

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Локтионова Оксана Геннадьевна
Должность: проректор по учебной работе
Дата подписания: 14.01.2022 12:56:56
Уникальный программный ключ:
0b817ca911e6668abb

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
О.Г. Локтионова
_____ 2021 г.



ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Методические указания для подготовки к практическим занятиям
по дисциплине «Прикладной математический анализ»
для направления подготовки
38.03.04 «Государственное и муниципальное управление»

Курск 2021

УДК 51

Составитель: О.А. Бредихина

Рецензент

Доктор физико-математических наук, доцент,
заведующий кафедрой высшей математики

Н.А. Хохлов

Прикладной математический анализ: методические указания для подготовки к практическим занятиям по дисциплине «Прикладной математический анализ» для направления подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: О.А. Бредихина. – Курск, 2021. – 15 с.

В методических указаниях содержатся разделы, изучаемые в курсе прикладного математического анализа, а также указывается тематическое планирование практических занятий. Приводятся 42 примера заданий (с ответами), соответствующие теме каждого практического занятия; перечисляются вопросы для коллоквиума при контроле знаний; имеется список рекомендуемой литературы.

Методические указания соответствуют требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования для направления подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление». Материал предназначен для студентов очной и заочной форм обучения по направлению подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление».

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 15.10.21. Формат 60x84 1/16.

Усл. печ. л. 04. Уч.-изд. л. 06. Тираж 100 экз. Заказ 1169. Бесплатно.

Юго-Западный государственный университет.

305040 Курск, ул. 50 лет Октября, 94

СОДЕРЖАНИЕ

Общие сведения.....	4
Раздел (тема) 1 «Введение в математический анализ».....	5
Раздел (тема) 2 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной».....	6
Раздел (тема) 3 «Функции нескольких переменных».....	8
Раздел (тема) 4 «Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения».....	9
Вопросы для коллоквиума.....	12
Рекомендуемая литература.....	14

Цель дисциплины «Прикладной математический анализ» для направления подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление»: формирование общематематического фундамента подготовки будущих специалистов в области государственного и муниципального управления, а также, создание необходимой базы для успешного овладения последующими специальными дисциплинами учебного плана.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В курсе прикладного математического анализа изучаются следующие разделы (темы):

1. Введение в математический анализ.
2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.
3. Функции нескольких переменных.
4. Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения.

Рабочая программа дисциплины «Прикладной математический анализ» для направления подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление» очной формы обучения предусматривает 9 практических занятий за семестровый курс.

Темы практических занятий

1. Операции над множествами. Предел последовательности и функции. Раскрытие неопределенностей $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$.
2. Раскрытие неопределенностей $\left(\frac{0}{0}\right)$. Замечательные пределы. Использование пределов в экономике.
3. Производные. Правила дифференцирования. Производная сложной функции.
4. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке. Применение производных к исследованию функции. Применение производных в экономике.
5. Частные производные первого и второго порядков.
6. Экстремум функции нескольких переменных.
7. Первообразная. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования: табличное интегрирование, метод подведения под знак дифференциала.

8. Определённые интегралы. Приложения интегралов в экономике.

9. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Дифференциальные уравнения высших порядков.

Для проведения текущего и итогового контроля успеваемости у студентов очной и заочной форм обучения предусмотрено тестирование.

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 1 «ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

Тема изучается на первом и втором практических занятиях. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №1 «Операции над множествами. Предел последовательности и функции. Раскрытие неопределенностей $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$ ».

Пример 1. Даны два множества $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ и $B = \{b, d, e, m, n, p\}$. Найти $A \cap B$.

Ответ: $\{b, d, e\}$.

Пример 2. Даны два множества $A = \left\{x \mid -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}\right\}$ и $B = \left\{x \mid -\frac{3}{7} < x < 2\right\}$. Найти $A \setminus B$.

Ответ: $\left\{x \mid -\frac{2}{3} \leq x \leq -\frac{3}{7}\right\}$.

Пример 3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{25}{2x^3 + 5}$.

Ответ: 0

Пример 4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+8}{3x+5}\right)^{6-9x}$.

Ответ: ∞ .

Пример 5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4 - 2x^2 + 8}{3x^3 + 5x^2 - 10}$.

Ответ: $-\infty$.

Примеры заданий (с ответами)
по теме практического занятия №2

«Раскрытие неопределенностей $\left(\frac{0}{0}\right)$. Замечательные пределы.

Использование пределов в экономике».

Пример 6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{5 - 5x^2}$.

Ответ: $-0,4$.

Пример 7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$.

Ответ: -24 .

Пример 8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3(2x)}{\sin(3x^3)}$.

Ответ: $\frac{8}{3}$.

Пример 9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{3-4x}$.

Ответ: e^{-4} .

Пример 10. Пусть темп инфляции составляет 1% в день. Во сколько раз изменится первоначальная сумма через девять месяцев?

Ответ: $\frac{1}{e^{2,73}}$.

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 2 «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ»

Тема изучается на третьем и четвёртом практических занятиях. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №3 «Производные. Правила дифференцирования. Производная сложной функции».

Пример 11. Вычислить производную функции

$$y = 7\sqrt{x} - \frac{1}{x} + 20x^4 + \frac{3}{x^3}.$$

Ответ: $y' = \frac{7}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} + 80x^3 - \frac{9}{x^4}$.

Пример 12. Вычислить производную функции $y = \frac{\ln x \cdot \sqrt{x}}{\cos x}$.

Ответ: $y' = \frac{\left(\frac{1}{x} \cdot \sqrt{x} + \ln x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \cdot \cos x + \ln x \cdot \sqrt{x} \cdot \sin x}{\cos^2 x}$.

Пример 13. Вычислить производную функции $y = ctg^3(5x^2)$.

Ответ: $y' = 3ctg^2(5x^2) \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2(5x^2)}\right) \cdot 10x$.

Примеры заданий (с ответами)

по теме практического занятия №4

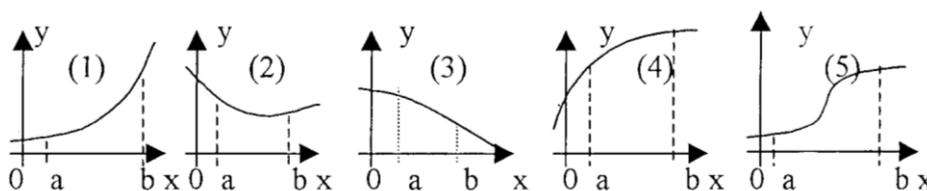
«Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке. Применение производных к исследованию функции.

Применение производных в экономике»

Пример 14. Составить уравнение нормали в точке $x_0 = 2$ к параболе $y = 7x^2 - 14x + 5$ (уравнение прямой записать в общем виде).

Ответ: $x + 14y - 68 = 0$.

Пример 15. Укажите, на каком рисунке изображён график функции, для которой в каждой точке отрезка $[a; b]$ выполняются три условия: $y > 0, y' < 0, y'' < 0$.



Ответ: 3.

Пример 16. Найти точку минимума функции $y = (2x + 1)^2 \cdot (x + 3) + 4$.

Ответ: $-0,5$.

Пример 17. Найти наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 + 49}{x}$ на отрезке $[-9; -1]$.

Ответ: -50 .

Пример 18. Выручка R от продажи некоторого товара определяется по формуле $R(Q) = 150Q - 0,2Q^2$, где Q — объём проданной продукции (тыс. ед.). Найти среднюю и предельную выручки, если продано 120 тыс. ед.

Ответ: $\bar{R} = 126$ ден. ед., $R' = 102$ ден. ед.

Пример 19. Функции долговременного спроса D и предложения S от цены P на мировом рынке нефти имеют, соответственно, вид $D = 30 - 0,9P$ и $S = 1,2P + 16$. Найти эластичность спроса в точке равновесной цены.

Ответ: $E_{20}(D) = -0,25$.

Пример 20. Предприятие выпускает и реализует продукцию в объёме Q ед. Известно, что цена продукции P зависит от объёма: $P(Q) = 240 - 3Q$. Найти объём и цену продукции, при которых выручка предприятия будет максимальной.

Ответ: $Q=40$ ед., $P=120$ ден. ед.

Пример 21. Функция спроса на товар имеет вид $D = 9 - P$, а функция его предложения $S = 3P - 3$. Если установить такую ставку налога на единицу товара, чтобы сумма собранного налога была максимальной, то какова будет сумма налогов?

Ответ: 12 ден. ед.

Пример 22. Зависимость количества Q (в шт., $0 \leq Q \leq 30\,000$) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 30\,000 - P$. Затраты на производство Q единиц товара составляют $5\,000Q + 3\,000\,000$ руб. Кроме затрат на производство, фирма должна платить налог t руб. ($0 < t < 15\,000$) с каждой произведённой единицы товара. Таким образом, прибыль фирмы составляет $PQ - 5\,000Q - 3\,000\,000 - tQ$ руб., а общая сумма налогов, собранных государством, равна tQ руб.

Фирма производит такое количество товара, при котором её прибыль максимальна. При каком значении t (в руб.) общая сумма налогов, собранных государством, будет максимальной?

Ответ: 12 500 руб.

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 3 «ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ»

Тема изучается на пятом и шестом практических занятиях. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №5 «Частные производные первого и второго порядков».

Пример 23. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = 5x^2 - 6xy^2 + 3y - 3x$ в точке $M_0(1; -2)$.

Ответ: -17.

Пример 24. Найти $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = e^{2x} \cdot \arcsin y^3$.

Ответ: $\frac{\partial z}{\partial y} = e^{2x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(y^3)^2}} \cdot 3y^2$.

Пример 25. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функции $z = 2x^2y^3 - \frac{x}{y^2} + \frac{2x^5}{5} - y^6$ в точке $M_0(2; -1)$.

Ответ: 22.

Пример 26. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \ln(3xy - x^3)$.

Ответ: $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{9x^2}{(3xy - x^3)^2}$.

Пример 27. Найти полный дифференциал первого порядка функции $z = \frac{x^2 - 3y^3}{x^4 + y}$.

Ответ: $dz = \frac{12x^3y^3 + 2xy - 2x^5}{(x^4 + y)^2} dx - \frac{9x^4y^2 + 6y^3 + x^2}{(x^4 + y)^2} dy$.

Пример 28. Вычислить $grad u$ в точке $M(0; -2; 3)$, если $u = 5x^2 + 3y^2 + 3z^2$.

Ответ: $(0; -12; 18)$.

Примеры заданий (с ответами)

по теме практического занятия №6

«Экстремум функции нескольких переменных»

Пример 29. Исследовать на экстремум функцию $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$. Ответ представить в виде $z_{\max(\min)}(x_0; y_0) = z_0$.

Ответ: $z_{\max}(1; -1) = 6$.

Пример 30. Производится два вида товаров в количестве x и y . Пусть цены на эти товары, соответственно, $P_1 = 45$ и $P_2 = 27$ тыс. руб. а функция издержек имеет вид $C = 6x^2 + 3xy + 3y^2$. Найти максимальную прибыль в тыс. руб., которую можно получить при продаже этих товаров.

Ответ: 108 тыс. руб.

РАЗДЕЛ (ТЕМА) 4 «ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Тема изучается на седьмом, восьмом и девятом практических занятиях. Рассмотрим примеры заданий (с ответами) по теме практического занятия №7 «Первообразная. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования: табличное интегрирование, метод подведения под знак дифференциала».

Пример 31. Какая из указанных ниже функций является первообразной функции $f(x) = 3 - 8x - \frac{4}{x^2}$? Обосновать свой выбор.

$$1) F(x) = -8 + \frac{8}{x^3}$$

$$2) F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{8}{x^3} - 2$$

$$3) F(x) = 3x - 4x^2 - \frac{4}{x} - 6$$

$$4) F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x}$$

$$5) F(x) = 3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5$$

Ответ: 4) и 5), так как $\left(3x - 4x^2 + \frac{4}{x}\right)' = \left(3x - 4x^2 + \frac{4}{x} - 5\right)' = f(x)$.

Пример 32. Вычислить неопределённый интеграл $\int (3 + 2x^3)^2 dx$.

Ответ: $9x + 3x^4 + \frac{4}{7}x^7 + C$.

Пример 33. Вычислить неопределённый интеграл $\int (3x^2 - 5)(\sqrt{x} + 2) dx$.

Ответ: $\frac{6}{7}\sqrt{x^7} - \frac{10}{3}\sqrt{x^3} + 2x^3 - 10x + C$.

Пример 34. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{(4-5x)^2}{x} dx$.

Ответ: $16 \ln|x| - 40x + \frac{25}{2}x^2 + C$.

Пример 35. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{2-x^2}{x^2-10} dx$.

Ответ: $-4 - \frac{4}{\sqrt{10}} \ln \left| \frac{\sqrt{10}-x}{\sqrt{10}+x} \right| + C$.

Пример 36. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$.

Ответ: $-\frac{1}{4 \cdot \ln^4 x} + C$.

Пример 37. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{xdx}{\sqrt[4]{x^2-8}}$.

Ответ: $\frac{2}{3} \sqrt[4]{(x^2-8)^3} + C$.

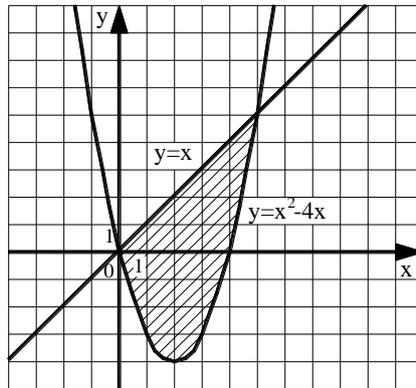
Примеры заданий (с ответами)
по теме практического занятия №8

«Определённые интегралы. Приложения интегралов в экономике»

Пример 38. Функция предельных издержек некоторого предприятия имеет вид $C' = 90 - 0,02Q + 0,009Q^2$. Найти функцию издержек, если издержки производства $Q = 80$ ед. продукции составляют 8900 ден. ед.

Ответ: $C(Q) = 90Q - 0,01Q^2 + 0,003Q^3 + 228$.

Пример 39. Вычислить площадь заштрихованной области.



Ответ: $20\frac{5}{6}$.

Примеры заданий (с ответами)
по теме практического занятия №9

«Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

Дифференциальные уравнения высших порядков»

Пример 40. Найти общее решение уравнения $yy' = \sqrt{x}$.

Ответ: $\frac{y^2}{2} = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$.

Пример 41. Найти общее решение линейного однородного уравнения $y'' - 10y' + 29y = 0$.

Ответ: $y = e^{5x} \cdot (C_1 \cdot \cos(2x) + C_2 \cdot \sin(2x))$.

Пример 42. Функции спроса $D = D(t)$ и предложения $S = S(t)$ от цены товара P , где t – время, имеют следующие аналитические выражения: $D = 4P'' - 6P' + P + 24$ и $S = 5P'' + 4P' + P + 9$. Найти уравнение, выражающее зависимость цены $P = P(t)$ от времени t при равновесном состоянии рынка.

Ответ: $P = C_1 + C_2 \cdot e^{-10t} + 1,5t$.

ВОПРОСЫ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА

Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 1 «Введение в математический анализ»

1. Дайте определение множества. Перечислите и опишите операции над множествами.
2. Дайте определение предела функции в точке. В каком случае функция называется бесконечно малой, бесконечно большой? Как связаны бесконечно малые и бесконечно большие величины?
3. Как вычисляется предел функции в точке? Какие правила следует помнить при вычислении пределов? Что такое односторонний предел?
4. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$.
5. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{0}{0}\right)$ при отсутствии иррациональности и тригонометрических функций.
6. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{0}{0}\right)$ при наличии иррациональности и отсутствии тригонометрических функций.
7. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости $\left(\frac{0}{0}\right)$ при наличии тригонометрических функций.
8. Запишите формулы первого и второго замечательного пределов.
9. Опишите алгоритм раскрытия неопределённости (1^∞) .
10. Приведите пример использования пределов в экономике.

Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 2

«Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

11. Дайте определение производной функции $y = f(x)$. Перечислите основные правила дифференцирования.
12. Как найти производную сложной функции?
13. Как найти уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ при известной фиксированной точке $M_0(x_0; y_0)$?
14. Опишите алгоритм исследования поведения графика функции с использованием аппарата производных.
15. Как найти точку максимума (минимума) функции?
16. Как найти наибольшее (наименьшее) значение функции на отрезке?
17. Сформулируйте правило Лопиталю.

18. Дайте определение эластичности спроса (предложения). Как вычислить эластичность спроса (предложения)? В каком случае спрос эластичен, нейтрален и неэластичен относительно цены на товар?

19. Дайте определение средних и предельных издержек. Как их вычислить?

20. Опишите алгоритм нахождения наибольшей прибыли (дохода, налогов и т.п.) с помощью аппарата производных.

Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 3

«Функции нескольких переменных»

21. Дайте понятие функции двух переменных, функции нескольких переменных.

22. Как вычисляются частные производные первого порядка для функции двух переменных?

23. Сколько различных частных производных 2-го порядка имеет функция от двух переменных? Сформулируйте теорему Шварца.

24. Что такое полный дифференциал?

25. В чём заключается геометрический и функциональный смысл градиента?

26. Какая точка называется стационарной для функции двух переменных?

27. Сформулируйте необходимые условия экстремума функции двух переменных.

28. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции двух переменных.

29. Приведите пример использования функции нескольких переменных в экономике.

30. В чём заключается метод наименьших квадратов?

Вопросы для коллоквиума по разделу (теме) 4

«Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения»

31. Дайте определение первообразной и неопределённого интеграла.

32. Опишите алгоритмы методов непосредственного интегрирования: использование приёма деления почленно и метода группировки.

33. Опишите варианты замены переменной в неопределённом интеграле.

34. Опишите способы вычисления определённого интеграла.

35. Как с помощью определённого интеграла вычислить площадь плоской фигуры в декартовой системе координат?

36. Как используются интегралы в экономике? Приведите примеры.
37. Дайте определение дифференциального уравнения. Как определить порядок дифференциального уравнения?
38. Дайте определение общего и частного решений дифференциального уравнения.
39. Какие виды дифференциальных уравнений первого порядка вы знаете? Опишите алгоритмы их решения.
40. Какие виды дифференциальных уравнений второго порядка вы знаете? Опишите алгоритмы их решения.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин, В. А. Основы математического анализа: учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва: Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - Режим доступа: по подписке. - URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686> (дата обращения: 15.02.2021). - Текст: электронный.
2. Протасов, Ю. М. Математический анализ: учебное пособие / Ю. М. Протасов. - 2-е изд., стер. - Москва: Флинта, 2017. - 165 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=115118>. - Текст: электронный.
3. Кутузов, А. С. Математический анализ: дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной: учебное пособие / А. С. Кутузов. - 2-е изд. стер. - Москва; Берлин: Директ-Медиа, 2017. - 127 с. - Режим доступа: по подписке. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=462166> (дата обращения: 09.10.2020). - Текст: электронный.
4. Бойцова, Е.А. Практикум по математике: учебное пособие / Е. А. Бойцова. - Старый Оскол: ТНТ, 2014. - 160 с. - Текст: непосредственный.
5. Тютюнов, Д. Н. Функции нескольких переменных: учебное пособие: [для студентов, преподавателей, аспирантов технических и экономических специальностей дневной, заочной и дистанционной форм обучения] / Д. Н. Тютюнов, Л. И. Студеникина, Е. В. Скрипкина. - Курск: Университетская книга, 2016. - 158 с. - Текст: электронный.

6. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учебное пособие / Н. С. Пискунов. - изд., стер. - М.: Интеграл-Пресс, 2007 - Т. 1. - 416 с. - Текст: непосредственный.
7. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учебник для втузов / Н. С. Пискунов. - стер. изд. - М.: Интеграл-Пресс, 2001 - Т. 2. - 544 с. - Текст: непосредственный.
8. Бугров, Я. С. Дифференциальное и интегральное исчисление: учебник для инж.-техн. спец. вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М.: Наука, 1980. - 432 с. - Текст: непосредственный.
9. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной: индивидуальные задания и методические указания по выполнению модуля / ЮЗГУ; сост. Е. В. Скрипкина. - Курск: ЮЗГУ, 2014. - 52 с. - Текст: электронный.
10. Функции нескольких переменных: индивидуальные задания и методические указания к выполнению модуля 6.1 для студентов технических специальностей / ЮЗГУ; сост.: О. А. Бредихина, С. В. Шестакина. - Курск: ЮЗГУ, 2014. - 15 с. - Текст: электронный.
11. Метод наименьших квадратов: методические указания и индивидуальные задания по выполнению лабораторной работы для студентов инженерного и экономического направлений / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л. И. Студеникина, Т. В. Шевцова. - Курск: ЮЗГУ, 2017. - 52 с. - Текст: электронный.