

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна  
Должность: проректор по учебной работе  
Дата подписания: 03.03.2023 17:13:21  
Уникальный программный ключ:  
0b817ca911e6668abb13a5d426d39e5f1c11eabb1f3e945d14a4851fda56a0089

## МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Юго-Западный государственный университет»  
(ЮЗГУ)

Кафедра механики, мехатроники и робототехники



### РАВНОВЕСИЕ СИСТЕМЫ ТВЕРДЫХ ТЕЛ.

Методические указания для практических и самостоятельных работ по разделам дисциплин «Теоретическая механика», «Механика», «Прикладная механика»

Курск 2021

УДК 531.8(075.8)

Составитель: О.В.Емельянова, С.Ф.Яцун, О.Г.Локтионова

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент В. Я Мищенко

**Равновесие системы твердых тел:** Методические указания для практических и самостоятельных работ по разделам дисциплин «Теоретическая механика», «Механика», «Прикладная механика»/ Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О.В.Емельянова, С.Ф.Яцун, О.Г. Локтионова. Курск, 2021. 17 с., ил. 4, табл. 0. Библиогр.: с. 17.

Содержат краткие теоретические положения по разделу «Статика» на тему «Расчет составных конструкций». Разобран пример решения задач и приведены задания для самостоятельного решения.

Предназначены для студентов инженерно-технических специальностей всех форм обучения.

Методические указания соответствуют требованиям программы, утверждённой учебно-методическим объединением (УМО).

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.03.2021. Формат 60x84 1\16  
Усл.печ.л. 1,33 .Уч.изд.л.1,21.Тираж 50 экз.Заказ 490 Бесплатно.  
Юго-Западный государственный университет.  
305040, г.Курск, ул.50 лет Октября, 94.

## ВВЕДЕНИЕ

Основная цель данных методических указаний – изучение теоретического материала и овладение навыками решения задач на равновесие системы, состоящей из нескольких твердых тел.

Для освоения теоретического материала ознакомиться с краткими сведениями из теории рекомендуемой литературы. Ответы на вопросы помогут студентам закрепить теоретическую часть раздела.

Предлагаемая разработка предназначена для аудиторного контроля текущей успеваемости студентов, а также для обучения и самоконтроля во внеаудиторное время при подготовке к практическим занятиям и экзаменам.

### КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Под *системой тел* понимается конструкция, состоящая из нескольких твердых тел, взаимодействующих между собой через какие-либо связи, допускающие относительные перемещения этих тел (они могут соединяться шарнирами, гибкой нитью, опираться друг на друга и т.д.).

Силы, действующие на тела системы, делятся на внешние и внутренние.

*Внешними* называются силы, действующие на тела механической системы со стороны тел, не принадлежащих этой системе.

*Внутренними* называются силы взаимодействия между телами рассматриваемой системы.

Основным способом расчета систем твердых тел (составных конструкции) является способ расчленения, при котором наряду с равновесием всей системы тел рассматривается равновесие отдельных тел (или групп тел системы). При этом все остальные тела системы и соответствующие связи мысленно отбрасываются, а их действие на тело, равновесие которого рассматривается, заменяется реакциями.

Следует заметить, что при рассмотрении равновесия всей системы твердых тел реакции связей между отдельными телами не должны учитываться, т.к. это взаимно уравновешивающие

внутренние силы. При рассмотрении равновесия отдельного тела соответствующие реакции связей, которые были мысленно расчленены, становятся внешними и входят в уравнения равновесия.

Задачи на равновесие системы твердых тел рекомендуется решать в следующем порядке:

1) выделить систему тел и отдельно твердые тела, равновесие которых следует рассмотреть для определения искомых величин;

2) изобразить заданные силы;

3) применить принцип освобождения от связей: мысленно отбросить связи, заменить их действие силами реакций связей;

4) сопоставить число неизвестных величин и количество независимых уравнений равновесия (для статически определимой системы эти числа должны быть равны);

5) выбрать систему декартовых координат, при этом для каждого тела и для системы тел можно взять одну и ту же, или для каждого тела (системы) свою наиболее удобную систему координат;

6) записать аналитические условия равновесия для каждого твердого тела (для системы тел) в соответствии с силами, которые к ним приложены;

7) решить систему полученных уравнений равновесия и определить неизвестные величины.

Если система твердых тел расчленяется на отдельные тела, то их взаимодействие заменяется реакциями внутренних связей, которые согласно аксиоме статики равны по модулю, но направлены в противоположные стороны.

## **ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ**

1. Какие системы называются составными?
2. Какие способы расчета составных конструкций вы знаете?
3. Какой порядок решения задачи на равновесие системы твердых тел?

## Пример решения задачи

### Задача.

Горизонтальная разрезная балка  $ACB$  у конца  $A$  заделана в стену, у конца  $B$  опирается на подвижную опору; в точке  $C$  – шарнир (рис.1). Балка загружена краном, несущим груз веса  $P=10$  кН, вес крана  $Q=50$  кН, центр тяжести крана лежит на вертикали  $CD$ .

Определить, пренебрегая весом балки, опорные реакции в точках  $A$  и  $B$  для такого положения крана, когда он находится в одной вертикальной плоскости с балкой  $AB$ , если  $KL = 4$  м,  $AC = 4$  м,  $CB = 8$  м.

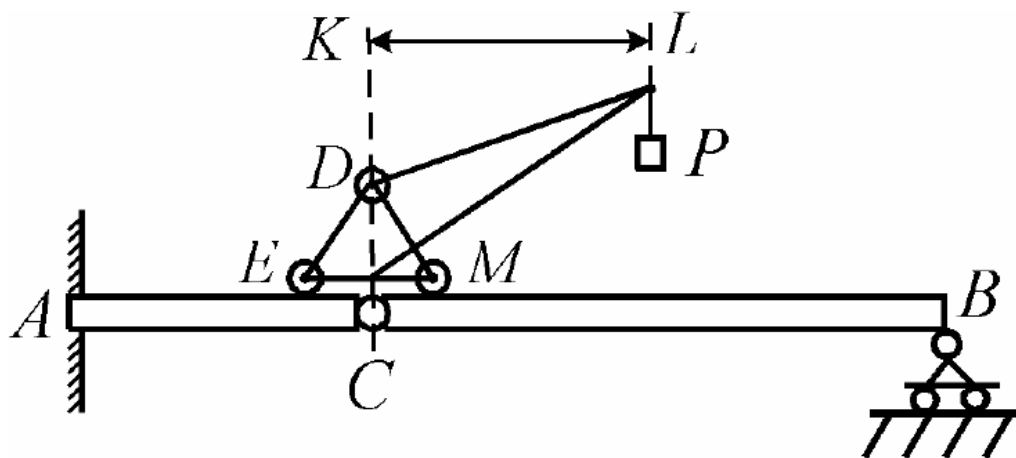


Рис. 1. Исходная схема

### Решение

Разрежем конструкцию на отдельные тела: кран и балки  $AC$  и  $CB$ .

1. Для определения искомым опорных реакций в точках  $A$  и  $B$  найдем сначала силы, с которыми кран давит на балку в точках  $E$  и  $M$ . Для этого рассмотрим равновесие крана (рис. 2).

Изобразим действующие на кран силы: силу тяжести груза  $\bar{P}$ , на вертикали  $CD$  – вес крана  $\bar{Q}$  и реакции гладкой поверхности составной балки  $ACB$ :  $\bar{N}_E$  и  $\bar{N}_M$ .

К крану приложена плоская система параллельных сил, направленных по вертикали.

Для определения  $\bar{N}_E$  и  $\bar{N}_M$  запишем аналитические условия равновесия для плоской системы параллельных сил в форме

уравнений моментов относительно точек  $E$  и  $M$  приложения искомых реакций:

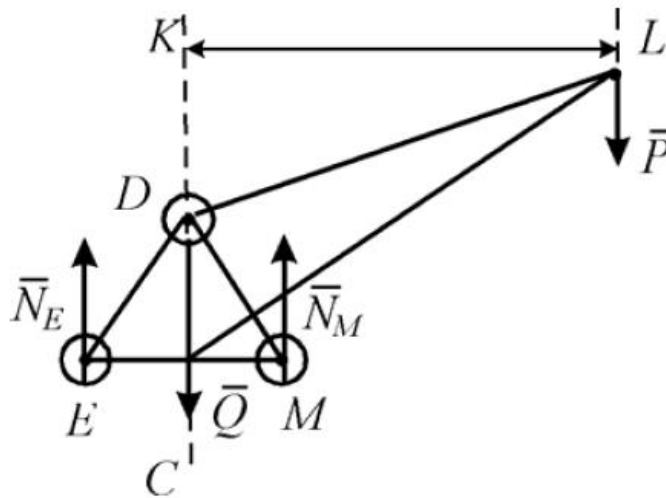


Рис. 2. Расчетная схема

$$\sum_{k=1}^n m_E(\bar{F}_k) = 0, \quad \sum_{k=1}^n m_M(\bar{F}_k) = 0$$

или

$$\begin{cases} -Q \frac{EM}{2} + N_M EM - P \left( \frac{EM}{2} + KL \right) = 0, \\ -N_E EM + Q \frac{EM}{2} - HP \left( KL - \frac{EM}{2} \right) = 0. \end{cases}$$

Каждой уравнение содержит только по одному неизвестному, что позволяет сразу найти искомые реакции:

$$N_M = 0,5(5P + Q) = 50 \text{ кН},$$

$$N_E = 0,5(Q - 3P) = 10 \text{ кН}.$$

Силы  $N'_E$  и  $N'_M$ , с которыми кран давит на составную балку  $ACB$ , направлены противоположно соответствующим реакциям  $N_E$  и  $N_M$ , но равны по модулю, т. е.  $N'_M = N_M = 50 \text{ кН}$ ,  $N'_E = N_E = 10 \text{ кН}$ .

2. Рассмотрим теперь равновесие балки  $CB$  (рис. 3).

На нее действует сила давления крана  $N'_M$ , реакция подвижной опоры  $\bar{R}_B$  и реакция соединительного шарнира  $C$ , направленная по вертикали.

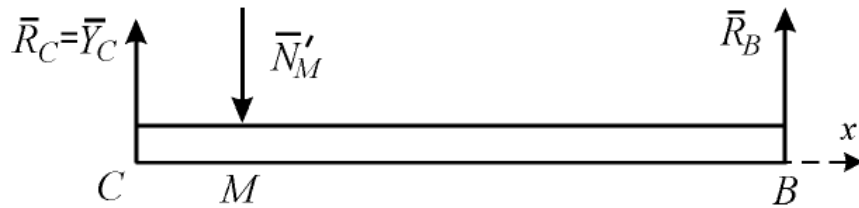


Рис. 3. Расчетная схема

Если в точке  $C$  реакцию  $\bar{R}_C$  заменить двумя взаимно перпендикулярными составляющими  $\bar{R}_C = \bar{X}_C + \bar{Y}_C$  и записать уравнение проекций всех сил, приложенных к балке  $CB$ , на горизонтальную ось  $x$ , то получим  $\bar{X}_C = 0$ . Поэтому  $\bar{R}_C = \bar{Y}_C$  и реакция соединительного шарнира  $C$  в рассматриваемом случае направлена по вертикали.

Запишем аналитические условия равновесия для плоской системы параллельных сил относительно точек  $C$  и  $B$  приложения неизвестных реакций:

$$\sum_{k=1}^n m_C(\bar{F}_k) = 0, \quad \sum_{k=1}^n m_B(\bar{F}_k) = 0$$

или

$$\begin{cases} R_B CB - N'_M CM = 0, \\ -R_C BC + N'_M BM = 0. \end{cases}$$

Отсюда находим  $R_B = 6,25$  кН,  $R_C = 43,75$  кН.

3. Рассмотрим равновесие балки  $AC$ . Проведем в точке  $A$  декартовы оси  $Ax$ . К балке  $AC$  приложены в точке  $E$  сила давления крана  $N'_E$ , реакции заделки в точке:  $\bar{R}_A = \bar{X}_A + \bar{Y}_A$ , реактивный момент  $m_A$  и реакция  $\bar{R}'_C$  соединительного шарнира  $C$ , направленная согласно аксиоме статики противоположно вектору  $\bar{R}_C$  и равная ему по величине  $\bar{R}'_C = \bar{R}_C = 43,75$  кН.

Поскольку силы  $N'_E$  и  $\bar{R}'_C$  – вертикальные, то из уравнения проекций сил, приложенных к балке  $AC$ , на ось  $Ax$ , получаем  $X_A = 0$  и поэтому  $\bar{R}_A = \bar{Y}_A$ , т. е. направлена тоже по вертикали.

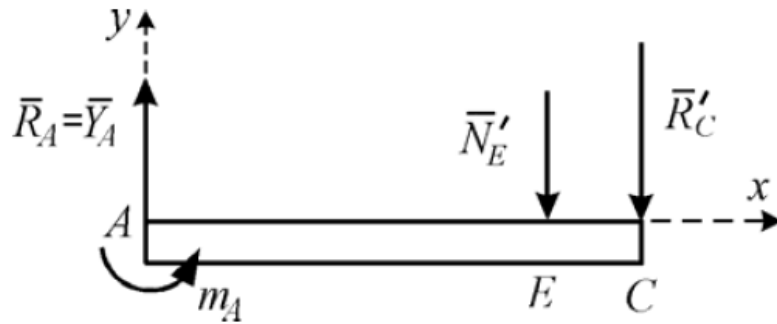


Рис.4. Расчетная схема

Следовательно, балка  $AC$  находится под действием плоской системы сил параллельных оси  $Ay$ . Воспользуемся основной формой аналитических условий равновесия системы параллельных сил

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0, \quad \sum_{k=1}^n m_A(\bar{F}_k) = 0$$

или

$$\begin{cases} R_A - N'_E - R'_C = 0, \\ m_A - N'_E AE - R'_C AC = 0. \end{cases}$$

Отсюда находим искомые реакции заделки  $A$ :

$$R_A = N'_E + R'_C = 53,75 \text{ кН},$$

$$m_A = N'_E \cdot AE + R'_C \cdot AC = 175 \text{ кН}.$$



# ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

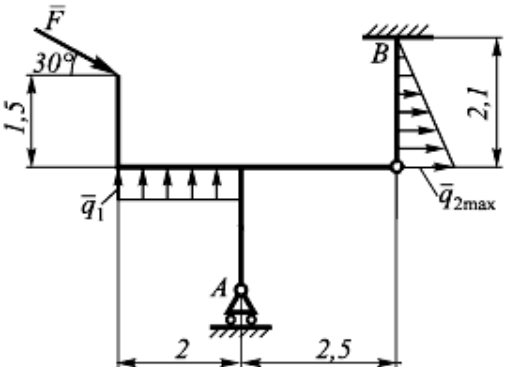
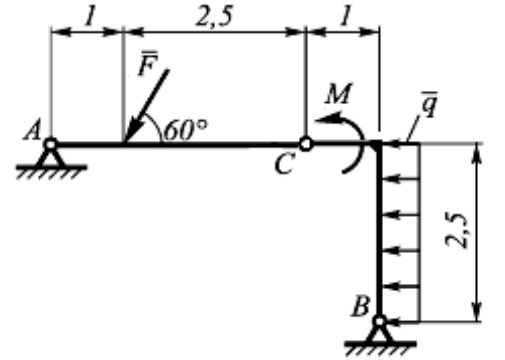
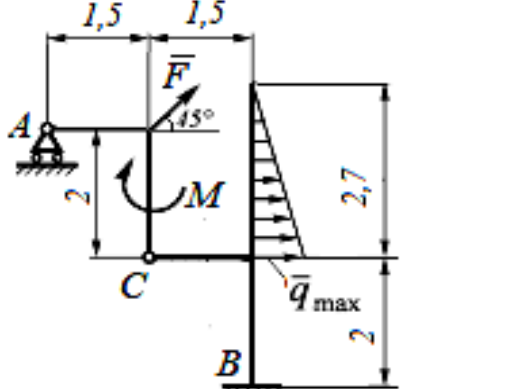
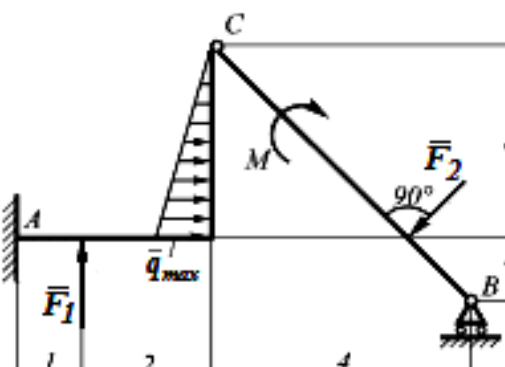
Рассчитать реакции внешних и внутренних связей составных конструкций.

1		$F_1 = 2 \text{ Н}; F_2 = 4 \text{ Н};$ $q = 4 \text{ Н/м};$ $M = 10 \text{ Н}\cdot\text{м}.$
2		$F = 6 \text{ Н}; q = 4 \text{ Н/м};$ $M = 10 \text{ Н}\cdot\text{м}.$
3		$F = 6 \text{ Н}; q = 4 \text{ Н/м};$ $M = 10 \text{ Н}\cdot\text{м}.$
4		$F_1 = 2 \text{ Н}; F_2 = 4 \text{ Н};$ $q = 4 \text{ Н/м};$ $M = 10 \text{ Н}\cdot\text{м}.$

5		$F = 6 \text{ H}; q_{\max} = 6 \text{ H/M};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{M}.$
6		$F_1 = 2 \text{ H}; F_2 = 4 \text{ H};$ $q = 4 \text{ H/M};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{M}.$
7		$F = 6 \text{ H}; q = 4 \text{ H/M};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{M}.$
8		$F = 6 \text{ H}; q_{\max} = 6 \text{ H/M};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{M}.$

9		$F = 6 \text{ H}; \quad q_1 = 4 \text{ H/m};$ $q_{2\max} = 6 \text{ H/m}.$
10		$F_1 = 2 \text{ H}; \quad F_2 = 4 \text{ H};$ $q = 4 \text{ H/m}.$
11		$F = 6 \text{ H}; \quad q_{\max} = 6 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$
12		$F = 6 \text{ H}; \quad q = 4 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$

13		$q_1 = 4 \text{ H/m}; q_{2\max} = 6 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$
14		$F = 6 \text{ H}; q = 4 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$
15		$F = 6 \text{ H}; q = 4 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$
16		$F = 6 \text{ H}; q = 4 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$

17		$F = 6 \text{ H}; q_1 = 4 \text{ H/m};$ $q_{2\text{max}} = 6 \text{ H/m}.$
18		$F = 6 \text{ H}; q = 4 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$
19		$F = 6 \text{ H}; q = 4 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$
20		$F_1 = 2 \text{ H}; F_2 = 4 \text{ H};$ $q_{\text{max}} = 6 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$

21		$F_1 = 2 \text{ H}; F_2 = 4 \text{ H};$ $q = 4 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$
22		$F = 6 \text{ H}; q = 4 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$
23		$F = 6 \text{ H}; q = 4 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$
24		$F_1 = 2 \text{ H}; F_2 = 4 \text{ H};$ $q = 4 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$

25		$F_1 = 2 \text{ H}; F_2 = 4 \text{ H};$ $q = 4 \text{ H/M};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{M}.$
26		$F_1 = 2 \text{ H}; F_2 = 4 \text{ H};$ $q = 4 \text{ H/M};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{M}.$
27		$F_1 = 2 \text{ H}; F_2 = 4 \text{ H};$ $q_{\text{max}} = 4 \text{ H/M};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{M}.$
28		$F_1 = 2 \text{ H}; F_2 = 4 \text{ H};$ $q = 6 \text{ H/M};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{M}.$

29		$F = 6 \text{ H}; q = 4 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$
30		$F_1 = 2 \text{ H}; F_2 = 4 \text{ H};$ $q = 6 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$
31		$F_1 = 2 \text{ H}; F_2 = 4 \text{ H};$ $q = 6 \text{ H/m};$ $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}.$
32		$F_1 = 2 \text{ H}; F_2 = 4 \text{ H};$ $q = 6 \text{ H/m}.$



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Курс теоретической механики [Текст]: учебник для вузов/ Дронг В.И., Дубинин В.В., Ильин М.М. и др. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 736с.
2. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики [Текст]: учебник. –М.: Высшая школа, 2010. – 416 с.
3. Локтионова О. Г. Лекции по теоретической механике [Текст] : учебное пособие : [для студентов инженерно-технических специальностей всех форм обучения] / О. Г. Локтионова, С. Ф. Яцун, О. В. Емельянова ; ЮЗГУ. - Курск : ЮЗГУ, 2014. - 187 с.
4. Локтионова О. Г. Лекции по теоретической механике [Электронный ресурс] : учебное пособие : [для студентов инженерно-технических специальностей всех форм обучения] / О. Г. Локтионова, С. Ф. Яцун, О. В. Емельянова ; ЮЗГУ. - Курск : ЮЗГУ, 2014. - 187 с.
5. Яцун, С.Ф. Кинематика, динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры : учебное пособие [Текст]: С.Ф. Яцун, В.Я. Мищенко, Е.Н.Политов – М : Альфа-М : ИНФРА-М, 2012.-208с.