляции.

Таким образом

$$u_{\text{ЧМ}} = U_0 \cos(\omega_0 t + m \sin \Omega t + \varphi). \quad (3.38)$$

ФМ колебание

Согласно (3.29)

$$\varphi(t) = \varphi + m \cos \Omega t. \quad (3.39)$$

Здесь $m = k_{\text{ФМ}}S$, т. е. индекс угловой модуляции ФМ колебания пропорционален амплитуде S модулирующего сигнала и не зависит от частоты модуляции Ω . Тогда

$$\Phi(t) = \omega_0 t + \varphi(t) = \omega_0 t + m \cos \Omega t + \varphi, \quad (3.40)$$

$$\omega(t) = \frac{d}{dt} [\omega_0 t + \varphi(t)] = \omega_0 - m \Omega \sin \Omega t = \omega_0 - \omega_d \sin \Omega t. \quad (3.41)$$

где

$$\omega_d = m \Omega. \quad (3.42)$$

Следовательно, девиация частоты ω_d ФМК пропорциональна амплитуде и частоте модулирующего сигнала.

Таким образом имеем

$$u_{\text{ФМ}} = U_0 \cos(\omega_0 t + m \cos \Omega t + \varphi). \quad (3.43)$$

Из выражений (3.38) и (3.43) и приведенных графиков видно, что при тональной модуляции нельзя определить, является ли сигнал частотно- или фазомодулированным. Различие между этими видами модуляции проявляется только при изменении частоты модуляции Ω . При ЧМ с увеличением Ω девиация частоты ω_d остается постоянной, а индекс модуляции m в соответствии с (3.37) уменьшается по закону гиперболы (рис. 3.4, а), в то время как при ФМ постоянным остается индекс модуляции m , а девиация частоты ω_d в соответствии с (3.42) растет по линейному закону (рис. 3.4, б).

Если модулирующий сигнал $s(t)$ негармонический, то ЧМ и ФМ колебания различаются по характеру изменения параметров $\omega(t)$ и $\varphi(t)$. На рис. 5

приведены графики мгновенной частоты $\omega(t)$ и фазового сдвига $\varphi(t)$ ЧМ и ФМ колебаний для случая, когда модулирующий сигнал $s(t)$ имеет вид пилообразной функции. Как следует из рис. 3.5, б, е, угловая частота ЧМ сигнала изменяется монотонно в соответствии с модулирующим сигналом $s(t)$, тогда как частота $\omega(t)$ ФМ сигнала изменяется скачками.

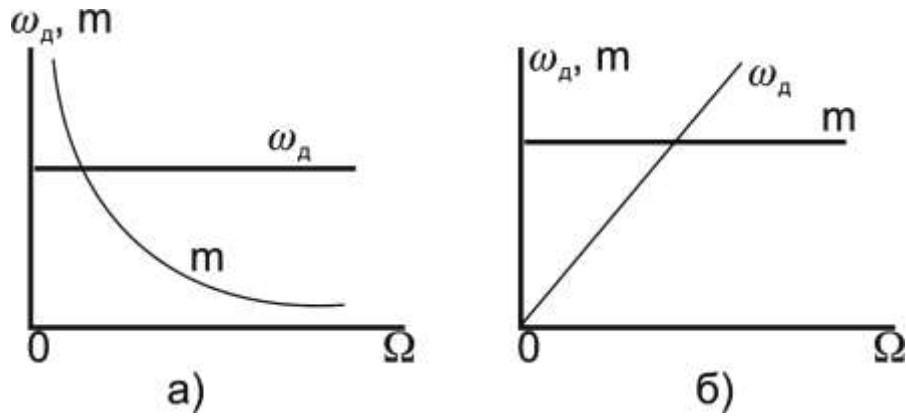


Рис. 3.4. График изменения модуляции по закон гиперболы (а) и по линейному закону (б)

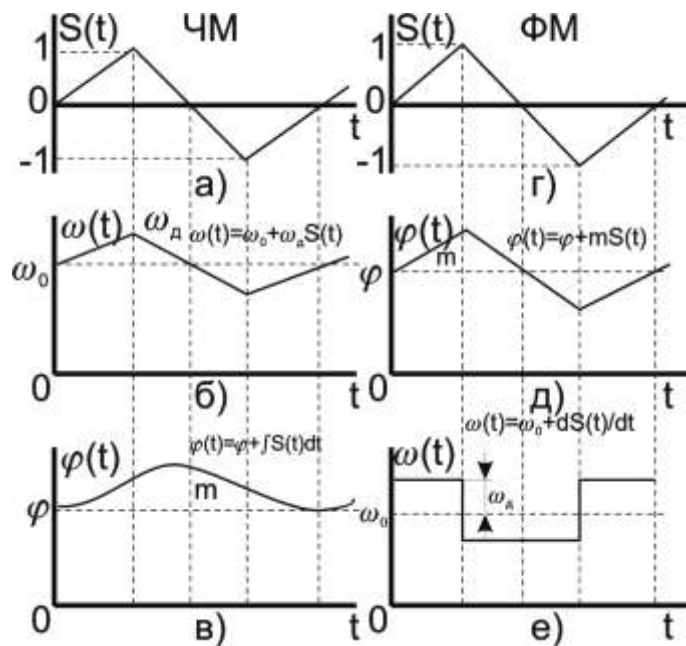


Рис. 3.5. Графики мгновенной частоты $\omega(t)$ и фазового сдвига $\varphi(t)$ ЧМ и ФМ колебаний

Спектр колебания при гармонической угловой модуляции. Как уже указывалось, модулированное колебание, представленное в виде

$$u = U_0 \cos[\omega_0 t + m \sin(\Omega t + \psi) + \varphi] \quad (3.44)$$

в равной степени соответствует ЧМ и ФМ колебаниям.

Спектр колебания, изображенный на рис. 3.6, состоит из бесконечного числа боковых составляющих, расположенных попарно симметрично относительно несущей частоты ω_0 и имеющих частоты $(\omega_0 + n\Omega)$

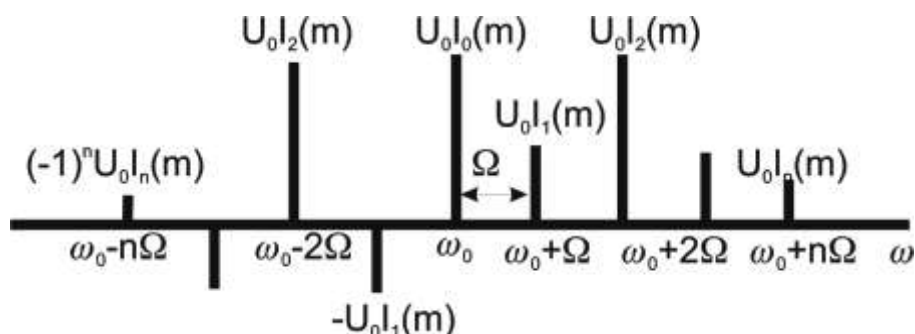


Рис. 3.6. Спектр колебания

Теоретически колебание с угловой модуляцией занимает бесконечную полосу частот. Однако для заданного индекса модуляции m практически можно не учитывать боковые составляющие порядка $n = m + 2$ и выше из-за малости их амплитуд.

Ширина спектра $2\Delta\omega$ колебания, ограниченного $(m + 1)$ парой боковых составляющих, выражается приближенным равенством

$$2\Delta\omega \approx 2\Omega(m + 1) \quad (3.48)$$

а при $m \gg 1$ примерно равна удвоенному значению девиации частоты ω_d

$$2\Delta\omega \approx 2m\Omega = 2\omega_d. \quad (3.49)$$

При изменении амплитуды S модулирующего сигнала ($\Omega = \text{const}$) в ЧМ и ФМ колебаниях изменяется индекс модуляции m , и, следовательно, изменяются число боковых составляющих, ширина спектра $2\Delta\omega = 2\Omega(m + 1)$ и амплитуды $U_0 J_n(m)$ составляющих спектра.

При изменении частоты модуляции Ω ($S = \text{const}$) в случае ЧМ изменяется согласно (3.37) индекс модуляции m , следовательно, число и амплитуды составляющих спектра. Ширина спектра $2\Delta\omega_{\text{ЧМ}}$, практически не меняется. При ФМ амплитуды составляющих и их число остаются без изменения (так как $m = \text{const}$), а ширина спектра $2\Delta\omega_{\text{ФМ}}$ изменяется пропорционально частоте модуляции.

3.2. Объект исследования

Объектом исследования является спектр модулированного сигнала. В этих целях предлагается использовать модулированный сигнал, полученный с помощью программы MODEL. Программа MODEL позволяет синтезировать сигнал, состоящий из десяти гармоник, причем каждая гармоника может модулироваться отдельно моногармоническим сигналом. Предусмотрена возможность как амплитудной, так и фазовой модуляции. Окно программы MODEL показано на рис. 3.7.

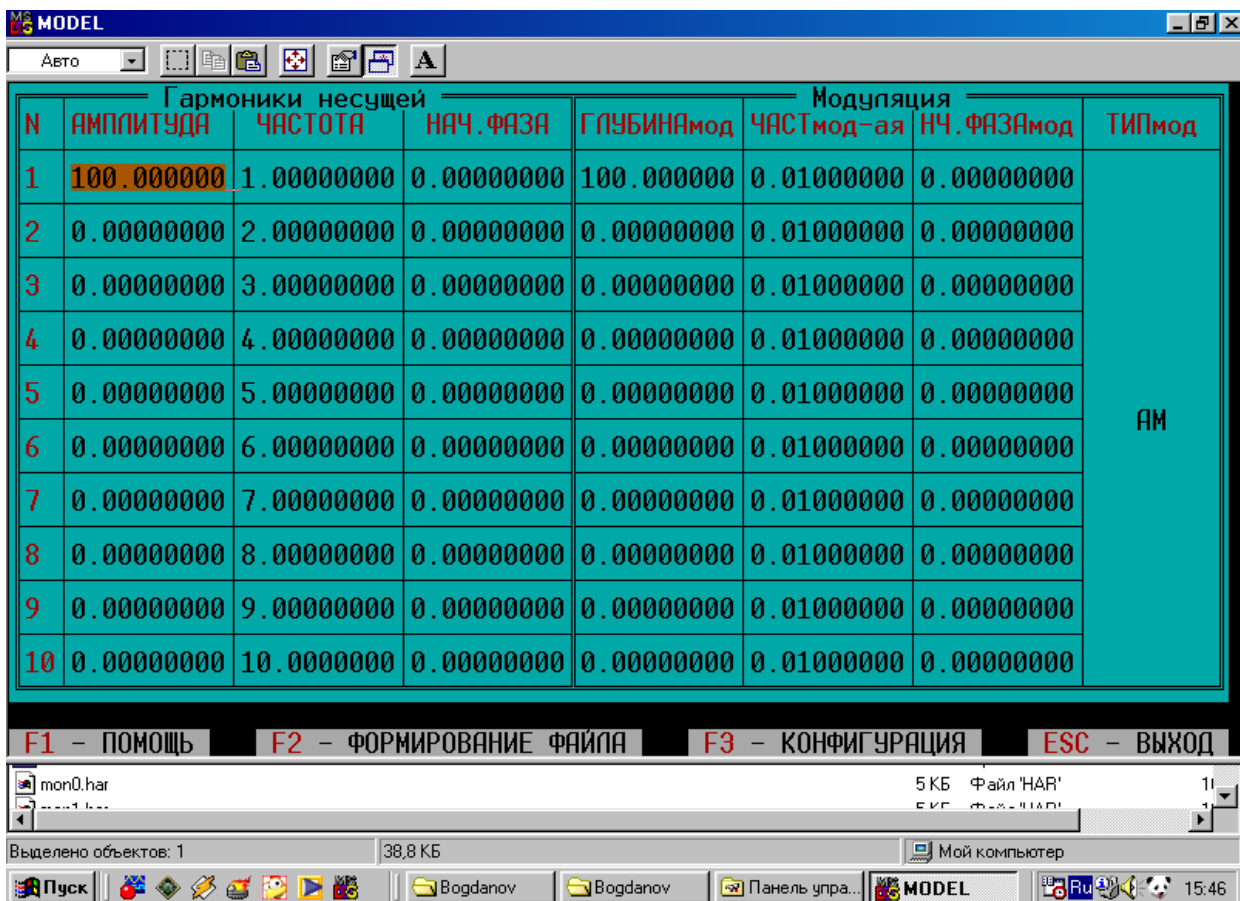


Рис.3.7. Окно программы MODEL

С помощью клавиш перемещения курсора можно выбрать любую комбинацию из десяти несущих частот (исключение несущей частоты из континуума осуществляется путем задания нулевой амплитуды). Используя данные лабораторной работы №2 нужно выбрать такие частоты, которые вошли в спектр электрокардиосигнала. В работе используется только амплитудная модуляция. Модулирующие частоты выбираются на основе анализа медленных волн, модулирующих электрокардиосигнал.

После заполнения таблицы, показанной на рис. 3.7., нажимается клавиша F2, и появляется окно, показанное на рис.3.8.

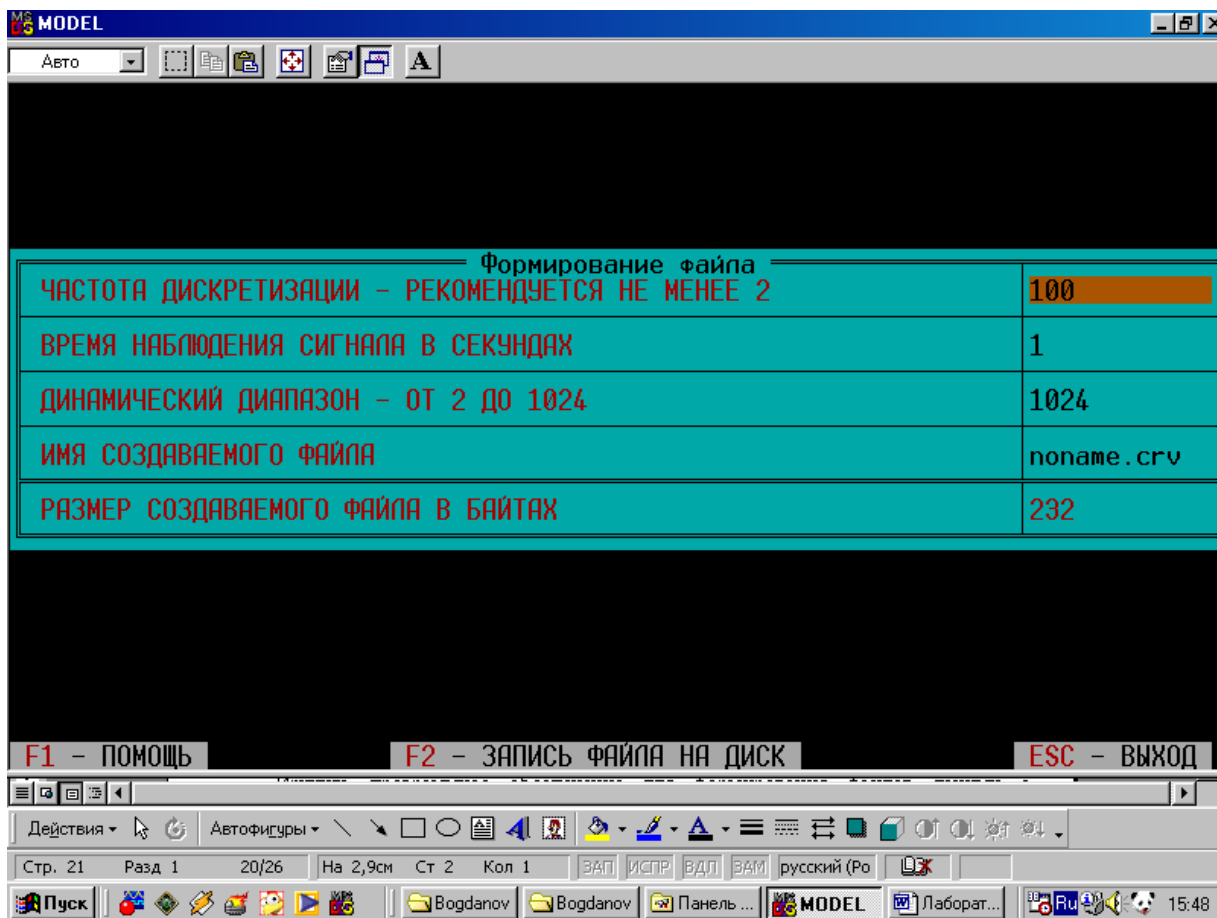


Рис. 3.8. Окно формирования файла данных программы MODEL

Частота дискретизации сигнала выбирается на основе соображений, изложенных в материалах лабораторной работы №2. Время наблюдения сигнала и его динамический диапазон выбирается близкими к параметрам сигнала, файл которого был получен при выполнении лабораторной работы №1. При нажатии клавиши F2 формируется файл, структура которого описана в материалах лаборатории №1.

2.3. Цель работы

Изучить методы модуляции сигналов и программное обеспечение для формирования файлов данных с цифровыми отсчетами модулированных сигналов.

2.4. Содержание работы и порядок ее выполнения

Изучите раздел «Модуляция сигналов» [1].

Изучите программу моделирования данных MODEL, обращая особое внимание на структуру файла данных и его заголовков.

Запишите математические выражения амплитудно-модулированного и частотно - модулированного сигналов. Зарисуйте их спектры.

Изучите спектр электрокардиосигнала, полученный при выполнении лабораторной работы №1. Выберите 5...10 значимых гармоник и задайте их значения и величину, согласно полученным спектральным характеристикам реального электрокардиосигнала.

Выберите модулирующие частоты и глубину модуляции для каждой несущей гармоники исходя из свойств реальных сигналов, которые модулируют электрокардиосигнал.

Исходя из п. 4, задайтесь частотой дискретизации синтезированного сигнала и с помощью программы MODEL создайте файл данных с этим сигналом.

Сосчитайте заголовок файла данных и сами данные с помощью программы, имеющейся в базе данных или разработанной самостоятельно при выполнении лабораторной работы №1 и №2. Сделайте необходимые выводы.

3.5. Содержание отчета

1. Спектр исходного немодулированного сигнала.
2. Представление рядом Фурье модели немодулированного электрокардиосигнала.
3. Спектр медленных волн, модулирующих гармоники электрокардиосигнала
4. Распечатка графика модели электрокардиосигнала, полученного в результате выполнения п. 2.
5. Распечатка графика модели электрокардиосигнала, полученного в результате выполнения п. 2 и п. 3.
6. Электронная форма на дискете 3.5" с файлом .CRV.
7. Выводы.

3.6. Вопросы для самопроверки

1. Что понимается под несущим и модулирующим колебаниями? В чем заключается процесс модуляции?
 2. Как записать АМ колебание при модуляции:
 - а) гармоническим колебанием;
 - б) произвольным периодическим колебанием;
 - в) непериодическим сигналом?
 3. Как определяется коэффициент модуляции АМ колебаний?
 4. Как формируется спектр АМ колебания при модуляции:
 - а) гармоническим колебанием;
 - б) произвольным периодическим колебанием;
 - в) непериодическим сигналом?
- Дайте графическое представление спектра.

5. Запишите выражение для колебания с угловой модуляцией. Какими соотношениями связаны полная фаза и мгновенная частота колебания?
6. Как определяются и чем отличаются ЧМ и ФМ колебания?
7. Какой физический смысл имеют понятия «девиация частоты» ω_d и «индекс модуляции» m ? Как они определяются при частотной и фазовой модуляции гармоническим сигналом?
8. По каким приближенным формулам можно определить ширину спектра ЧМ и ФМ колебаний при гармонической модуляции в случаях $m \ll 1$ и $m > 1$?
9. От каких параметров модулирующего гармонического сигнала и как зависят спектры ЧМ, ФМ и АМ колебаний?
10. Чем отличаются спектральные и диаграммы АМ и ЧМ колебаний при $m \ll 1$?
11. Дайте определение АЧМ сигнала.
12. Какой вид имеет амплитудный и фазовый спектры АЧМ сигнала при большой базе m сигнала?
13. Запишите в общем виде выражение для узкополосного сигнала. Как устраняется неоднозначность в определении огибающей, фазы и мгновенной частоты узкополосного сигнала?
14. Как представить в комплексной форме произвольный узкополосный сигнал? Что понимается под комплексной огибающей сигнала?
15. Как определить огибающую и фазу узкополосного сигнала, если известна его спектральная плотность?
16. Как осуществляется дискретизация по времени АМ и ЧМ колебания?

2.7. Порядок защиты работы

Работа может быть зачтена, если студент представил отчет согласно п. 3.5, исследуемые в работе сигналы соответствуют индивидуальному варианту, электронная форма соответствует представленному тексту, и студент дал исчерпывающие ответы на 10 произвольных вопросов из п. 3.6.

Литература

1. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. пособие для вузов / Д.В. Васильев, М.Р. Витоль, Ю.И. Горшенков [и др.]; под ред. К.А. Самойло. – М.: Радио и связь, 1982. – 528 с.