



Рабочая программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования направления подготовки 38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата) и на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 «Экономика», профиль «Финансы и кредит», одобренного ученым советом университета, протокол № 5 от «29» декабря 2015 г.

Рабочая программа обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе для обучения студентов по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика», профиль «Финансы и кредит», на заседании кафедры высшей математики «13» января 2016г., протокол № 7.

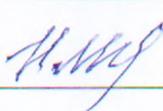
Зав.кафедрой высшей математики



к.т.н., доцент

Бойцова Е. А.

Разработчик программы



к.т.н., доцент

Моргунова Н.А.

Согласовано: на заседании кафедры финансов и кредита «19» 01 2016г.,  
протокол № 9

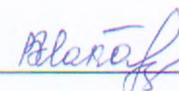
*(название кафедры, дата, номер протокола)*

Зав.кафедрой

  
*(подпись заведующего кафедрой)*

Калмыкова Т.С.

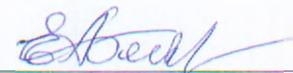
Директор научной библиотеки



Макаровская В. Г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 «Экономика», профиль «Финансы и кредит», одобренного ученым советом университета, протокол № 8 от «28» 03 2016 г., на заседании кафедры высшей математики «31» августа 2016 г., протокол № 1.

Зав. кафедрой



к.т.н., доцент Бойцова Е. А.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 «Экономика», профиль «Финансы и кредит», одобренного ученым советом университета, протокол № 5 от «30» 01 2017 г., на заседании кафедры высшей математики «30» августа 2017 г., протокол № 1.

Зав. кафедрой



к.т.н., доцент Бойцова Е. А.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 Экономика, одобренного ученым советом университета, протокол № 9 «26» 03 2018 г., на заседании кафедры высшей математики «29» 08 2018 г., протокол № 1.

(наименование кафедры, дата, номер протокола)

Зав. кафедрой

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 Экономика, одобренного ученым советом университета, протокол № 7 «29» 03 2019 г., на заседании кафедры высшей математики «29» 08 2019 г., протокол № 1.

(наименование кафедры, дата, номер протокола)

Зав. кафедрой

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 Экономика, одобренного ученым советом университета, протокол № 7 «25» 02 2020 г., на заседании кафедры высшей математики «29» 06 2020 г., протокол № 1.

(наименование кафедры, дата, номер протокола)

Зав. кафедрой

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 Экономика, одобренного ученым советом университета, протокол № 7 «25» 02 2020 г., на заседании кафедры высшей математики «01» 07 2021 г., протокол № 14.

(наименование кафедры, дата, номер протокола)

Зав. кафедрой

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 Экономика, одобренного ученым советом университета, протокол № 7 «25» 02 2020 г., на заседании кафедры высшей математики «29» 06 2022 г., протокол № 12.

(наименование кафедры, дата, номер протокола)

Зав. кафедрой

**1 Цель и задачи дисциплины. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

### **1.1 Цели дисциплины**

Изучение вероятностных закономерностей, возникающих при взаимодействии большого числа случайных факторов массовых однородных случайных явлений в науке, а также математических методов систематизации и использования статистических данных для научных выводов.

### **1.2 Задачи дисциплины**

- изучение фундаментальных теоретических положений теории вероятностей и математической статистики с целью их применения к решению прикладных задач и построению вероятностных моделей;
- овладение инструментарием для решения вероятностных и статистических задач в своей предметной области;
- изучение вероятностных моделей;
- изучение статистических методов.

**1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Обучающиеся должны

**знать:**

- основные понятия теории вероятностей,
- основные теоремы теории вероятностей,
- понятие повторных испытаний,
- понятия дискретной и непрерывной случайных величин, способы их задания и характеристики,
- законы распределения: биномиальный, геометрический, нормальный, равномерный, показательный;
- знать методы сбора, обработки и хранения статистических данных;
- закон больших чисел;
- знать теорию построения вероятностных моделей и теорию проверки статистических гипотез.

**уметь:**

- находить вероятности случайных событий,
- вычислять основные характеристики случайных величин,
- строить законы распределения дискретной случайной величины,
- проводить оценку вероятностей наступления событий в повторных испытаниях по точной формуле Бернулли и по приближенным формулам Лапласа и Пуассона,
- оценивать вероятности событий с помощью теорем Чебышева и Бернулли;
- применять теорию построения вероятностных моделей и теорию проверки статистических гипотез.

**владеть:**

- инструментарием для решения вероятностных и статистических задач в своей предметной области;
- вероятностными моделями;
- статистическими методами;
- методами построения вероятностных моделей и теорией проверки статистических гипотез;
- математической культурой, позволяющей применять вероятностные модели и статистические методы при решении экономических задач.

У обучающихся формируются следующие компетенции:

- способность к самоорганизации и образованию (ОК-7);
- способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2).

**2 Указание места дисциплины в структуре образовательной программы**

«Теория вероятностей и математическая статистика» представляют дисциплину с индексом Б1.Б.9 базовой части учебного плана направления подготовки 38.03.01 – Экономика, изучаемую на 1 курсе во 2 семестре.

**3 Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 2 зачетные единицы (з.е.), 72 академических часов.

Таблица 3.1 – Объем дисциплины

Объем дисциплины	Всего, часов
Общая трудоемкость дисциплины	72
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	36,1
в том числе:	
лекции	18
лабораторные занятия	18
практические занятия	0
экзамен	не предусмотрен
зачет	0,1
курсовая работа (проект)	не предусмотрена
расчетно-графическая (контрольная) работа	0,6
Аудиторная работа (всего):	36
в том числе:	
лекции	18
лабораторные занятия	18
практические занятия	0
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	<del>36</del> 35,9
Контроль/экз (подготовка к экзамену)	0

#### 4 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1 Содержание дисциплины

Таблица 4.1.1 – Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Содержание
1	2	3
1	Основные понятия теории вероятностей	Понятия испытания, случайного события, вероятности случайного события. Свойство статистической устойчивости частот. Способы нахождения вероятностей: статистический, классический, геометрический. Несовместные события, полная группа событий, исходы испытания. Элементы комбинаторики: сочетания, размещения, перестановки.
2	Теоремы сложения и умножения вероятностей	Операции над событиями (сумма, произведение, противоположное событие) и их свойства. Понятие Булевой алгебры. Условная вероятность, независимые события. Теорема умножения вероятностей и ее обобщения. Теорема сложения вероятностей и ее обобщения и следствия. Формулы полной вероятности и Байеса.
3	Повторные испытания	Схема Бернулли с параметрами $n$ и $p$ . Формула Бернулли. Наиболее вероятное значение числа появлений события в последовательности испытаний. Локальная формула Лапласа. Функция $f(x)$ и ее свойства. Формула Пуассона. Интегральная формула Лапласа. Функция Лапласа и ее свойства. Вероятность заданного отклонения частоты появления события от вероятности его появления в одном испытании. Закон больших чисел в форме Бернулли.
4	Случайные величины, их распределения и числовые характеристики	Понятие случайной величины. Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Математическое ожидание случайной величины, его свойства. Математическое ожидание функции случайной величины. Начальные и центральные моменты случайной величины. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение случайной величины. Числовые характеристики для распределений: равномерного, биномиального, пуассоновского. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Непрерывные случайные величины и плотность их распределения. Свойства плотности распределения. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Равномерное, показательное и нормальное распределения. Некоторые специальные распределения, используемые в математической статистике. Элементы корреляционного анализа. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Прямые регрессии. Закон больших чисел. Центральная предельная

1	2	теорема.	3
5	Элементы математической статистики	Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Вариационные ряды. Полигон, гистограмма, эмпирическая функция распределения.	
6	Статистические оценки параметров распределения	Точечные и интервальные статистические оценки математического ожидания и дисперсии, корреляционного момента и коэффициента корреляции.	
7	Проверка статистических гипотез	Понятия статистической гипотезы, критерия, критической области. Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности. Проверка гипотез о равенстве дисперсий и математических ожиданий. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции.	

Таблица 4.1.2 – Содержание дисциплины и его методическое обеспечение

№ п/п	Раздел, темы дисциплины	Виды деятельности			Учебно-методические материалы	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра).	Компетенции
		лек,час	№ лаб. зан	№ пр.зан			
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Основные понятия теории вероятностей	2	1-2		ОУ-1,2 ДУ-3-5 МУ-1,5,6	М1: 1-5 ЛР-23: 1-4	ОК-7 ОПК-2
2	Теоремы сложения и умножения вероятностей	2			ОУ-1,2 ДУ-3-5 МУ-1,3,5		ОК-7 ОПК-2
3	Повторные испытания	4	3-4		ОУ-1,2 ДУ-3-5 МУ-3	М2: 6-10 ЛР-25: 5-8	ОК-7 ОПК-2
4	Случайные величины, их распределения и числовые характеристики	4	5-6		ОУ-1,2 ДУ-3-5 МУ-3	ЛР-26: 9-12	ОК-7 ОПК-2
5	Элементы математической статистики	2	7-9		ОУ-1,2 ДУ-3,4 МУ-2,4	М3: 11-16 ЛР-28: 13-18	ОК-7 ОПК-2
6	Статистические оценки параметров распределения	2	9-11		ОУ-1,2 ДУ-3,4 МУ-2,4		ОК-7 ОПК-2
7	Проверка статистических гипотез	2	12-15		ОУ-1,2 ДУ-3,4 МУ-2,4,7	К <sub>0</sub> : 17-18	ОК-7 ОПК-2

М – модуль, К<sub>0</sub> – коллоквиум

## 4.2 Лабораторные работы и (или) практические занятия

Таблица 4.2.1 – Лабораторные занятия

№	Наименование лабораторной работы	Объем, час.
1	2	3
1	ЛР-24 Геометрические вероятности	4
2	ЛР-25 Повторные испытания	4
3	ЛР-26 Дискретные случайные величины	4
4	ЛР-28 Расчет числовых характеристик случайной величины из опыта	6
Итого		18

Практические занятия не предусмотрены

## 4.3 Самостоятельная работа студентов (СРС)

Таблица 4.3 – Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Срок выполнения, нед.	Время, затрачиваемое на выполнение СРС, час.
1	2	3	4
1-2	Основные понятия теории вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей	1-4	6
3	Повторные испытания	5-8	6
4	Случайные величины, их распределения и числовые характеристики	9-12	6
5-7	Элементы математической статистики. Статистические оценки параметров распределения. Проверка статистических гипотез	13-17	6
	Подготовка к зачету	1-18	12
	Всего		36

## 5 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Студенты могут при самостоятельном изучении отдельных тем и вопросов дисциплин пользоваться учебно-наглядными пособиями, учебным оборудованием и методическими разработками кафедры в рабочее время, установленное Правилами внутреннего распорядка работников.

Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по данной дисциплине организуется:

*библиотекой университета:*

- библиотечный фонд укомплектован учебной, методической, научной, периодической, справочной и художественной литературой в соответствии с УП и данной РПД;

- доступ к основным информационным образовательным ресурсам, информационной базе данных, в том числе библиографической, возможность выхода в интернет.

*кафедрой:*

- путем обеспечения доступности всего необходимого учебно-методического и справочного материала;

- путем предоставления сведений о наличии учебно-методической литературы, современных программных средств;

- путем разработки:

- методических рекомендаций, пособий по организации самостоятельной работы студентов;

- заданий для самостоятельной работы;

- нулевых вариантов тестов для текущего и итогового контроля и т.д.

*типографией университета:*

- помощь авторам в подготовке и издании научной, учебной и методической литературы;

- удовлетворение потребности в тиражировании научной, учебной и методической литературы.

## 6 Образовательные технологии

В соответствии с требованиями ФГОС и Приказа Минобрнауки РФ от 05.04.2017 №301 реализация компетентностного подхода должна предусматривать широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков студентов.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет около 22% аудиторных занятий согласно учебному плану.

Таблица 6.1 – Интерактивные образовательные технологии, используемые при проведении аудиторных занятий

№	Наименование раздела (лекции, практического или лабораторного занятия)	Используемые интерактивные образовательные технологии	Объем, час.
1	Случайные величины, их распределения и числовые характеристики	Лекция-визуализация, диалог. Работа с персональным компьютером.	2 2
2	Статистические оценки параметров распределения	Работа с персональным компьютером.	2 2
		Лекции	4
		Лабораторные работы	4
	Итого		8

## 7 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Таблица 7.1 – Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и содержание компетенции	Этапы формирования компетенций и дисциплины (модули), при изучении которых формируется данная компетенция		
	начальный	основной	завершающий
1	2	3	4
– способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-7)	Линейная алгебра, математический анализ	Теория вероятностей и мат. статистика, методы оптимальных решений, информатика, профессиональная компьютерная программа	Планирование профессиональной карьеры
- способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2)	Линейная алгебра, математический анализ	Теория вероятностей и мат. статистика, методы оптимальных решений, информатика, профессиональная компьютерная программа	Планирование профессиональной карьеры

Таблица 7.2 – Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции (или ее части)	Показатели оценивания компетенций	Уровни сформированности компетенции		
		Пороговый (удовлетворительно)	Продвинутый (хорошо)	Высокий (отлично)
1	2	3	4	5
ОК-7	1. Доля освоенных обучающимся знаний, умений, навыков от общего объема ЗУН, установленных в п. 1.3 РПД 2. Качество освоения	Знать: базовый материал. Уметь: решать простейшие стандартные задачи. Владеть: минимально необходимой математической культурой	Знать: основной материал. Уметь: уверенно решать основные задачи. Владеть: математической культурой, достаточной для решения большин-	Знать: полностью с основными деталями весь материал. Уметь: свободно решать, обобщать, анализировать предлагаемые задачи. Владеть: высокой математической культу-

	ных обучающимся знаний, умений, навыков 3. Умение применять знания, умения, навыки в типовых и нестандартных ситуациях	при оценке эффективности результатов деятельности в различных областях.	ства профессиональных задач.	рой, широким кругозором, инструментарием для решения исследовательских задач в различных сферах экономики
ОПК-2	1. Доля освоенных обучающимся знаний, умений, навыков от общего объема ЗУН, установленных в п.1.3 РПД 2. Качество освоенных обучающимся знаний, умений, навыков 3. Умение применять знания, умения, навыки в типовых и нестандартных ситуациях	Знать: базовый материал. Уметь: решать простейшие стандартные задачи. Владеть: минимально необходимой математической культурой при оценке эффективности результатов деятельности в различных областях.	Знать: основной материал. Уметь: уверенно решать основные задачи. Владеть: математической культурой, достаточной для решения большинства профессиональных задач.	Знать: полностью с основными деталями весь материал. Уметь: свободно решать, обобщать, анализировать предлагаемые задачи. Владеть: высокой математической культурой, широким кругозором, инструментарием для решения исследовательских задач в различных сферах экономики

### 7.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Таблица 7.3 – Паспорт комплекта оценочных средств для текущего контроля

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Технология формирования	Оценочные средства		Описание шкал оценивания
				наименование	№№ заданий	
1	2	3	4	5	6	7
1	Основные понятия теории вероятностей	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из модуля 1 и ЛР23.	М1 К1	1-6 1-2 1-2	Согласно табл. 7.2

1	2	3	4	5	6	7
2	Теоремы сложения и умножения вероятностей	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из модуля 1 и ЛР23.	М1 Т1 К <sub>л</sub>	7-10 1-10 3-4 3-4	Согласно табл. 7.2
3	Повторные испытания	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из модуля 2 и ЛР25.	М2 Т2 К <sub>л</sub>	1-7 1-10 5 5	Согласно табл. 7.2
4	Случайные величины, их распределения и числовые характеристики	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из модуля 3 и ЛР26.	М3 Т3 К <sub>л</sub>	8-11 1-10 6-9 6-9	Согласно табл. 7.2
5	Элементы математической статистики	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из ЛР28.	К <sub>л</sub>	10-12 10-12	Согласно табл. 7.2
6	Статистические оценки параметров распределения	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из ЛР28.	К <sub>л</sub>	10-12 10-12	Согласно табл. 7.2

1	2	3	4	5	6	7
7	Проверка статистических гипотез	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из ЛР28.	$K_{II}$	10-12 10-12	Согласно табл. 7.2

M – модуль,  $K_{II}$  – коллоквиум, T – тест

### Примеры типовых контрольных заданий для текущего контроля

#### Рубежный тест 16 – Расчет вероятностей случайных событий

Вариант № \_\_\_\_ 0 \_\_\_\_

- Если множества B, C и D попарно не пересекаются и содержат соответственно 5, 4 и 3 элемента,  $A = B \cup C \cup D$ , то число всех сочетаний S из элементов множества A по 4, таких, что  $S \cap B \neq \emptyset$ ,  $S \cap C \neq \emptyset$ ,  $S \cap D \neq \emptyset$ , равно \_\_\_\_\_.  
1) 495    2)\* 270    3) 126    4) 70    5) 60
- Число разных флагов, состоящих из трех горизонтальных полос разного цвета, которые можно составить при наличии материала пяти разных цветов, равно \_\_\_\_\_.  
1) 10    2)\* 60    3) 84    4) 125    5) 504
- Число различных способов рассадить 3-х мужчин и 3-х женщин за круглый стол с шестью стульями так, чтобы мужчины не сидели рядом, равно \_\_\_\_\_.  
1) 2    2) 20    3) 36    4)\* 72    5) 720
- При проверке партии семян на всхожесть из 10000 семян, случайным образом отобранных из партии, проросли и дали всходы 9237 семян. Тогда статистическая вероятность того, что семя даст всходы ("всхожесть семян"), равна \_\_\_\_\_.  
1) 0,0763    2) 0,0826    3)\* 0,9237    4) 1,0826    5) 923,7
- A и B и еще 8 человек стоят в очереди. Вероятность того, что A и B отделены друг от друга двумя лицами, равна \_\_\_\_\_.  
1)  $\frac{1}{45}$     2)  $\frac{7}{90}$     3)  $\frac{1}{15}$     4)  $\frac{2}{15}$     5)\*  $\frac{7}{45}$
- В правильный треугольник  $T_1$  со стороной  $a = 2$  вписан круг K, а в круг K вписан правильный треугольник  $T_2$ . Тогда вероятность того, что точка, наудачу выбранная в треугольнике  $T_1$ , принадлежит треугольнику  $T_2$ , равна \_\_\_\_\_.  
1)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$     2)\*  $\frac{1}{4}$     3)  $\frac{3\sqrt{3}}{16}$     4)  $\frac{1}{3}$     5)  $\frac{3}{8}$

7. Из урны, содержащей 1 белый и 4 черных шара, поочередно и наудачу, извлекают шары до тех пор, когда будет вынут белый шар. Тогда вероятность того, что будут извлечены три шара, равна \_\_\_\_\_.

- 1)  $\frac{12}{125}$     2)  $\frac{16}{125}$     3)\*  $\frac{1}{5}$     4)  $\frac{1}{4}$     5)  $\frac{4}{15}$

8. Из урны, содержащей 6 белых и 4 черных шара, наудачу вынимают два шара. Вероятность того, что шары одного цвета, равна \_\_\_\_\_.

- 1)  $\frac{2}{15}$     2)  $\frac{1}{3}$     3)  $\frac{5}{12}$     4)\*  $\frac{7}{15}$     5)  $\frac{1}{2}$

9. В первой урне 1 черный и 4 белых шара, во второй урне 2 белых и 3 черных шара, а третья урна шаров не содержит. Из первой и второй урн выбирают наудачу по одному шару и бросают их в третью урну. Тогда, вероятность того, что шар, извлеченный наудачу из третьей урны, белый, равна \_\_\_\_\_.

- 1) 0,4    2) 0,5    3)\* 0,6    4) 0,7    5) 0,8

10. В урне находятся три шара, которые могут быть белыми или черными. Все четыре предположения о первоначальном составе шаров по цвету равновероятны. Произведены два опыта, состоящие в извлечении из урны одного шара, фиксации его цвета и возвращении шара в урну. При этом оба извлеченных шара оказались белыми. Тогда вероятность того, что в урне все шары белые, равна \_\_\_\_\_.

- 1)  $\frac{1}{3}$     2)  $\frac{4}{9}$     3)\*  $\frac{9}{14}$     4)  $\frac{5}{7}$     5) 1

### ТЕСТ – КОЛЛОКВИУМ

ВАРИАНТ \_\_\_\_0\_\_\_\_

(Все задания оцениваются по 3 балла)

1. Число способов выбрать 6 различных заданий (в любом порядке) из 20 заданий теста равно  
1) 105    2) 720    3)\* 38760    4) 27907200    5) 64000000

2. В квадрат  $K_1$  со стороной  $a = 1$  вписан круг  $K$ , а в круг  $K$  вписан квадрат  $K_2$ . Вероятность того, что точка, наугад выбранная в квадрате  $K_1$ , принадлежит квадрату  $K_2$ , равна

- 1)  $\frac{1}{4}$     2)  $\frac{1}{3}$     3)\*  $\frac{1}{2}$     4)  $\frac{2}{3}$     5)  $\frac{3}{4}$

3. В первой урне 3 белых и 2 черных шара, а во второй урне 2 белых и 3 черных шара. Из каждой урны наудачу вынимают по одному шару. Вероятность того, что хотя бы один из вынутых шаров черный, равна

- 1) 1    2)  $\frac{1}{2}$     3)  $\frac{13}{25}$     4)\*  $\frac{19}{25}$     5)  $\frac{6}{25}$

4. На фабрике, изготавливающей болты, первая машина производит 25%, вторая - 35%, третья - 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5%, 4% и 2%. Вероятность того, что случайно выбранный болт, изготовленный фабрикой, дефектный, равна

- 1) 0,0335    2)\* 0,0345    3) 0,0355    4) 0,0365    5) 0,0375

5. Вероятность того, что при четырехкратном бросании игральной кости 6 очков выпадет ровно два раза, равна

- 1)  $\frac{1}{36}$     2)  $\frac{1}{6}$     3)  $\frac{25}{1296}$     4)\*  $\frac{25}{216}$     5)  $\frac{25}{36}$

6. Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения

X	1	2	3	4
P	0,2	0,3	0,3	0,2

Тогда дисперсия случайной величины  $X$  равна

- 1)\* 1,05    2) 2,5    3) 4,8    4) 7,3    5) 13,55

7. Случайная величина  $X$  имеет плотность распределения

$$p(x) = \begin{cases} 0 & , x < -2, \\ \frac{3}{32}(4-x^2) & , -2 < x < 2, \\ 0 & , x > 2. \end{cases}$$

Тогда вероятность того, что случайная величина  $X$  примет значение из интервала  $(-1; 1)$ , равна

- 1)  $\frac{13}{16}$     2)  $\frac{13}{24}$     3)\*  $\frac{11}{16}$     4)  $\frac{11}{24}$     5) 0

8. Функция распределения случайной величины  $X$  имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 1, \\ \ln x & , 1 \leq x \leq e, \\ 1 & , x > e. \end{cases}$$

Медиана  $m$  случайной величины  $X$ , определяемая из условия  $F(m) = \frac{1}{2}$ , равна

- 1)\*  $\sqrt{e}$     2)  $\sqrt[3]{e}$     3)  $\frac{e}{2}$     4)  $\frac{e+1}{2}$     5)  $\frac{e^2}{4}$

9. Нормально распределённая случайная величина  $X$  имеет математическое ожидание  $M(X) = -1$  и среднеквадратическое отклонение  $\sigma(X) = 2$ . Тогда её плотность распределения имеет вид

1)  $p(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{18}}$     2)  $p(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{8}}$

3)  $p(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+1)^2}{32}}$     4)\*  $p(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{(x+1)^2}{8}}$

5)  $p(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x+1)^2}{4}}$

10. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма 10.

X	1	2	3	4
P	2	3	4	1

Тогда выборочное среднее равно

- 1) 2,2    2) 2,3    3)\* 2,4    4) 2,5    5) 2,6

11. В условиях предыдущей задачи исправленная выборочная дисперсия, округлённая до третьего знака после запятой, равна

- 1) 0,833    2) 0,840    3) 0,867    4) 0,917    5)\* 0,933
12. Из нормально распределённой генеральной совокупности извлечена выборка объёма 16. По выборке найдены выборочное среднее  $\bar{X} = 5$  и исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение  $S^* = 4$ . Тогда доверительный интервал для генерального математического ожидания, соответствующий доверительной вероятности 0,95, имеет вид
- 1)\* ( 2,87; 7,13 )    2) ( 3,87; 6,13 )    3) ( 2,85; 7,15 )  
 4) ( 2,05; 7,95 )    5) ( 3,05; 6,95 )

## Перечень вопросов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

### ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Понятия испытания и случайного события. Частота появления случайного события. Свойство статистической устойчивости частот. Понятие вероятности случайного события. Статистическое определение вероятности случайного события. Свойства вероятности (с док-вом).
2. Определения: несовместных событий; полной группы событий; исходов испытания; пространства элементарных событий; исходов благоприятствующих - неблагоприятствующих случайному событию. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности (с док-вом). Математическая модель испытания и случайного события.
3. Геометрическое определение вероятности. Привести пример. Свойства вероятности (с док-вом).
4. Элементы комбинаторики: сочетания, размещения, перестановки и формулы для подсчета их числа (доказать одну из формул).
5. Противоположное событие. Операции над событиями и их свойства (док-ть некоторые свойства). Понятие булевой алгебры.
6. Теорема сложения вероятностей и её следствия (с док-вом).
7. Условная вероятность: определение и вычисление (с док-вом). Теорема умножения вероятностей. Независимые события.
8. Следствия из теорем сложения и умножения вероятностей (док-ть одно из следствий): формула полной вероятности; формула Байеса; вероятность суммы независимых в совокупности событий.
9. Последовательности испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли (с док-вом). Производящая функция (в схемах Бернулли и Пуассона).
10. Наивероятнейшее число появлений случайного события в схеме Бернулли (определение, док-во неравенства).
11. Локальная теорема Муавра-Лапласа (без док-ва). Локальная формула Муавра-Лапласа (обосновать). Функция Гаусса, её свойства и график. Погрешность локальной формулы Муавра - Лапласа.
12. Теорема Пуассона (с док-вом). Формула Пуассона (обосновать).
13. Интегральная теорема Лапласа (без док-ва). Интегральная формула Лапласа (с док-вом). Функция Лапласа, её свойства и график. Погрешность интегральной формулы Лапласа.
14. Вероятность заданного отклонения частоты случайного события от его вероятности появления одним испытанием в схеме Бернулли (с док-вом).
15. Закон больших чисел в форме Бернулли (с док-вом). Понятие сходимости последовательности чисел по вероятности.
16. Понятие случайной величины. Примеры случайных величин. Дискретные случайные величины: определение; закон распределения; многоугольник распределения. Примеры дискретных законов распределения: равномерное; биномиальное; гипергеометрическое; Пуассона; геометрическое.

17. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его вероятностный смысл (с док-вом). Свойства математического ожидания (док-ть одно из свойств). Математическое ожидание функции случайной величины.
18. Дисперсия случайной величины, её вероятностный смысл и свойства (док-ть одно из свойств). Вычисление дисперсии дискретной случайной величины. Доказать формулу  $D(X) = M(X^2) - M^2(X)$ . Определение среднего квадратического отклонения.
19. Функция распределения случайной величины и её свойства (док-ть одно из свойств). Функция распределения дискретной случайной величины (её связь с законом распределения).
20. Понятие случайной величины. Непрерывные случайные величины. Свойства непрерывных случайных величин (док-ть одно из свойств). Понятие плотности распределения непрерывной случайной величины. Свойства плотности распределения непрерывной случайной величины (док-ть одно из свойств). Взаимосвязь между функцией распределения и плотностью распределения.
21. Числовые характеристики непрерывной случайной величины (определения и формулы для вычисления): математическое ожидание; дисперсия; среднее квадратическое отклонение.
22. Равномерное распределение на отрезке: плотность распределения (определение); функция распределения (вывод); основные числовые характеристики (с док-вом).
23. Показательное распределение: плотность распределения (определение); функция распределения (вывод); основные числовые характеристики (с док-вом); вероятностный смысл параметра  $\lambda$  распределения. Показательный закон надежности.
24. Нормальное распределение: плотность распределения (определение); функция распределения (вывод); основные числовые характеристики (с док-вом). Вероятностный смысл параметров нормального распределения.
25. Для нормального закона распределения записать и доказать формулы для вычисления вероятностей:  $P(\alpha < \xi < \beta)$ ,  $P(|\xi - a| < \delta)$ . Правило "трех сигм" ("двух сигм").
26. Определение моментов (начальных, центральных, абсолютных) случайных величин, асимметрии, эксцесса. Простейшие соотношения между моментами. Формулы для моментов нормально распределенной случайной величины (с док-вом).
27. Неравенство Чебышёва (две формы записи, с док-вом).
28. Закон больших чисел. Теоремы Маркова, Чебышёва, Бернулли (формулировки; доказать одну из теорем). Значение закона больших чисел.
29. Центральная предельная теорема (формулировка, значение этой теоремы).
30. Функция распределения двумерной (конечномерной) случайной величины и её свойства (доказать одно из свойств). Плотность распределения непрерывной двумерной (конечномерной) случайной величины и её свойства (доказать одно из свойств). Формулы для вычисления ковариации и коэффициента корреляции (без док-ва).
31. Функция распределения и плотность распределения суммы двух непрерывных случайных величин (свертка распределений, с доказательством).
32. Ковариация (корреляционный момент) двух случайных величин и её свойства (доказать одно из свойств и формулу  $\text{cov}(X, Y) = M(X \cdot Y) - M(X) \cdot M(Y)$ ). Понятие корреляционной зависимости.
33. Коэффициент корреляции и его свойства (доказать одно из свойств). Понятие корреляционной зависимости. Коэффициент корреляции и линейная функциональная зависимость между случайными величинами.
34. Понятие регрессионной зависимости между случайными величинами. Метод наименьших квадратов. Линейная среднеекватическая регрессия. (формулировка теоремы, без док-ва). Остаточная дисперсия. Прямые линии среднеекватической регрессии.

## ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

1. Основные понятия математической статистики: понятия генеральной и выборочной совокупностей; определение выборки из генеральной совокупности с функцией распределения  $F(x)$ ; дис-

- кретный вариационный ряд, статистическое распределение выборки и полигон; эмпирическая функция распределения; интервальный вариационный ряд и гистограмма.
2. Понятие точечной статистической оценки параметра распределения. Требования предъявляемые к статистическим оценкам ( несмещенность, состоятельность, эффективность).
  3. Точечная статистическая оценка неизвестного математического ожидания и её свойства (доказать одно из свойств).
  4. Точечные статистические оценки неизвестной дисперсии (среднего квадратического отклонения): выборочная дисперсия; исправленная выборочная дисперсия. Свойства этих оценок.
  5. Интервальные статистические оценки параметров распределений. Доверительный интервал. Надежность и точность интервальной оценки.
  6. Доверительный интервал для неизвестного математического ожидания нормального распределения (два случая: при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении - с док-вом).
  7. Доверительный интервал для неизвестного среднего квадратического отклонения (дисперсии) нормального распределения (с док-вом).
  8. Понятие статистической гипотезы. Нулевая и альтернативная гипотезы. Статистический критерий. Критическая область и область принятия гипотезы. Ошибки 1-го и 2-го рода. Общее правило проверки статистической гипотезы.
  9. Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности по критерию  $\chi^2$ . Проверка гипотезы о нормальности распределения генеральной совокупности.
  10. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин. Критерий Фишера-Снедекора.
  11. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормально распределенных случайных величин (два случая: дисперсии известны; дисперсии неизвестны и одинаковые).
  12. Точечные статистические оценки для ковариации и коэффициента корреляции. Их свойства. Эмпирические прямые регрессии.
  13. Доверительный интервал для неизвестного коэффициента корреляции двух нормально распределенных случайных величин.
  14. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции двух нормально распределенных случайных величин.

Замечание. Каждый из вопросов при включении в экзаменационный тест оценивается в 2 балла.

#### **7.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, регулируются следующими нормативными актами университета:

- Положение П 02.016–2015 «О балльно-рейтинговой системе оценки качества освоения образовательных программ»;
- методические указания, используемые в образовательном процессе, указанные в списке литературы.

Для текущего контроля по дисциплине в рамках действующей в университете балльно-рейтинговой системы применяется следующий порядок начисления баллов:

Таблица 7.4 – Порядок начисления баллов в рамках БРС

Форма контроля	Минимальный балл		Максимальный балл	
	балл	примечание	балл	примечание
1	2	3	4	5
М – Расчет вероятностей случайных событий	5	Выполнил верно минимум половину заданий теста	10	Выполнил верно все задания теста
М – Повторные испытания. Закон больших чисел. Дискретная случайная величина	5	Выполнил верно минимум половину заданий теста	10	Выполнил верно все задания теста
Ко – Вероятностные модели	10	Выполнил верно минимум половину заданий теста	20	Выполнил верно все задания теста
СРС	4		8	
Итого	24		48	
Посещаемость	0	Не посетил занятий	16	Посетил все занятия
Экзамен	0	Выполнил все задания неверно	36	Выполнил все задания верно
<b>Итого</b>	<b>24</b>		<b>100</b>	

Для промежуточной аттестации, проводимой в форме тестирования, используется следующая методика оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности. В каждом варианте КИМ - 16 заданий (15 вопросов и одна задача).

Каждый верный ответ оценивается следующим образом:

- задание в закрытой форме – 2 балла,
- задание в открытой форме – 2 балла,
- задание на установление соответствия – 2 балла,
- решение задачи – 6 баллов.

Максимальное количество баллов за тестирование – 36 баллов.

## 8 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### 8.1 Основная учебная литература

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учебное пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - М. : Юрайт, 2012.- 479 с.
2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учебное пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2011. - 404 с.

### 8.2 Дополнительная литература

3. Захаров, В.К. Теория вероятностей [Текст] : учебник. / В.К.Захаров, Б.А. Севастьянов, В.П.Чистяков. -М.: Наука, 1983.- 160с.

4. Агапов, Г.И. Задачник по теории вероятностей [Текст] : учебное пособие для студентов вузов./ Г.И.Агапов. - М.: Высшая школа, 1986.- 80с.
5. Кочетков, Е.С. Теория вероятностей в задачах и упражнениях [Текст] : учебное пособие / Е. С. Кочетков, С. О. Смерчинская. - М. : Форум, 2005. - 480 с.

### **8.3 Перечень методических указаний**

1. Расчет вероятностей случайных событий [Электронный ресурс] : методические указания и индивидуальные задания к модулю №11 / Юго-Западный государственный университет. Кафедра высшей математики; сост.: Е.В. Журавлева, Е.А. Панина. - Курск : ЮЗГУ, 2011. - 50 с.
2. Элементы математической статистики и корреляционного анализа [Электронный ресурс] : методические указания и индивидуальные задания к модулю №15 / Юго-Западный государственный университет. Кафедра высшей математики ; сост.: Е.В. Журавлева, Е.А. Панина. - Курск : ЮЗГУ, 2012. - 35 с.
3. Повторные испытания. Случайные величины [Электронный ресурс] : методические указания по выполнению модуля №17 / Юго-Западный государственный университет. Кафедра высшей математики ; сост.: Е.В. Журавлева, Е.А. Панина. - Курск : ЮЗГУ, 2013. - 49 с.
4. Расчет числовых характеристик [Электронный ресурс] : методические указания к выполнению лабораторной работы № 16 / Юго-Западный государственный университет. Кафедра высшей математики ; сост.: Е.В. Журавлева. - Курск : ЮЗГУ, 2013.-37 с.
5. Расчет вероятностей случайных событий [Электронный ресурс] : методические указания по выполнению лабораторной работы / Юго-Западный государственный университет. Кафедра высшей математики ; сост.: Н.К. Зарубина, Н.Б. Федорова - Курск : ЮЗГУ, 2014. - 31 с.
6. Метод наименьших квадратов [Электронный ресурс] : методические указания и индивидуальные задания к лабораторной работы № 15 / Юго-Западный государственный университет. Кафедра высшей математики ; сост.: Л.И. Студеникина, Т.В. Шевцова. - Курск : ЮЗГУ, 2011. - 50 с.
7. Проверка статистических гипотез [Электронный ресурс] : методические указания по выполнению лабораторной работы № 17 / Юго-Западный государственный университет. Кафедра высшей математики ; сост.: Е.В. Журавлева. - Курск : ЮЗГУ, 2013.-39 с.

### **8.4 Другие учебно-методические материалы**

Система "Тест-тренажеры в образовании" (режимы обучения, самоконтроля, преподавательский режим) <http://www.i-exam.ru>

### **9 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Учебные курсы ЮЗГУ – <https://do.swsu.org>

2. Учебно-методический кафедральный комплекс – <http://www.swsu.ru/structura/up/ftd/kvm/page7.php>
3. Федеральный образовательный портал «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – <http://window.edu.ru/>
4. Федеральный портал «Российское образование» – <http://edu.ru>
5. Свободная общедоступная мультязычная универсальная интернет-энциклопедия – <https://ru.wikipedia.org>
6. Портал знаний StatSoft – <http://www.statistica.ru/>
7. Общероссийский математический портал – [www.mathnet.ru;](http://www.mathnet.ru;)
8. Научная электронная библиотека – [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)
9. Демоверсия АПИМ, применяемых при аккредитации вуза <http://www.nica.ru>
10. Система "Тест-тренажеры в образовании" (режимы обучения, самоконтроля, преподавательский режим) <http://www.i-exam.ru>

#### **10 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Успешное усвоение дисциплины предполагает активное участие студента на всех этапах ее освоения путем планомерной, повседневной работы. Изучение данной дисциплины следует начинать с просмотра конспекта лекций сразу же после занятия. Студенту следует пометить материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания, попытаться найти ответы на затруднительные вопросы, используя предлагаемую литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, необходимо сформулировать вопросы и обратиться за помощью к преподавателю.

Каждую неделю рекомендуется отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по практическим заданиям.

**11 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Libreoffice операционная система Windows  
 Антивирус Касперского (или ESETNOD)  
 Математическая среда PTC MathCAD

**12 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и практического типов кафедры высшей математики, оснащенные учебной мебелью: столы, стулья для обучающихся; стол, стул для преподавателя; доска, таблицы, чертежные инструменты. Технические средства, применяемые в учебном процессе: мультимедийный проектор, ноутбук, проекционный экран, блок питания.

### **13 Особенности реализации междисциплинарного курса для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья учитываются их индивидуальные психофизические особенности. Обучение инвалидов осуществляется также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида (при наличии).

*Для лиц с нарушением слуха* возможно предоставление учебной информации в визуальной форме (краткий конспект лекций; вопросы, тексты заданий и задач, напечатанные увеличенным шрифтом), на аудиторных занятиях допускается присутствие ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Текущий контроль успеваемости осуществляется в письменной форме: обучающийся письменно отвечает на вопросы, письменно выполняет практические задания. Защита модулей также может быть представлена в письменной форме, при этом требования к содержанию защиты остаются теми же, а требования к качеству изложения материала (понятность, качество речи, взаимодействие с аудиторией и т. д.) заменяются на соответствующие требования, предъявляемые к письменным работам (качество оформления текста и списка литературы, грамотность, наличие иллюстрационных материалов и т.д.). Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки к ответу может быть увеличено.

*Для лиц с нарушением зрения* допускается аудиальное предоставление информации, а также использование на аудиторных занятиях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т.д.). Допускается присутствие на занятиях ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь. Текущий контроль успеваемости осуществляется в устной форме. При проведении текущего контроля успеваемости для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам. Промежуточная аттестация осуществляется в устной форме.

*Для лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата,* на аудиторных занятиях, а также при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации могут быть предоставлены необходимые технические средства (персональный компьютер, ноутбук или другой гаджет); допускается присутствие ассистента (ассистентов), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь (занять рабочее место, передвигаться по аудитории, прочитать задание, оформить ответ, общаться с преподавателем).

## 13 Лист дополнений и изменений, внесенных в рабочую программу

Номер измене- ния	Номера страниц				Всего стра- ниц	Дата	Основание для изменения и подпись лица, прово- дившего изменения
	изме- ненных	заме- ненных	аннули- рованных	новых			
1	4, 8	-	-	-	2	30.08. 2017	Приказ Минобрнауки Рос- сии №301 от 14.06.2017 и ФГБОУ "Юго-Западный государственный универ- ситет" №263 от 29.03.2017 "Об утверждении норма времени для расчета учеб- ной и других видов рабо- ты" Протокол №1 заседания кафедры высшей матема- тики от 30.08.2017 _____Н.А.Моргунова
2	4	-	-	-	1	29.08.19г	Протокол №1 от 29.08.19г.



Рабочая программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования направления подготовки 38.03.01 Экономика (уровень бакалавриата) и на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 «Экономика», профиль «Финансы и кредит», одобренного ученым советом университета, протокол № 5 от «29» декабря 2015 г.

Рабочая программа обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе для обучения студентов по направлению подготовки 38.03.01 «Экономика», профиль «Финансы и кредит», на заседании кафедры высшей математики «13» января 2016 г., протокол № 7.

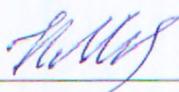
Зав.кафедрой высшей математики



к.т.н., доцент

Бойцова Е. А.

Разработчик программы



к.т.н., доцент

Моргунова Н.А.

Согласовано: на заседании кафедры финансов и кредита «10» 01 2016 г., протокол № 2

(название кафедры, дата, номер протокола)

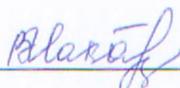
Зав.кафедрой



Калмыкова Т.С.

(подпись заведующего кафедрой)

Директор научной библиотеки



Макаровская В. Г.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 «Экономика», профиль «Финансы и кредит», одобренного ученым советом университета, протокол № 8 от «23» 01 2016 г., на заседании кафедры высшей математики «31» августа 2016 г., протокол № 1.

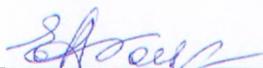
Зав. кафедрой



к.т.н., доцент Бойцова Е. А.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 «Экономика», профиль «Финансы и кредит», одобренного ученым советом университета, протокол № 5 от «30» 01 2017 г., на заседании кафедры высшей математики «30» августа 2017 г., протокол № 1.

Зав. кафедрой



к.т.н., доцент Бойцова Е. А.

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 Экономика, одобренного ученым советом университета, протокол № 9 «26» 03 2018 г., на заседании кафедры высшей математики «29» 08 2018 г., протокол № 1.

(наименование кафедры, дата, номер протокола)

Зав. кафедрой

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 Экономика, одобренного ученым советом университета, протокол № 7 «29» 03 2019 г., на заседании кафедры высшей математики «29» 08 2019 г., протокол № 1.

(наименование кафедры, дата, номер протокола)

Зав. кафедрой

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 Экономика, одобренного ученым советом университета, протокол № 7 «25» 02 2020 г., на заседании кафедры высшей математики «29» 06 2020 г., протокол № 1.

(наименование кафедры, дата, номер протокола)

Зав. кафедрой

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 Экономика, одобренного ученым советом университета, протокол № 7 «25» 02 2020 г., на заседании кафедры высшей математики «01» 07 2021 г., протокол № 14.

(наименование кафедры, дата, номер протокола)

Зав. кафедрой

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и рекомендована к применению в образовательном процессе на основании учебного плана направления подготовки 38.03.01 Экономика, одобренного ученым советом университета, протокол № 7 «25» 02 2020 г., на заседании кафедры высшей математики «29» 06 2022 г., протокол № 12.

(наименование кафедры, дата, номер протокола)

Зав. кафедрой

## **1 Цель и задачи дисциплины. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

### **1.1 Цели дисциплины**

Изучение вероятностных закономерностей, возникающих при взаимодействии большого числа случайных факторов массовых однородных случайных явлений в науке, а также математических методов систематизации и использования статистических данных для научных выводов.

### **1.2 Задачи дисциплины**

- изучение фундаментальных теоретических положений теории вероятностей и математической статистики с целью их применения к решению прикладных задач и построению вероятностных моделей;
- овладение инструментарием для решения вероятностных и статистических задач в своей предметной области;
- изучение вероятностных моделей;
- изучение статистических методов.

### **1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Обучающиеся должны

#### **знать:**

- основные понятия теории вероятностей,
- основные теоремы теории вероятностей,
- понятие повторных испытаний,
- понятия дискретной и непрерывной случайных величин, способы их задания и характеристики,
- законы распределения: биномиальный, геометрический, нормальный, равномерный, показательный;
- знать методы сбора, обработки и хранения статистических данных;
- закон больших чисел;
- знать теорию построения вероятностных моделей и теорию проверки статистических гипотез.

#### **уметь:**

- находить вероятности случайных событий,
- вычислять основные характеристики случайных величин,
- строить законы распределения дискретной случайной величины,
- проводить оценку вероятностей наступления событий в повторных испытаниях по точной формуле Бернулли и по приближенным формулам Лапласа и Пуассона,
- оценивать вероятности событий с помощью теорем Чебышева и Бернулли;
- применять теорию построения вероятностных моделей и теорию проверки статистических гипотез.

**владеть:**

- инструментарием для решения вероятностных и статистических задач в своей предметной области;
- вероятностными моделями;
- статистическими методами;
- методами построения вероятностных моделей и теорией проверки статистических гипотез;
- математической культурой, позволяющей применять вероятностные модели и статистические методы при решении экономических задач.

У обучающихся формируются следующие компетенции:

- способность к самоорганизации и образованию (ОК-7).
- способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2);

**2 Указание места дисциплины в структуре образовательной программы**

«Теория вероятностей и математическая статистика» представляют дисциплину с индексом Б1.Б.9 базовой части учебного плана направления подготовки 38.03.01 – Экономика, изучаемую на 1 курсе во 2 семестре.

**3 Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 2 зачетные единицы (з.е.), 72 академических часов.

Таблица 3.1 – Объём дисциплины

Объём дисциплины	Всего, часов
Общая трудоемкость дисциплины	72
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	8,1
в том числе:	
лекции	4
лабораторные занятия	4
практические занятия	0
экзамен	не предусмотрен
зачет	0,1
курсовая работа (проект)	не предусмотрена
расчетно-графическая (контрольная) работа	0
Аудиторная работа (всего):	8
в том числе:	
лекции	4
лабораторные занятия	4
практические занятия	0
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	60
Контроль/экс (подготовка к экзамену)	4

#### 4 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1 Содержание дисциплины

Таблица 4.1.1 – Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Содержание
1	2	3
1	Основные понятия теории вероятностей	Понятия испытания, случайного события, вероятности случайного события. Свойство статистической устойчивости частот. Способы нахождения вероятностей: статистический, классический, геометрический. Несовместные события, полная группа событий, исходы испытания. Элементы комбинаторики: сочетания, размещения, перестановки.
2	Теоремы сложения и умножения вероятностей	Операции над событиями (сумма, произведение, противоположное событие) и их свойства. Понятие Булевой алгебры. Условная вероятность, независимые события. Теорема умножения вероятностей и ее обобщения. Теорема сложения вероятностей и ее обобщения и следствия. Формулы полной вероятности и Байеса.
3	Повторные испытания	Схема Бернулли с параметрами $n$ и $p$ . Формула Бернулли. Наиболее вероятное значение числа появлений события в последовательности испытаний. Локальная формула Лапласа. Функция $\varphi(x)$ и ее свойства. Формула Пуассона. Интегральная формула Лапласа. Функция Лапласа и ее свойства. Вероятность заданного отклонения частоты появления события от вероятности его появления в одном испытании. Закон больших чисел в форме Бернулли.
4	Случайные величины, их распределения и числовые характеристики	Понятие случайной величины. Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Математическое ожидание случайной величины, его свойства. Математическое ожидание функции случайной величины. Начальные и центральные моменты случайной величины. Дисперсия и среднеквадратическое отклонение случайной величины. Числовые характеристики для распределений: равномерного, биномиального, пуассоновского. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Непрерывные случайные величины и плотность их распределения. Свойства плотности распределения. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Равномерное, показательное и нормальное распределения. Некоторые специальные распределения, используемые в математической статистике. Элементы корреляционного анализа. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Прямые регрессии. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

1	2	3
5	Элементы математической статистики	Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Вариационные ряды. Полигон, гистограмма, эмпирическая функция распределения.
6	Статистические оценки параметров распределения	Точечные и интервальные статистические оценки математического ожидания и дисперсии, корреляционного момента и коэффициента корреляции.
7	Проверка статистических гипотез	Понятия статистической гипотезы, критерия, критической области. Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности. Проверка гипотез о равенстве дисперсий и математических ожиданий. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции.

Таблица 4.1.2 – Содержание дисциплины и его методическое обеспечение

№ п/п	Раздел, темы дисциплины	Виды деятельности			Учебно-методические материалы	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра)	Компетенции
		лек. час	№ лаб. зан	№ пр.зан			
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Основные понятия теории вероятностей	2			ОУ-1,2 ДУ-3-5 МУ-1,5,6	Т	ОК-7 ОПК-2
2	Теоремы сложения и умножения вероятностей				ОУ-1,2 ДУ-3-5 МУ-1,3,5	Т	ОК-7 ОПК-2
3	Повторные испытания		1		ОУ-1,2 ДУ-3-5 МУ-3	Т, Лб	ОК-7 ОПК-2
4	Случайные величины, их распределения и числовые характеристики				ОУ-1,2 ДУ-3-5 МУ-3	Т	ОК-7 ОПК-2
5	Элементы математической статистики	2			ОУ-1,2 ДУ-3,4 МУ-2,4	Т	ОК-7 ОПК-2
6	Статистические оценки параметров распределения				ОУ-1,2 ДУ-3,4 МУ-2,4	Т	ОК-7 ОПК-2
7	Проверка статистических гипотез		2		ОУ-1,2 ДУ-3,4 МУ-2,4,7	Т, Лб	ОК-7 ОПК-2

Т - тест, Лб - лабораторная работа

## 4.2 Лабораторные работы и (или) практические занятия

Таблица 4.2.1 – Лабораторные занятия

№	Наименование лабораторной работы	Объем, час.
1	2	3
1	Повторные испытания	2
2	Проверка статистических гипотез	2
Итого		4

Практические занятия не предусмотрены

## 4.3 Самостоятельная работа студентов (СРС)

Таблица 4.3 – Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Срок выполнения, нед.	Время, затрачиваемое на выполнение СРС, час.
1	2	3	4
1-2	Основные понятия теории вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей	По мере изучения в семестре	6
3	Повторные испытания		6
4	Случайные величины, их распределения и числовые характеристики		16
5-7	Элементы математической статистики. Статистические оценки параметров распределения. Проверка статистических гипотез		16
	Подготовка к зачету		16
	Всего		60

## 5 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Студенты могут при самостоятельном изучении отдельных тем и вопросов дисциплин пользоваться учебно-наглядными пособиями, учебным оборудованием и методическими разработками кафедры в рабочее время, установленное Правилами внутреннего распорядка работников.

Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся по данной дисциплине организуется:

*библиотекой университета:*

- библиотечный фонд укомплектован учебной, методической, научной, периодической, справочной и художественной литературой в соответствии с УП и данной РПД;

- доступ к основным информационным образовательным ресурсам, информационной базе данных, в том числе библиографической, возможность выхода в интернет.

*кафедрой:*

- путем обеспечения доступности всего необходимого учебно-методического и справочного материала;

- путем предоставления сведений о наличии учебно-методической литературы, современных программных средств;

- путем разработки:

- методических рекомендаций, пособий по организации самостоятельной работы студентов;

- заданий для самостоятельной работы;

- нулевых вариантов тестов для текущего и итогового контроля и т.д.

*типографией университета:*

- помощь авторам в подготовке и издании научной, учебной и методической литературы;

- удовлетворение потребности в тиражировании научной, учебной и методической литературы.

## 6 Образовательные технологии

В соответствии с требованиями ФГОС и Приказа Минобрнауки РФ от 05.04.2017 №301 реализация компетентностного подхода должна предусматривать широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков студентов.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, составляет около 22% аудиторных занятий согласно учебному плану.

Таблица 6.1 – Интерактивные образовательные технологии, используемые при проведении аудиторных занятий

№	Наименование раздела (лекции, практического или лабораторного занятия)	Используемые интерактивные образовательные технологии	Объем, час.
1	Основные понятия теории вероятностей	Лекция-визуализация, диалог.	2
2	Проверка статистических гипотез	Работа с персональным компьютером.	2
		Лекции	2
		Лабораторные работы	2
	Итого		4

## 7 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Таблица 7.1 – Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и содержание компетенции	Этапы формирования компетенций и дисциплины (модули), при изучении которых формируется данная компетенция		
	начальный	основной	завершающий
1	2	3	4
– способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-7)	Линейная алгебра, математический анализ	Теория вероятностей и мат. статистика, методы оптимальных решений, информатика, профессиональная компьютерная программа	Планирование профессиональной карьеры
- способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2)	Линейная алгебра, математический анализ	Теория вероятностей и мат. статистика, методы оптимальных решений, информатика, профессиональная компьютерная программа	Планирование профессиональной карьеры

Таблица 7.2 – Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Код компетенции (или ее части)	Показатели оценивания компетенций	Уровни сформированности компетенции		
		Пороговый (удовлетворительно)	Продвинутый (хорошо)	Высокий (отлично)
1	2	3	4	5
ОК-7	1. Доля освоенных обучающимся знаний, умений, навыков от общего объема ЗУН, установленных в п. 1.3 РПД	Знать: базовый материал. Уметь: решать простейшие стандартные задачи. Владеть: минимально необходимой ма-	Знать: основной материал. Уметь: уверенно решать основные задачи. Владеть: математической культурой, достаточной для решения большинства	Знать: полностью с основными деталями весь материал. Уметь: свободно решать, обобщать, анализировать предлагаемые задачи. Владеть: высокой математической культурой.

	2.Качество освоенных обучающимся знаний, умений, навыков 3.Умение применять знания, умения, навыки в типовых и нестандартных ситуациях	тематической культурой при оценке эффективности результатов деятельности в различных областях.	профессиональных задач.	широким кругозором, инструментарием для решения исследовательских задач в различных сферах экономики
ОПК-2	1.Доля освоенных обучающимся знаний, умений, навыков от общего объема ЗУН, установленных в п.1.3 РПД 2.Качество освоенных обучающимся знаний, умений, навыков 3.Умение применять знания, умения, навыки в типовых и нестандартных ситуациях	Знать: базовый материал. Уметь: решать простейшие стандартные задачи. Владеть: минимально необходимой тематической культурой при оценке эффективности результатов деятельности в различных областях.	Знать: основной материал. Уметь: уверенно решать основные задачи. Владеть: математической культурой, достаточной для решения большинства профессиональных задач.	Знать: полностью с основными деталями весь материал. Уметь: свободно решать, обобщать, анализировать предлагаемые задачи. Владеть: высокой математической культурой, широким кругозором, инструментарием для решения исследовательских задач в различных сферах экономики

**7.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

Таблица 7.3 – Паспорт комплекта оценочных средств для текущего контроля

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Технология формирования	Оценочные средства		Описание шкал оценивания
				наименование	№№ заданий	
1	2	3	4	5	6	7
1	Основные понятия теории вероятностей	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из модуля 1 и ЛР23.	Т К <sub>д</sub>	1-2 1-2	Согласно табл. 7.2

1	2	3	4	5	6	7
2	Теоремы сложения и умножения вероятностей	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из модуля 1 и ЛР23.	Т К <sub>л</sub>	1-10 3-4	Согласно табл. 7.2
3	Повторные испытания	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из модуля 2 и ЛР25.	Т К <sub>л</sub>	1-10 5	Согласно табл. 7.2
4	Случайные величины, их распределения и числовые характеристики	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из модуля 3 и ЛР26.	ТЗ К <sub>л</sub>	1-10 6-9	Согласно табл. 7.2
5	Элементы математической статистики	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из ЛР28.	К <sub>л</sub>	10-12	Согласно табл. 7.2
6	Статистические оценки параметров распределения	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из ЛР28.	К <sub>л</sub>	10-12	Согласно табл. 7.2
7	Проверка статистических гипотез	ОК-7 ОПК-2	1) целенаправленное изучение теоретического материала; 2) систематический контроль за выполнением индивидуальных заданий из ЛР28.	К <sub>л</sub>	10-12	Согласно табл. 7.2

К<sub>л</sub> – коллоквиум, Т – тест

## Примеры типовых контрольных заданий для текущего контроля

### Тест – Расчет вероятностей случайных событий

Вариант № \_\_\_\_\_ 0 \_\_\_\_\_

1. Если множества  $B$ ,  $C$  и  $D$  попарно не пересекаются и содержат соответственно 5, 4 и 3 элемента,  $A = B \cup C \cup D$ , то число всех сочетаний  $S$  из элементов множества  $A$  по 4, таких, что  $S \cap B \neq \emptyset$ ,  $S \cap C \neq \emptyset$ ,  $S \cap D \neq \emptyset$ , равно \_\_\_\_\_.  
 1) 495      2)\* 270      3) 126      4) 70      5) 60
2. Число разных флагов, состоящих из трех горизонтальных полос разного цвета, которые можно составить при наличии материала пяти разных цветов, равно \_\_\_\_\_.  
 1) 10      2)\* 60      3) 84      4) 125      5) 504
3. Число различных способов рассадить 3-х мужчин и 3-х женщин за круглый стол с шестью стульями так, чтобы мужчины не сидели рядом, равно \_\_\_\_\_.  
 1) 2      2) 20      3) 36      4)\* 72      5) 720
4. При проверке партии семян на всхожесть из 10000 семян, случайным образом отобранных из партии, проросли и дали всходы 9237 семян. Тогда статистическая вероятность того, что семя даст всходы ("всхожесть семян"), равна \_\_\_\_\_.  
 1) 0,0763      2) 0,0826      3)\* 0,9237      4) 1,0826      5) 923,7
5.  $A$  и  $B$  и еще 8 человек стоят в очереди. Вероятность того, что  $A$  и  $B$  отделены друг от друга двумя лицами, равна \_\_\_\_\_.  
 1)  $\frac{1}{45}$       2)  $\frac{7}{90}$       3)  $\frac{1}{15}$       4)  $\frac{2}{15}$       5)\*  $\frac{7}{45}$
6. В правильный треугольник  $T_1$  со стороной  $a = 2$  вписан круг  $K$ , а в круг  $K$  вписан правильный треугольник  $T_2$ . Тогда вероятность того, что точка, наудачу выбранная в треугольнике  $T_1$ , принадлежит треугольнику  $T_2$ , равна \_\_\_\_\_.  
 1)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$       2)\*  $\frac{1}{4}$       3)  $\frac{3\sqrt{3}}{16}$       4)  $\frac{1}{3}$       5)  $\frac{3}{8}$
7. Из урны, содержащей 1 белый и 4 черных шара, поочередно и наудачу, извлекают шары до тех пор, когда будет вынут белый шар. Тогда вероятность того, что будут извлечены три шара, равна \_\_\_\_\_.  
 1)  $\frac{12}{125}$       2)  $\frac{16}{125}$       3)\*  $\frac{1}{5}$       4)  $\frac{1}{4}$       5)  $\frac{4}{15}$
8. Из урны, содержащей 6 белых и 4 черных шара, наудачу вынимают два шара. Вероятность того, что шары одного цвета, равна \_\_\_\_\_.  
 1)  $\frac{2}{15}$       2)  $\frac{1}{3}$       3)  $\frac{5}{12}$       4)\*  $\frac{7}{15}$       5)  $\frac{1}{2}$
9. В первой урне 1 черный и 4 белых шара, во второй урне 2 белых и 3 черных шара, а третья урна шаров не содержит. Из первой и второй урн выбирают наудачу по одному шару и бросают их в третью урну. Тогда, вероятность того, что шар, извлеченный наудачу из третьей урны, белый, равна \_\_\_\_\_.  
 1) 0,4      2) 0,5      3)\* 0,6      4) 0,7      5) 0,8

10. В урне находятся три шара, которые могут быть белыми или черными. Все четыре предположения о первоначальном составе шаров по цвету равновероятны. Произведены два опыта, состоящие в извлечении из урны одного шара, фиксации его цвета и возвращении шара в урну. При этом оба извлеченных шара оказались белыми. Тогда вероятность того, что в урне все шары белые, равна \_\_\_\_\_.

- 1)  $\frac{1}{3}$     2)  $\frac{4}{9}$     3)\*  $\frac{9}{14}$     4)  $\frac{5}{7}$     5) 1

ТЕСТ – КОЛЛОКВИУМ

ВАРИАНТ   0  

(Все задания оцениваются по 3 балла)

- Число способов выбрать 6 различных заданий (в любом порядке) из 20 заданий теста равно  
1) 105    2) 720    3)\* 38760    4) 27907200    5) 64000000
- В квадрат  $K_1$  со стороной  $a = 1$  вписан круг  $K$ , а в круг  $K$  вписан квадрат  $K_2$ . Вероятность того, что точка, наугад выбранная в квадрате  $K_1$ , принадлежит квадрату  $K_2$ , равна  
1)  $\frac{1}{4}$     2)  $\frac{1}{3}$     3)\*  $\frac{1}{2}$     4)  $\frac{2}{3}$     5)  $\frac{3}{4}$
- В первой урне 3 белых и 2 чёрных шара, а во второй урне 2 белых и 3 чёрных шара. Из каждой урны наудачу вынимают по одному шару. Вероятность того, что хотя бы один из вынутых шаров чёрный, равна  
1) 1    2)  $\frac{1}{2}$     3)  $\frac{13}{25}$     4)\*  $\frac{19}{25}$     5)  $\frac{6}{25}$
- На фабрике, изготавливающей болты, первая машина производит 25%, вторая - 35%, третья - 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5%, 4% и 2%. Вероятность того, что случайно выбранный болт, изготовленный фабрикой, дефектный, равна  
1) 0,0335    2)\* 0,0345    3) 0,0355    4) 0,0365    5) 0,0375
- Вероятность того, что при четырехкратном бросании игральной кости 6 очков выпадет ровно два раза, равна  
1)  $\frac{1}{36}$     2)  $\frac{1}{6}$     3)  $\frac{25}{1296}$     4)\*  $\frac{25}{216}$     5)  $\frac{25}{36}$
- Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения

X	1	2	3	4
P	0,2	0,3	0,3	0,2

Тогда дисперсия случайной величины  $X$  равна

- 1)\* 1,05    2) 2,5    3) 4,8    4) 7,3    5) 13,55

7. Случайная величина  $X$  имеет плотность распределения

$$p(x) = \begin{cases} 0 & , x < -2, \\ \frac{3}{32}(4-x^2) & , -2 < x < 2, \\ 0 & , x > 2. \end{cases}$$

Тогда вероятность того, что случайная величина  $X$  примет значение из интервала  $(-1; 1)$ , равна

- 1)  $\frac{13}{16}$     2)  $\frac{13}{24}$     3)\*  $\frac{11}{16}$     4)  $\frac{11}{24}$     5) 0

8. Функция распределения случайной величины  $X$  имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ \ln x, & 1 \leq x \leq e, \\ 1, & x > e. \end{cases}$$

Медиана  $m$  случайной величины  $X$ , определяемая из условия  $F(m) = \frac{1}{2}$ , равна

- 1)\*  $\sqrt{e}$     2)  $\sqrt[4]{e}$     3)  $\frac{e}{2}$     4)  $\frac{e+1}{2}$     5)  $\frac{e^2}{4}$

9. Нормально распределённая случайная величина  $X$  имеет математическое ожидание  $M(X) = -1$  и среднеквадратическое отклонение  $\sigma(X) = 2$ . Тогда её плотность распределения имеет вид

- 1)  $p(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{18}}$     2)  $p(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{8}}$   
 3)  $p(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+1)^2}{32}}$     4)\*  $p(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{(x+1)^2}{8}}$   
 5)  $p(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x+1)^2}{4}}$

10. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма 10.

X	1	2	3	4
P	2	3	4	1

Тогда выборочное среднее равно

- 1) 2,2    2) 2,3    3)\* 2,4    4) 2,5    5) 2,6

11. В условиях предыдущей задачи исправленная выборочная дисперсия, округлённая до третьего знака после запятой, равна

- 1) 0,833    2) 0,840    3) 0,867    4) 0,917    5)\* 0,933

12. Из нормально распределённой генеральной совокупности извлечена выборка объёма 16. По выборке найдены выборочное среднее  $\bar{X} = 5$  и исправленное выборочное среднеквадратическое отклонение  $S^* = 4$ . Тогда доверительный интервал для генерального математического ожидания, соответствующий доверительной вероятности 0,95, имеет вид

- 1)\* (2,87; 7,13)    2) (3,87; 6,13)    3) (2,85; 7,15)  
 4) (2,05; 7,95)    5) (3,05; 6,95)

## Перечень вопросов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»

### ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Понятия испытания и случайного события. Частота появления случайного события. Свойство статистической устойчивости частот. Понятие вероятности случайного события. Статистическое определение вероятности случайного события. Свойства вероятности (с док-вом).

2. Определения: несовместных событий; полной группы событий; исходов испытания; пространства элементарных событий; исходов благоприятствующих - неблагоприятствующих случайному событию. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности (с док-вом). Математическая модель испытания и случайного события.
3. Геометрическое определение вероятности. Привести пример. Свойства вероятности (с док-вом).
4. Элементы комбинаторики: сочетания, размещения, перестановки и формулы для подсчета их числа (доказать одну из формул).
5. Противоположное событие. Операции над событиями и их свойства (док-ть некоторые свойства). Понятие булевой алгебры.
6. Теорема сложения вероятностей и её следствия (с док-вом).
7. Условная вероятность: определение и вычисление (с док-вом). Теорема умножения вероятностей. Независимые события.
8. Следствия из теорем сложения и умножения вероятностей (док-ть одно из следствий): формула полной вероятности; формула Байеса; вероятность суммы независимых в совокупности событий.
9. Последовательности испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли (с док-вом). Производящая функция (в схемах Бернулли и Пуассона).
10. Наивероятнейшее число появлений случайного события в схеме Бернулли (определение, док-во неравенства).
11. Локальная теорема Муавра-Лапласа (без док-ва). Локальная формула Муавра-Лапласа (обосновать). Функция Гаусса, её свойства и график. Погрешность локальной формулы Муавра - Лапласа.
12. Теорема Пуассона (с док-вом). Формула Пуассона (обосновать).
13. Интегральная теорема Лапласа (без док-ва). Интегральная формула Лапласа (с док-вом). Функция Лапласа, её свойства и график. Погрешность интегральной формулы Лапласа.
14. Вероятность заданного отклонения частоты случайного события от его вероятности появления одним испытанием в схеме Бернулли (с док-вом).
15. Закон больших чисел в форме Бернулли (с док-вом). Понятие сходимости последовательности чисел по вероятности.
16. Понятие случайной величины. Примеры случайных величин. Дискретные случайные величины: определение; закон распределения; многоугольник распределения. Примеры дискретных законов распределения: равномерное; биномиальное; гипергеометрическое; Пуассона; геометрическое.
17. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его вероятностный смысл (с док-вом). Свойства математического ожидания (док-ть одно из свойств). Математическое ожидание функции случайной величины.
18. Дисперсия случайной величины, её вероятностный смысл и свойства (док-ть одно из свойств). Вычисление дисперсии дискретной случайной величины. Доказать формулу  $D(X) = M(X^2) - M^2(X)$ . Определение среднего квадратического отклонения.
19. Функция распределения случайной величины и её свойства (док-ть одно из свойств). Функция распределения дискретной случайной величины (её связь с законом распределения).
20. Понятие случайной величины. Непрерывные случайные величины. Свойства непрерывных случайных величин (док-ть одно из свойств). Понятие плотности распределения непрерывной случайной величины. Свойства плотности распределения непрерывной случайной величины (док-ть одно из свойств). Взаимосвязь между функцией распределения и плотностью распределения.
21. Числовые характеристики непрерывной случайной величины (определения и формулы для вычисления): математическое ожидание; дисперсия; среднее квадратическое отклонение.
22. Равномерное распределение на отрезке: плотность распределения (определение); функция распределения (вывод); основные числовые характеристики (с док-вом).
23. Показательное распределение: плотность распределения (определение); функция распределения (вывод); основные числовые характеристики (с док-вом); вероятностный смысл параметра

- $\lambda$  распределения. Показательный закон надежности.
24. Нормальное распределение: плотность распределения (определение); функция распределения (вывод); основные числовые характеристики (с док-вом). Вероятностный смысл параметров нормального распределения.
  25. Для нормального закона распределения записать и доказать формулы для вычисления вероятностей:  $P(\alpha < \xi < \beta)$ ,  $P(|\xi - a| < \delta)$ . Правило "трех сигм" ("двух сигм").
  26. Определение моментов (начальных, центральных, абсолютных) случайных величин, асимметрии, эксцесса. Простейшие соотношения между моментами. Формулы для моментов нормально распределенной случайной величины (с док-вом).
  27. Неравенство Чебышёва (две формы записи, с док-вом).
  28. Закон больших чисел. Теоремы Маркова, Чебышёва, Бернулли (формулировки; доказать одну из теорем). Значение закона больших чисел.
  29. Центральная предельная теорема (формулировка, значение этой теоремы).
  30. Функция распределения двумерной (конечномерной) случайной величины и её свойства (доказать одно из свойств). Плотность распределения непрерывной двумерной (конечномерной) случайной величины и её свойства (доказать одно из свойств). Формулы для вычисления ковариации и коэффициента корреляции (без док-ва).
  31. Функция распределения и плотность распределения суммы двух непрерывных случайных величин (свертка распределений, с доказательством).
  32. Ковариация (корреляционный момент) двух случайных величин и её свойства (доказать одно из свойств и формулу  $\text{cov}(X, Y) = M(X \cdot Y) - M(X) \cdot M(Y)$ ). Понятие корреляционной зависимости.
  33. Коэффициент корреляции и его свойства (доказать одно из свойств). Понятие корреляционной зависимости. Коэффициент корреляции и линейная функциональная зависимость между случайными величинами.
  34. Понятие регрессионной зависимости между случайными величинами. Метод наименьших квадратов. Линейная среднеквадратическая регрессия. (формулировка теоремы, без док-ва). Остаточная дисперсия. Прямые линии среднеквадратической регрессии.

## ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

1. Основные понятия математической статистики: понятия генеральной и выборочной совокупностей; определение выборки из генеральной совокупности с функцией распределения  $F(x)$ ; дискретный вариационный ряд, статистическое распределение выборки и полигон; эмпирическая функция распределения; интервальный вариационный ряд и гистограмма.
2. Понятие точечной статистической оценки параметра распределения. Требования предъявляемые к статистическим оценкам (несмещенность, состоятельность, эффективность).
3. Точечная статистическая оценка неизвестного математического ожидания и её свойства (доказать одно из свойств).
4. Точечные статистические оценки неизвестной дисперсии (среднего квадратического отклонения): выборочная дисперсия; исправленная выборочная дисперсия. Свойства этих оценок.
5. Интервальные статистические оценки параметров распределений. Доверительный интервал. Надежность и точность интервальной оценки.
6. Доверительный интервал для неизвестного математического ожидания нормального распределения (два случая: при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении - с док-вом).
7. Доверительный интервал для неизвестного среднего квадратического отклонения (дисперсии) нормального распределения (с док-вом).
8. Понятие статистической гипотезы. Нулевая и альтернативная гипотезы. Статистический критерий. Критическая область и область принятия гипотезы. Ошибки 1-го и 2-го рода. Общее правило проверки статистической гипотезы.

9. Проверка гипотезы о законе распределения генеральной совокупности по критерию  $\chi^2$ . Проверка гипотезы о нормальности распределения генеральной совокупности.
10. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин. Критерий Фишера-Снедекора.
11. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормально распределенных случайных величин (два случая: дисперсии известны; дисперсии неизвестны и одинаковые).
12. Точечные статистические оценки для ковариации и коэффициента корреляции. Их свойства. Эмпирические прямые регрессии.
13. Доверительный интервал для неизвестного коэффициента корреляции двух нормально распределенных случайных величин.
14. Проверка гипотезы о значимости коэффициента корреляции двух нормально распределенных случайных величин.

*Замечание.* Каждый из вопросов при включении в экзаменационный тест оценивается в 2 балла.

#### **7.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций, регулируются следующими нормативными актами университета:

- Положение П 02.016–2015 «О балльно-рейтинговой системе оценки качества освоения образовательных программ»;
- методические указания, используемые в образовательном процессе, указанные в списке литературы.

Для текущего контроля по дисциплине в рамках действующей в университете балльно-рейтинговой системы применяется следующий порядок начисления баллов:

Таблица 7.4 – Порядок начисления баллов в рамках БРС

Форма контроля	Минимальный балл		Максимальный балл	
	балл	примечание	балл	примечание
1	2	3	4	5
Тесты Т, Кл	0	Доля правильных ответов менее 50%	20	Защитил полностью
Лабораторные работы Лб1, Лб2	0	Слабая активность на занятии	10	Высокая активность на занятии
СРС	0		6	
Итого	0		36	
Посещаемость	0	Не посетил занятий	14	Посетил все занятия
Экзамен	0	Выполнил все задания неверно	60	Выполнил все задания верно
<b>Итого</b>	<b>0</b>		<b>100</b>	

## **8 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **8.1 Основная учебная литература**

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учебное пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - М. : Юрайт, 2012. - 479 с.
2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст]: учебное пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - М. : Юрайт, 2011. - 404 с.

### **8.2 Дополнительная литература**

3. Захаров, В.К. Теория вероятностей [Текст] : учебник. / В.К.Захаров, Б.А. Севастьянов, В.П.Чистяков. -М.: Наука, 1983.- 160с.
4. Агапов, Г.И. Задачник по теории вероятностей [Текст] : учебное пособие для студентов вузов./ Г.И.Агапов. - М.: Высшая школа, 1986.- 80с.
5. Кочетков, Е.С. Теория вероятностей в задачах и упражнениях [Текст] : учебное пособие / Е. С. Кочетков, С. О. Смерчинская. - М. : Форум, 2005. - 480 с.

### **8.3 Перечень методических указаний**

1. Расчет вероятностей случайных событий [Электронный ресурс] : индивидуальные задания и методические указания по выполнению модуля 13 / ЮЗГУ; сост.: Е. В. Журавлева, Е. А. Панина. - Курск : ЮЗГУ, 2011. - 50 с.
2. Элементы математической статистики и корреляционного анализа [Электронный ресурс] : методические указания и индивидуальные задания к модулю 15 / Юго-Западный государственный университет, Кафедра высшей математики; ЮЗГУ; сост.: Е. В. Журавлева, Е. А. Панина. - Курск : ЮЗГУ, 2012. - 35 с .
3. Повторные испытания. Случайные величины [Электронный ресурс] : методические указания по выполнению модуля 17 / Юго-Западный государственный университет, Кафедра высшей математики; ЮЗГУ; сост.: Е. В. Журавлева, Е. А. Панина. - Курск : ЮЗГУ, 2013. - 49 с.
4. Расчет числовых характеристик [Электронный ресурс] : методические указания к выполнению лабораторной работы № 16 / Юго-Западный государственный университет. Кафедра высшей математики; сост.: Е.В. Журавлева. - Курск : ЮЗГУ, 2013.-37 с.
5. Метод наименьших квадратов [Электронный ресурс] : методические указания и индивидуальные задания по выполнению лабораторной работы №15 / ЮЗГУ; сост.: Л. И. Студеникина, Т. В. Шевцова. - Курск: ЮЗГУ, 2011. - 50 с.
6. Проверка статистических гипотез [Электронный ресурс] : методические указания по выполнению лабораторной работы № 17 / Юго-Западный государственный университет, Кафедра высшей математики; ЮЗГУ; сост. Е. В. Журавлева. – Курск: ЮЗГУ, 2013. - 39 с.

## 8.4 Другие учебно-методические материалы

Система "Тест-тренажеры в образовании" (режимы обучения, самоконтроля, преподавательский режим) <http://www.i-exam.ru>

## 9 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Учебные курсы ЮЗГУ – <https://do.swsu.org>
2. Учебно-методический кафедральный комплекс – <http://www.swsu.ru/structura/up/ftd/kvm/page7.php>
3. Федеральный образовательный портал «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – <http://window.edu.ru/>
4. Федеральный портал «Российское образование» – <http://edu.ru>
5. Свободная общедоступная мультязычная универсальная интернет-энциклопедия – <https://ru.wikipedia.org>
6. Портал знаний StatSoft – <http://www.statistica.ru/>
7. Общероссийский математический портал – [www.mathnet.ru;](http://www.mathnet.ru;)
8. Научная электронная библиотека – [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)
9. ДемOVERсия АПИМ, применяемых при аккредитации вуза <http://www.nica.ru>
10. Система "Тест-тренажеры в образовании" (режимы обучения, самоконтроля, преподавательский режим) <http://www.i-exam.ru>.

## 10 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Успешное усвоение дисциплины предполагает активное участие студента на всех этапах ее освоения путем планомерной, повседневной работы. Изучение данной дисциплины следует начинать с просмотра конспекта лекций сразу же после занятия. Студенту следует пометить материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания, попытаться найти ответы на затруднительные вопросы, используя предлагаемую литературу. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, необходимо сформулировать вопросы и обратиться за помощью к преподавателю.

Каждую неделю рекомендуется отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по практическим заданиям.

## 11 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Libreoffice операционная система Windows

Антивирус Касперского (или ESETNOD)  
Математическая среда PTC MathCAD

**12 Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и практического типов кафедры высшей математики, оснащенные учебной мебелью: столы, стулья для обучающихся; стол, стул для преподавателя; доска, таблицы, чертежные инструменты. Технические средства, применяемые в учебном процессе: мультимедийный проектор, ноутбук, проекционный экран, блок питания.