МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Юго-Западный государственный университет»
(ЮЗГУ)

Кафедра программной инженерии

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
________ О.Г. Локтионова
«__» ________ 2018 г.

МЕТОД ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Методические указания к практическому занятию
по дисциплине «Методы оптимальных решений»
для студентов направления подготовки
38.03.01 «Экономика»

Курск 2018

УДК 519.6

Составители: В.В. Свиридов, Т.В. Алябьева

Рецензент:
кандидат технических наук, доцент кафедры программной инженерии
ЮЗГУ *В.В. Апальков*

Метод ветвей и границ для решения задач целочисленного программирования: методические указания к практическому занятию по дисциплине «Методы оптимальных решений» для студентов направления подготовки 38.03.01 «Экономика» / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: В.В. Свиридов, Т.В. Алябьева. Курск, 2018. 16 с.

Изложены основные сведения о нахождении целочисленных решений задач методом ветвей и границ. Рассмотрены примеры выполнения заданий. Приведены варианты заданий, контрольные вопросы к защите практической работы.

Методические указания соответствуют требованиям рабочей программы по дисциплине «Методы оптимальных решений».

Материал предназначен для студентов 38.03.01 «Экономика» очной и заочной форм обучения.

Текст печатается в авторской редакции

Подписано в печать 02.10.2018.. Формат 60 х 84 1/16.
Усл. печ. л.0,7. Уч.- изд. л.0,6. Тираж 100 экз. Заказ 2134. Бесплатно.
Юго-Западный государственный университет.
305040, Курск, ул. 50 лет Октября, 94.

Содержание

МЕТОД ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

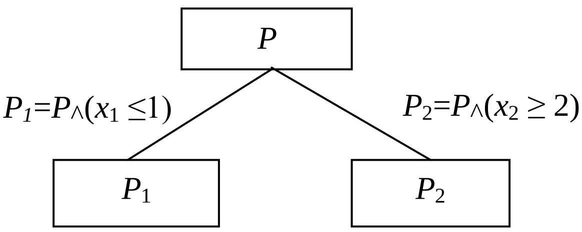
1. Цель занятия

Целью практического занятия является получение навыков нахождения целочисленных решений экономических задач методом ветвей и границ.

Задание. Дана стандартная задача линейного программирования. Привести ее к каноническому виду и решить симплекс методом. В случае получения решения, в котором хотя бы одна переменная дробная, применить метод ветвей и границ для получения полностью целочисленного решения.

2. Краткие теоретические сведения

Метод ветвления задач линейного программирования для нахождения целочисленного решения лучше всего разобрать на примере. Пусть P текущая задача линейного программирования, которая решена и для компоненты x_1 оптимального решения получено дробное значение x_1 = 5/5. Ясно, что на самом деле должно быть либо $x_1 \le \lfloor 5/3 \rfloor = 1$ либо $x_1 \ge \lceil 5/3 \rceil = 2$. Таким образом, из решенной промежуточной задачи мы получили две новые задачи вида $P_1 = P \wedge \left(x_1 \le 1\right)$ и $P_2 = P \wedge \left(x_1 \ge 2\right)$, что показывается графически в виде простейшего дерева вида



При совершении ветвления все допустимые целочисленные решения, в том числе и искомое оптимальное, сохраняются в допустимом множестве одной из задач, а найденное текущее оптимальное отсекается, то есть не принадлежит допустимому множеству ни одной задач P_1 P_2. Это гарантирует от повторного нахождения решения, полученного для задачи P.

Важным элементом метода ветвей и границ является использование границ, в данном случае величины R (рекорд) или границы снизу. В начале применения метода ветвей и границ полагаем $R = \infty$, то есть вначале рекорд неизвестен.

Допустим, в ходе решения одной из частных задач линейного программирования P_i при применении симплекс-метода к данной частной задаче было получено оптимальное решение $\overline{x}^{(i)}$, которое оказалось целочисленным, то есть $\overline{x}^{(i)} \in Z^n$.

В этом случае целевую функцию полученного целочисленного решения $z^{(i)} = z\left(\overline{x}^{(i)}\right)$ нужно сравнить с предыдущим значением рекорда R и, если $z^{(i)} = z\left(\overline{x}^{(i)}\right) < R$, то необходимо обновить рекорд по формулам $R = z^{(i)}$, $\overline{x}^{(rec)} = \overline{x}^{(i)}$, то есть, обновляем как величину рекорда, так и допустимый целочисленный вектор, на котором новый рекорд достигается.

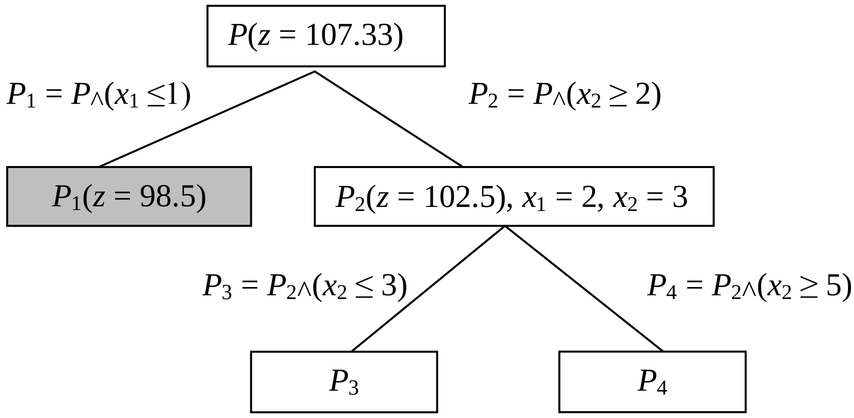
В частности, рекорд всегда обновляется при первом получении допустимого решения, когда до этого было $R = \infty$. Использование текущего рекорда позволяет сократить количество генерируемых частных задач линейного программирования и уменьшить объем вычислительной работы по нахождению оптимального решения.

Пусть, например, к моменту решения частной задачи P имели значение рекорда $R = 100$. Решив задачу P, получили $z(P) = 107.33$ и значение $x_1 = 5/3$, как уже описывалось в первом примере.

Таким образом, на нецелом оптимальном решении задачи значение целевой функции оказалось больше рекорда, следовательно, при ветвлении задачи P возможно в принципе получить лучшее допустимое решение, чем текущий рекорд, поэтому задача P подвергается ветвлению по переменной x_1, как описывалось выше на две частные подзадачи P_1, P_2.

Допустим, решая далее эти задачи симплекс-методом, получили $z(P_1) = 98.5$ и $z(P_2) = 102.5$, $x_1 = 2$, $x_2 = 3.5$. Тогда вершина P_1 далее не ветвится, так как является бесперспективной для обновления текущего рекордного решения, потому что при добавлении ограничений целевая функция может только уменьшится от значения 98.5 для базовой задачи и никогда не превзойдет текущего рекорда $R = 100$.

Задачу же P_2 целесообразно далее ветвить, обновление текущего рекорда при этом возможно, так как $z(P_2) = 102.5 > R = 100$, при этом мы получаем дерево ветвления следующего вида:



Закрытая вершина на данном рисунке показана заливкой.

Алгоритм метода ветвей и границ выбирает всегда для ветвления *первую незакрытую задачу* линейного программирования в нижнем слое текущего дерева задач.

Выбранная для ветвления задача решается симплекс-методом, после этого обновляется (или сохраняется прежним) рекорд по всем рассмотренным частным задачам. Далее выполняется ветвление по первой нецелой компоненте в оптимальном решении задачи, выбранной для ветвления.

Данные действия выполняются до тех пор, пока все частные задачи будут подвергнуты ветвлению или закрытию по рекорду, в этом случае дерево подзадач будет полностью сформированным и решением всей исходной задачи будет текущее рекордное решение, оставшееся после полного построения дерева вариантов.

У полностью сформированного дерева вариантов все терминальные вершины (то есть листья) будут закрытыми частными задачами линейного программирования.

Частная задача линейного программирования, принадлежащая дереву задач, закрывается в двух случаях:

– эта задача отсекается по текущему рекорду;

– когда ее решение является полностью целочисленным.

Закрытая задача далее не ветвится и является листом дерева задач.

3. Пример выполнения задания

Дана целочисленная задача линейного программирования

$z = 2x_1 + 3x_2 \to \max;$

$2x_1 + x_2 \le 10;$

$x_1 + 4x_2 \le 11;$

$x_1,\ x_2 \ge 0;$

$x_1,\ x_2 \in Z.$

Инициализируем текущий рекорд $R = \infty$. Решаем данную задачу линейного программирования симплекс-методом.

Приведем задачу к каноническому виду.

$z \to \max;$

$z - 2x_1 - 3x_2 + 0 \cdot s_1 + 0 \cdot s_2;$

$2x_1 + x_2 + s_1 + 0 \cdot s_2 = 10;$

$x_1 + 4x_2 + 0 \cdot s_1 + s_2 = 11;$

$x_1,\ x_2,\ s_1,\ s_2 \ge 0;$

Составим начальную симплекс-таблицу и приведем ее к оптимальному виду.

B	z	x_1	x_2	s_1	s_2	Реш.	B_i/A_{ij}	Комм.
z	1	–2	–3	0	0	0	–	Не опт.
s_1	0	2	1	1	0	10	10	$x_2 \to B$
s_2	0	1	4	0	1	11	11/4	$B \to s_2$

B	z	x_1	x_2	s_1	s_2	Реш.	B_i/A_{ij}	Комм.
z	1	-5/4	0	0	3/4	33/4	–	Не опт.
s_1	0	7/4	0	1	-1/4	29/4	29/5	$x_1 \to B$
x_2	0	1/4	1	0	1/4	11/4	11	$B \to s_1$

B	z	x_1	x_2	s_1	s_2	Реш.	B_i/A_{ij}	Комм.
z	1	0	0	5/7	4/7	94/7	–	опт.
x_1	0	1	0	4/7	–1/7	29/7	–	–
x_2	0	0	1	–1/7	2/7	12/7	–	–

Получили оптимальное, но дробное решение:
$z = 94/7,\ x_1 = 29/7,\ x_2 = 12/7.$

Рекорд сохранил свое прежнее значение $R = \infty$, так как вновь полученное решение не является целочисленным.

Берем первую дробную компоненту найденного решения и выполняем по ней ветвление, то есть, рассматриваем две новые задачи $P_1 = P \wedge \left(x_1 \le \lfloor 29/7 \rfloor = 4\right)$ и $P_2 = P \wedge \left(x_1 \ge \lceil 29/7 \rceil = 5\right)$.

Рассмотрим первую задачу из двух вновь построенных.

Приведем дополнительное ограничение $x_1 \le 4$. Из последней симплекс таблицы базовой задачи P имеем $x_1 = 29/7 - 4/7 \cdot s_1 + 1/7 \cdot s_2$, то есть мы выразили базисную переменную x_1 через не базовые переменные s_1, s_2. Запишем теперь ограничение $x_1 \le 4$ с помощью полученного выражения:
$29/7 - 4/7 \cdot s_1 + 1/7 \cdot s_2 \le 4 \Leftrightarrow -4/7 \cdot s_1 + 1/7 \cdot s_2 \le -1/7$

В полученном выражении вводим новую остаточную переменную s_3, которая будет базисной: $-4/7 \cdot s_1 + 1/7 \cdot s_2 + s_3 = -1/7$.

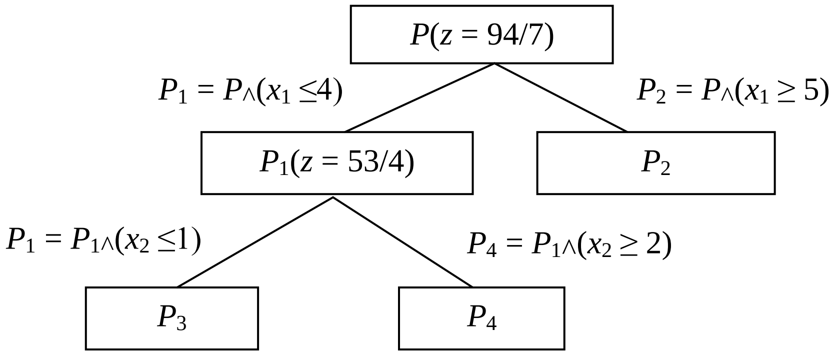
Данное ограничение добавляем к последней симплекс-таблице задачи P и доводим таблицу до оптимальной с помощью двойственного симплекс-метода.

B	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Реш.	Комм.
z	1	0	0	5/7	4/7	0	94/7	Не доп.
x_1	0	1	0	4/7	–1/7	0	29/7	$B \to s_3$
x_2	0	0	1	–1/7	2/7	0	12/7	$s_1 \to B$
s_3	0	0	0	–4/7	1/7	1	–1/7	
Z_j/A_{ij}	–	–	–	–5/7	–	–	–	

B	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Реш.	Комм.
z	1	0	0	0	3/4	5/4	53/4	Не доп.
x_1	0	1	0	0	0	1	4	$B \to s_3$
x_2	0	0	1	0	1/4	–1/4	7/4	$s_1 \to B$
s_1	0	0	0	1	–1/4	–7/4	1/4	

Видим, что получено дробное значение $x_2 = 7/4$. Построим две задачи $P_3 = P_1 \wedge \left(x_2 \le \lfloor 7/4 \rfloor = 1\right)$ и $P_4 = P_1 \wedge \left(x_2 \ge \lfloor 7/4 \rfloor + 1 = 2\right)$

В данный момент имеем следующее дерево частных задач:



В соответствии со стратегией ветвления рассматриваем незакрытые задачи нижнего слоя, начиная с задачи P_3.

Задача P_3 получается из задачи P_1 добавлением ограничения $x_2 \le 1$.

Из последней симплекс-таблицы задачи P_1 имеем $x_2 = 7/4 - 1/4 \cdot s_2 + 1/4 \cdot s_3$. Отсюда получаем $7/4 - 1/4 \cdot s_2 + 1/4 \cdot s_3 \le 1 \Leftrightarrow -1/4 \cdot s_2 + 1/4 \cdot s_3 \le -3/4$.

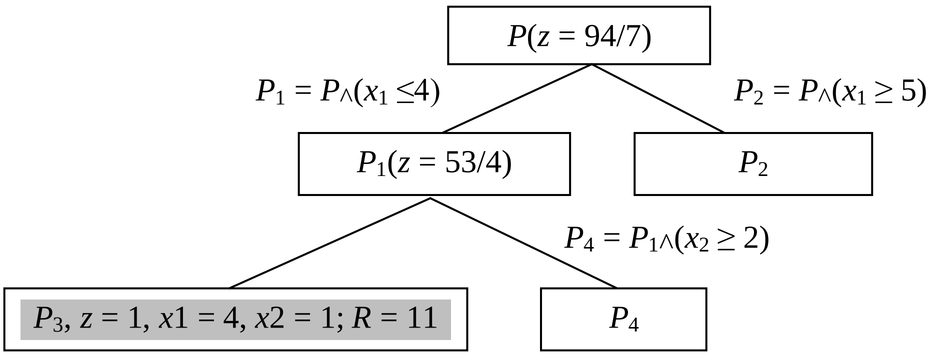
Добавляем новую остаточную переменную s_4 как базовую. Получаем $-1/4 \cdot s_2 + 1/4 \cdot s_3 + s_4 = -3/4$. Добавляем это ограничение в последнюю симплекс-таблицу задачи P_1 и доводим таблицу до оптимальной с помощью двойственного симплекс-метода.

B	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	Реш.	Комм.
z	1	0	0	0	3/4	5/4	0	53/4	Не доп.
x_1	0	1	0	0	0	1	0	4	$B \to s_4$
x_2	0	0	1	0	1/4	–1/4	0	7/4	$s_1 \to B$
s_1	0	0	0	1	–1/4	–7/4	0	1/4	
s_4	0	0	0	0	–1/4	1/4	1	–3/4	
Z_j/A_{ij}	–	–	–	–	–3	–	–	–	

B	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	Реш.	Комм.
z	1	0	0	0	0	2	3	11	Опт.
x_1	0	1	0	0	0	1	0	4	
x_2	0	0	1	0	0	0	1	1	
s_1	0	0	0	1	0	–2	–1	1	
s_2	0	0	0	0	1	–1	–	3	

Таким образом, для задачи P_3 имеем $z = 11$, $x_1 = 4$, $x_2 = 1$. Так как компоненты вектора решения целочисленные, то получаем новое значение текущего рекорда $R = 11$, $x_1^{\text{rec}} = 4$, $x_2^{\text{rec}} = 1$.

Имеем такое состояние дерева задач:



Далее необходимо рассматривать задачу P_4, как следующую незакрытую в последнем слое. Она строится из родительской задачи P_1 добавлением ограничения $x_2 \geq 3$.

Из последней симплекс-таблицы задачи P_1 имеем $x_2 = 7/4 - 1/4 \cdot s_2 + 1/4 \cdot s_3$. Отсюда получаем:

$$7/4 - 1/4 \cdot s_2 + 1/4 \cdot s_3 \geq 3 \Leftrightarrow -1/4 \cdot s_2 + 1/4 \cdot s_3 \geq 1/4 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 1/4 \cdot s_2 - 1/4 \cdot s_3 \leq -1/4 .$$

Добавляем новую остаточную переменную s_4 как базовую. Получаем $1/4 \cdot s_2 - 1/4 \cdot s_3 + s_4 = -1/4$.

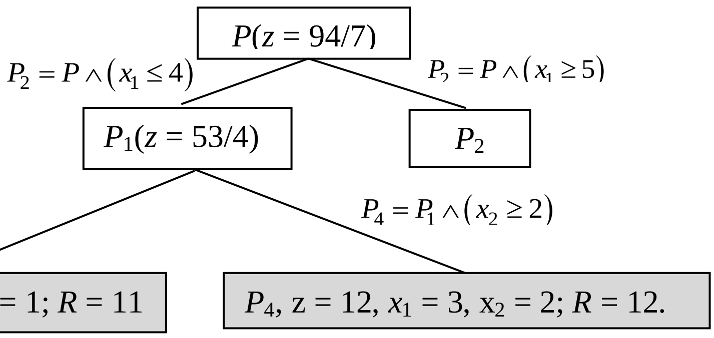
Добавляем это ограничение в последнюю симплекс-таблицу задачи P_1 и доводим таблицу до оптимальной с помощью двойственного симплекс-метода.

B	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	Реш.	Комм.
z	1	0	0	0	3/4	5/4	0	53/4	Не доп.
x_1	0	1	0	0	0	1	0	4	$B \to s_4$
x_2	0	0	1	0	1/4	–1/4	0	7/4	$s_3 \to B$
s_1	0	0	0	1	–1/4	–7/4	0	1/4	
s_4	0	0	0	0	1/4	–1/4	1	–1/4	
Z_j/A_{ij}	–	–	–	–	0	–5	–	–	

B	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	s_4	Реш.	Комм.
z	1	0	0	0	2	0	5	12	Опт.
x_1	0	1	0	0	1	0	4	3	
x_2	0	0	1	0	0	0	–1	2	
s_1	0	0	0	1	–2	0	–7	2	
s_3	0	0	0	0	–1	1	–4	1	

Таким образом, для задачи P_4 имеем $z = 12$, $x_1 = 3$, $x_2 = 2$. Так как компоненты вектора решения целочисленные и значение целевой функции $z = 12$ больше предыдущего значения рекорда $R = 11$, то получаем новое значение текущего рекорда $R = 12$, $x_1^{\text{rec}} = 3$, $x_2^{\text{rec}} = 2$.

Имеем такое состояние дерева задач:



Далее необходимо рассматривать задачу P_2, как следующую незакрытую в предпоследнем слое. Она строится из родительской задачи P добавлением ограничения $x_1 \geq 5$.

Из последней симплекс-таблицы задачи P имеем $x_1 = 29/7 - 4/7 \cdot s_1 + 1/7 \cdot s_2$.

Отсюда получаем:

$$29/7 - 4/7 \cdot s_1 + 1/7 \cdot s_2 \geq 5 \Leftrightarrow -4/7 \cdot s_1 + 1/7 \cdot s_2 \geq 6/7 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 4/7 \cdot s_1 - 1/7 \cdot s_2 \leq -6/7.$$

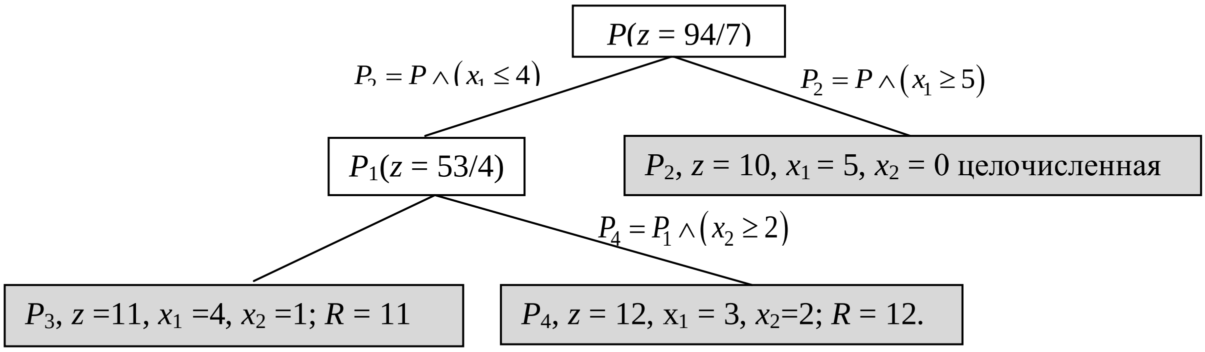
Добавляем новую остаточную переменную s_3 как базовую. Получаем $4/7 \cdot s_1 - 1/7 \cdot s_2 + s_3 = -6/7$. Добавляем это ограничение в последнюю симплекс-таблицу задачи P и доводим таблицу до оптимальной с помощью двойственного симплекс-метода.

B	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Реш.	Комм.
z	1	0	0	5/7	4/7	0	94/7	Не доп.
x_1	0	1	0	4/7	–1/7	0	29/7	$B \to s_3$
x_2	0	0	1	–1/7	2/7	0	12/7	$s_1 \to B$
s_3	0	0	0	4/7	–1/7	1	–6/7	
Zj/Aij	–	–	–	–	–4	–	–	

Получаем симплекс-таблицу:

B	z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	Реш.	Комм.
z	1	0	0	3	0	4	10	Опт.
x_1	0	1	0	0	0	–1	5	
x_2	0	0	1	1	0	2	0	
s_2	0	0	0	–4	1	–7	8	

Таким образом, для задачи P_2 имеем $z = 10$, $x_1 = 5$, $x_2 = 0$. Так как компоненты вектора решения целочисленные и значение целевой функции $z = 10$ меньше предыдущего значения рекорда $R = 12$, то сохраняем прежнее значение текущего рекорда $R = 12$, $x_1^{\text{rec}} = 3$, $x_2^{\text{rec}} = 2$.



Дерево вариантов (частных задач линейного программирования) полностью построены. Все вершины или закрыты или для них произведено ветвление. Оптимальным решением задачи являются параметры текущего рекордного решения на момент завершения построения дерева:

$$z_{\text{opt}} = 12,\ x_1^{\text{opt}} = 3,\ x_2^{\text{opt}} = 2.$$

4. Индивидуальные задания

№	Задание	№	Задание
1	$z = 2x_1 + 3x_2 \to \max;$ $2x_1 + x_2 \le 10;$ $x_1 + 4x_2 \le 13;$ $x_1,\ x_2 \ge 0;$ $x_1,\ x_2 \in Z.$	2	$z = 2x_1 + 3x_2 \to \max;$ $2x_1 + x_2 \le 10;$ $x_1 + 3x_2 \le 13;$ $x_1,\ x_2 \ge 0;$ $x_1,\ x_2 \in Z.$
3	$z = 2x_1 + 4x_2 \to \max;$ $2x_1 + x_2 \le 10;$ $x_1 + 3x_2 \le 13;$ $x_1,\ x_2 \ge 0;$ $x_1,\ x_2 \in Z.$	4	$z = 2x_1 + 4x_2 \to \max;$ $2x_1 + x_2 \le 9;$ $x_1 + 3x_2 \le 13;$ $x_1,\ x_2 \ge 0;$ $x_1,\ x_2 \in Z.$
5	$z = 3x_1 + 4x_2 \to \max;$ $2x_1 + x_2 \le 9;$ $x_1 + 3x_2 \le 13;$ $x_1,\ x_2 \ge 0;$ $x_1,\ x_2 \in Z.$	6	$z = 3x_1 + 4x_2 \to \max;$ $2x_1 + x_2 \le 11;$ $x_1 + 3x_2 \le 13;$ $x_1,\ x_2 \ge 0;$ $x_1,\ x_2 \in Z.$

№	Задание	№	Задание
7	$z=5x_1+4x_2\to\max;$ $2x_1+x_2\le 11;$ $x_1+3x_2\le 13;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$	8	$z=5x_1+4x_2\to\max;$ $3x_1+x_2\le 11;$ $x_1+3x_2\le 13;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$
9	$z=5x_1+4x_2\to\max;$ $3x_1+x_2\le 14;$ $x_1+3x_2\le 13;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$	10	$z=5x_1+4x_2\to\max;$ $3x_1+x_2\le 14;$ $x_1+4x_2\le 13;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$
11	$z=2x_1+4x_2\to\max;$ $3x_1+x_2\le 14;$ $x_1+4x_2\le 13;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$	12	$z=2x_1+4x_2\to\max;$ $3x_1+x_2\le 14;$ $x_1+4x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$
13	$z=2x_1+3x_2\to\max;$ $3x_1+x_2\le 14;$ $x_1+4x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$	14	$z=2x_1+3x_2\to\max;$ $3x_1+2x_2\le 17;$ $x_1+4x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$
15	$z=4x_1+3x_2\to\max;$ $3x_1+2x_2\le 17;$ $x_1+4x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$	16	$z=4x_1+3x_2\to\max;$ $3x_1+2x_2\le 19;$ $x_1+4x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$

№	Задание	№	Задание
17	$z=4x_1+3x_2\to\max;$ $3x_1+2x_2\le 19;$ $x_1+3x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$	18	$z=4x_1+2x_2\to\max;$ $3x_1+2x_2\le 19;$ $x_1+3x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$
19	$z=4x_1+2x_2\to\max;$ $3x_1+2x_2\le 21;$ $x_1+3x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$	20	$z=4x_1+3x_2\to\max;$ $3x_1+2x_2\le 21;$ $x_1+3x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$
21	$z=4x_1+3x_2\to\max;$ $3x_1+2x_2\le 23;$ $x_1+3x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$	22	$z=4x_1+3x_2\to\max;$ $4x_1+2x_2\le 23;$ $x_1+3x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$
23	$z=4x_1+5x_2\to\max;$ $4x_1+2x_2\le 23;$ $x_1+3x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$	24	$z=4x_1+5x_2\to\max;$ $4x_1+2x_2\le 24;$ $x_1+3x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$
25	$z=2x_1+5x_2\to\max;$ $4x_1+2x_2\le 24;$ $x_1+3x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$	26	$z=2x_1+5x_2\to\max;$ $4x_1+2x_2\le 26;$ $x_1+3x_2\le 15;$ $x_1,\ x_2\ge 0;$ $x_1,\ x_2\in Z.$

5. Контрольные вопросы

1. Как осуществляется ветвление выбранной частной задачи линейного программирования в дереве задач?
2. Какова политика ветвления, то есть, какая незакрытая вершина дерева задач выбирается для ветвления на очередном шаге?
3. Что такое текущий рекорд в алгоритме ветвей и границ и как он формируется?
4. Как находится искомое оптимальное решение данной целочисленной задачи линейного программирования после завершения работы алгоритма ветвей и границ?
5. Какие частные задачи являются листьями окончательного дерева задач в методе ветвей и границ?
6. В каких случаях определенная частная задача закрывается в ходе работы алгоритма метода ветвей и границ?