

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Ряполов Петр Алексеевич

Должность: декан ЕНФ

Дата подписания: 15.02.2024 00:08:17

Уникальный программный ключ:

efd3ecdbd183f7649d0e3a33c230c6662946c7c99039b2b268921fde408c1fb6

1

МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ

Юго-Западный государственный университет

УТВЕРЖДАЮ:

И.о. зав. кафедрой

высшей математики

(наименование кафедры полностью)

О.А. Бредихина

(подпись)

« 03 » 07 2023 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

для текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации обучающихся
по дисциплине

Высшая математика

(наименование дисциплины)

15.03.01 Машиностроение

шифр и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль, специализация) Оборудование и технология сварочного производства

наименование направленности (профиля, специализации)

1 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

1.1 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

Раздел (тема) I «Алгебра и геометрия»

Вариант 1 (Т 1)

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} 1 & x & 3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 7 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0$.

3. Найти x , если $A = \begin{pmatrix} x & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 12 & -52 \\ 13 & -1 \end{pmatrix}$, $3A^2 - 2A + 3E = B$, где E – единичная матрица.

4. На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4 , при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3 . Нормам расхода сырья соответствует матрица

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix},$$

где каждый элемент a_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3$) показывает, сколько единиц сырья j -го типа расходуется на производство единицы продукции i -го вида. План выпуска продукции

представлен матрицей $C = (150 \ 120 \ 90 \ 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья

(ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Найти элемент a_{12} обратной матрицы A^{-1} .

6. Установить соответствие.

1) $\begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение
2) $\begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$	б) система имеет бесконечное множество решений
3) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ x + 2y = 25 \end{cases}$	в) система несовместна
4) $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ 6x - 15y = 0 \end{cases}$	г) система имеет только тривиальное решение
	д) система имеет два решения

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
<p>Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{5}x + 2y = 1, \\ 6x - 3\sqrt{5}y = 12\sqrt{5} \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.</p> <p>Замечание: вычисления производить в следующей последовательности</p> <p>1) $\det A$ 2) $\det A_x$ 3) x 4) $\det A_y$ 5) y</p>	<p>1) $\sqrt{5}$ 2) $-27\sqrt{5}$ 3) -2 4) -27 5) 54</p>	

8. Найти решение системы уравнений $\begin{cases} x + y + z = 1, \\ x - y - 2z = 8, \\ 4x + y + 2z = 2. \end{cases}$ В ответ записать произведение

$x \cdot y \cdot z$.

9. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 4$

2) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4$

3) $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 6$

4) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 5$

5) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 6$

10. Найти собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $X_1 = \begin{pmatrix} 3C \\ 2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -C \end{pmatrix}$

2) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}$

3) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}$

4) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -5C \end{pmatrix}$

5) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ 2C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}$

Вариант 2 (Т 1)

1. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$.

2. Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} 5 & -2 & -8 \\ 1 & -2x & 6 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$.

3. Найти x , если $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 15 \\ 0 & 23 \end{pmatrix}, 3A^2 - 4E = B$, где E – единичная матрица.

4. На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4 , при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3 . Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 4 & 7 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 5 \end{pmatrix}$, где каждый элемент $a_{ij} (i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3)$ показывает, сколько единиц сырья j -

го типа расходуется на производство единицы продукции i -го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (130 \ 90 \ 120 \ 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 50 \\ 60 \\ 40 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$. Найти элемент a_{21} обратной матрицы A^{-1} .

6. Установить соответствие.

1) $\begin{cases} 6x + 7y = -5, \\ -18x - 21y = 8 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение
2) $\begin{cases} 3x - y = 0, \\ -9x + 3y = 0 \end{cases}$	б) система имеет бесконечное множество решений
3) $\begin{cases} 2x + 5y = -14, \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$	в) система несовместна
4) $\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 16x - 24y = 32 \end{cases}$	г) система имеет только тривиальное решение
	д) система имеет два решения

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
<p>Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 11, \\ 4x - \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.</p> <p>Замечание: вычисления производить в следующей последовательности</p> <p>1) $\det A$ 2) $\det A_x$ 3) x 4) $\det A_y$ 5) y</p>	<p>1) $-11\sqrt{3}$ 2) 4 3) -44 4) $\sqrt{3}$ 5) -11</p>	

8. Найти решение системы уравнений $\begin{cases} x - y + z = 6, \\ x - 2y + z = 9, \\ x - 4y - 2z = 3. \end{cases}$ В ответ записать произведение

$x \cdot y \cdot z$.

9. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 5$

2) $\lambda_1 = 4, \lambda_2 = 10$

3) $\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 9$

4) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4$

5) $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 8$

10. Найти собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$.

1) $X_1 = \begin{pmatrix} 2C \\ C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}$

2) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -3C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -C \end{pmatrix}$

3) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ 3C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}$

4) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ -C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} 2C \\ -5C \end{pmatrix}$

5) $X_1 = \begin{pmatrix} C \\ C \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} C \\ -5C \end{pmatrix}$

Вариант 1 (Т 2)

1. Найти $|\vec{c}|^2$, если $\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{a}(-1; 0; 5)$, $\vec{b}(2; -1; 1)$.

2. Найти сумму $m + n$, если вектор $\vec{b}(12; -2)$ можно разложить по векторам $\vec{a}(-4; -1)$ и $\vec{c}(1; -1)$, записав в виде $\vec{b} = m\vec{c} + n\vec{a}$

3. Даны векторы $\vec{a}(2m; 3; -1)$ и $\vec{b}(2; -3m; 5)$. Найти m , если известно, что векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны.

4. Установить соответствие.

1) нахождение скалярного произведения векторов	а) $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
2) нахождение векторного произведения векторов	б) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$
3) нахождение смешанного произведения векторов	в) $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$
4) нахождение длины вектора	г) $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} }$
	д) $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

5.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении площади треугольника ABC, если $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(3; 2; 1)$.	1) вычислить $ \vec{AB} \times \vec{AC} $ 2) найти определитель $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$ 3) вычислить \vec{AB} и \vec{AC} 4) разделить модуль векторного произведения на два	

6. Найти объём треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(3; 4; 5)$, $B(1; 2; 1)$, $C(-2; -3; 6)$, $D(3; -6; -3)$.

7. Записать общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(6; 4)$, $B(-3; -8)$.

1) $\frac{x-6}{3} = \frac{y-4}{4}$ 2) $4x - 3y - 12 = 0$ 3) $y = \frac{4}{3}x - 4$

4) $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} = 1$ 5) $\begin{cases} x = 3t + 6, \\ y = 4t + 4 \end{cases}$

8. Найти расстояние от точки $M(2; 5)$ до прямой $4x - 3y + 8 = 0$.

9. Записать общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M(6; 0; -5)$ параллельно векторам $\vec{p}(2; 1; -2)$ и $\vec{q}(1; 0; 3)$.

1) $3x - 8y - z - 23 = 0$ 2) $x + 4y - 3z - 14 = 0$ 3) $3x - 8y - z - 14 = 0$
 4) $x + 4y - 3z - 23 = 0$ 5) $3x + 8y - z - 20 = 0$

10. Найти значение m , если уравнение прямой, проходящей через точки $M(1; 2; 3)$ и $N(-1; 0; 8)$, в параметрическом виде можно записать как систему $\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 + mt, \\ z = 3 + 5t. \end{cases}$

Вариант 2 (Т 2)

1. Найти длину вектора $\vec{c} = 3\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a}(-1; 0; 5)$, $\vec{b}(2; -1; 1)$

1) $\sqrt{222}$ 2) $\sqrt{1404}$ 3) $\sqrt{468}$ 4) 10 5) 15

2. Если $A(1; 3; 2)$ и $B(5; 8; -1)$, то вектор \vec{AB} равен

1) $-3\vec{i} + 4\vec{j} + 12\vec{k}$ 2) $3\vec{i} + 4\vec{j} - 12\vec{k}$ 3) $-3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$ 4) $3\vec{i} + 4\vec{j} + 12\vec{k}$

3. Даны векторы $\vec{a}(4; 3; -2m)$ и $\vec{b}(8; 3n; 10)$. Найти $m + n$, если известно, что векторы \vec{a} и \vec{b} коллинеарны.

4. Установить соответствие.

ВЕКТОРЫ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) коллинеарны	а) $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$
2) перпендикулярны	б) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) образуют острый угол	в) $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$
4) образуют тупой угол	г) $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ д) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$

5.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
<p>Расположите последовательность действий при вычислении объёма треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(3; 4; 5)$, $B(1; 2; 1)$, $C(-2; -3; 6)$, $D(3; -6; -3)$. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.</p> <p>Замечание: вычисления производить в следующей последовательности</p> <p>1) \overrightarrow{AB} 2) \overrightarrow{AC} 3) \overrightarrow{AD} 4) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$ 5) объём пирамиды</p>	<p>1) $(-5; -7; 1)$ 2) $(-2; -2; -4)$ 3) 42 4) -252 5) $(0; -10; -8)$</p>	

6. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(3; 2; 1)$.

В ответе запишите $S_{\Delta ABC}^2$.

7. Записать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки $A(6; 4)$, $B(-3; -8)$.

1) $\frac{x-6}{3} = \frac{y-4}{4}$

2) $4x - 3y - 12 = 0$

3) $y = \frac{4}{3}x - 4$

4) $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} = 1$

5) $\begin{cases} x = 3t + 6, \\ y = 4t + 4 \end{cases}$

8. Найти расстояние от точки $M(1; 2)$ до прямой $6x - 8y - 5 = 0$.

9. Найти угол между прямыми p_1 и p_2 в пространстве, если $p_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$,

$p_2: \frac{x-4}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$.

10. Найти значение m , если уравнение прямой, проходящей через точки $M(1; 2; 3)$ и $N(-1; 0; 8)$, в параметрическом виде можно записать как систему $\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 - 2t, \\ z = m + 5t. \end{cases}$

Вариант 1 (Т 3)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 2 + i$.

1) $z_1 \cdot z_2$	а) $16 - 30i$
2) $\frac{z_1}{z_2}$	б) $7 - 2i$
3) $\overline{z_1}^2$	в) $1,4 - 2,2i$
4) $z_1 + z_2$	г) $13 - i$
	д) $16 + 30i$

2. Сумма действительных решений уравнения $(-2 + 5i)x + 2i = (1 - 2i)y + 3ix - 3$ равна

- 1) 9 2) -4 3) -9 4) 4 5) 5

3. Верно ли, что действительная часть $(2 + 3i)(1 - i) - \frac{i^{15}}{1 + i}$ равна 5?

- 1) да, верно 2) нет, не верно

4. Найти мнимую часть решения уравнения $(-1 - i)z = 3 + i$.

5. Найти модуль комплексного числа $z = 1 + i$.
 6. Найти аргумент комплексного числа $z = 1 + i$.
 7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую	1) подстановка ρ и φ в формулу 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

8. Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 6 - 6i$ имеет вид

- 1) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 2) $6\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$
 3) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{\pi}{4}\right)$
 5) $6\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$

9. Вычислить z^{10} , если $z = \sqrt{3} - i$.

- 1) $2^9(\sqrt{3} - i)$ 2) $2^9(\sqrt{3} + i)$ 3) $2^9(-\sqrt{3} - i)$ 4) $2^9(-\sqrt{3} + i)$

10. Вычислить $\sqrt{-7 - 24i}$

- 1) $\{-3 + 4i; 3 - 4i\}$ 2) $\{3 + 4i; 3 - 4i\}$ 3) $\{-3 + 4i; 3 + 4i\}$ 4) $\{3 + 4i; 3 + 4i\}$

Вариант 2 (Т 3)

1. Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 2 + 4i$ и $z_2 = 1 - 3i$

1) $z_1 \cdot z_2$	а) $3 + i$
2) $\frac{z_1}{z_2}$	б) $i - 1$
3) \bar{z}_1^2	в) $-12 + 16i$
4) $z_1 + z_2$	г) $-12 - 16i$
	д) $14 - 2i$

2. Количество действительных корней многочлена $P(x) = 3x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 2$ равно

- 1) 2 2) 3 3) 0 4) 4 5) 1

3. Верно ли, что мнимая часть $(2 + 3i)(1 - i) - \frac{i^{15}}{1 + i}$ равна 2?

- 1) да, верно 2) нет, не верно

4. Найти мнимую часть решения уравнения $(-1 + i)z = 2 - i$.

5. Найти модуль комплексного числа $z = -1 - i$.

6. Найти аргумент комплексного числа $z = -1 - i$.

7.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения)	1) подстановка ρ и φ в формулу Муавра 2) нахождения главного значения аргумента 3) вычисление модуля комплексного числа 4) вычисление $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$ 5) определение значений действительной и мнимой частей	

8. Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 2 - 2i$ имеет вид

- 1) $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 2) $2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$
 3) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$ 4) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{\pi}{4}\right)$
 5) $2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} - i \cdot \sin\frac{3\pi}{4}\right)$

9. Вычислить z^8 , если $z = \sqrt{3} - i$.

- 1) $2^7(1 - \sqrt{3}i)$ 2) $2^7(1 + \sqrt{3}i)$ 3) $2^7(-1 - \sqrt{3}i)$ 4) $2^7(-1 + \sqrt{3}i)$

10. Вычислить \sqrt{i}

- 1) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i; -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 2) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i; \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$
 3) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i; \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 4) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i; -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$

Раздел (тема) 2 «Математический анализ»

Вариант 1 (Т 4)

1. Даны два множества $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ и $B = \{b, d, e, m, n, p\}$. Найти $A \cap B$.

- 1) $\{a, b, c, d, e, f, m, n, p\}$ 2) $\{a, b, b, c, d, d, e, e, f, m, n, p\}$ 3) $\{b, d\}$
 4) $\{a, c, f\}$ 5) $\{b, d, e\}$

2. Найти $A \cap (B \cup C)$, если $A = (-3; 11]$, $B = [-2; 5]$, $C = (4; 9)$

- 1) $(4; 5]$ 2) $[-2; 9]$ 3) $(-3; 9]$ 4) $(-3; 4) \cup [5; 11]$

3. Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A \in \mathbb{R}$ и $x_0 \in \mathbb{R}$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Число A называется пределом функции $f(x)$ в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____

- I. $|f(x) - A| < \varepsilon$
 II. для любого числа $\varepsilon > 0$
 III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
 IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

4. Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

1) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0}\right)$
---	--

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$
3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$	в) неопределённость (1^∞)
4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$
	д) неопределённость $(\infty + \infty)$

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4 - 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$.

6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$.

- 1) 24 2) -24 3) 0 4) -6 5) 6

Вариант 2 (Т 4)

1. Даны два множества $A = \{-2, 3, 8, 13, 18, 23\}$, $B = \{-3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$.
Найти $A \setminus B$.

- 1) $\{-3, -2, -1, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 13, 18, 23\}$ 2) $\{-2, 8, 18, 23\}$
3) $\{-3, -2, -1, 1, 5, 7, 8, 9, 11, 18, 23\}$ 4) $\{-3, -1, 1, 5, 7, 9, 11\}$

2. Даны числовые промежутки $A = [3; 5)$ и $B = [0; 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие

1) $A \cap B$	а) $[0; 5)$
2) $A \cup B$	б) \emptyset
3) $A \setminus B$	в) $(3; 5)$
4) $B \setminus A$	г) $[3; 5)$
	д) $\{3\}$

3. Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II)

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если _____ существует _____ такой, что если _____, то выполняется условие _____

- I. $|x_n| < \varepsilon$
II. $n > N(\varepsilon)$
III. для любого числа $\varepsilon > 0$
IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+8}{3x+5}\right)^{6-9x}$.

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{5 - 5x^2}$.

6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$.

- 1) $\frac{1}{e^8}$ 2) e^2 3) e^{-4} 4) $\frac{1}{e^2}$ 5) e^4

Вариант 1 (Т 5)

1. Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна

- 1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$
 4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

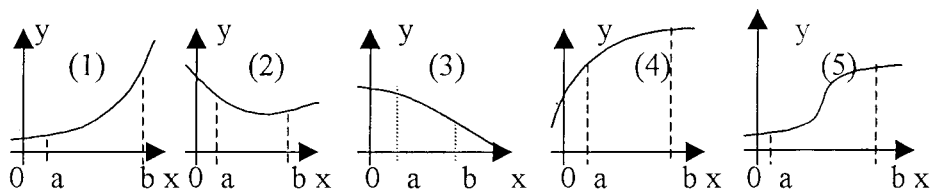
2.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению	1) зафиксировать x , вычислить значение функции $f(x)$ 2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ 3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$ 4) найти предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$	

3. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции
--	---

4. Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка $[a; b]$ выполняются три условия: $y > 0$, $y' < 0$, $y'' < 0$.



5. Найти точку минимума функции $y = (2x + 1)^2 \cdot (x + 3) + 4$.

6. Выручка R от продажи некоторого товара определяется по формуле $R(Q) = 150Q - 0,2Q^2$, где Q — объём проданной продукции (тыс. ед.). Найти предельную выручку, если продано 120 тыс. ед.

Вариант 2 (Т 5)

1. Производная функции $f(x) = \cos^3(x^2 + 2x)$ равна

- 1) $3 \cos^2(x^2 + 2x)(2x + 2)$ 2) $3 \cos^2(x^2 + 2x)(-\sin(x^2 + 2x))(2x + 2)$
 3) $3 \sin^2(x^2 + 2x)(2x + 2)$ 4) $3 \cos^2(x^2 + 2x) \sin(x^2 + 2x)(2x + 2)$
 2.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$	1) найти производные обеих частей равенства 2) прологарифмировать обе части равенства 3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции 4) воспользоваться свойством $\ln a^b = b \cdot \ln a $ 5) заменить y исходной функцией	

3. Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

1) $y = \sqrt[3]{x}$ 2) $y = (\lg x)^x$ 3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$ 4) $y = e^{6x}$	1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции
---	---

4. Найти коэффициент k касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$

5. Найти наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 + 49}{x}$ на отрезке $[-9; -1]$.

6. Функции долговременного спроса D и предложения S от цены P на мировом рынке нефти имеют, соответственно, вид $D = 30 - 0,9P$ и $S = 1,2P + 16$. Найти эластичность спроса в точке равновесной цены.

Вариант 1 (Т 6)

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

- 1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

2. Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) -3
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) 8
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) 2
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) 6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) 9
	е) 1

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$	1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy-x^3))'_x$ 4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$	

4. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

6. Производится два вида товаров в количестве x и y . Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид $C = 6x^2 + 3xy + 3y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

Вариант 2 (Т 6)

1. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна

- 1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y}$ 5) $-\frac{x}{y^2}$

2. Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

1) $\frac{\partial z}{\partial x} \Big _{M_0}$	а) 30
2) $\frac{\partial z}{\partial y} \Big _{M_0}$	б) -14
3) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big _{M_0}$	в) -12
4) $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \Big _{M_0}$	г) -6
5) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big _{M_0}$	д) -4
	е) 3

3.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум	1) вычисляем значения A, B, C 2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$ 3) определяем стационарные точки 4) находим частные производные функции первого и второго порядков 5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума 6) вычисляем значение Δ 7) определяем наличие точки экстремума	

4. Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 2x^2 - 3y^2 + 4z^2$ в точке $M(1; -1; 2)$.

5. Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

6. Производится два вида товаров в количестве x и y . Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 32$ и $P_2 = 24$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид $C = 1,5x^2 + 2xy + y^2$. Найдите максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

Вариант 1 (Т 7)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$?

1) $F(x) = -8 + \frac{8}{x^3}$

2) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$

3) $F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6$

4) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$

5) $F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$

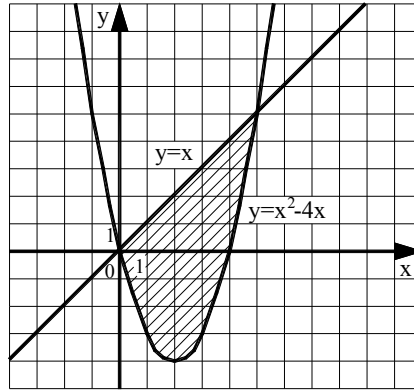
2.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$	1) используем таблицу неопределённых интегралов 2) используем формулу квадрата разности 3) добавляем постоянную C в конце записи 4) используем свойство неопределённого интеграла $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ 5) используем почленное деление	

3. Установите соответствие между неопределённым интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$ 2) $\int (x + 1) \sin x dx$ 3) $\int 5^x dx$ 4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	а) использование почленного деления б) подведение под знак дифференциала в) использование формулы $\int f(kx + b) dx = \frac{1}{k} \int f(t) dt$ г) непосредственное интегрирование д) метод интегрирования по частям
---	---

4. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



5. Найдите постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = \sqrt{x}$ при $y(9) = 4$.

6. Найдите общее решение линейного однородного уравнения $y'' - 10y' + 29y = 0$.

- 1) $y = e^{-5x}(C_1 \cdot \cos(2x) + C_2 \cdot \sin(2x))$ 2) $y = C_1 \cdot e^{7x} + C_2 \cdot e^{3x}$
 3) $y = C_1 \cdot e^{-7x} + C_2 \cdot e^{-3x}$ 4) $y = e^{5x}(C_1 \cdot \cos(2x) + C_2 \cdot \sin(2x))$
 5) $y = e^{5x}(C_1 + C_2 x)$

Вариант 2 (Т 7)

1. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 2 + 5x - \frac{4}{x^2}$?

- 1) $F(x) = 5 + \frac{8}{x^3}$ 2) $F(x) = 2x + 2,5x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$
 3) $F(x) = 5x + 2,5x^2 - \frac{4}{x} - 6$ 4) $F(x) = 5x + 2,5x^2 + \frac{4}{x}$
 5) $F(x) = 5x + 2,5x^2 + \frac{4}{x} - 5$

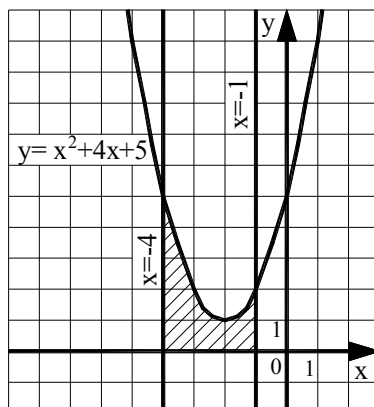
2.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$	1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$ 2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$ 3) $\int \frac{dx}{x^3}$ 4) $\int x^{-\frac{4}{3}} dx$ 5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$ 6) $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$	

3. Интеграл $\int \frac{x dx}{x^2 + 4}$ равен

- 1) $\frac{\ln|x^2 + 4|}{2} + C$ 2) $2 \cdot \ln|x^2 + 4| + C$ 3) $\frac{1}{2} \arctg\left(\frac{x}{2}\right) + C$
 4) $\frac{x}{2} \arctg\left(\frac{x}{2}\right) + C$ 5) $\ln|x^2 + 4| + C$

4. Вычислите площадь заштрихованной области. Ответ округлите до сотых.



5. Найдите постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

6. Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$
2) $y'' - 10y' + 29y = 0$	б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$
3) $y'' - 10y' + 25y = 0$	в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$
4) $y'' + 25y = 0$	г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$
	д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$

Раздел (тема) 3 «Теория вероятностей и математическая статистика»

Вариант 1 (Т 8)

1. При испытании прибора оказалось, что относительная частота появления некачественного прибора равна 0,05. Найдите число исправных приборов в партии из 500 приборов

- 1) 25 2) 475 3) 525 4) 495 5) 450

2. Установите соответствие между формулами из теории вероятностей и их названиями.

1) $P(A) = \frac{m}{n}$	а) формула полной вероятности
2) $P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$	б) формула классической вероятности
3) $P(A) = P(B_1) \cdot P(A B_1) + P(B_2) \cdot P(A B_2) + \dots + P(B_n) \cdot P(A B_n)$	в) формула Байеса
4) $P(B_i A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A B_i)}{P(A)}$	г) формула вероятности полной группы событий
	д) формула Бернулли

3. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения

x_i	2	5	8	11
p_i	0,15	0,35	p_3	0,1

Найдите p_3 .

4. Интервальный вариационный ряд графически можно изобразить

- 1) полигоном 2) гистограммой 3) кумулятивной кривой

5. Из генеральной совокупности извлечена выборка. Найдите несмещённую оценку математического ожидания.

x_i	3	5	9
n_i	2	7	1

6.

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность действий при построении интервального вариационного ряда по данным выборки	1) составление таблицы, в которой в первой строке формируются границы интервалов, а число во второй строке – это общая сумма частоты встреч всех чисел дискретного ряда, попадающих в соответствующий интервал 2) формирование шкалы интервалов 3) нахождение величины интервала 4) построение дискретного вариационного ряда	

Вариант 2 (Т 8)

1. На площадку, покрытую кафельной плиткой в виде квадрата со стороной $a = 6$ см, случайно падает монета радиуса $r = 2$ см. Найдите вероятность того, что монета целиком окажется внутри квадрата.

1) $\frac{\pi}{2}$

2) $\frac{\pi}{3}$

3) $\frac{\pi}{9}$

4) $\frac{\pi \pi}{6 \cdot 18}$

2. В урне находятся 3 белых и 5 черных шара. Из неё наугад вынимают (без возвращения) один за другим два шара. Какова вероятность того, что среди них будет ровно один чёрный шар?

Задание на установление последовательности	Варианты ответов	Правильный ответ
Расположите последовательность получения чисел при решении задачи по предложенному алгоритму. Вычисляем 1) $P(б)$ 2) $P(ч)$ 3) $P(ч \setminus б)$ 4) $P(б \setminus ч)$ 5) $P(\text{ровно один чёрный шар})$	1) $\frac{5}{8}$ 2) $\frac{3}{7}$ 3) $\frac{3}{8}$ 4) $\frac{15}{28}$ 5) $\frac{5}{7}$	

3. Пусть X, Y – независимые случайные величины, причём $D[X] = 2, D[Y] = 3$. Вычислите значение $D[4Y - 3X]$.

4. Дискретный вариационный ряд графически можно изобразить

1) полигоном

2) гистограммой

3) кумулятивной кривой

5. Из генеральной совокупности извлечена выборка. Найдите несмещённую оценку дисперсии.

x_i	3	5	9
n_i	2	7	1

6. Для вариационного ряда 3, 4, 5, 9, 10, 10, 12, 12, 12 вычислены числовые характеристики. Установите соответствие между их названиями и значениями.

1) 10	а) мода
2) 9	б) медиана
3) $8\frac{5}{9}$	в) среднее арифметическое
4) 12	г) дисперсия
	д) размах

Шкала оценивания: 10-ти балльная для Т 1, Т 2, Т 3, Т 4 и 6-ти балльная для Т 5, Т 6, Т 7, Т 8.

Критерии оценивания:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – 1 балл, не выполнено – 0 баллов.

Применяется следующая шкала перевода баллов в оценку по 5-балльной шкале:

Т 1, Т 2, Т 3, Т 4	Т 5, Т 6, Т 7, Т 8
9, 10 баллов соответствуют оценке «отлично»; 7, 8 баллов – оценке «хорошо»; 5, 6 баллов – оценке «удовлетворительно»; 4 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».	6 баллов соответствуют оценке «отлично»; 5 баллов – оценке «хорошо»; 4 балла – оценке «удовлетворительно»; 3 балла и менее – оценке «неудовлетворительно».

1.2 ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Раздел (тема) 2 «Математический анализ»

Лабораторная работа №1 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

Вариант 1

Задание №1. Найти производные функций

$$а) y = 3 \cdot \sqrt[4]{x^3} - \frac{1}{x^3} + \frac{7}{x^2 \cdot \sqrt{x}} - \frac{4}{11 \cdot \sqrt{x}}; \quad б) y = 5^{\frac{\arctg x}{4x}}.$$

Задание №2. Составить уравнение касательной и нормали в точке $x_0 = -1$ к параболе $y = 6x^2 + x + 2$ (уравнения записать в общем виде).

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Найти производные функций

$$а) y = \frac{x^5}{4} - \frac{2}{3}x^2 + \frac{x}{4} - \frac{8}{x} + 3;$$

$$б) y = (6 - 2x^3)^4.$$

Задание №2. Составить уравнения касательной и нормали в точке $x_0 = 2$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ (уравнения прямой записать в общем виде).

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Лабораторная работа №2 «Метод наименьших квадратов»

Вариант 1

Экспериментально получены пять значений функции $y=f(x)$ при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице.

x	1	2	3	4	5
y	3,2	4,2	2,7	0,7	1,2

Задание №1. Методом наименьших квадратов найти функцию вида $y = ax + b$, выражающую приближённо функцию $y=f(x)$, используя систему

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \cdot a + \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot b = \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i), \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot a + n \cdot b = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases}$$

и заполнив таблицу

№	x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$	$y_{\text{вычисл.}}$	Отклонение $\varepsilon_i = y_{\text{вычисл.}} - y_i$
1						
2						
3						
4						
5						
Σ						

Сделать чертёж, на котором в декартовой прямоугольной системе координат построить экспериментальные точки и график функции $y = ax + b$.

Задание №2. Найти функцию вида $y = ax + b$, выражающую приближённо функцию $y=f(x)$, используя исследование функции двух переменных $S(a,b) = \sum_{i=1}^n ((a \cdot x_i + b) - y_i)^2$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Экспериментально получены пять значений функции $y=f(x)$ при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице.

x	1	2	3	4	5
y	1,8	2,4	3,1	3,8	4,3

Задание №1. Методом наименьших квадратов найти функцию вида $y = ax + b$, выражающую приближённо функцию $y=f(x)$, используя систему

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \cdot a + \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot b = \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i), \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot a + n \cdot b = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases}$$

и заполнив таблицу

№	x_i	y_i	x_i^2	$x_i \cdot y_i$	$y_{\text{вычисл.}}$	Отклонение $\varepsilon_i = y_{\text{вычисл.}} - y_i$
1						
2						
3						
4						
5						
Σ						

Сделать чертёж, на котором в декартовой прямоугольной системе координат построить экспериментальные точки и график функции $y = ax + b$.

Задание №2. Найти функцию вида $y = ax + b$, выражающую приближённо функцию $y=f(x)$, используя исследование функции двух переменных $S(a,b) = \sum_{i=1}^n ((a \cdot x_i + b) - y_i)^2$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Лабораторная работа №3 «Интегрирование функций. Приложения определённого интеграла»

Вариант 1

Задание №1. Найти интегралы. Сделать проверку

а) $\int \frac{\sqrt{5+x^2} - \sqrt{5-x^2}}{\sqrt{25-x^4}} dx$; б) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$.

Задание №2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x^2$, $y = 2$.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Найти интегралы. Сделать проверку

а) $\int \frac{(1+x)^2}{x \cdot (1+x^2)} dx$; б) $\int \frac{x dx}{x^4 + 16}$.

Задание №2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $y = x^2 + x$, прямыми $x = -1$, $x = 2$ и осью Ox .

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Раздел (тема) 3 «Теория вероятностей и математическая статистика»

Лабораторная работа №4 «Элементы математической статистики»

Вариант 1

Задание №1. Имеются данные о стаже рабочих цеха: 6, 6, 10, 10, 7, 2, 2, 5, 8, 8, 12, 9, 10, 10, 7, 7, 6, 7, 2, 3. Построить дискретный и интервальный вариационные ряды и изобразить их графически: построить полигон, гистограмму.

Задание №2. Имеются следующие данные об уровне энерговооружённости труда (кВт): 50, 52, 50, 52, 52, 60, 60, 60, 63, 60, 60, 55, 55, 54. Найти среднюю энерговооружённость труда. Вычислить:

- выборочную дисперсию;
- выборочное среднеквадратическое отклонение;
- размах выборки.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Вариант 2

Задание №1. Имеются данные о выборке продукции рабочими бригадами за смену (в штуках): 14, 7, 8, 9, 7, 12, 3, 6, 7, 8, 6, 9, 8, 6, 13, 11, 9, 11, 8. Построить дискретный и интервальный вариационные ряды и изобразить их графически: построить полигон, гистограмму.

Задание №2. Имеются следующие данные о себестоимости одной единицы продукции (тыс. руб.): 13, 13, 12, 11, 12, 12, 10, 9, 9, 10, 10, 10, 8, 12, 11. Найти среднюю себестоимость. Вычислить:

- а) выборочную дисперсию;
- б) выборочное среднее квадратическое отклонение;
- в) размах выборки.

Задание №3. Ответить на теоретический вопрос.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №1

1. Дайте определение производной функции $y = f(x)$. Перечислите основные правила дифференцирования.
2. Как найти производную сложной функции?
3. Как найти уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ при известной фиксированной точке $M_0(x_0; y_0)$?
4. Опишите алгоритм исследования поведения графика функции с использованием аппарата производных.
5. Как найти точку максимума (минимума) функции?
6. Как найти наибольшее (наименьшее) значение функции на отрезке?
7. Сформулируйте правило Лопиталья.
8. Дайте определение эластичности спроса (предложения). Как вычислить эластичность спроса (предложения)? В каком случае спрос эластичен, нейтрален и неэластичен относительно цены на товар?
9. Дайте определение средних и предельных издержек. Как их вычислить?
10. Опишите алгоритм нахождения наибольшей прибыли (дохода, налогов и т.п.) с помощью аппарата производных.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №2

21. Дайте понятие функции двух переменных, функции нескольких переменных.
22. Как вычисляются частные производные первого порядка для функции двух переменных?
23. Сколько различных частных производных 2-го порядка имеет функция от двух переменных? Сформулируйте теорему Шварца.
24. Что такое полный дифференциал?
25. В чём заключается геометрический и функциональный смысл градиента?
26. Какая точка называется стационарной для функции двух переменных?
27. Сформулируйте необходимые условия экстремума функции двух переменных.
28. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции двух переменных.
29. Приведите пример использования функции нескольких переменных в экономике.
30. В чём заключается метод наименьших квадратов?

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №3

31. Дайте определение первообразной и неопределённого интеграла.
32. Перечислите основные свойства неопределённого интеграла.
33. Опишите алгоритмы методов непосредственного интегрирования: использование приёма деления почленно и метода группировки.
34. Опишите метод подведения под знак дифференциала.
35. Опишите варианты замены переменной в неопределённом интеграле.
36. Опишите способы вычисления определённого интеграла.
37. Запишите формулу интегрирования по частям. В каких случаях применяется метод интегрирования по частям?
38. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
39. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь плоской фигуры в декартовой системе координат?
40. Как используются интегралы в экономике? Приведите примеры.

Список теоретических вопросов к лабораторной работе №4

41. Дайте понятия генеральной и выборочной совокупностей.
42. Дайте понятие вариационного ряда. Что такое варьирование?
43. Какие виды вариационных рядов вы знаете?
44. Как графически изображаются дискретные и интервальные вариационные ряды? Как изобразить кумулятивную кривую и огиву?
45. Перечислите важнейшие точечные характеристики выборки.
46. Опишите свойства несмещенности, эффективности и состоятельности оценки.
47. Дайте понятие доверительного интервала.
48. Дайте понятия уровня значимости и доверительной вероятности.
49. Понятия нулевой и конкурирующей гипотез.
50. Опишите алгоритм проверки гипотезы.

Шкала оценивания: 4-х балльная.

Критерии оценивания:

- **4 балла** (или оценка «**отлично**») выставляется обучающемуся, если он выполнил первые 2 задания в лабораторной работе и «защитил» её, то есть ответил на теоретический вопрос (задание №3);
- **3 балла** (или оценка «**хорошо**») выставляется обучающемуся, если он выполнил первые 2 задания в лабораторной работе, но не ответил на теоретический вопрос;
- **2 балла** (или оценка «**удовлетворительно**») выставляется обучающемуся, если он выполнил только задание № 1 (или только задание №2);
- **1 балл или менее** (или оценка «**неудовлетворительно**») выставляется обучающемуся, если он правильно не решил ни одного задания в лабораторной работе.

2 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

2.1 БАНК ВОПРОСОВ И ЗАДАНИЙ В ТЕСТОВОЙ ФОРМЕ

1. Вопросы в закрытой форме.

1.1 Определитель матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ равен...

- 1) 34 2) 24 3) -12 4) 11 5) -2

1.2 Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = A^T - A^2$. Тогда матрица B равна...

- 1) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -11 & -20 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 6 & -15 \\ -10 & -14 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & 15 \\ -20 & -14 \end{pmatrix}$
 4) $\begin{pmatrix} -4 & -9 \\ 16 & 24 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 6 & -15 \\ -13 & -21 \end{pmatrix}$

1.3 Если $f(x) = 2x^2 - x - 6$, $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, то матрица $f(A)$ равна...

- 1) $\begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 28 & -6 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 13 & -6 \\ -12 & 10 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 22 & -6 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 11 & -2 \\ -4 & 10 \end{pmatrix}$

1.4 Для системы $\begin{cases} 4\sqrt{2}x + y = \sqrt{2}; \\ 24x + 3\sqrt{2}y = 6 \end{cases}$ справедливо следующее утверждение...

- 1) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен нулю; система имеет одно решение; если $x = -3\sqrt{2}$, то соответствующий y равен...
- 2) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен нулю; система не имеет решений
- 3) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен 11; система имеет одно решение; если $x = -3\sqrt{2}$, то соответствующий y равен...
- 4) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен нулю; система имеет бесконечное множество решений; если $x = C$, то соответствующий y равен...
- 5) определитель матрицы коэффициентов перед неизвестными системы равен 11; система имеет два решения; если $x = -3\sqrt{2}$, то соответствующий y равен...

Замечание: если система имеет решения, то необходимо их указать в соответствии с утверждением!

1.5 Если $\vec{a}(3; 4; -1)$, $\vec{b}(2; 1; -4)$, то проекция $\text{пр}_{\vec{b}} \vec{a}$, равна ...

- 1) $\frac{14}{\sqrt{26}}$
- 2) $\frac{14}{\sqrt{21}}$
- 3) 14
- 4) $\frac{2}{7}$
- 5) $\frac{7}{\sqrt{6}}$

1.6 Уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; -8)$ перпендикулярно прямой $y = 2 - 3x$, имеет вид ...

- 1) $y = -3x - 5$
- 2) $y = \frac{x}{3} + \frac{11}{3}$
- 3) $y = \frac{x}{3} - \frac{25}{3}$
- 4) $y = -3x - 23$
- 5) $y = \frac{x}{3} - \frac{23}{3}$

1.7 Записать общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M(6; 0; -5)$ параллельно векторам $\vec{p}(2; 1; -2)$ и $\vec{q}(1; 0; 3)$.

- 1) $2x + y - 2z - 22 = 0$
- 2) $x + 3z + 9 = 0$
- 3) $3x - 8y - z - 23 = 0$
- 4) $x - 3z - 21 = 0$
- 5) $3x + 8y - z - 21 = 0$

1.8 Даны комплексные числа: $z_1 = 7 + i$ и $z_2 = 1 - 2i$. Отношение $\frac{z_1}{z_2}$ равно...

- 1) $-\frac{5}{3} - 5i$
- 2) $\frac{9}{5} - \frac{13}{5}i$
- 3) $1 + 3i$
- 4) $0,1 - 0,3i$
- 5) $\frac{5}{48} - \frac{15}{48}i$

1.9 Тригонометрическая форма комплексного числа $z = 6 - 6i$ имеет вид ...

- 1) $6\sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$
- 2) $6\sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$
- 3) $6\sqrt{2} \left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{3\pi}{4} \right)$
- 4) $6\sqrt{2} \left(\cos\frac{\pi}{4} + i \cdot \sin\frac{\pi}{4} \right)$
- 5) $6\sqrt{2} \left(\cos\frac{3\pi}{4} - i \cdot \sin\frac{3\pi}{4} \right)$

1.10 Даны комплексные числа: $z_1 = 3 + 2i$ и $z_2 = 5 - i$. Выражение $(z_1 \cdot z_2 - 4i^3)$ равно...

- 1) $17 + 3i$
- 2) $17 + 7i$
- 3) $13 + 11i$
- 4) $13 + 3i$
- 5) $17 + 11i$

1.11 Даны два множества $A = \{-5, -2, 1, 4, 7, 10, 13\}$ и $B = \{-4, -2, 0, 2, 4, 6, 8\}$. Тогда $A \cap B$ имеет вид...

- 1) $\{-4, 0, 2, 6, 8\}$
- 2) $\{-5, -4, -2, 0, 1, 2, 4, 6, 7, 8, 10, 13\}$
- 3) $\{-5, -4, 0, 1, 2, 6, 7, 8, 10, 13\}$
- 4) $\{-2, 4\}$
- 5) $\{-5, 1, 7, 10, 13\}$

1.12 Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 2x^3 - 1}{4x^3 + x}$ равен ...

- 1) ∞
- 2) 0,5
- 3) 0
- 4) $-\infty$
- 5) -0,25

1.13 Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg^2(3x)}{\text{tg}(2x^2)}$ равен ...

- 1) 4,5 2) $\frac{3}{2}$ 3) 0 4) $\frac{4}{9}$ 5) $\frac{9}{4}$

1.14 Производная функции $y = x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x^3}$ равна...

- 1) $5x^4 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$ 2) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x^3}}$ 3) $5x^4 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$
 4) $5x + \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ 5) $5x - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$

1.15 Производная функции $y = x^2 \cdot \sin(2x)$ равна...

- 1) $2x \cdot \cos(2x)$ 2) $2x \cdot \sin(2x) + 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 3) $2x \cdot \sin(2x) + x^2 \cdot \cos(2x)$
 4) $2x \cdot \sin(2x) - 2x^2 \cdot \cos(2x)$ 5) $4x \cdot \cos(2x)$

1.16 Укажите, как должен выглядеть график функции $y(x)$ на отрезке $[a; b]$, если в каждой точке указанного отрезка выполняются три условия: $y < 0$, $y' < 0$, $y'' > 0$.

- 1) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вниз
 2) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх
 3) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ возрастает; выпуклость вверх
 4) график лежит ниже оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вниз
 5) график лежит выше оси OX; $y(x)$ убывает; выпуклость вверх

1.17 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна...

- 1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y^2}$ 5) $1 - \frac{x}{y}$

1.18 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = x - \frac{x}{y} + 1$ равна...

- 1) $1 - \frac{x}{y^2}$ 2) $x - \frac{1}{y^2} + 1$ 3) $\frac{x}{y^2}$ 4) $1 - \frac{1}{y^2}$ 5) $1 - \frac{x}{y}$

1.19 Частная производная $\frac{\partial z}{\partial x}$ от функции $z = 3x^2y - \frac{y}{x} + 8x$ равна...

- 1) $6x - \frac{y}{x^2} + 8$ 2) $6xy + \frac{y}{x^2} + 8$ 3) $3x^2 - \frac{1}{x}$
 4) $6xy - \frac{x-y}{x^2} + 8$ 5) $6xy - \frac{y}{x^2} + 8$

1.20 Одной из первообразных от функции $y = 2x - 3$ является функция...

- 1) $x^2 - 3 + C$ 2) 2 3) $2x^2 - 3 + C$ 4) $x^2 - 3x + C$ 5) $2 - 3x$

1.21 Интеграл $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ равен...

- 1) $\ln^3 x + C$ 2) $\frac{\ln^3 x}{3} + C$ 3) $\ln x + C$ 4) $2 \ln x + C$ 5) $-\frac{\ln^3 x}{3x} + C$

1.22 Общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $e^x dx - (e^x + 2) \cdot 4y dy = 0$ имеет вид...

- 1) $\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{2}} = 2y^2 + C$ 2) $\ln|e^x + 2| = C - 2y^2$ 3) $\ln|e^x + 2| = 2y^2 + C$
 4) $e^x \cdot \ln|e^x + 2| = 2y^2 + C$ 5) $\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{2}} = C - 2y^2$

1.23 Фабрика выпускает сумки. В среднем на 180 качественных сумок приходится две сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

- 1) 0,99 2) 0,90 3) 0,10 4) 0,01 5) 0,11

1.24 Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадёт в мишень, равна 0,8. Стрелок произвёл три выстрела. Вероятность того, что он при этом попадёт в мишень лишь дважды, равна...

- 1) 0,64 2) 0,384 3) 0,128 4) 0,256 5) 0,16

1.25 Выборочное среднее для выборки равно...

x_i	1	2	3	4
n_i	3	6	4	7

- 1) 6 2) 55 3) 3 4) 2,75 5) 1,1875

2. Вопросы в открытой форме

2.1 Определитель $\begin{vmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 6 \end{vmatrix}$ равен...

2.2 Найти x из уравнения $\begin{vmatrix} 1 & x & 3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 7 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0$.

2.3 Найти x , если $A = \begin{pmatrix} x & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 12 & -52 \\ 13 & -1 \end{pmatrix}$, $3A^2 - 2A + 3E = B$.

2.4 Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ равен...

2.5 Найти сумму $n + m$, если $\vec{b} = n \cdot \vec{c} + m \cdot \vec{a}$, где $\vec{b}(12; -2)$, $\vec{a}(-4; -1)$, $\vec{c}(1; -1)$.

2.6 Найти скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , если $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 3$ и $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$.

2.7 Найти m , если прямая, проходящая через точки $M(1; 2; 3)$ и $N(-1; 0; 8)$, записана в параметрическом виде $\begin{cases} x = 1 - 2t, \\ y = 2 + mt, \\ z = 3 + 5t. \end{cases}$

2.8 Действительная часть комплексного числа $z = 5 - 6i$ равна...

2.9 Мнимая часть комплексного числа $z = 5 - 6i$ равна...

2.10 Модуль комплексного числа $z = -4 + 3i$ равен...

2.11 Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{2x} \right)^x$ равен ...

2.12 Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{5 - 5x^2}$ равен ...

2.13 Предел $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{16 - x^2}{\sqrt{5 - x} - 3}$ равен ...

2.14 Найти коэффициент k касательной $y = kx + b$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ в точке $x_0 = 2$.

2.15 Найти точку минимума функции $y = (2x + 1)^2 \cdot (x + 3) + 4$.

2.16 Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{4\sqrt{x} - 3}{x + 1}$.

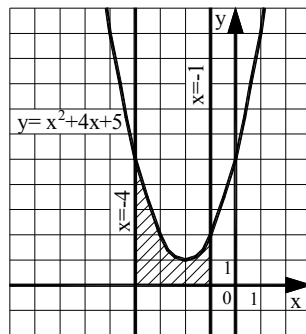
2.17 Найдите сумму $a + b + c$, где $(a; b; c)$ – это координаты вектора градиента функции $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$ в точке $M(0; -2; 3)$.

2.18 Исследуйте на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.19 Исследуйте на экстремум функцию $z = \frac{x^3}{3} - 2xy + y^2 - 3x$. В ответе запишите значение z_0 , если исследование дало результат $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

2.20 Вычислить определённый интеграл $\int_1^9 \frac{1 + 2\sqrt{x}}{x^2} dx$.

2.21 Найти площадь фигуры, изображенной на рисунке. Ответ округлить до сотых.



2.22 Найдите постоянную C в частном решении дифференциального уравнения $y \cdot y' = 4x^3$ при $y(5) = 2$.

2.23 Сколько существует перестановок слов в предложении: «Редактор вчера внимательно прочитал рукопись»?

2.24 В первой бригаде производится в три раза больше продукции, чем во второй. Вероятность того, что производимая продукция окажется стандартной для первой бригады, равна 0,7, для второй – 0,8. Определить вероятность того, что взятая наугад единица продукции будет стандартной. Результат округлите до сотых.

2.25 Дан вариационный ряд 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 6, 7, 7. Найти моду.

3. Вопросы на установление последовательности.

3.1 Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{5}x + 2y = 1, \\ 6x - 3\sqrt{5}y = 12\sqrt{5} \end{cases}$ методом Крамера. Ответ

представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности: 1) $\det A$; 2) $\det A_x$; 3) x ; 4) $\det A_y$; 5) y .

Варианты ответов:

1) $\sqrt{5}$ 2) $-27\sqrt{5}$ 3) -2 4) -27 5) 54

3.2 Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} \sqrt{3}x + 2y = 11, \\ 4x - \sqrt{3}y = 0 \end{cases}$ методом Крамера. Ответ представ-

вить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности: 1) $\det A$; 2) $\det A_x$; 3) x ; 4) $\det A_y$; 5) y .

Варианты ответов:

1) $-11\sqrt{3}$ 2) 4 3) -44 4) $\sqrt{3}$ 5) -11

3.3 Расположите последовательность действий при вычислении площади треугольника ABC, если $A(2; -1; 2)$, $B(1; 2; -1)$, $C(3; 2; 1)$.

1) вычислить $|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|$

2) найти определитель $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$

3) вычислить \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC}

4) разделить модуль векторного произведения на два

3.4 Расположите последовательность действий при вычислении объёма треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(3; 4; 5)$, $B(1; 2; 1)$, $C(-2; -3; 6)$, $D(3; -6; -3)$. Ответ представить в виде последовательности действий, например, 1, 2, 4, 5, 3.

Замечание: вычисления производить в следующей последовательности: 1) \overrightarrow{AB} ; 2) \overrightarrow{AC} ; 3) \overrightarrow{AD} ; 4) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$; 5) объём пирамиды.

Варианты ответов:

1) $(-5; -7; 1)$ 2) $(-2; -2; -4)$ 3) 42 4) -252 5) $(0; -10; -8)$

3.5 Составьте последовательность действий при выводе общего уравнения прямой:

а) $\left. \begin{array}{l} \vec{n} \perp \lambda \\ \overline{M_0M} \subset \lambda \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{n} \perp \overline{M_0M} \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \overline{M_0M} = 0$

б) даны точка $M_0(x_0, y_0)$, принадлежащая прямой, и вектор $\vec{n} = (A, B)$, ей перпендикулярный

в) $\vec{n} \cdot \overline{M_0M} = A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + C = 0$, где $C = -Ax_0 - By_0$.

г) составим вектор $\overline{M_0M} = (x - x_0, y - y_0)$, где $M(x, y)$ – текущая точка прямой.

3.6 Составьте последовательность действий при выводе уравнения прямой на плоскости, проходящей через две различные точки:

а) составим векторы $\overline{M_1M} = (x - x_1, y - y_1)$, где $M(x, y)$ – текущая точка прямой, и $\overline{M_1M_2} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$;

б) даны две точки $M_1(x_1, y_1)$; $M_2(x_2, y_2)$, принадлежащие прямой l ;

в) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$

$$\text{г) } \left. \begin{array}{l} \overline{M_1 M_2} \subset \lambda \\ \overline{M_1 M} \subset \lambda \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{M_1 M_2} \parallel \overline{M_1 M}$$

3.7 Укажите последовательность действий при переводе комплексного числа из алгебраической формы в тригонометрическую.

- 1) подстановка ρ и φ в формулу
- 2) нахождения главного значения аргумента
- 3) вычисление модуля комплексного числа
- 4) вычисление $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$
- 5) определение значений действительной и мнимой частей

3.8 Укажите последовательность действий при возведении комплексного числа в натуральную степень (без использования формул сокращённого умножения).

- 1) подстановка ρ и φ в формулу Муавра
- 2) нахождения главного значения аргумента
- 3) вычисление модуля комплексного числа
- 4) вычисление $\sin \varphi$ и $\cos \varphi$
- 5) определение значений действительной и мнимой частей

3.9 Ниже дано определение предела A функции $f(x)$ в точке x_0 (в случае $A \in R$ и $x_0 \in R$). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Число A называется пределом функции $f(x)$ в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

- I. $|f(x) - A| < \varepsilon$
- II. для любого числа $\varepsilon > 0$
- III. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
- IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.10 Ниже дано определение бесконечно малой числовой последовательности. Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Числовая последовательность $\{x_n\}$ называется бесконечно малой, если _____ существует _____ такой, что если _____, то выполняется условие _____.

- I. $|x_n| < \varepsilon$
- II. $n > N(\varepsilon)$
- III. для любого числа $\varepsilon > 0$
- IV. номер $N(\varepsilon) > 0$

3.11 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно большой в действительной точке x_0 . Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция $f(x)$ называется бесконечно большой в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

- I. $\delta(\varepsilon) > 0$
- II. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$
- III. $|f(x)| > \varepsilon$
- IV. для любого числа $\varepsilon > 0$

3.12 Ниже сформулировано следствие теоремы о промежуточных значениях функций (следствие теоремы Больцмана-Коши). Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Пусть функция $f(x)$ _____, на концах отрезка _____, тогда _____, где выполняется условие _____.

- I. принимает значение разных знаков
- II. существует точка $c \in (a, b)$
- III. непрерывна на отрезке $[a, b]$
- IV. $f(c) = 0$

3.13 Ниже дано определение функции $f(x)$, бесконечно малой в действительной точке x_0 . Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей (Например, I, III, IV, II).

Функция $f(x)$ называется бесконечно малой в точке x_0 , если _____ существует _____ такое, что для всех $x_0 \in D(f)$, удовлетворяющих условию _____, выполняется условие _____.

I. $0 < |x - x_0| < \delta(\varepsilon)$

II. $|f(x)| < \varepsilon$

III. для любого числа $\varepsilon > 0$

IV. $\delta(\varepsilon) > 0$

3.14 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции по определению.

1) зафиксировать x , вычислить значение функции $f(x)$

2) найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$

3) дать аргументу x приращение Δx и вычислить значение функции $f(x + \Delta x)$

4) найти предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

5) определить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

3.15 Расположите последовательность действий при нахождении производной функции $y = (\sin x)^{\cos x}$.

1) найти производные обеих частей равенства

2) прологарифмировать обе части равенства

3) воспользоваться правилом нахождения производной сложной функции

4) воспользоваться свойством $\ln|a^b| = b \cdot \ln|a|$

5) заменить y исходной функцией

3.16 Расположите последовательность действий при нахождении частной производной $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

1) $\frac{-6x(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3y-3x^2)}{(3xy-x^3)^2}$ 2) $\frac{(3xy-x^3)'}{3xy-x^3}$ 3) $(\ln(3xy - x^3))'_x$

4) $\left(\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}\right)'_x$ 5) $\frac{(3y-3x^2)'(3xy-x^3)-(3y-3x^2)(3xy-x^3)'}{(3xy-x^3)^2}$ 6) $\frac{3y-3x^2}{3xy-x^3}$

3.17 Расположите последовательность действий при исследовании функции двух переменных на экстремум.

1) вычисляем значения A, B, C

2) вычисляем $z_0(x_0; y_0)$

3) определяем стационарные точки

4) находим частные производные функции первого и второго порядков

5) определяем, минимум или максимум имеется в точке экстремума

6) вычисляем значение Δ

7) определяем наличие точки экстремума

3.18 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.

1) используем таблицу неопределённых интегралов

2) используем формулу квадрата разности

3) добавляем постоянную C в конце записи

4) используем свойство неопределённого интеграла

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

5) используем почленное деление

3.19 Расположите последовательность действий при вычислении неопределённого интеграла $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$.

1) $\frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C$

2) $-\frac{3}{\sqrt[3]{x}} + C$

3) $\int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}}$

4) $\int x^{-\frac{4}{3}} dx$

5) $\frac{x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{1}{3}}} + C$

6) $\int \frac{dx}{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}$

3.20 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка определения неопределенного интеграла. (Например, I, III, IV, II). Если функция $F(x)$ – _____ функции $f(x)$ на промежутке X , то множество функций $F(x)+C$, где C – произвольная постоянная, называется _____ от функции $f(x)$ на этом промежутке и обозначается символом $\int f(x) dx$. При этом $f(x)$ называется _____, $f(x)dx$ называется _____.

I. подынтегральной функцией

II. первообразная

III. подынтегральным выражением

IV. неопределенным интегралом

3.21 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для вычисления интеграла $\int (x+1) \cdot \sin x dx$. (Например, I, III, IV, II.)

I. Вычислить du и v

II. Установить, что нужно взять за u , а что за dv

III. Определить, относится ли интеграл к типу интегралов, интегрируемых по частям

IV. Воспользоваться формулой $\int u dv = uv - \int v du$, подставив вместо u, dv, du их значения.

3.22 Вставьте вместо пропусков верную последовательность математических записей, чтобы получилась формулировка одного из свойств определенного интеграла. (Например, I, III, IV, II).

Если m и M – соответственно наименьшее и наибольшее значения функции $f(x)$ на _____, то _____ \leq _____ \leq _____.

I. $M(b-a)$

II. $m(b-a)$

III. $\int_a^b f(x) dx$

IV. $[a, b]$

3.23 Запишите верную последовательность действий, которую требуется совершить для нахождения площади фигуры, ограниченной линиями, задаваемыми уравнениями: $y = x$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 2$.

I. Построить указанные линии в прямоугольной декартовой системе координат.

II. Найти a и b – пределы интегрирования, для этого определить абсциссы точек пересечения указанных линий.

III. Определив, график какой из функций $y = x$ или $y = \frac{1}{x}$ лежит выше, воспользоваться формулой:

$$S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx.$$

IV. Вычислить определенный интеграл, пользуясь формулой Ньютона-Лейбница.

3.24 В урне находятся 3 белых и 5 черных шара. Из неё наугад вынимают (без возвращения) один за другим два шара. Какова вероятность того, что среди них будет ровно один чёрный шар? Расположите последовательность получения чисел при решении задачи по предложенному алгоритму. Вычисляем: 1) $P(б)$; 2) $P(ч)$; 3) $P(ч\backslash б)$; 4) $P(б\backslash ч)$; 5) $P(\text{ровно один чёрный шар})$.

Варианты ответов:

- 1) $\frac{5}{8}$ 2) $\frac{3}{7}$ 3) $\frac{3}{8}$ 4) $\frac{15}{28}$ 5) $\frac{5}{7}$

3.25 Расположите последовательность действий при построении интервального вариационного ряда по данным выборки.

1) составление таблицы, в которой в первой строке формируются границы интервалов, а число во второй строке – это общая сумма частоты встреч всех чисел дискретного ряда, попадающих в соответствующий интервал

2) формирование шкалы интервалов

3) нахождение величины интервала

4) построение дискретного вариационного ряда

4. Вопросы на установление соответствия.

4.1 Установите соответствие между матрицей и ее размерностью.

1) $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$	а) $[2 \times 3]$
2) $\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix}$	б) $[3 \times 3]$
3) $\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix}$	в) $[3 \times 2]$
	г) $[2 \times 2]$

4.2 Установите соответствие между матрицей и ее видом.

1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	а) строка
2) $(2 \quad -5 \quad 3)$	б) единичная
3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	в) столбец
	г) нулевая

4.3 Установите соответствие между минором и его значением для матрицы $A =$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

1) M_{21}	а) 10
2) M_{32}	б) -5
3) M_{13}	в) -9
	г) 8

4.4 Установите соответствие между алгебраическим дополнением и его значением для матрицы $A =$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

1) A_{21}	а) -10
2) A_{32}	б) 5
3) A_{13}	в) -9
	г) 10

4.5 Установить соответствие между системой и количеством её решений.

1) $\begin{cases} 4x + 6y = -1, \\ 12x + 18y = -3 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение
2) $\begin{cases} 12x - 7y = 5, \\ -48x + 28y = -15 \end{cases}$	б) система имеет бесконечное множество решений
3) $\begin{cases} 3x - 5y = 6, \\ x + 2y = 25 \end{cases}$	в) система несовместна
4) $\begin{cases} 2x - 5y = 0, \\ 6x - 15y = 0 \end{cases}$	г) система имеет только тривиальное решение д) система имеет два решения

4.6 Установить соответствие между системой и количеством её решений.

1) $\begin{cases} 6x + 7y = -5, \\ -18x - 21y = 8 \end{cases}$	а) система имеет единственное ненулевое решение
2) $\begin{cases} 3x - y = 0, \\ -9x + 3y = 0 \end{cases}$	б) система имеет бесконечное множество решений
3) $\begin{cases} 2x + 5y = -14, \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$	в) система несовместна
4) $\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 16x - 24y = 32 \end{cases}$	г) система имеет только тривиальное решение д) система имеет два решения

4.7 Установить соответствие между действием и формулой.

1) нахождение скалярного произведения векторов	а) $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
2) нахождение векторного произведения векторов	б) $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$
3) нахождение смешанного произведения векторов	в) $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$
4) нахождение длины вектора	г) $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} }$ д) $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$

4.8 Установить соответствие, даны векторы $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ и $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$.

ВЕКТОРЫ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) коллинеарны	а) $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$
2) перпендикулярны	б) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
3) образуют острый угол	в) $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$
4) образуют тупой угол	г) $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$ д) $\vec{a} \times \vec{b} = 0$

4.9 Установить соответствие взаимного расположения прямой $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ и

плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$.

ПРЯМАЯ	ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО
1) параллельна плоскости	а) $\frac{A}{l} = \frac{B}{m} = \frac{C}{n}$
2) перпендикулярна плоскости	б) $Al + Bm + Cn = 0$
3) образует с плоскостью угол	в) $ABC = lmn$ г) $\cos \alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$

	д) $\sin \alpha = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$
--	---

4.10. Установить соответствие взаимного расположение в пространстве прямых, где $\overline{l_1}$ и $\overline{l_2}$ – направляющие, а $\overline{n_1}$ и $\overline{n_2}$ – нормальные векторы этих прямых.

<p>ПРЯМЫЕ</p> <p>1) параллельны</p> <p>2) перпендикулярны</p> <p>3) образуют угол</p>	<p>ПРИ УСЛОВИИ, ЧТО</p> <p>а) $\overline{l_1} \parallel \overline{l_2}$ и не параллельны вектору $\overline{M_1M_2}$ (точки M_1 и M_2 принадлежат прямым)</p> <p>б) $\overline{l_1} \perp \overline{l_2}$</p> <p>в) $\overline{l_1} \cdot \overline{l_2} = 0$</p> <p>г) $\cos \alpha = \frac{\overline{l_1} \cdot \overline{l_2}}{ \overline{l_1} \cdot \overline{l_2} }$</p> <p>д) $\cos \alpha = \frac{\overline{n_1} \cdot \overline{n_2}}{ \overline{n_1} \cdot \overline{n_2} }$</p>
---	---

4.11 Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 2 + i$.

<p>1) $z_1 \cdot z_2$</p> <p>2) $\frac{z_1}{z_2}$</p> <p>3) $\overline{z_1}^2$</p> <p>4) $z_1 + z_2$</p>	<p>а) $16 - 30i$</p> <p>б) $7 - 2i$</p> <p>в) $1,4 - 2,2i$</p> <p>г) $13 - i$</p> <p>д) $16 + 30i$</p>
--	---

4.12 Установить соответствие действий с комплексными числами $z_1 = 2 + 4i$ и $z_2 = 1 - 3i$.

<p>1) $z_1 \cdot z_2$</p> <p>2) $\frac{z_1}{z_2}$</p> <p>3) $\overline{z_1}^2$</p> <p>4) $z_1 + z_2$</p>	<p>а) $3 + i$</p> <p>б) $i - 1$</p> <p>в) $-12 + 16i$</p> <p>г) $-12 - 16i$</p> <p>д) $14 - 2i$</p>
--	--

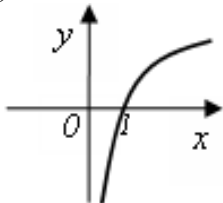
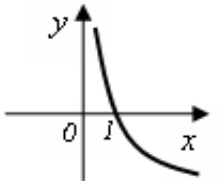
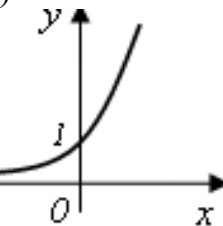
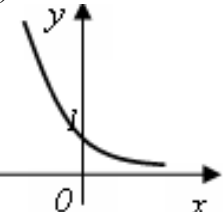
4.13 Даны числовые промежутки $A = [3; 5)$ и $B = [0; 3]$. Выполнить операции над множествами и установить соответствие.

5) $A \cap B$	а) $[0; 5)$
6) $A \cup B$	б) \emptyset
7) $A \setminus B$	в) $(3; 5)$
8) $B \setminus A$	г) $[3; 5)$
	д) $\{3\}$

4.14 Установить соответствие между пределами и неопределенностями, обнаруженными в каждом из них

5) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{2} \right)$	а) неопределённость $\left(\frac{0}{0} \right)$
6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$	б) неопределённость $\left(\frac{\infty}{\infty} \right)$
7) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$	в) неопределённость (1^∞)
8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{3-4x}$	г) неопределённость $(0 \cdot \infty)$
	д) неопределённость $(\infty + \infty)$

4.15 Установить соответствие между графическим и аналитическим заданиями функций.

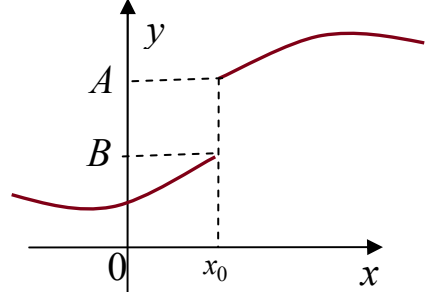
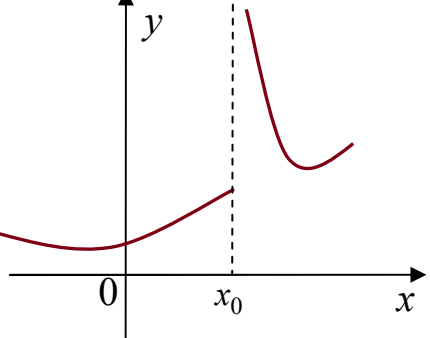
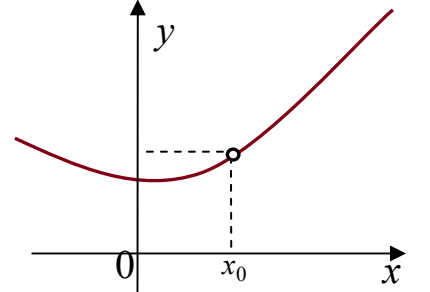
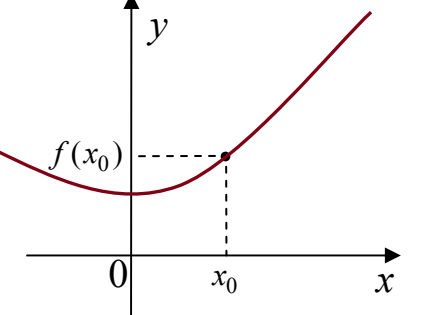
1) 	а) $y = 2^x$
2) 	б) $y = (0,5)^x$
3) 	в) $y = \log_2 x$
4) 	г) $y = \log_{0,5} x$
	д) $y = x^{\frac{1}{2}}$

4.16 Исследуйте данные ниже функции на ограниченность и установите соответствие.

1) $y = 3^x$	а) ограничена сверху, не ограничена снизу
2) $y = -x^2 + 3x$	б) ограничена снизу, не ограничена сверху,
3) $y = \operatorname{tg} x$	в) ограничена и сверху, и снизу

4) $y = \sin x$	г) не ограничена ни сверху, ни снизу
-----------------	--------------------------------------

4.17 Пользуясь графиками функций, исследуйте вопрос о непрерывности функции в точке x_0 и поставьте в соответствие каждой указанной точке x_0 ее характеристику.

<p>1)</p> 	<p>а) x_0 – точка непрерывности функции б) x_0 – точка устранимого разрыва 1го рода в) x_0 – точка неустранимого разрыва 1го рода</p>
<p>2)</p> 	<p>г) x_0 – точка разрыва 2го рода</p>
<p>3)</p> 	
<p>4)</p> 	

4.18 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

<p>1) $y = \sin(\ln x)$ 2) $y = x \cdot \operatorname{tg} x$ 3) $y = (\log_2 x)^{\cos x}$ 4) $y = 5^x$</p>	<p>1) логарифмическое дифференцирование 2) табличная производная 3) производная неявно заданной функции 4) производная произведения 5) производная сложной функции</p>
---	--

4.19 Установить соответствие между функцией $y = f(x)$ и способом нахождения ее первой производной y' .

1) $y = \sqrt[3]{x}$	1) логарифмическое дифференцирование
2) $y = (\lg x)^x$	2) табличная производная
3) $y = (5x + 2) \cdot \cos x$	3) производная неявно заданной функции
4) $y = e^{6x}$	4) производная произведения
	5) производная сложной функции

4.20 Вычислите значения частных производных функции $z = 4x^2 - xy^3 + 5y$ в точке $M_0(1; -1)$ и установите соответствие.

1) $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right _{M_0}$	а) -3
2) $\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right _{M_0}$	б) 8
3) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right _{M_0}$	в) 2
4) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right _{M_0}$	г) 6
5) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right _{M_0}$	д) 9
	е) 1

4.21 Вычислите значения частных производных функции $z = 5x^3 - 3xy^2 - 2y$ в точке $M_0(1; 2)$ и установите соответствие.

1) $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right _{M_0}$	а) 30
2) $\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right _{M_0}$	б) -14
3) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right _{M_0}$	в) -12
4) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right _{M_0}$	г) -6
5) $\left. \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right _{M_0}$	д) -4
	е) 3

4.22 Установите соответствие между интегралом и способом его решения.

1) $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$	а) использование почленного деления
2) $\int (x + 1) \sin x dx$	б) подведение под знак дифференциала
3) $\int 5^x dx$	в) использование формулы
4) $\int \frac{3+x}{x} dx$	$\int f(kx + b) dx = \frac{1}{k} \int f(t) dt$
	г) непосредственное интегрирование
	д) метод интегрирования по частям

4.23 Установите соответствие между дифференциальным уравнением и его решением.

1) $y'' + y' - 6y = 0$	а) $y = e^{\alpha x}(C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x))$
2) $y'' - 10y' + 29y = 0$	б) $y = e^{kx}(C_1 + C_2 x)$

3) $y'' - 10y' + 25y = 0$ 4) $y'' + 25y = 0$	в) $y = C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)$ г) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$ д) $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2$
---	--

4.24 Установите соответствие между формулами из теории вероятностей и их названиями.

1) $P(A) = \frac{m}{n}$ 2) $P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$ 3) $P(A) = P(B_1) \cdot P(A \setminus B_1) + P(B_2) \cdot P(A \setminus B_2) + \dots + P(B_n) \cdot P(A \setminus B_n)$ 4) $P(B_i \setminus A) = \frac{P(B_i) \cdot P(A \setminus B_i)}{P(A)}$	а) формула полной вероятности б) формула классической вероятности в) формула Байеса г) формула вероятности полной группы событий д) формула Бернулли
---	--

4.25 Для вариационного ряда 3, 4, 5, 9, 10, 10, 12, 12, 12 вычислены числовые характеристики. Установите соответствие между их названиями и значениями.

1) 10 2) 9 3) $8\frac{5}{9}$ 4) 12	а) мода б) медиана в) среднее арифметическое г) дисперсия д) размах
---	---

Шкала оценивания результатов тестирования: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 баллов (установлено положением П 02.016).

Максимальный балл за тестирование представляет собой разность двух чисел: максимального балла по промежуточной аттестации для данной формы обучения (36 или 60) и максимального балла за решение компетентностно-ориентированной задачи (6).

Балл, полученный обучающимся за тестирование, суммируется с баллом, выставленным ему за решение компетентностно-ориентированной задачи.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

Сумма баллов по 100-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания результатов тестирования:

Каждый вопрос (задание) в тестовой форме оценивается по дихотомической шкале: выполнено – **2 балла**, не выполнено – **0 баллов**.

2.2 КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

Компетентностно-ориентированная задача №1

На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4 , при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3 . Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$,

где каждый элемент a_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3$) показывает, сколько единиц сырья j -го типа расходуется на производство единицы продукции i -го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (150 \ 120 \ 90 \ 100)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 70 \\ 60 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

Компенентностно-ориентированная задача №2

На предприятии изготавливают продукцию четырёх видов: P_1, P_2, P_3, P_4 , при этом используют сырьё трёх типов: S_1, S_2 и S_3 . Нормам расхода сырья соответствует матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$,

где каждый элемент a_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3$) показывает, сколько единиц сырья j -го типа расходуется на производство единицы продукции i -го вида. План выпуска продукции представлен матрицей $C = (200 \ 130 \ 90 \ 110)$, а стоимость единицы каждого типа сырья (ден. ед.) – матрицей $B = \begin{pmatrix} 50 \\ 60 \\ 40 \end{pmatrix}$. Определить общую стоимость сырья.

Компенентностно-ориентированная задача №3

По данным таблицы найти векторы конечного потребления и валового выпуска, а также матрицу коэффициентов прямых затрат и определить, является ли она продуктивной.

№	Отрасль	Потребление					Конечный продукт	Валовой выпуск, ден. ед.
		1	2	3	4	5		
1	Станкостроение	15	12	24	23	16	10	100
2	Энергетика	10	3	35	15	7	30	100
3	Машиностроение	10	5	10	10	10	5	50
4	Автомобильная промышленность	10	5	10	5	5	15	50
5	Добыча и переработка углеводородов	7	15	15	10	3	50	100

Компенентностно-ориентированная задача №4

В таблице приведены данные об исполнении баланса за отчётный период, усл. ден. ед. Вычислить необходимый объём валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление энергетической отрасли увеличится вдвое, а машиностроения сохранится на прежнем уровне.

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли		Конечный пункт	Валовой выпуск
	энергетика	машиностроение		
Энергетика	7	21	72	100
Машиностроение	12	15	123	150

Компенентностно-ориентированная задача №5

Вектор непродуцируемого потребления задан матрицей $Y = \begin{pmatrix} 40 \\ 15 \end{pmatrix}$, а матрица межотраслевого баланса имеет вид $A = \begin{pmatrix} 0,45 & 0,3 \\ 0,25 & 0,2 \end{pmatrix}$. Найти вектор валового выпуска, обеспечивающий данный вектор потребления.

Компенентностно-ориентированная задача №6

Отрасль состоит из четырёх предприятий: вектор выпуска продукции и матрица коэффициентов прямых затрат имеют вид $X = \begin{pmatrix} 400 \\ 300 \\ 250 \\ 300 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,1 & 0,24 & 0,25 \\ 0,2 & 0,15 & 0,36 & 0,17 \\ 0,15 & 0,2 & 0,2 & 0,15 \\ 0,3 & 0,15 & 0,2 & 0,15 \end{pmatrix}$. Найти вектор объёмов конечного продукта, предназначенного для реализации вне отрасли.

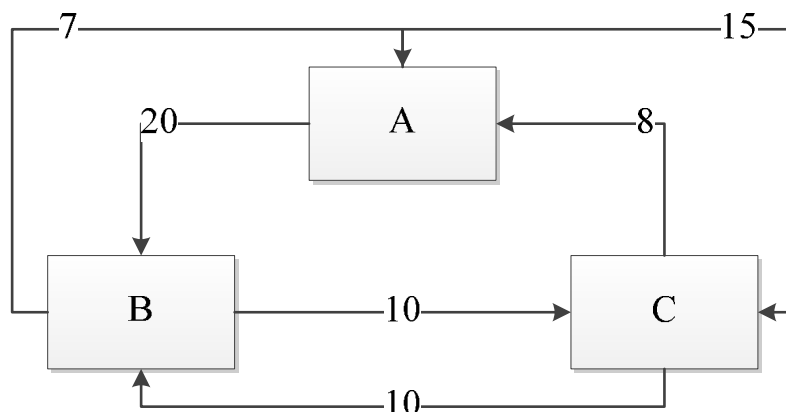
Компенентностно-ориентированная задача №7

Дана структурная матрица торговли трёх стран S_1, S_2 и S_3 : $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & \frac{2}{3} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$. Определить со-

отношение национальных доходов стран для сбалансированной торговли.

Компенентностно-ориентированная задача №8

В городе имеется три крупных завода, на которых работает 100000 рабочих. Других заводов в городе нет. Имеются данные о текучести кадров: за год из каждой тысячи работающих с завода А 20 человек переходят на завод В и 15 человек на завод С и т.д. (исходя из рисунка). Установить численность рабочих на каждом заводе при условии, что город живёт стабильной жизнью.



Компенентностно-ориентированная задача №9

Обувная фабрика продаёт туфли по цене 35 руб. за пару. Издержки составляют 63 тыс. руб. за 100 пар туфель и 60,75 тыс. руб. за 85 пар.

а) Найти точку безубыточности.

б) Сколько пар туфель фабрика должна произвести и продать, чтобы получить 10% дохода на деньги, вложенные в фиксированные затраты?

Компенентностно-ориентированная задача №10

Составить функцию прибыли и построить её график, если известно, что фиксированные издержки производства продукции составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные издержки – 30 руб. за единицу продукции, а выручка равна 50 руб. за единицу продукции.

Компенентностно-ориентированная задача №11

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Найти точку рыночного равновесия.

б) Найти точку равновесия после введения налога, равного 3 ден. ед. на единицу продукции. Определить увеличение цены и уменьшение равновесного объёма продаж. Посчитать доход государства после введения этого налога.

Компенентностно-ориентированная задача №12

Законы спроса и предложения на некоторый товар определяются уравнениями $D = 12 - 2Q$ и $S = Q + 3$.

а) Какая субсидия приведёт к увеличению объёма продаж на 2 единицы?

б) Вводится пропорциональный налог, равный 20%. Найти новую точку равновесия в доход правительства.

Компенентностно-ориентированная задача №13

В прошлом году средняя цена данного товара была 15 денежных единиц, а в настоящем году – 18 денежных единиц. Найти зависимость $P = f(n)$ цены товара P от номера года n при условии, что тенденция роста сохраниться, то есть цена будет увеличиваться на одно и то же число. Составить прогноз средней цены на три года вперед.

Компенентностно-ориентированная задача №14

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 4 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 300 рублей.

2. Если объём заказа превышает 4 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 300 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-4000}{50}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 16 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №15

Цена за единицу товара зависит от объёма заказа и определяется следующим образом.

1. Если объём заказа не превышает 3 000 единиц товара, то цена единицы товара равна 200 рублей.

2. Если объём заказа превышает 3 000 единиц товара, то на каждую единицу товара от цены 200 рублей предоставляется скидка в размере $\frac{x-3000}{100}$ рублей, где x – количество единиц товара в заказе.

Определить наибольшую выручку в руб., которую сможет получить фирма (объём заказа не может превышать 13 000 единиц товара). Ответ записать в виде: $R(x_0) = R_0$.

Компенентностно-ориентированная задача №16

Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. ($0 < t < 15\,000$) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Компенентностно-ориентированная задача №17

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить максимальную прибыль предприятия.

Компенентностно-ориентированная задача №18

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объеме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить объем продукции и цену, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №19

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объеме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить средние и предельные затраты, соответствующие максимальной прибыли.

Компенентностно-ориентированная задача №20

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объеме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить участки роста и убывания прибыли при изменении объема выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №21

Предприятие выпускает и реализует продукцию в объеме Q ед. Известны функция затрат $C(Q) = 1,92 \cdot Q^3 + 4,32 \cdot Q^2 + 2,88 \cdot Q + 15$ и функция цены продукции $P(Q) = -1,44 \cdot Q + 89,28$. Требуется определить наименьшее значение затрат при изменении объема выпускаемой продукции от 2 до 5 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №22

Потребитель имеет возможность потратить сумму в размере 1000 ден. ед. на приобретение x единиц первого товара и y единиц второго товара. Заданы функция полезности $u(x, y) = 0,5 \cdot \ln(x - 2) + 2 \ln(y - 1)$ и цены $P_1 = 0,2$ и $P_2 = 4$ за единицу товаров. Определить количество единиц товаров, при которых полезность для потребителя будет наибольшей.

Компенентностно-ориентированная задача №23

Вычислить на сколько процентов приближенно изменится спрос, описываемый функцией $D = e^{-\sqrt{n+P^2}}$, где n — число производителей товара, P — цена товара, если число производителей товара уменьшится на 1%, а цена возрастет на 1%. На рынке имеется 7 производителей, цена товара составляет 3 ед.

Компенентностно-ориентированная задача №24

Данные о росте индекса Доу-Джонса и росте цены акций (усл. ед.) приведены в таблице:

x	2,0	2,5	3,0	3,1	3,5	3,7	4,3
y (усл. ед.)	4,3	4,6	4,7	4,7	4,9	5,1	4,6

Методом наименьших квадратов найти зависимость вида $y = ax + b$ между ростом цены акций y и ростом индекса x . Вычислить рост цены акции при росте индекса, равном 2,6.

Компенентностно-ориентированная задача №25

По данным исследований в распределении доходов одной из стран, кривая Лоренца может быть описана уравнением $y = \frac{3}{2-x} - \frac{5}{3}$, где x — доля населения, y — доля доходов населения. Вычислить коэффициент Джинни, оценить распределение доходов 40% наиболее низко оплачиваемого населения.

Компенентностно-ориентированная задача №26

Из статистических данных известно, что для рассматриваемого региона число новорожденных и число умерших за единицу времени пропорциональны численности населения с коэффициентами пропорциональности соответственно k_1 и k_2 . Найти закон изменения численности населения с течением времени (описать протекание демографического процесса).

Компенентностно-ориентированная задача №27

Найти выражение объёма реализованной продукции $Q = Q(t)$ и его значение при $t = 2$, если известно, что продукция продаётся на конкурентном рынке по цене $P(Q) = 3 - 2Q$, норма акселерации $\frac{1}{l} = 1,5$, норма инвестиций $m = 0,6$, $P(0) = 1$.

Пояснение: полученный на момент времени t доход составит $R(Q) = Q \cdot P(Q)$, часть которого, равная $I(t) = m \cdot P(Q) \cdot Q$, инвестируется в производство при норме инвестиции m . В результате расширения производства (предполагается полная реализация производимой продукции) будет получен прирост дохода, часть которого опять инвестируется для расширения выпуска продукции. Это приведет к росту скорости выпуска (акселерации), причём скорость выпуска пропорциональна увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности l , т.е. $Q'(t) = l \cdot I(t)$, где l^{-1} – норма акселерации.

Компенентностно-ориентированная задача №28

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания a нормального распределения с надёжностью $P = 0,95$, зная выборочное среднее $\bar{x}_B = 10,2$, объём выборки $n = 16$ и генеральное среднеквадратическое отклонение $\sigma = 4$.

Компенентностно-ориентированная задача №29

В результате проверки 10 продавцов одной из торговых точек города были обнаружены недовесы со средними значениями $\bar{x} = 150$ г и исправленной выборочной дисперсией $S_x^2 = 2500$. В другой точке недовесы характеризовались соответственно $\bar{y} = 125$ г и $S_y^2 = 1600$ среди выборки из 15 продавцов. Выяснить при уровне значимости $\alpha = 0,05$, в какой точке предпочтительнее покупать продукцию.

Компенентностно-ориентированная задача №30

Для двух случайных величин X, Y проведена серия испытаний. Результаты испытаний записаны в следующей корреляционную таблицу

Y \ X	0	1	2	3	4	5
1	—	3	1	—	—	—
2	1	2	2	—	—	—
3	—	—	1	4	3	1
4	—	—	—	—	1	2

Вычислить выборочный коэффициент линейной корреляции и проверить его значимость при $\alpha = 0,05$.

Шкала оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи: в соответствии с действующей в университете балльно-рейтинговой системой оценивание результатов промежуточной аттестации обучающихся осуществляется в рамках 100-балльной шкалы, при этом максимальный балл по промежуточной аттестации обучающихся по очной форме обучения составляет 36 баллов, по очно-заочной и заочной формам обучения – 60 (установлено положением П 02.016).

Максимальное количество баллов за решение компетентностно-ориентированной задачи – 6 баллов.

Балл, полученный обучающимся за решение компетентностно-ориентированной задачи, суммируется с баллом, выставленным ему по результатам тестирования.

Общий балл по промежуточной аттестации суммируется с баллами, полученными обучающимся по результатам текущего контроля успеваемости в течение семестра; сумма баллов переводится в оценку по 5-балльной шкале (для экзамена) следующим образом:

Соответствие 100-балльной и 5-балльной шкал

<i>Сумма баллов по 100-балльной шкале</i>	<i>Оценка по 5-балльной шкале</i>
100–85	отлично
84–70	хорошо
69–50	удовлетворительно
49 и менее	неудовлетворительно

Критерии оценивания решения компетентностно-ориентированной задачи:

6-5 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует глубокое понимание обучающимся предложенной проблемы и разностороннее ее рассмотрение; свободно конструируемая работа представляет собой логичное, ясное и при этом краткое, точное описание хода решения задачи (последовательности (или выполнения) необходимых трудовых действий) и формулировку доказанного, правильного вывода (ответа); при этом обучающимся предложено несколько вариантов решения или оригинальное, нестандартное решение (или наиболее эффективное, или наиболее рациональное, или оптимальное, или единственно правильное решение); задача решена в установленное преподавателем время или с опережением времени.

4-3 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует понимание обучающимся предложенной проблемы; задача решена типовым способом в установленное преподавателем время; имеют место общие фразы и (или) несущественные недочеты в описании хода решения и (или) вывода (ответа).

2-1 балла выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует поверхностное понимание обучающимся предложенной проблемы; осуществлена попытка шаблонного решения задачи, но при ее решении допущены ошибки и (или) превышено установленное преподавателем время.

0 баллов выставляется обучающемуся, если решение задачи демонстрирует непонимание обучающимся предложенной проблемы, и (или) значительное место занимают общие фразы и голословные рассуждения, и (или) задача не решена.